

1 目的

プロセス制御系の制御対象（プロセスまたはプラントともいう）は，一般に，炉，反応装置などの化学プロセスが主である．それらは分布定数系，もしくはむだ時間を含む系であることが多く，その応答時間は数分から数 10 分にもなり，サーボ系に比べ，極めてゆっくりとしているのが特徴である．ここでは，プロセス系の一つであるレベル制御を最も一般的な PID 調節器の設計を通じて学習する．

2 原理

まず，図 1 に本実験で用いるレベル系のモデルを示す．ただし，図の記号は

u : タンク 1 への流入量

q_i : タンク i からの流出量 ($i=1,2$)

h_i : タンク i の水位 ($i=1,2$)

A_i : タンク i の断面積 ($i=1,2$)

R_i : 流体抵抗 ($i=1,2$)

を意味する．本実験では，タンク 1 への流入量 u を入力とし，タンク 2 の水位 h_2 を出力とする制御対象の同定を行う．制御対象の伝達関数は

$$\frac{H_2(s)}{U(s)} = \frac{R_2(s)}{(1 + A_1 R_1 s)(1 + A_2 R_2 s)} \quad (1)$$

となり，対象とする系は二次遅れ系である．ただし，式 (1) の $U(s)$ ， $H_2(s)$ は，それぞれ u および h_2 のラプラス変換である．

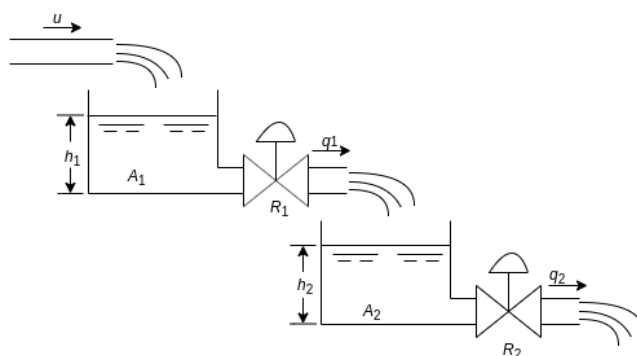


図 1 レベル系

2.1 PID 制御について

PID 制御の基本形を図 2 に示す．スカラ制御系について説明する．すなわち，制御量，操作量，外乱の数をそれぞれ一とする．そうすると目標値から制御量を引いた値が偏差とみなせ，この偏差に基づいて操作量をいかに決定するかが問題となる．そこで，そのルール（制御則）を以下の三つについて考える．

- (1) 偏差が小さければ操作量も小さくし，偏差が大きければそれに応じて大きくするのが妥当である．そこで，制御則に偏差に比例した項を含める．これを比例動作と呼び，P 動作と略称する．
- (2) 自己平衡性をもつ制御対象に比例制御のみを行うと，目標値や外乱のステップ状の変化に対して最終的に一定の偏差が残ってしまう．これを定常偏差またはオフセットという．そこで，制御則に偏差の積分に比例した項を含めればこの定常偏差が除去できる．これを積分動作または I 動作と呼ぶ．
- (3) 偏差の増減の動向を操作量に反映すれば，より速く目標値に達することが期待できる．そこで，偏差の微分に比例する項も制御則に含める．これを微分動作または D 動作と呼ぶ．これは一種の予見動作である．

以上の動作を含む制御則が PID 制御である．これを式で表すと次式のようになる．

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2)$$

ここで， $u(t)$ は操作量， $e(t)$ は偏差， K_P ， K_I ， K_D は比例定数である．更にこれを変形して，

$$u(t) = K_P \left\{ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right\} \quad (3)$$

と表すのが慣例となっている．ここで， K_P を比例ゲイン， T_I を積分時間， T_D を微分時間と呼ぶ．PID 制御系の設計は，これらの三つのパラメータの値を決めることであり，これを PID 制御の調整（チューニング）という．この調整法は種々提案されており，そのなかで有名は Ziegler&Nichols の限界感度法である．

2.2 モデルの近似法

プロセス制御系では，制御対象の特性は一般に非常に複雑で，物理的な考察から，伝達関数を正確に求めることができない場合が多い．しかし，そのステップ応答は S 字型特性

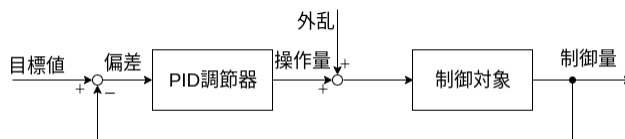
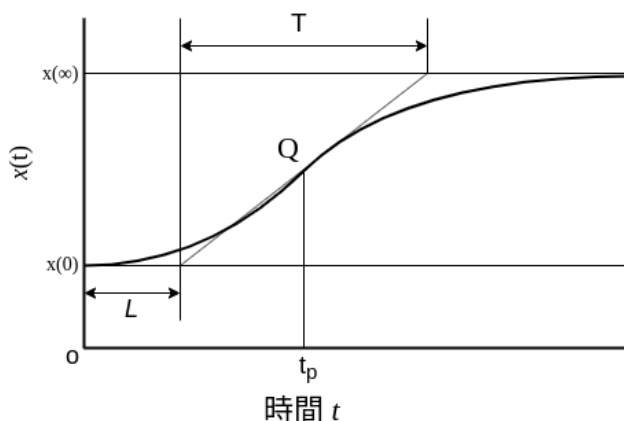


図 2 PID 制御系の基本形

図 3 ステップ応答から L と T を求める方法

をもつことが多いので，むだ時間 L を用いて近似し，伝達関数を

$$G(s) = \frac{K e^{-sL}}{Ts + 1} \quad (4)$$

と見なすことが多い．このように，一次遅れ + むだ時間系に近似すれば，わずか三つのパラメータで表せることになり，その取り扱いが簡単になる．

一次遅れ + むだ時間系のステップ応答は，一次遅れ系のステップ応答をむだ時間 L だけ時間軸上で遅らせた形で $t > L$ に対して次のようになる．

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K e^{-sL}}{Ts + 1} \frac{r}{s} \right\} = rK \left(1 - e^{-\frac{t-L}{T}} \right) \quad (5)$$

複雑な系を一次遅れ系とむだ時間系の合成で近似しようとするとき，よく用いられる方法は，図 3 に示すように制御対象のステップ応答の変曲点 Q で接線を引き，これを時間軸ならびに最終値との交点から L および T を決める方法である．

表 1 Ziegler-Nichols の限界感度法

	K_P	T_P	T_D
P 動作	$0.5K_C$	∞	0
PI 動作	$0.45K_C$	$0.83T_C$	0
PID 動作	$0.6K_C$	$0.5T_C$	$0.125T_C$

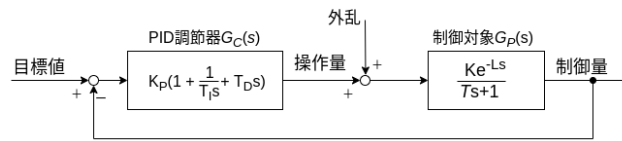


図 4 プロセス制御系

2.3 限界感度法

限界感度法は，制御対象の特性が一次遅れ + むだ時間系に近似できるとして，閉ループ系の過渡応答の行き過ぎ量が 25% 程度となるように，PID 調整器のパラメータを選ぼうとするものである．

まず，図 2.3 の調整器を P 動作のみとし， K_P を変化させて，閉ループ系が安定限界となる K_P の値を K_C とこのときの持続振動の周期 T_C を求める．限界感度法は K_C と T_C をもとにして，パラメータ K_P ， T_I ， T_D を表のように求めるものである．

この実験書では，調整器を PI 動作として使用するので表 2.3 の Ⅱ の箇所を使用すればよい．また， K_C と T_C は制御対象のボード線図 (図 2.3) から求めることができる．つまりそのゲイン余裕 $g_m[\text{dB}]$ と位相交点周波数 (開ループ周波数特性の位相が $-180[\text{deg}]$ となる周波数) $\omega_C[\text{rad/sec}]$ よりとすればよい．

2.4 最小二乗法

最小二乗法は，計測点が X のとき， Y と関数値 $f(X)$ との差 ($Y - f(X)$) を計算する．差の 2 乗 $(Y - f(X))^2$ が小さければ， Y と $f(X)$ は近い値となる．差の 2 乗を全ての点で合計し，その合計値を最小にする．

$$T = \sum (Y - f(X))^2 \quad (6)$$

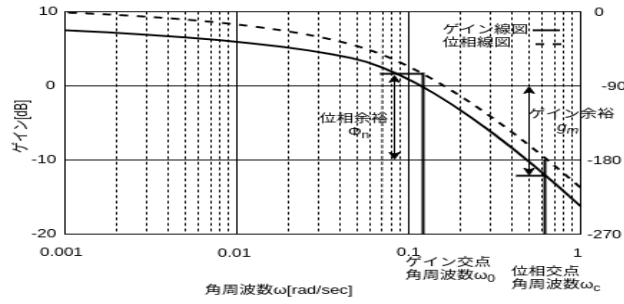


図5 ボード線図

式 (6) の T (合計) が最小となる関数の係数を求める．係数が求まると，任意の X での $f(X)$ が求まる [3]．ここで，関数 $y = a + bx_n$ とすると，

$$aN + b \sum_n x_n = \sum_n y_n \quad (7)$$

$$a \sum_n x_n + b \sum_n x_n^2 = \sum_n x_n y_n \quad (8)$$

となる．これを連立方程式としてとくと，

$$a = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (9)$$

$$b = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (10)$$

と求められる．

3 実験装置と注意事項

3.1 実験装置

まず，図 6 および表 3.1 にレベル実験装置の構成および装置の仕様をそれぞれ示す．計算機から D/A 変換器を解して入力される電流値によって制御バルブ MV1 の開度が変わり，このバルブ開度に対応した流量の水がタンク 1 に入り手動バルブを介してタンク 2 に流入する．また，タンク 2 から制御バルブ MV3 を介して水が排出される．これら入

表 2 expapp における表示の意味

表記	意味	備考
MV1	タンク 1 注水用電磁バルブ指令電流値	4[mA] から 20[mA]
MV2	タンク 2 注水用電磁バルブ指令電流値	4[mA] から 20[mA]
MV3	第二タンク排水用電磁バルブ指令電流値	4[mA] から 20[mA]
SAMPLING	サンプリング時間	1[s] から 3[s] まで三段階で設定可能
APPLY	設定値の変更を適用	
SV*[mA]	電磁バルブ指令電流の設定値	実験前に表示
PV*[mA]	電磁バルブ指令電流の現在地	実験中に表示
*[L/min]	流量値	
*[V]	差圧変換器出力	
IN	入水経路	
OUT	排水経路	

表 3 装置の仕様

装置	数	仕様
タンク 1	1	高さ 1000[mm] , 内径 200[mm]
タンク 2	1	高さ 1500[mm] , 内径 320[mm]
電流比例制御弁	3	弁開度入力信号:4 20[mA] , 全開-全閉時間:17[sec] 以下 , 電源:24[VDC] \pm 10%
流量計	3	オープンコレクタ出力 , 0.1[L/pulse]
差圧変換器	2	容量:200[gf/cm ²]
A/D 変換ボード	1	入力:8CH , 0 10[V] , 分解能:12[bit] , 変換速度:10[sec/CH]
D/A 変換ボード	1	出力:4CH , 24[bit] up/down counter , 変換速度:10[sec/CH]
パスカルカウンタボード	1	4CH , 24[bit] up/down counter , 外部入力:非絶縁 TTL 入力
コンピュータ	1	NEC PC9801RX

出流量に依存するタンクの水位は差圧変換器によって計測され、D/A 変換器を介して計算機に伝送される。特に、制御弁への制御電流と弁の開閉度との関係は 4[mA] で全閉、20[mA] で全開となることに注意せよ。また、レベル実験装置には絶対に触らないこと（特にバルブなどに触れるとパラメータが変わる）。

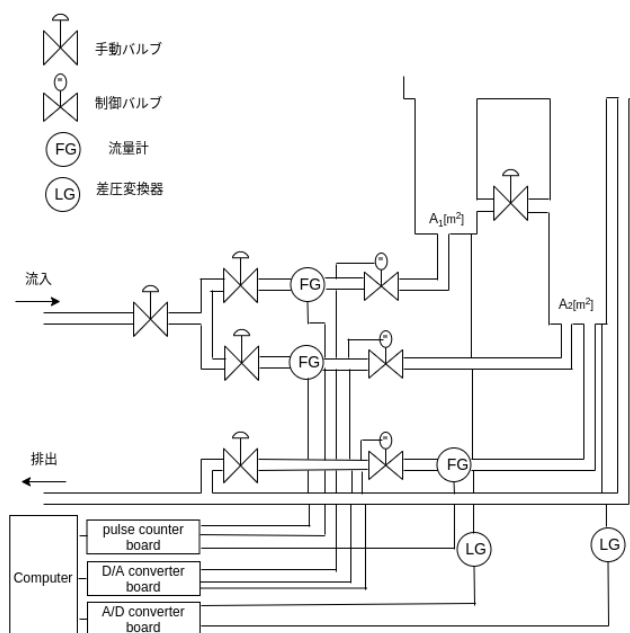


図 6 実験装置の構成

3.2 プログラム

本実験で使用するプログラムは、USR3 のホームディレクトリにある exp3 に下記の三種類のプログラムが格納されている。

expapp: 制御弁特性の検証実験，差圧変換器特性の検証実験，流量の調整，タンク 2 水抜きのためのプログラム

step: 開ループ実験用プログラム

PID: 閉ループ実験用プログラム

これらのプログラムを実行するために，

cd exp3

としてディレクトリ exp3 に移動する。

3.3 実験の開始時と終了時の操作

実験の開始時の操作は必ず次の順序で行うこと。

- (1) 配電盤のスイッチを入れる。

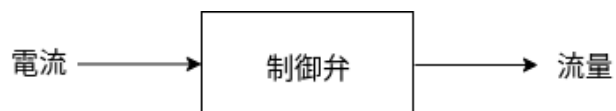
- (2) コンピュータの電源を入れる．
- (3) 元バルブを開く．
- (4) `./expapp` を実行し，制御弁を全開 (20[mA]) にして，流量が 30[L/min] になるようにバルブ V_1 を調整する．

また終了時には，これらを逆の順序で実行する．

4 開ループ実験

4.1 実験 (1) 制御弁

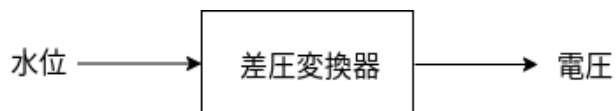
流量の制御装置として使用している制御弁の動特性を調べた．



プログラム「`./expapp`」を起動した．制御電流を 4[mA] から 20[mA] まで変化させ，そのときの定常状態の流量を測定し，電流-流量特性を求めた．

4.2 実験 (2) 差圧変換器 (下段タンク用)

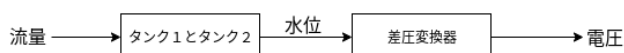
水位検出器として使用している差圧変換器の動特性を調べた．



プログラム「`./expapp`」を起動した．制御弁を開閉して，タンク 2 の水位を増加させながら，そのときの差圧変換器の出力電圧を調べた．タンク 2 水位-出力電圧特性を求めた．ただし，測定する水位の上限は 60[cm] とする．

4.3 実験 (3) 開ループ応答

制御対象であるタンク 1 およびタンク 2 にステップ入力を加え，その過渡応答を求めた．



プログラム「./step」を起動した。プログラムの指示に従い、(1) 制御弁の初期値、(2) 変化量、(3) サンプリング周期を入力した。その後、[APPLY AND START] をクリックして実験を開始した。まず、制御弁が初期位置まで開き、タンク 1 に水が流れ込む。タンク 2 の水位が定常地に収束した後に、[Recording Start] をクリックするとタンク 2 の差圧変換器の出力の計測が始まる。[Recording Start] をクリックしてから 10 サンプル時刻後に「変化量」で与えた値だけ更に制御弁が開き、タンク 2 の差圧変換器出力の計測が始まる。出力値が定常状態に収束したら「STOP」をクリックした。この時、ファイルネーム (英数字) に拡張子 (dat) を付けて「SAVE ONLY」をクリックしてデータを保存した。データの横軸を時間軸に変換するには、「サンプル番号×サンプリング周期」とすればよい。

4.4 モデル同定 (第 2 週)

各制御要素を次の手順で近似せよ。

- 実験 (1) で電流-流量特性を作図するとともに、作動点近傍で線形化し制御弁のゲインを求め、ブロック線図を描け。
- 実験 (2) で下段タンク水位-出力電圧特性を作図するとともに、線形化し差圧変換器のゲイン (必要ならオフセットも) を求め、ブロック線図を描け。更に、次週で使用するので、出力電圧-水位の関係も求めておくこと。
- 実験 (3) で得られた結果を作図し、タンク 1 およびタンク 2 の伝達関数を一次遅れ + むだ時間で近似し、ブロック線図を描け。
- 実験 (1)-(3) で決定した各要素の合成結果と実験結果とを比較検討せよ。

4.5 PID 調節器の調整

開ループの結果より、Ziegler-Nichols の限界感度法に基づき PID 調節器のパラメータを決定した。なお、限界感度法においては Bode 線図を作図して決定すること。本実験では、PI 動作のみで制御を行った。つまり、PID 調節器のパラメータ T_D とし他の K_P と T_I を調整する。

4.6 閉ループ実験 (第 3 週)

プログラム「./PID」を起動した。プログラムの指示に従い、以下のパラメータを入力した。

(1) 比例ゲイン、(2) 積分時間、(3) 微分時間、(4) タンク 2 の目標水位、(5) 差圧変換器の

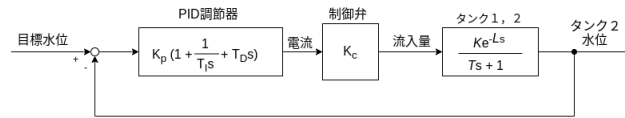


図7 フィードバック制御系

ゲイン D_{gain} 及びオフセット D_{offset} , (6) サンプリング周期
 ここで, 差圧変換器の出力 $D_{out}[V]$ と水位 $H[cm]$ の関係を

$$D_{out} = H \cdot D_{gain} + D_{offset} \quad (11)$$

として計算している．目標水位は $40[cm]$ とした．

5 実験結果

5.1 開ループ実験の実験結果

6 考察

7 課題

- (1) 結果をグラフに描き, 応答を考察せよ．
- (2) PI 調節器 + 制御対象のボード線図を描き, ゲイン余裕と位相余裕を考察せよ．
- (3) PID 調節器のパラメータの決め方は, 他にどんなものがあるのか調べよ．

8 まとめ

PID 制御に使用する PID 調節器の設計を習得した．

参考文献

- [1] 須田信英, PID 制御, 1998 .
- [2] 川田昌克ら, 倒立振子で学ぶ制御工学, 2017 .

- [3] 神足史人, Excel で操る! ここまでできる科学技術計算, p36, p37, 2018.