

# Grados en Informática A y Software A

## Métodos Estadísticos Control Marzo/Abril 2015

- **Tiempo: 1 horas 45 minutos.**
- Dejar DNI encima de la mesa. **Apagar y guardar el MÓVIL.**

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Grupo:

Titulación:

1. El bombardeo mediante rayos X hacia un punto determinado del plano, da lugar a los siguientes datos: (X valor en el que la distancia D al foco supera el valor mínimo de un metro ( $X=D-1$ ) e Y desviación al punto en micras ( $\mu m.$ ):

$X \backslash Y$	$[0, 0.5]$	$[0.5, 1.5]$	$(1.5, \infty)$
0	2	1	0
1	1	2	2
2	0	0	2

- Usar el método de los mínimos cuadrados para determinar el sistema de ecuaciones normales del modelo  $Y = \frac{1}{1+aX^2}$
- Realizar dicho ajuste y determinar su fiabilidad mediante el coeficiente de determinación.
- ¿Es este ajuste mejor o peor que el lineal?
- Predecir mediante el modelo  $Y = \frac{1}{1+aX^2}$  la desviación para  $X = 2.5$ .
- Representar gráficamente la variable Y condicionada al valor 1 de la variable X.
- Calcular la media, moda y mediana de la variable Y condicionada al valor 1 de la variable X.

$(0.75+1.25+0.75+0.25+0.5+(0.75+0.75+0.5)=5.5$  Puntos)

2. En la Central Lechera "LA BLANCA", la producción semestral de leche de cabra en millones de litros fué:

Año-Semestre	2007 – I	2007 – II	2008 – I	2008 – II	2009 – I	2009 – II	2010 – I	2010 – II
Producción	3	3.7	3.4	3.8	3.5	4.0	3.5	4.3
Precio/l.	0.89	0.75	0.90	0.80	0.92	0.79	0.93	0.80
IPC	3.0	3.01	3.02	3.08	3.10	3.15	3.30	3.37

Se pide:

- Calcular los índices "simples de cadena" para la **producción anual** de leche.
- Calcular la tendencia de la Producción mediante el método de las medias móviles y hallar los índices de variación estacional (semestrales).
- Calcular los precios reales de la leche con base al primer semestre de 2007, teniendo en cuenta la evolución del IPC.

$(0.5+1+1=2.5$  Puntos)

---

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Grupo:

Titulación:

---

===== Entregar en folio aparte =====

Indicar, tan solo, las órdenes necesarias (MATLAB o lenguaje equivalente) para resolverlos, pero sin usar calculadora ni tablas.

3. Dados los puntos:  $P = \{(x_i, y_i, z_i) = \{(40, 6.3, 13), (45, 6.2, 42), (6, 3.7, -78), (45, 5.5, 62), (31, 2.1, 94), (4, 5.9, -155), (13, 1.2, 32), (27, 2.9, 50), (47, 1.3, 199), (48, 1.6, 194), (7, 6.7, -163), (48, 5.8, 68), (47, 3.2, 142), (24, 7.6, -105), (40, 1.2, 167), (7, 4.0, -82), (21, 3.6, 0), (45, 6.3, 38), (39, 6.5, 2), (47, 2.3, 168), (32, 4.4, 31), (1, 4.1, -116), (42, 5.5, 48), (46, 5.9, 55), (33, 6.2, -18)\}$

la tabla bidimensional:

- Ajustar un plano de la forma  $Z = a + bX + cXY$  a los datos.
- Hallar el coeficiente de determinación y la varianza residual del ajuste realizado.
- Estimar el valor de  $z$  cuando  $x=22$ ,  $y=1.7$ .

$(0.5 + (0.2 + 0.2) + 0.1 = 1$  Punto)

4. Durante el mes de febrero, una granja inglesa ha envasado las cantidades expresadas en la tabla ( $n_i$  indica el número de gruesas  $12 \times 12 = 144$  huevos)

Categoría	Peso en gr./pieza	$n_i$
Peewee	Menor o igual de 40	3466
Small	(40, 45]	12447
Medium	(45, 55]	24776
Large	(55, 60]	11372
Extra Large	(60, 68]	3567
Jumbo	Más de 68	678

Calcular:

- La moda
- la entropía.
- En un país se estudia establecer una modalidad XL que debe contener al 5% más grande. ¿Dónde debe ponerse el límite?

$(0.5 + 0.25 + 0.25 = 1$  Punto)

Grados en Informática B, Computadores A y Software C  
**Métodos Estadísticos Control Marzo/Abril 2015**

- **Tiempo: 1 horas 45 minutos.**
- Dejar DNI encima de la mesa. **Apagar y guardar el MÓVIL.**

---

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Grupo:

Titulación:

---

1. Consideremos la siguiente tabla de frecuencias absolutas, donde la variable  $X$  representa el ángulo de incidencia de los meteoritos caídos en el primer y segundo semestre del año 2014 (variable  $Y=1$ : Primero,  $Y=2$ : Segundo), respecto a la trayectoria terrestre. (Realizar los cálculos con 2 decimales y redondeo).

$Y \backslash X$	$(-\infty, \frac{\pi}{16}]$	$(\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}]$	$(\frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$	$(\frac{7\pi}{16}, \infty)$
1	8	0	0	6
2	2	2	5	0

- Usar el método de los mínimos cuadrados para determinar el sistema de ecuaciones normales del modelo  $Y = e^{-1+b \sin X}$
- Realizar dicho ajuste y determinar su fiabilidad mediante el coeficiente de determinación.
- Comentar el resultado anterior.
- Predecir mediante el modelo ajustado el ángulo (medio) previsto para en el primer semestre del 2015 ( $Y=3$ ).
- Representar gráficamente la variable  $X$  condicionada al valor 2 de la variable  $Y$ .
- Calcular la media, moda y mediana de la variable  $X$  condicionada al valor 2 de la variable  $Y$ .

$$(0.75+1.25+0.5+0.5+0.5+(0.75+0.75+0.5))=5.5 \text{ Puntos}$$

2. En España, el consumo per cápita de maíz (número de Kg. por persona y mes) fue:

Año	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Consumo	37	36	38	34	40	40	44
Precio/kg.	0.40	0.40	0.42	0.48	0.50	0.50	0.52
IPC	2.42	2.53	2.54	2.56	2.59	3.07	3.11

Se pide:

- Calcular los índices "simples de cadena" para el consumo.
- Calcular la recta de tendencia del Consumo respecto al tiempo, mediante el método de mínimos cuadrados y estimar el consumo para 2015.
- Calcular los precios reales del Kg. de maíz con base en 2014, teniendo en cuenta la evolución del IPC.

$$(0.5+1+1)=2.5 \text{ Puntos}$$

---

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Grupo:

Titulación:

---

===== Entregar en folio aparte =====

**Indicar, tan solo, las órdenes necesarias (MATLAB o lenguaje equivalente) para resolverlos, pero sin usar calculadora ni tablas.**

3. Dados los puntos:  $P = \{(x_i, y_i, n_i) = \{(0.40, 2, 13), (0.45, 6, 42), (0.6, 4, 78), (0.45, 55, 62), (0.31, 21, 94), (0.04, 59, 155), (0.13, 12, 32), (0.27, 29, 50), (0.47, 13, 199), (0.48, 16, 194), (0.07, 67, 163), (0.24, 76, 105), (0.40, 12, 167), (0.07, 40, 82), (0.21, 36, 0), (0.45, 63, 38), (0.39, 65, 2), (0.47, 23, 168), (0.01, 41, 116), (0.42, 55, 48), (0.46, 59, 55), (0.33, 62, 18), (0.48, 58, 68), (0.47, 32, 142), (0.32, 44, 31)\}$  donde la tercera componente es su frecuencia absoluta:

- Ajustar un plano de la forma  $Y = a + b\sin(X) + c\sin^2(X)$  a los datos.
- Hallar el coeficiente de determinación y la varianza residual del ajuste realizado.
- Estimar el valor de Y cuando  $x=22$ , y cuando  $x=13$ .

*(0.5+(0.2+0.2)+0.1=1 Punto)*

4. Durante el mes de febrero, una granja inglesa ha envasado las cantidades expresadas en la tabla ( $n_i$  indica el número de gruesas 12x12=144 huevos)

Categoría	Peso en gr./pieza	$n_i$
Peewee	Menor o igual de 40	3466
Small	(40, 45]	12447
Medium	(45, 55]	24776
Large	(55, 60]	11372
Extra Large	(60, 68]	3567
Jumbo	Más de 68	678

Calcular:

- La mediana.
- Estimar la frecuencia absoluta prevista para el tipo "M" de la Unión europea que exige que debe encontrarse entre 44 y 57 gr.
- El coeficiente de curtosis de Fisher.

*(0.25+0.25+0.5=1 Punto)*

Grados en Informática grupo tarde  
**Métodos Estadísticos Control Marzo 2015**

- **Tiempo: 2 horas 30 minutos.**
- Dejar DNI encima de la mesa. **Apagar y guardar el MÓVIL.**

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Grupo:

Titulación:

1. Consideremos la siguiente tabla de frecuencias absolutas, donde la variable  $Y$  representa el peso (en Tm.) de los meteoritos caídos en el primer y segundo semestre del año 2014 (variable  $X$ ):

$X \backslash Y$	$[0, 2]$	$(2, 6]$	$(6, 10]$
1	6	4	0
2	2	3	5

- a) Usar el método de los mínimos cuadrados para determinar el sistema de ecuaciones normales del modelo  $Y = aX + bX^3$
- b) Realizar dicho ajuste y determinar su fiabilidad mediante el coeficiente de determinación.
- c) ¿Es este ajuste mejor o peor que el lineal?
- d) Predecir mediante el modelo  $Y = aX + bX^3$  el peso en Tm. que se prevé caigan en el primer semestre del 2015.
- e) Representar gráficamente la variable  $Y$  condicionada al valor 2 de la variable  $X$ .
- f) Calcular la media, moda y mediana de la variable  $Y$  condicionada al valor 2 de la variable  $X$ .

$$(0.75 + 1.25 + 0.75 + 0.25 + 0.5 + (0.75 + 0.75 + 0.5)) = 5.5 \text{ Puntos}$$

2. En España, el consumo per cápita de pan (número de Kg. por persona y mes) fué:

Mes	<i>Dic</i> – 2007	<i>Ene</i> – 2008	<i>Feb</i> – 2008	<i>Mar</i> – 2008	<i>Abr</i> – 2008	<i>May</i> – 2008	<i>Jun</i> – 2008
Consumo	3	3.7	3.6	3.8	3.4	4	3.5
Precio/kg.	2.39	2.40	2.40	2.42	2.48	2.50	2.50
IPC	1.01	1.00	1.02	1.08	1.10	1.15	1.30

Se pide:

- a) Calcular los índices "simples de cadena" para el consumo.
- b) Calcular la recta de tendencia del Consumo mediante el método de mínimos cuadrados y estimar el consumo para agosto de 2008.
- c) Calcular los precios reales del Kg. de pan con base en Junio de 2008, teniendo en cuenta la evolución del IPC.

$$(0.5 + 1 + 1) = 2.5 \text{ Puntos}$$

---

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Grupo:

Titulación:

---

===== Entregar en folio aparte =====

Indicar, tan solo, las órdenes necesarias (MATLAB o lenguaje equivalente) para resolverlos, pero sin usar calculadora ni tablas.

3. Dados los puntos:  $P = \{(40, 63, 13), (45, 62, 42), (6, 37, -78), (45, 55, 62), (31, 21, 94), (4, 59, -155), (13, 12, 32), (27, 29, 50), (47, 13, 199), (48, 16, 194), (7, 67, -163), (48, 58, 68), (47, 32, 142), (24, 76, -105), (40, 12, 167), (7, 40, -82), (21, 36, 0), (45, 63, 38), (39, 65, 2), (47, 23, 168), (32, 44, 31), (1, 41, -116), (42, 55, 48), (46, 59, 55), (33, 62, -18)\}$

la tabla bidimensional:

- Ajustar un plano de la forma  $Z = a + bX + cY$  a los datos.
- Hallar el coeficiente de determinación y la varianza residual del ajuste realizado.
- Estimar el valor de  $z$  cuando  $x=22$ ,  $y=17$ .

$(0.5 + (0.2 + 0.2) + 0.1 = 1$  Punto)

4. Durante el mes de febrero, una granja inglesa ha envasado las cantidades expresadas en la tabla ( $n_i$  indica el número de gruesas 12x12=144 huevos)

Categoría	Peso en gr./pieza	$n_i$
Peewee	Menor o igual de 40	3466
Small	(40, 45]	12447
Medium	(45, 55]	24776
Large	(55, 60]	11372
Extra Large	(60, 68]	3567
Jumbo	Más de 68	678

Calcular:

- El cuartil 1.
- La moda.
- El coeficiente de sesgo de Fisher.

$(0.25 + 0.25 + 0.5 = 1$  Punto)

## SOLUCIONES: Examen 1: Informática y Software A

### Problema 1-a:

$$y = \frac{1}{1+ax^2} \Rightarrow \frac{1}{y} = 1 + ax^2 \Rightarrow \frac{1}{y} - 1 = ax^2 \Rightarrow \left\{ X = x^2, Y = \frac{1}{y} - 1 \right\} \Rightarrow Y = aX$$

Solo hay que determinar un parámetro y la base  $\mathcal{B}$  solo tiene un elemento X:

$$\mathcal{B} = \{X\} \Rightarrow \langle Y, X \rangle = a \langle X, X \rangle \Rightarrow \sum_i n_i Y_i X_i = a \sum_i n_i X_i^2 \Rightarrow a = \frac{\sum_i n_i Y_i X_i}{\sum_i n_i X_i^2} \text{ que son las ecuaciones norma-}$$

les pedidas.

### 1-b:

Realizamos los cálculos:

$x_i$	$y_i$	$n_i$	$Y_i = \frac{1}{y_i} - 1$	$X_i = x_i^2$	$n_i Y_i$	$n_i Y_i X_i$	$n_i X_i^2$	$y^{est}$	$e_i$	$n_i e_i$	$n_i e_i^2$	$n_i y_i$	$n_i y_i^2$	$n_i x_i y_i$
0	0.25	2	3	0	6	0	0	1	-0.75	-1.5	1.125	0.5	0.125	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
1	0.25	1	3	1	3	3	1	1.057	-0.807	0.651	0.651	0.25	0.062	0.2
1	1	2	0	1	0	0	2	1.057	-0.057	0.006	0.006	2	2	2
1	2	2	-0.5	1	-1	-1	2	1.057	0.943	1.886	1.778	4	8	4
2	2	2	-0.5	4	-0.5	-4	32	1.275	0.725	1.448	1.048	4	8	8
		10			4.5	-2	37			0.914	4.61	11.75	19.187	14.25

$$a = \frac{\sum_i n_i Y_i X_i}{\sum_i n_i X_i^2} = \frac{-2}{37} \approx -0.054 \Rightarrow \text{El ajuste es: } y = \frac{1}{1 - \frac{2}{37}x^2} \approx \frac{1}{1 - 0.054x^2}$$

$$V_r = \frac{4.61}{10} - \left(\frac{0.914}{10}\right)^2 \approx 0.4526, \quad V_y = \frac{19.187}{10} - \left(\frac{11.75}{10}\right)^2 \approx 0.538, \quad R^2 = 1 - \frac{0.4526}{0.538} \approx 0.1587$$

$$\mathbf{1-c: Cov}(x, y) \approx \frac{14.25}{10} - 0.9(1.175) = 0.3675, \quad Vx = \frac{13}{10} - 0.9^2 = 0.49, \quad r^2 = \frac{0.3675^2}{(0.49)(0.53)} = 0.52 \text{ luego}$$

es mejor ajuste el lineal.

$$\mathbf{1-d: y} = \frac{1}{1 - 0.054(2.5)^2} = \mathbf{1.509}$$

**1-e:** La variable Y condicionada a X=1 es:

$Y/(X=1)$	$n_i$	$a_i$	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	$y_i$	$n_i y_i$	$N_i$
[0 - 0.5]	1	0.5	2	0.25	0.25	1
(0.5, 1.5]	2	1	2	1	2	3
(1.5, ∞)	2	1	2	2	4	5
	5			6.25		

por lo que la gráfica pedida será un **rectángulo (ó 3) de base [0,2.5] y altura 2.**

$$\mathbf{1-f: \bar{Y}/(X=1) = \frac{6.25}{5} = 1.25.}$$

Mediana: Buscamos  $cN=0.5*5=2.5$  que estará en el intervalo central, luego el intervalo mediano es (0.5,1.5] y la mediana vale **Me = 0.5 +  $\frac{2.5-1}{2}1 = 1.25$**

Moda: Es el punto más alto del histograma y en este caso (igualdad de intervalos consecutivos) sería el punto medio del intervalo completo  $Mo=1.25$ . También se ve por la simetría del histograma.

### Problema 2-a:

Año	2007	2008	2009	2010
Prod. anual	6.7	7.2	7.5	7.8
Ind. cadena	—	1.074	1.041	1.040

### 2-b:

$t$	$I$	$II$	$I$	$II$	$I$	$II$	$I$	$II$
$X_t$	3	3.7	3.4	3.8	3.5	4	3.5	4.3
$\bar{X}_t$	3.35	3.55	3.6	3.65	3.75	3.75	3.9	
$T = \hat{\bar{X}}_t$	3.45	3.575	3.625	3.7	3.75	3.825		
$X_T/T$	1.0724	0.9510	1.0482	0.9459	1.0666	0.9150		

Los índices sin corregir son:  $VE(I) = (0.951+0.94591+0.915)/3 = 0.9373$  y  $VE(II) = (1.0724+1.0482+1.0666)/3 = 1.0624$

Su suma es  $IV(I) + IV(II) = 1.9997$  por lo que los índices corregidos son:  $IV(I)^c = IV(I) * 2/1.9997 = 0.93744$  y  $IV(II)^c = IV(II) * 2/1.9997 = 1.06256$

### 2-c:

	$I$	$II$	$I$	$II$	$I$	$II$	$I$	$II$
$P$	0.89	0.75	0.90	0.80	0.92	0.79	0.93	0.80
$IPC^*$	1	1.003	1.006	1.026	1.033	1.05	1.1	1.123
$Sol.$	0.89	0.747	0.894	0.779	0.89	0.752	0.845	0.721

Donde  $IPC_i^* = IPC_i/3$  y  $Sol_i = \frac{P_i}{IPC_i^*}$

La solución puede calcularse directamente mediante  $Sol_i = P_i * 3/IPC_i$  donde 3=IPC(periodo base).

### Problemas 3 y 4:

```
clear all, clc, format compact
disp('Problema 3')
x=[40,45,6,45,31,4,13,27,47,48,7,48,47,24,40,7,21,45,39,47,32,1,42,46,33]
y=[6.3,6.2, 3.7,5.5,2.1,5.9,1.2,2.9,1.3,1.6,6.7,5.8,3.2,7.6,1.2,4.0,3.6,6.3,6.5,2.3,4.4,4.1,5.5,5.9,6.2]
z=[13,42,-78,62,94,-155,32,50,199,194,-163,68,142,-105,167,-82,0,38,2,168,31,-116,48,55,-18]
u=x.*y
A=[length(x) sum(x) sum(u);sum(x) sum(x.^2) sum(u.*x);sum(u) sum(x.*u) sum(u.^2)]
B=[sum(z); sum(z.*x);sum(z.*u)]
sol=A\B, a=sol(1),b=sol(2), c=sol(3)
% La funcion ajustada z=a+b*x+c*x*y
disp('b')
zest=a+b*x+c*x.*y
e=z-zest, Vr=var(e,1), Vz=var(z,1), R2=1-Vr/Vz
disp('c')
valz=a+b*22+c*22*1.7

disp('Problema 4')
clear all
L=[35,40,45,55,60,68,76]
x=[37.5, 42.5, 50, 57.5, 64, 70]
n=[3466, 12447, 24776, 11372, 3567, 678]
a=[5,5,10,5,8,8]
h=n./a
[val,ii]=max(h)
h1=h(ii)-h(ii-1), h2=h(ii)-h(ii+1)
Mo=L(ii)+h1*a(ii)/(h1+h2)
disp('b')
N=sum(n), f=n/N
H=-sum(f.*log(f))/log(6))
disp('c')
cN=0.95*N, nac=cumsum(n)
K=find(nac>cN), ind=K(1),
LIM=L(ind)+(cN-nac(ind-1))*a(ind)/n(ind)
```

## Examen 2: Informática B, Computadores A y Software C

### Problema 1-a:

$y = e^{-1+b\text{sen}(x)} \Rightarrow \text{Ln}(y) = -1 + b\text{sen}(x) \Rightarrow \text{Ln}(y) + 1 = b\text{sen}(x)$  y realizando los cambios:  $Y = \text{Ln}(y) + 1$ ,  $X = \text{sen}(x)$  el ajuste a realizar es:  $Y = bX$

La base es  $\mathcal{B} = \{X\}$  por lo que las ecuaciones normales son (solo 1 ecuación):

$$\langle Y, X \rangle = b \langle X, X \rangle \Rightarrow \sum_i n_i X_i Y_i = b \sum_i n_i X_i^2$$

**b:** Realizando los cálculos:

$y_i$	$x_i$	$n_i$	$Y_i = \text{Ln}(y_i) + 1$	$X_i = \text{sen}(x_i)$	$n_i Y_i X_i$	$n_i X_i^2$	$y^{est}$	$e_i$	$n_i e_i$	$n_i e_i^2$	$n_i y_i$	$n_i y_i^2$
1	0	8	1	0	0	0	0.37	0.63	5.04	3.17	8	8
1	$\frac{9\pi}{16}$	6	1	0.98	5.88	5.76	0.41	0.59	3.54	2.09	6	6
2	0	2	1.69	0	0	0	0.37	1.63	3.26	5.31	4	8
2	$\frac{2\pi}{16}$	2	1.69	0.38	1.28	0.29	0.38	1.62	3.24	5.25	4	8
2	$\frac{9\pi}{16}$	5	1.69	0.83	7.01	3.44	0.41	1.59	7.95	12.64	10	20
		23			14.17	9.49			23.03	28.46	32	50

$b = \frac{14.17}{9.49} \approx 0.123$  resultando el ajuste:  $y = e^{-1+0.123\text{sen}(x)}$

$Vy = \frac{50}{23} - \left(\frac{32}{23}\right)^2 \approx 0.2381$ ,  $Vr = \frac{28.46}{23} - \left(\frac{23.03}{23}\right)^2 \approx 0.2347$  luego  $R^2 = 1 - \frac{0.2347}{0.2381} \approx 0$ .

**c:** Resulta un muy mal ajuste.

**d:** Para  $y = 3$  resulta  $3 = e^{-1+0.12\text{sen}(x)} \Rightarrow \text{Ln}(3) = -1 + 0.12\text{sen}(x) \Rightarrow \text{sen}(x) = \frac{\text{Ln}(3)+1}{0.12} \approx 17.48$  que no tiene solución debido al mal ajuste.

**e:**

$X/(Y=2)$	$n_i$	$h_i = n_i/a_i$	$N_i$	$n_i x_i$
$(-\infty, \frac{\pi}{16}]$	2	$\frac{16}{\pi} = 5.09$	2	0
$(\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}]$	2	$\frac{16}{\pi} = 5.09$	4	$\frac{4\pi}{16}$
$(\frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$	5	$\frac{20}{\pi} = 6.37$	9	$\frac{25\pi}{16}$
	9			$\frac{29\pi}{16}$



Por lo que el histograma está compuesto por 3 rectángulos los 2 primeros de altura 5.09 y bases  $[-\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{16}]$  y  $[\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}]$ , y el tercero de altura 6.37 y base  $[\frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$ .

$$\mathbf{f}: Mo = \frac{3\pi}{16} + \frac{4\pi}{16} \frac{\frac{20}{\pi} - \frac{16}{\pi}}{(\frac{20}{\pi} - \frac{16}{\pi}) + (\frac{20}{\pi} - 0)} \approx 0.72, \quad Me = \frac{3\pi}{16} + \frac{4\pi}{16} \frac{9/2-4}{5} = \frac{17\pi}{80} \approx 0.667, \quad \bar{x} = \frac{29\pi}{9} \approx 0.63$$

### Problema 2:

$t_i$	$x_i$	$I_{cad}$	$t'_i = t_i - 2011$	$t_i'^2$	$x_i t'_i$	$p_i$	$IPC_i$	$IPC'_i$	Prec Real 2014
2008	37	—	-3	9	-111	0.40	2.42	0.778	0.514
2009	36	0.973	-2	4	-72	0.40	2.53	0.814	0.491
2010	38	1.055	-1	1	-38	0.42	2.54	0.817	0.514
2011	34	0.8947	0	0	0	0.48	2.56	0.823	0.583
2012	40	1.1764	1	1	40	0.50	2.59	0.833	0.600
2013	40	1	2	4	80	0.50	3.07	0.987	0.507
2014	44	1.1	3	9	132	0.52	3.11	1.000	0.520
	269			28	31				

La solución al apartado a es la columna  $I_{cad}$

$$\mathbf{b}: a = \frac{269}{7} = 38.42, b = \frac{31}{28} = 1.107, \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{38.42} + \mathbf{1.107(t - 2011)}$$

$$\text{Para 2015: } \mathbf{x(2015)} = \mathbf{38.42} + \mathbf{1.107(2015 - 2011)} = \mathbf{42.848}$$

$\mathbf{c}$ : La solución a este apartado es la columna Prec. Real. 2014.

### Problemas 3 y 4:

```
clear all, clc, format compact
disp('Problema 3')
x=[0.40,0.45,0.6,0.45,0.31,0.04,0.13,0.27,0.47,0.48,0.07,0.24,0.40,0.07,0.21,0.45,0.39,0.47,...
0.01,0.42,0.46,0.33,0.48,0.47,0.32]
y=[2,6,4,55,21,59,12,29,13,16,67,76,12,40,36,63,65,23,41,55,59,62,58,32,44]
n=[13,42,78,62,94,155,32,50,199,194,163,105,167,82,0,38,2,168,116,48,55,18,68,142,31]
X=sin(x), X2=X.^2, X3=X.^3, X4=X.^4, N=sum(n)
A=[N sum(n.*X) sum(n.*X2);sum(n.*X) sum(n.*X2) sum(n.*X3);sum(n.*X2) sum(n.*X3) sum(n.*X4)]
B=[sum(n.*z); sum(n.*z.*X);sum(n.*z.*X2)]
sol=A\B, a=sol(1),b=sol(2), c=sol(3)
% El plano ajustado es z=a+b*sen(x)+c*(sen(x))^2
disp('b')
zest=a+b*X+c*X2
e=z-zest, Vr=var(e,1), Vz=var(z,1), R2=1-Vr/Vz
disp('c')
val22=a+b*sin(22)+c*sin(22)^2
val17=a+b*sin(17)+c*sin(17)^2

disp('Problema 4')
clear all
L=[35,40,45,55,60,68,76]
x=[37.5, 42.5, 50, 57.5, 64, 70]
n=[3466, 12447, 24776, 11372, 3567, 678]
a=[5,5,10,5,8,8]
N=sum(n)
[val,ii]=max(h)
h1=h(ii)-h(ii-1), h2=h(ii)-h(ii+1)
Mo=L(ii)+h1*a(ii)/(h1+h2)
disp('b')
f=n/N, cN=N/2
nac=cumsum(n)
K=find(nac>cN), ind=K(1),
Me=L(ind)+(cN-nac(ind-1))*a(ind)/n(ind)
disp('b')
h=n./a
Fabs=(45-44)*h(2)+n(3)+(57-55)*h(4)
disp('c')
m1=sum(n.*x)/N,m2=sum(n.*x.^2)/N,m3=sum(n.*x.^3)/N,m4=sum(n.*x.^4)/N
V=m2-m1^2,s=sqrt(V),mu4=m4-4*m3*m1+6*m2*m1^2-3*m1^4
g2=mu4/s^4-3
```

## Examen 3: Mixto de tarde

### Problema 1:

La base es  $\mathcal{B} = \{x, x^3\}$ , por lo que las ecuaciones normales son:

$$\langle y, x \rangle = \langle x, x \rangle + \langle x^3, x \rangle \quad \text{e} \quad \langle y, x^3 \rangle = \langle x, x^3 \rangle + \langle x^3, x^3 \rangle$$

luego las ecuaciones normales son:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i n_i y_i x_i &= a \sum_i n_i x_i^2 + b \sum_i x_i^4 \\ \sum_i n_i y_i x_i^3 &= a \sum_i n_i x_i^4 + b \sum_i x_i^6 \end{aligned} \right\}$$

**b:**

Realizamos los cálculos en la tabla:

$x_i$	$y_i$	$n_i$	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$	$n_i x_i^3$	$n_i x_i^4$	$n_i x_i^6$	$n_i y_i$	$n_i y_i x_i$	$n_i y_i x_i^3$	$y_i^{est}$	$e_i$	$n_i e_i$	$n_i e_i^2$	$n_i y_i^2$
1	1	6	6	6	6	6	6	6	6	6	2.2	-1.2	-7.2	8.64	6
1	4	4	4	4	4	4	4	16	16	16	2.2	1.8	7.2	12.96	64
2	1	2	4	8	16	32	128	2	4	16	5.4	-4.4	-8.8	38.72	2
2	4	3	6	12	24	48	192	12	24	96	5.4	-1.4	-4.2	5.88	48
2	8	5	10	20	40	80	320	40	80	320	5.4	2.6	13.0	33.8	320
		20	30	50	90	170	650	76	130	454			0	100	440

Las ecuaciones normales son:

$$\left. \begin{aligned} 130 &= 50a + 170b \\ 454 &= 170a + 650b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} a &= 2.0333 \\ b &= 0.1667 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{y} = \mathbf{2.0333x} + \mathbf{0.1667x^3}$$

$$Vr = \frac{100}{20} - \left(\frac{0}{20}\right)^2 = 5, \quad Vy = \frac{440}{20} - (3.8)^2 = 7.56, \quad \mathbf{R^2 = 1 - \frac{5}{7.56} = 0.3386}$$

**c:**

$cov = \frac{130}{20} - (1.5)(3.8) = 0.8$ ,  $Vx = \frac{50}{20} - 1.5^2 = 0.25 \Rightarrow r^2 = \frac{0.8^2}{(0.25)(7.56)} = 0.3386$  luego tiene la misma bondad el ajuste propuesto que el lineal.

**d:**  $y(3) = 2.0333(3) + 0.1667(3)^3 = 10.6$

**e:** La variable  $Y/(X=2)$  es:

$Y/(x=2)$	$n_i$	$y_i$	$n_i y_i$	$a_i$	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	$N_i$
[0, 2]	2	1	2	2	1	2
(2, 6]	3	4	12	4	0.75	5
(6, 10]	5	8	40	4	1.25	10
	10		54			

Luego la gráfica estará formada por 3 rectángulos, el primero de base [0,2] y altura 1, el segundo de base [2,6] y altura 0.75 y el tercero de base [6,10] y altura 1.25.

**f:**

$$Media = \frac{54}{10} = 5.4, \quad Mo = 6 + \frac{0.5}{0.5+1.25}4 = 7.1429, \quad Me = 6.$$

### Problema 2:

$Ic(2008) = 3.7/3 = 1.2333$ ,  $Ic(2009) = 3.6/3.7 = 0.9730$ ,  $Ic(2010) = 3.8/3.6 = 1.0556$ ,  $Ic(2011) = 3.4/3.6 = 0.8947$ ,  $Ic(2012) = 4/3.4 = 1.1765$ ,  $Ic(2013) = 3.5/4 = 0.8750$ .

**b:**

Mes	$t_i$	$C_i$	$t_i C_i$	$t_i^2$	$P_i^{real}$
Dic07	-3	3.0	-9.0	9	3.0762
Ene08	-2	3.7	-7.4	4	3.1200
Feb08	-1	3.6	-3.6	1	3.0588
Mar08	0	3.8	0.0	0	2.9130
Abr08	1	3.4	3.4	1	2.9309
May08	2	4.0	8.0	4	2.8261
Jun08	3	3.5	10.5	9	2.5000
	0	25.0	1.9	28	

$$\Rightarrow a = \frac{\sum_i C_i}{N} = \frac{25}{7} = 3.5714, \quad b = \frac{\sum_i t_i C_i}{\sum_i t_i^2} = \frac{1.9}{28} = 0.0679$$

Luego la recta de tendencia es:  $\mathbf{C = 3.5714 + 0.0679t}$

Con esa notación el valor de t para Agosto de 2008 es 5, así:  $C(5) = 3.5714 + 0.0679(5) = 3.9107$

**c:**

El precio real pedido para cada mes se obtiene mediante  $P_i^{real} = P_i \frac{1.3}{IPC_i}$  (en la tabla)

### Problemas 3 y 4:

```
clear all, clc, format compact
disp('Problema 3')
x=[40,45,6,45,31,4,13,27,47,48,7,48,47,24,40,7,21,45,39,47,32,1,42,46,33]
y=[6.3,6.2, 3.7,5.5,2.1,5.9,1.2,2.9,1.3,1.6,6.7,5.8,3.2,7.6,1.2,4.0,3.6,6.3,6.5,2.3,4.4,4.1,5.5,5.9,6.2]
z=[13,42,-78,62,94,-155,32,50,199,194,-163,68,142,-105,167,-82,0,38,2,168,31,-116,48,55,-18]
```

```

A=[length(x) sum(x) sum(y);sum(x) sum(x.^2) sum(y.*x);sum(y) sum(y.*u) sum(y.^2)]
B=[sum(z); sum(z.*x);sum(z.*y)]
sol=A\B, a=sol(1),b=sol(2), c=sol(3)
% El plano ajustado es z=a+b*x+c*y
disp('b')
zest=a+b*x+c*y
e=z-zest, Vr=var(e,1), Vz=var(z,1), R2=1-Vr/Vz
disp('c')
valz=a+b*22+c*17

disp('Problema 4')
clear all
L=[35,40,45,55,60,68,76]
x=[37.5, 42.5, 50, 57.5, 64, 70]
n=[3466, 12447, 24776, 11372, 3567, 678]
a=[5,5,10,5,8,8]
N=sum(n),cN=0.25*N, nac=cumsum(n)
K=find(nac>cN), ind=K(1),
Q1=L(ind)+(cN-nac(ind-1))*a(ind)/n(ind)
disp('b')
h=n./a
[val,ii]=max(h)
h1=h(ii)-h(ii-1), h2=h(ii)-h(ii+1)
Mo=L(ii)+h1*a(ii)/(h1+h2)
disp('c')
m1=sum(n.*x)/N,m2=sum(n.*x.^2)/N,m3=sum(n.*x.^3)/N
V=m2-m1^2,s=sqrt(V),mu3=m3-3*m2*m1+2*m1^3
g1=mu3/s^3

```