

Лекция №7

Модель поведения фирмы в краткосрочном периоде и договоременный путь развития фирмы

План

1. Модель предложения выпуска фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы;
2. Договоременный путь развития фирмы;
3. Модель предложения фирмы при известной функции издержек;
4. Модель поведения фирмы в догосрочном периоде;

На прошлой лекции обсудили модель поведения фирмы в долгосрочном периоде:

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

В этой модели предполагается, что фирма может себ позволить любой уровень издержек c при котором максимизируется прибыль. На практике нередко уровень издержек ограничивается сверху некоторой величиной c_0 . Тогда модель (6) трансформируется в следующую оптимизационную модель на условный экстремум:

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq c_0; \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

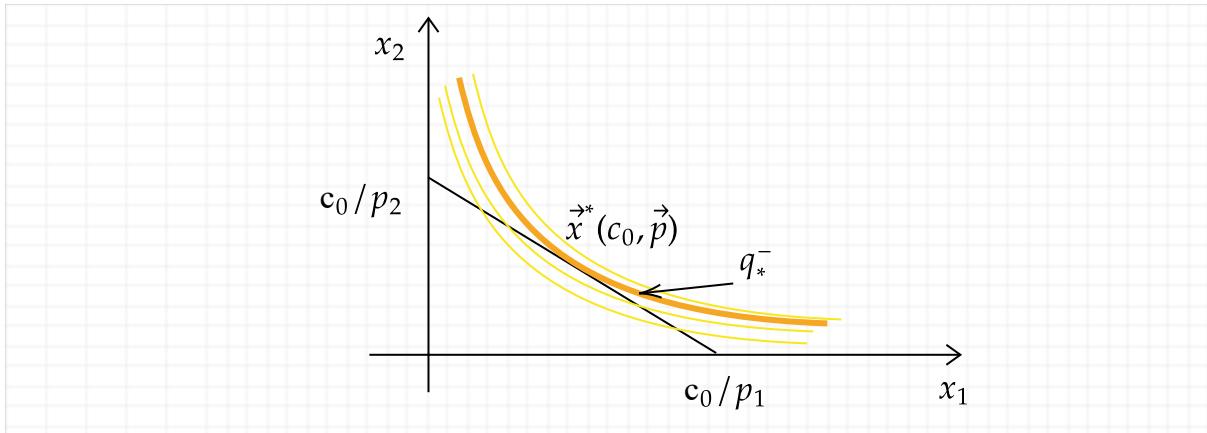
Экзогенными переменными в этой модели являются:

p_0 ; p_1, \dots, p_n ; c_0 – экзогенные переменные
(цена блага) (цены факторов производства) заданный уровень издержек
 (x_1, \dots, x_n) – эндогенная переменная
уровни факторов пр-ва

Следствие. Модель со спецификацией (11) равносильна следующей модели предложения выпуска фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы.

Модель предложения выпуска фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы:

$$\begin{cases} q = F(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq c_0; \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$



Отрезок прямой линии это изокоста уровня c_0 . Оранжевой линией обозначена такая изокванта, которая во-первых имеет максимальный уровень x^* , а во вторых касается изокости уровня c_0 . Точка касания $\vec{x}^*(c_0, \vec{p})$ это и есть решение задачи (12). Это решение мы представим в виде

$$\vec{x}^* = \vec{x}^*(c_0, \vec{p}) \quad (13)$$

Находится методом Лагранжа и носит название *условного спроса фирмы на факторы производства*. В свою очередь функция условного предложения фирмы получается в результате подстановки в производственную функцию фирмы:

$$q_* = F(\vec{x}^*) = q_*(c_0, \vec{p}) \quad (14)$$

Справедлива следующая теорема. функция условного предложения фирмы является монотонно возрастающей функцией заданного уровня издержек c . Вот лаконичная запись этой теоремы:

$$q_*(c, \vec{p}) \uparrow c \quad (15)$$

Следствие. Существует обратная функция к функции условного предложения:

$$c = c(q; \vec{p})$$

которая так же является возрастающей и называется функцией издержек фирмы.

Вернёмся к уравнению (13) условного спроса фирмы и будем рассматривать $\vec{x}^* = \vec{x}^*(c_0, \vec{p})$ при фиксированных ценах на факторы производства. Изменение вектора \vec{x}^* в ответ на увеличение переменной c экономисты называют долгосрочным путём расширения фирмы. Вот геометрическая интерпритация:

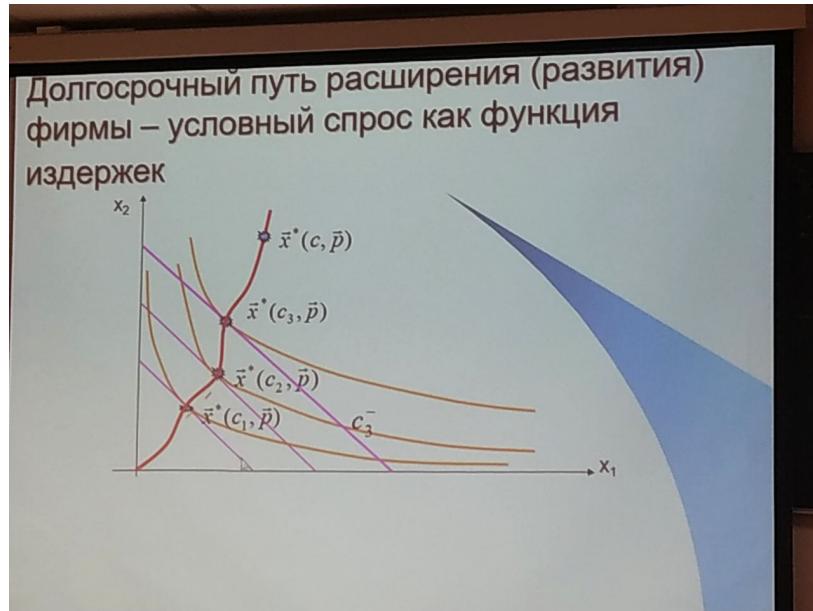


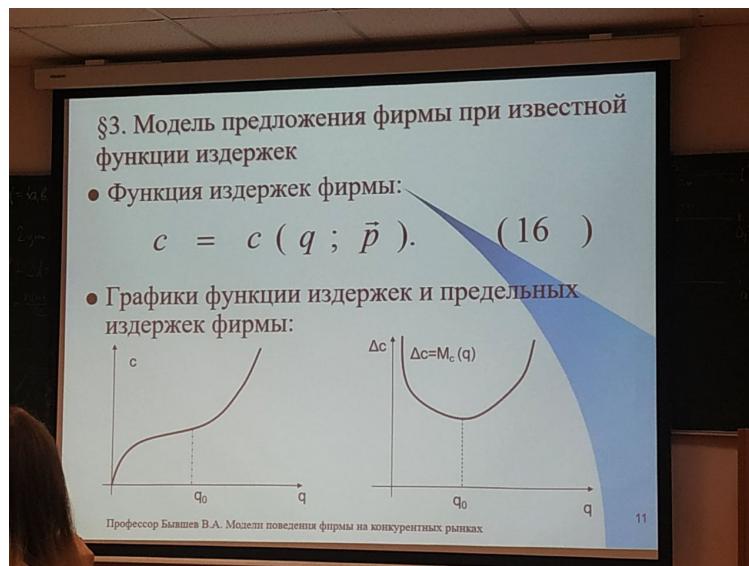
Figure 1: Долгосрочный путь развития фирмы

$$c_1 < c_2 < c_3 < \dots$$

Модель предложения выпуска фирмы при заданном уровне затрат на ресурсы с математической точки зрения эквивалентно модели Маршалла-Вальраса поведения потребителя. Роль производственной функции в модели Маршалла-Вальраса играет функция полезности, в качестве бюджета уровень издержек.

Модель предложения фирмы при известной функции издержек;

Мы продолжаем рассматривать функцию издержек, как функцию выпуска продукции:



слева график издержек, справа график предельных издержек.

Если известна функция (16), то модель предложения фирмы можно представить в виде (17):

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot q - c(q; \vec{p}) \rightarrow \max \\ q \geq 0 \end{cases}$$

Необходимое условие максимума прибыли:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p_0 - \frac{\partial c}{\partial q} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial c}{\partial q} = M_c(q) = p_0 = M_y(q) \quad (18)$$

Это равенство означает, что необходимым условием максимума прибыли служит совпадение предельных издержек $M_c(q)$ с рыночной ценой блага p_0 , то есть с предельным доходом фирмы $M_y(q)$.

Отметим критерий максимума прибыли фирмы:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 0; \frac{\partial \pi^2}{\partial q^2} = -\frac{\partial c^2}{\partial q^2} = -\frac{dM_c(q)}{dq} < 0 \quad (19)$$

Завершая этот пункт изобразим на графике все участвующие в этой модели функции:



Розовый график - график дохода. Чёрная линия - это затраты фирмы. Оранжевый цвет - это график прибыли.

В короткосрочном периоде такие ограничения часто присутствуют и тогда модель поведения фирмы в структурной форме имеет вид:

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ f_1(x_1, \dots, x_n) \leq b_1 \\ \dots \\ f_m(x_1, \dots, x_n) \leq b_m \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

π - прибыль, y - доход, c - издержки фирмы. Экзогенные переменные модели:

$$p_0, p_1, \dots, p_n; b_1, \dots, b_m$$

Эндогенные переменные:

$$x_1, \dots, x_n$$

Ограничения на уровни факторов производства описываются m неравенствами, которые в частности могут принимать вид равенств.