

Теория вероятностей и математическая статистика		
<p>Лабораторная работа №6</p> <p>ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О ВИДЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО КРИТЕРИЮ СОГЛАСИЯ ПИРСОНА</p>	Студенты	Битюцкий Павел Васильев Иван Нежурина Таисия Челядинов Дмитрий
	Группа	ИВТ-263
	Дата выполнения	16.10.2022
	Дата отчёта	
	Подпись преподавателя	

Цель работы: научиться использовать критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о виде закона распределения изучаемой случайной величины, написать программы, обеспечивающие компьютерную проверку гипотез.

Задание 1. Для результатов испытаний, заданных в виде массива значений или в виде интервального статистического ряда частот, проверить гипотезу о нормальном распределении изучаемой случайной величины, используя критерий согласия Пирсона.

Результат программы:

1) Вывод на экран исходного массива
2) Вывод на экран интервального статистического ряда
3) Вычисление и вывод на экран числовых характеристик выборки и формул для их вычисления
4) Вывод на экран точечных оценок параметров предполагаемого нормального закона распределения μ^* и σ^* ;
5) Вывод на экран формулы плотности предполагаемого закона распределения (нормального) с найденными μ^* и σ^*
6) Полая гистограмма относительных частот эмпирического интервального ряда распределения
7) График плотности нормального распределения с найденными μ^* и σ^*
8) Вычисление и вывод на экран теоретических вероятностей P_i попадания значений предполагаемой нормально распределенной случайной величины в соответствующие интервалы значений
9) Вычисление χ^2 наблюдаемого и вывод на экран формулы для $\chi^2_{\text{набл}}$ найденное значение $\chi^2_{\text{набл}}$
10) Задание уровня значимости α и вычисление числа степеней свободы с выводом на экран соответствующей формулы и полученного результата
11) Вывод на экран значения $\chi^2_{\text{крит}}$, найденного по соответствующим параметрам
12) Сравнение $\chi^2_{\text{набл}}$ с $\chi^2_{\text{крит}}$ и вывод на экран результата проверки
Введите -1, если хотите выйти

1.1)

Введите номер пункта: 1

Ручной ввод 1) интервального ряда или 2) вариационного ряда: 2

ЗАДАНИЕ 1:

Введите длину ряда: 6

Введите элемент ряда: 25

Введите n: 10

Введите элемент ряда: 66

Введите n: 11

Введите элемент ряда: 23

Введите n: 5

Введите элемент ряда: 0

Введите n: 1

Введите элемент ряда: 88

Введите n: 11

Введите элемент ряда: 13

Введите n: 6

X_i	0	13	23	25	66	88
N_i	1	6	5	10	11	11

Введите правую границу: 13

Введите правую границу: 25

Введите правую границу: 88

1.2)

```
massiveX = [0.0, 13.0, 23.0, 25.0, 66.0, 88.0]
N = [1.0, 6.0, 5.0, 10.0, 11.0, 11.0]
```

2)

$X_i; X_{i+1}$	10;12	12;14	14;16	16;18	18;20
N_i	4	25	45	20	6

3)

$$X_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i * x_i$$

$$D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i * x_i^2 - X_B^2$$

$$\sigma_B = \sqrt{D_B}$$

$X_b = 14.98$
 $D_b = 3.3995999999999924$
 $\sigma_b = 1.8438004230393246$

4)

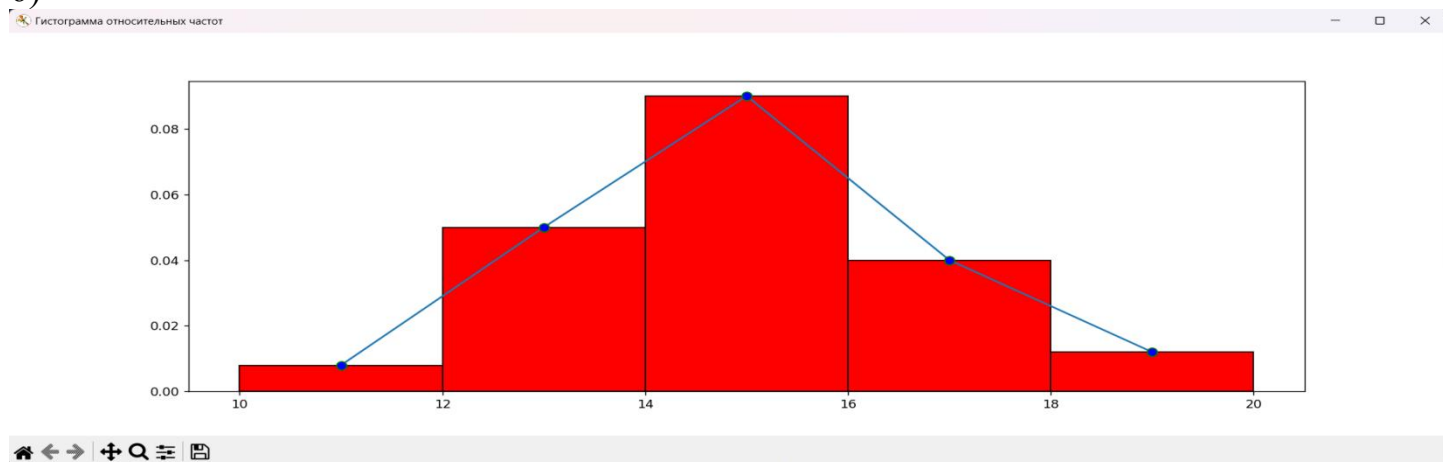
$a = 14.98$
 $\sigma = 1.8438004230393246$

5)

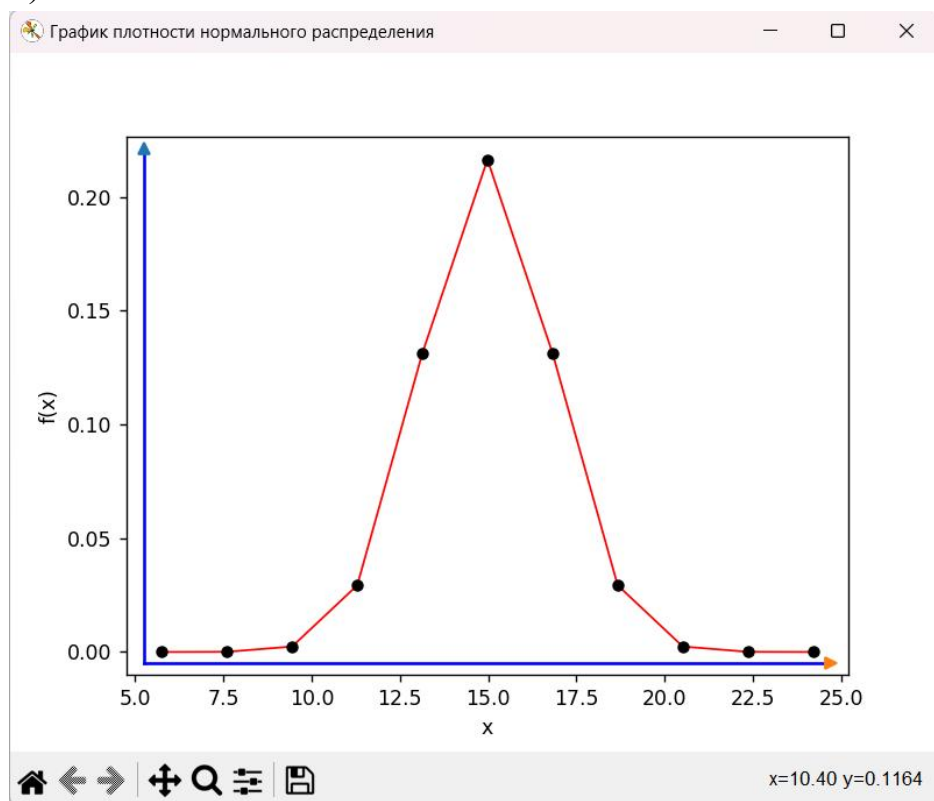
$$f = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{(X_i - a)^2}{2\sigma^2}}$$

$f = [8.063342952723618e-07, 7.258390012964602e-05, 0.002403648657717809, 0.02928243525630028, 0.13123477004104292, 0.21636955682210737, 0.13123477004104278, 0.02928243525630028, 0.002403648657717809, 7.258390012964616e-05, 8.063342952723618e-07]$

6)



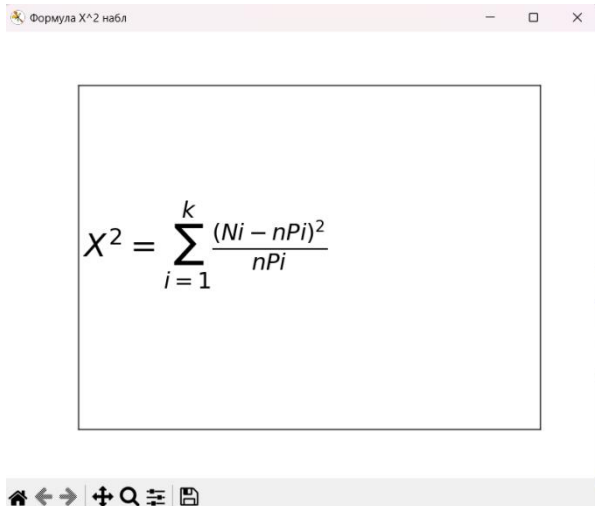
7)



8)

$p = [0.06424678077282467, 0.2464765941057848, 0.3735371206104323, 0.24224636437356747, 0.06189197183840153]$

9.1)


$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - nP_i)^2}{nP_i}$$

9.2)

Xnab = 3.2278393596093187

10)

Введите уровень значимости: 0.05

Степень свободы 2

11)

$\chi^2_{\text{крит}} = 6.0$

12)

Гипотеза верна.

Собственные алгоритмы в программе:

- Подсчёт плотности и её вывод:

```
def calcFormulesNormDistrib(massiveX:list, N:list)->None:
    '''Подсчет плотности и вывод ее в консоль'''
    Xs, plotnost = calcPlotnost(massiveX, N)
    del(Xs)
    print("f = ",plotnost)
    formulesNormDistrib()
```

- *Расчёт плотности нормального распределения:*

```
def calcPlotnost(massiveX:list, N:list) -> tuple:
    '''Расчет плотности нормального распределения'''

    Xb = XB(massiveX, N)
    Db = DB(massiveX, N, Xb)
    ob = oB(Db)

    a = Xb
    oToch = ob

    plotnost = []
    Xs = []

    k = len(massiveX) # Кол-во точек (половина без центра)
    for i in range(k, 0, -1):
        Xs.append(a-i*ob)

    Xs.append(a)

    for i in range(1, k+1):
        Xs.append(a+i*ob)

    for i in range(len(Xs)):
        plotnost.append((1/(oToch*math.sqrt(2*math.pi)))*pow(math.e,(-1*(Xs[i]-a)**2/(2*(oToch**2)))))

    return (Xs, plotnost)
```

- *Вывод гистограмм:*

```
def drawGistogramWithLine(intervals:list, NWinter:list, type:str = "Standart") -> None:
    """Вывод гистограмм"""
    plt.figure(type, figsize=(15,5))
    X = averIntervals(intervals)

    lenInt = []
    for i in intervals:
        lenInt.append(i[1]-i[0])

    hN = []
    for _ in range(len(NWinter)):
        hN.append(NWinter[_]/len(intervals))

    plt.bar(X, hN, width=lenInt, facecolor="red", edgecolor="black")

    plt.plot(X,hN, marker='.', markersize=15, markerfacecolor='b', markeredgcolor='g')
    plt.show()
```

Задание 2. Проверить гипотезу о распределении изучаемой случайной величины по закону Пуассона, используя критерий согласия Пирсона и составленную программу.

Результат программы:

- 1) Ввод соответствующего группированного ряда частот
 - 2) Вывод на экран формул для точечных оценок неизвестных параметров распределения λ^* , их вычисление и вывод их на экран
 - 3) Вывод на экран формулы, определяющей вероятность события $P(X = x_i)$ в общем виде и для найденных точечных оценок и вычисление теоретических вероятностей $P_i = P(X = x_i)$ с параметрами, равными найденным точечным оценкам
 - 4) Многоугольник предполагаемого теоретического распределения
 - 5) Полигон относительных частот
 - 6) Вычисление и вывод на экран в виде продолжения исходной таблицы значений $N_i' = n_i n$, $(N_i' - n_i)^2$, $((N_i' - n_i)^2)/N_i'$
 - 7) Вычисление χ^2 наблюдаемого и вывод на экран формулы для $\chi^2_{\text{набл}}$ найденное значение $\chi^2_{\text{набл}}$
 - 8) Задание уровня значимости α и вычисление числа степеней свободы с выводом на экран соответствующей формулы и полученного результата
 - 9) Вывод на экран значения $\chi^2_{\text{крит}}$, найденного по соответствующим параметрам
- Введите -1, если хотите выйти

1)

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	165	189	101	33	8	4

2)

$$\lambda^* = \hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

$\lambda = 1.084$

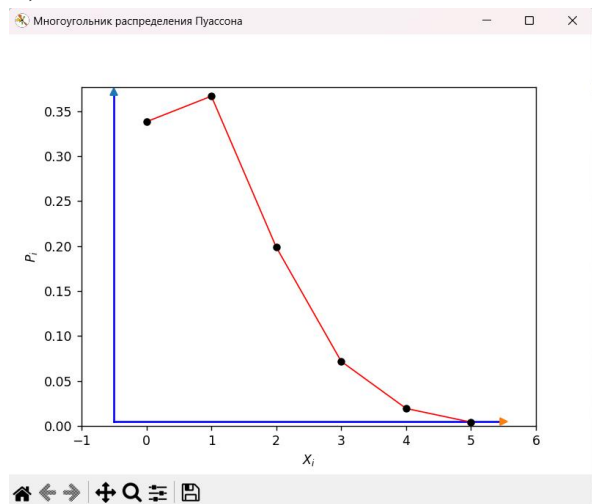
3.1)

$$P(X = x_i) = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!}$$

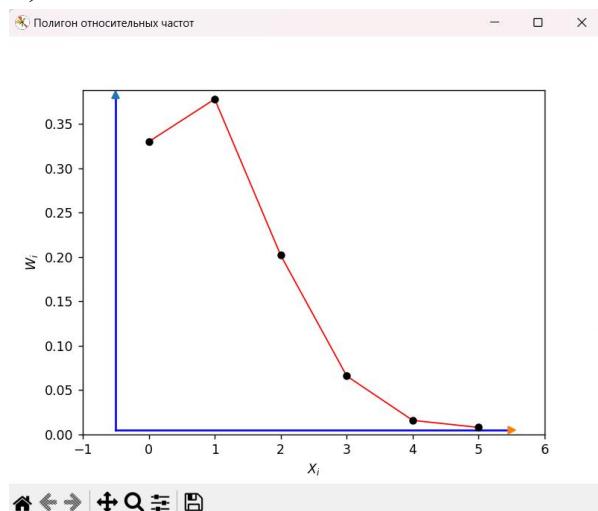
3.2)

$p = [0.33823985668783174, 0.3666520046496096, 0.19872538652008842, 0.07180610632925863, 0.01945945481522909, 0.004218809803941667]$

4)



5)



6)

x_i	0	1	2	3	4	5
NI'	16.9738	32.1942	2.68077	8.42772	2.99196	3.57435

7)

Введите уровень значимости: 0.05

Степень свободы 3

8)

$\chi^2_{\text{крит}} = 7.8$

9)

Гипотеза верна.

Собственные алгоритмы в программе:

- Расчёт λ :

```
def calcFormules2(massiveX:list, N:list) -> None:
    """Расчёт и вывод формул"""
    def XB(massiveX:list, N:list):
        """Вычисление XB"""
        res = 0

        for i in range(len(massiveX)):
            res += massiveX[i] * N[i]

        return res/sum(N)

     $\lambda$  = XB(massiveX, N)

    print(f'{ $\lambda$  = }\n')
    formules2()
```

- *Расчёт вероятности:*

```
def calcProbability(massiveX:list, N:list) -> list:

    λ = XB(massiveX, N)

    def Puas(x) -> float:
        | return (math.pow(λ, x) * math.pow(math.e, -λ))/math.factorial(int(x))

    p = list(map(Puas, massiveX))
    return p
```

- *Расчёт критерия Пирсона:*

```
def Pirson2(massiveX:list, N:list):
    p = calcProbability(massiveX, N)

    Xparts = []

    for i in range(len(N)):
        | Xparts.append(((N[i] - p[i]*sum(N))**2)/(p[i]*sum(N)))

    return sum(Xparts)
```

Роли в лабораторной работе:

Иван Васильев и **Дмитрий Челядинов** – программирование.

Павел Битюцкий и **Таисия Нежурина** - составление протокола.