

### 31. Фирма на рынке с совершенной конкуренцией.

Структурная форма модели минимизации издержек фирмы в краткосрочном периоде. Условный спрос фирмы на факторы производства по Хиксу.

Рынок называется с **совершенной конкуренцией**, если ни продавцы, ни покупатели не в состоянии влиять на величину  $p_0$  (цена блага).

В ситуации конкурентного рынка **доход фирмы** от реализации её выпуска  $q$ :

$$y = p_0 \cdot q = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n)$$

с **издержки** фирмы:

$$c = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$p_1, p_2, \dots, p_n$  - **цены факторов производства**

Валовая **прибыль** фирмы:

$$\pi = \pi(x_1, x_2, \dots, x_n) = y - c$$

**Краткосрочный период** - период, когда у фирмы есть ограничение на приобретение соответствующих уровней факторов (капитал, работники, оборудование) производства.

Бывают ситуации, когда фирма вынуждена формировать оптимальные уровни факторов производства при заданном объеме выпуска продукции. И тогда спрос фирмы на факторы производства в долгосрочном периоде подчиняется концепции минимизации издержек.

Структурная форма модели спроса фирмы:

$$\begin{cases} c = \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min \\ F(x_1, \dots, x_n) = q_0 \\ (q_0, p_1, \dots, p_n) - \text{экз. пер} \\ \left. \begin{cases} (x_1, \dots, x_n), c_*, y_*, \pi_* \\ \text{спрос на факторы производства} \end{cases} \right. - \text{энд. пер} \\ y_* = p_0 \cdot q_0; \pi_* = y_* - c_*; \end{cases} \quad (1)$$

Модель (1) имеет ту же аналитическую форму, что и модель Хикса и поэтому уровни факторов производства, вычисленные по этой модели экономисты называют **спросом фирмы на факторы производства по Хиксу**.

Модель минимизации издержек в краткосрочном периоде базируется на том, что на ресурсы фирмы накладываются определённые ограничения, например, в виде заданного уровня каких-то факторов производства и тогда модель (1) принимает вид:

$$\begin{cases} c = \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min \\ F(x_1, \dots, x_n) = q_0; \\ f_1(x_1, \dots, x_n) \leq b_1; \\ \dots \\ f_m(x_1, \dots, x_n) \leq b_m; \\ x_1, \dots, x_n \geq 0; \end{cases} \quad (2)$$

Вычисленные по модели (2) уровни спроса экономисты называют **спросом по Хиксу в краткосрочном периоде или спросом по Хиксу**.

### 32. Фирма на рынке с совершенной конкуренцией.

**Модель предложения фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы.**

**Функции условного спроса на факторы производства и условного предложения.**

**Свойство.**

**Долгосрочный путь развития фирмы.**

Рынок называется с **совершенной конкуренцией**, если ни продавцы, ни покупатели не в состоянии влиять на величину  $p_0$  (цена блага).

В ситуации конкурентного рынка **доход фирмы** от реализации её выпуска  $q$ :

$$y = p_0 \cdot q = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n)$$

**с издержки** фирмы:

$$c = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$p_1, p_2, \dots, p_n$  - **цены факторов производства**

Валовая **прибыль** фирмы:

$$\pi = \pi(x_1, x_2, \dots, x_n) = y - c$$

Модель поведения фирмы в долгосрочном периоде:

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

В модели (3) предполагается, что фирма может позволить себе любой уровень издержек  $c$  при котором максимизируется прибыль. На практике уровень издержек ограничивается сверху некоторой величиной  $c_0$ . Тогда модель (3) трансформируется в следующую оптимационную модель на условный экстремум:

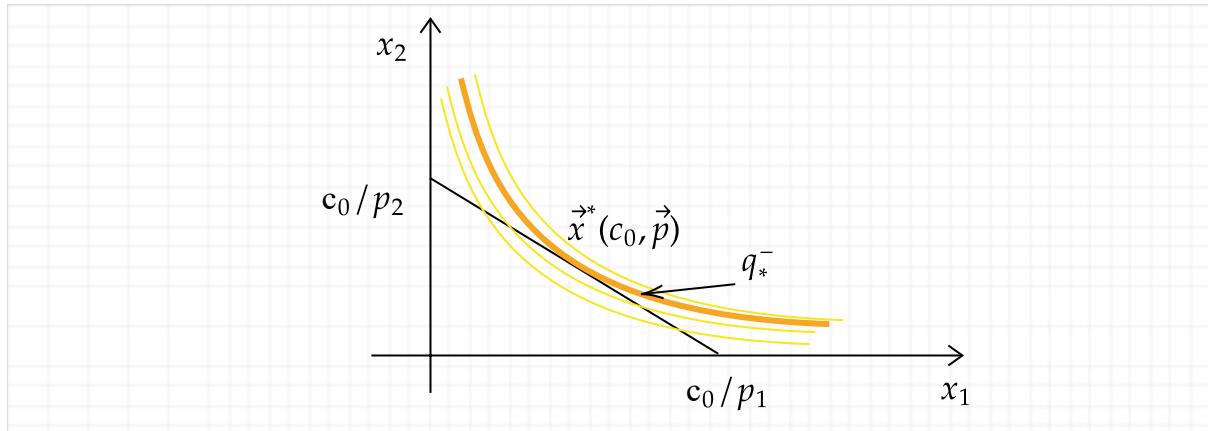
$$\left\{ \begin{array}{l} \pi = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq c_0; \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

$p_0$ ;  $p_1, \dots, p_n$  – экзогенные переменные  
 (цена блага) (цены факторов производства)  
 $c_0$  – заданный уровень издержек  
 $(x_1, \dots, x_n)$  – эндогенная переменная  
 уровни факторов пр-ва

Модель со спецификацией (4) равносильна следующей модели предложения выпуска фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы.

Модель предложения выпуска фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы:

$$\left\{ \begin{array}{l} q = F(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq c_0; \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right.$$



Отрезок прямой линии это изокоста уровня  $c_0$ . Оранжевой линией обозначена такая изоквента, которая во-первых имеет максимальный уровень  $x^*$ , а во вторых касается изокости уровня  $c_0$ . Точка касания  $\vec{x}^*(c_0, \vec{p})$  это и есть решение задачи. Это решение мы представим в виде

$$\vec{x}^* = \vec{x}^*(c_0, \vec{p})$$

Находится методом Лагранжа и носит название **условного спроса фирмы на факторы производства**. В свою очередь функция условного предложения фирмы получается в результате подстановки в производственную функцию фирмы:

$$q_* = F(\vec{x}^*) = q_*(c_0, \vec{p})$$

Функция условного предложения фирмы является монотонно возрастающей функцией заданного уровня издержек  $c$ :

$$q_*(c, \vec{p}) \uparrow c$$

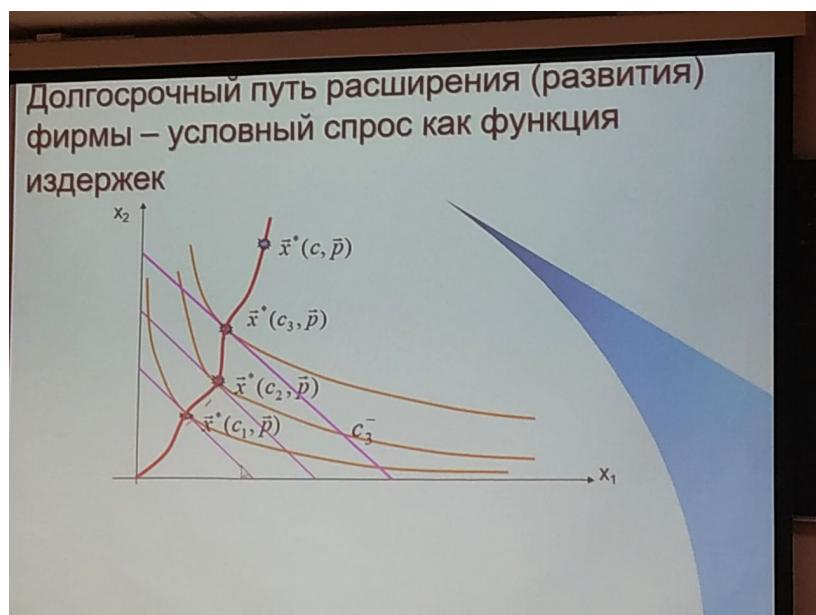
*Следствие. Существует обратная функция к функции условного предложения:*

$$c = c(q; \vec{p})$$

*которая так же является возрастающей и называется функцией издержек фирмы.*

Вернёмся к уравнению условного спроса фирмы и будем рассматривать

$\vec{x}^* = \vec{x}^*(c_0, \vec{p})$  при фиксированных ценах на факторы производства. Изменение вектора  $\vec{x}$  в ответ на увеличение переменной  $c$  экономисты называют долгосрочным путём расширения фирмы.



**Figure 1:** Долгосрочный путь развития фирмы

$$c_1 < c_2 < c_3 < \dots$$

### 33. Фирма на рынке с совершенной конкуренцией.

**Модель предложения фирмы при известной функции издержек.**

**Критерий максимума прибыли.**

Рынок называется **конкурентным**, если ни продавцы, ни покупатели не в состоянии влиять на величину  $p_0$  (цена блага).

В такой ситуации (конкурентного рынка) доход фирмы от реализации её выпуска  $q$ :

$$y = p_0 \cdot q = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n)$$

с издержками фирмы (затраты) возникающие в процессе выпуска  $q$  блага фирмы

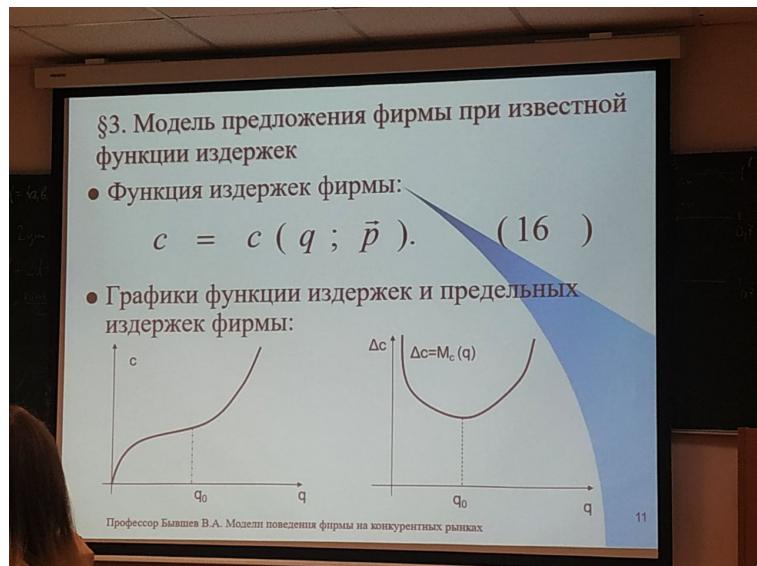
$$c = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$p_1, p_2, \dots, p_n$  - цены факторов производства

Валовая прибыль фирмы:

$$\pi = \pi(x_1, x_2, \dots, x_n) = y - c$$

Модель предложения фирмы при известной функции издержек.



слева график издержек, справа график предельных издержек.

Модель предложения фирмы:

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot q - c(q; \vec{p}) \rightarrow \max \\ q \geq 0 \end{cases}$$

Необходимое условие максимума прибыли:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p_0 - \frac{\partial c}{\partial q} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial c}{\partial q} = M_c(q) = p_0 = M_y(q)$$

Это равенство означает, что необходимым условием максимума прибыли служит совпадение предельных издержек  $M_c(q)$  с рыночной ценой блага  $p_0$ , то есть с предельным доходом фирмы  $M_y(q)$ .

Критерий максимума прибыли фирмы:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 0; \frac{\partial \pi^2}{\partial q^2} = -\frac{\partial c^2}{\partial q^2} = -\frac{dM_c(q)}{dq} < 0$$

Изобразим на графике все участвующие в этой модели функции:



Розовый график - график дохода. Чёрная линия - это затраты фирмы. Оранжевый цвет - это график прибыли.

### 34. Фирма на рынке с несовершенной конкуренцией.

**Рынок нормального блага, функция спроса, обратная функция спроса (закон спроса на благо монополиста) и её две простейшие модели.**

**Доход монополиста и его предельный доход.**

**Характер изменения предельного дохода монополиста в ответ на увеличения предложения**

**блага.**

Несовершенная конкуренция — согласно экономической теории, это такая ситуация, в которой структура рынка не соответствует условиям для существования совершенной конкуренции.

Обратимся к моделям поведения потребителя Маршалла-Вальраса и отметим уравнение спроса потребителя на любое благо входящее в его спрос

$$x_i = \frac{d_i}{a_i} \cdot \frac{M}{p_i} \downarrow, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

$$= \frac{a_1 + a_2}{a_1 + a_2}$$

На том же занятии мы отметили следующее свойство потребителя:

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} = - \frac{d_i M}{p_i^2} < 0 \quad (6)$$

Это неравенство означает, что с ростом цены блага, спрос на него снижается. Такое благо называется *нормальным*. Экономисты подчёркивают, что практически все блага являются нормальными.

спрос является монотонной функцией цены, а это значит, что существует обратная функция:

$$p = p(x) = \frac{d_i \cdot M}{x_i} \quad (7)$$

Ниже мы обозначим символом  $q$  спрос на нормальное благо на рынке с

несовершенной конкуренцией и отметим две простейшие модели обратной функции спроса:

$$\begin{cases} p(q) = d_0 + d_1 \cdot q; d_1 < 0 \quad (4.1) \\ p(q) = d_0 \cdot e^{d_1 \cdot q}; d_1 < 0 \quad (4.2) \end{cases} \quad (8)$$

на рынке нормально блага уровень спроса находится в обратной зависимости от цены блага и с ростом цены снижается.

Монополист, как любая фирма при определении уровней факторов производства стремится получить максимальную прибыль и поэтому модель поведения монополиста имеет следующую структурную форму:

$$\begin{cases} \pi = p(q) \cdot q - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ q = F(x_1, \dots, x_n) \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0; \\ p_1, \dots, p_n - \text{ЭКЗ} \\ x_1, \dots, x_n, \pi, q, y, c - \text{ЭНД.} \end{cases} \quad (9)$$

Модель (6) трансформируется к приведённой форме методом Лагранжа. Приведенная форма является функцией

$$\vec{x}^* = (x^*, \dots, x_n^*) = \vec{x}^*(\vec{p}) \quad (10)$$

$$q_* = F(x_1^*, \dots, x_n^*) = q_*(\vec{p}) \quad (11)$$

$$y_* = p(q_*) \cdot q_* = y_*(\vec{p}) \quad (12)$$

$$c_* = \sum_{i=1}^n p_i x_i^* = c_*(\vec{p}) \quad (13)$$

$$\pi_* = y_* - c_* = \pi_*(\vec{p}) \quad (14)$$

### 35. Фирма на рынке с несовершенной конкуренцией.

**Структурная и приведённая форма модели поведения монополиста в долгосрочном периоде. Необходимое условие максимума прибыли монополиста.**