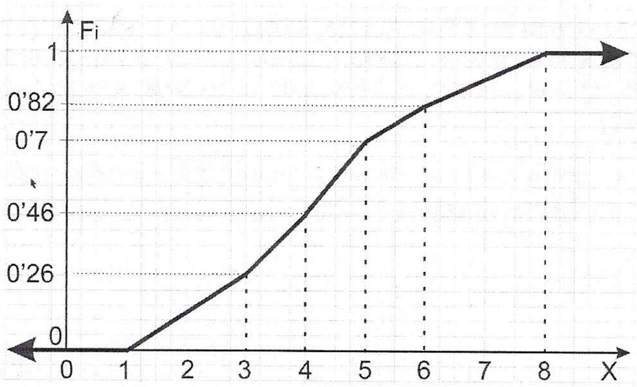
Grados en Ingeniería Informática
Estadística

Examen **Convocatoria Diciembre 2013**

- A resolver en **2 horas y 15 minutos.**
- Dejar DNI encima de la mesa.
- **Apagar y guardar el MÓVIL.**

APELLIDOS, NOMBRE:
DNI: Especialidad: Grupo:

1. A partir del siguiente diagrama de frecuencias relativas acumuladas y conociendo que el tamaño de la población es 200, hallar la media, varianza, mediana y moda de población estudiada.



(1.25 Puntos)

2. Dados los puntos: (1,4), (2,4), (3,6), (4,7) y (5,11), se pide:
   Predecir el valor de y para $x = 3.5$, mediante el modelo: $y = 3 + a \cdot b^x$.

(1.25 Puntos)

3. La duración de un modelo de componente electrónico sigue una variable aleatoria exponencial cuya función de densidad es: $f(x) = ke^{-kx}$ para $x > 0$ y $f(x) = 0$ en el resto. Realizado un experimento con un gran número de componentes se determinó que la duración media es de 1000 horas.
   (a) Hallar k y la función de distribución.
   (b) Suponiendo $k = 0.001$, y si cada ordenador necesita que funcionen los 4 componentes que posee de forma independiente. Hallar la probabilidad de que siga funcionando tras 400 horas de uso.
   (c) En un aula con 50 ordenadores. Hallar la probabilidad de que estén averiados más de 10 ordenadores tras 400 horas de uso.

(0.75+0.75+1=2.5 Puntos)

4. Una plantación de mangos de la Axarquía consta de 5000 árboles y se quiere estimar su producción. Para ello se seleccionan al azar 100 árboles y se pesan los frutos de cada uno de ellos, obteniéndose una producción media de 5.7 Kg. y una desviación típica de 1.6 Kg. por árbol.
   (a) Intervalo de confianza para la producción total al 90%.
   (b) Saber si puede ser aceptada la hipótesis de que la media por árbol es superior a 6 Kg. al nivel del 99%.
   (c) En otra plantación se estudiaron 200 árboles, obteniéndose una media de 5.9 Kg. y una varianza de 1.21 Kg. ¿Podemos aceptar que la nueva plantación obtiene mejores resultados al 98% de confianza?.

(0.75+0.75+1=2.5 Puntos)

① $\boxed{1'25}$

$L_i\ L_{i+1}$	n_i	f_i	F_i	N_i	x_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
1-3	52	0'26	0'26	52	2	104	208
3-4	40	0'20	0'46	92	3'5	140	490
4-5	48	0'24	0'70	140	4'5	216	972
5-6	24	0'12	0'82	164	5'5	132	726
6-8	36	0'18	1	200	7	252	1764
	200					844	4160

$\bar{x} = \frac{844}{200} = 4'22$ 0'3 $\quad \sigma = \frac{4160}{200} - (4'22)^2 = 2'9916$ 0'3

$Me = 4 + 1\,\frac{140-100}{48} = 4'83$ 0'3 $\quad M_o = 4 + 1\,\frac{48-40}{(48-40)+(48-24)} = 4'25$ 0'35

② $\boxed{1'25}$

x	y	Y: $L(y-3)$	Yx	x_i^2
1	4	0	0	1
2	4	0	0	4
3	6	1'0986	3'2958	9
4	7	1'3863	5'5452	16
5	11	2'0794	10'3970	25
15		4'5643	19'2382	55

$L(y-3) = L\,ab^x \Rightarrow Y = La + x\,Lb$

$Y = A + Bx$

$\left.\begin{array}{l} 4'5643 = 5A + 15B \\ 19'2382 = 15A + 55B \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} 13'693044 = 15A + 45B \\ 19'2382.. = 15A + 55B \end{array}\right\}$

$B = 0'554517444$

$b = e^{0'55\ldots} = 1'741$

$A = -0'750683$

$a = e^{-0'75\ldots} = 0'472$

$y = 3 + 0'472 \cdot 1'741^{x}$ 1

$y = 3 + 0'472 \cdot 1'741^{3'5} = 6'28653$ 0'25

③ $\boxed{2'5}$ ⓐ $\int_0^\infty x K e^{-Kx} = 1000$ ó como es exponencial: $\mu = \frac{1}{K} \Rightarrow 1000 = \frac{1}{K} \Rightarrow K = 0'001$ $\boxed{0'75}$

$F(x) = \int_0^x 0'001\, e^{-0'001x}\, dx = 1 - e^{-0'001x}$

ⓑ Si X_i es el tiempo de duración del componente i

$P(\text{Funcione}) = \prod_{i=1}^{4} P(X_i > 400) = \prod_{i=1}^{4}\left[1 - P(X_i \leq 400)\right] = \left[1-(1-e^{-0'4})\right]^4 = e^{-1'6} = 0'201896$ 518 0'75

ⓒ $P(\text{Averiados}) = 1 - 0'2018965 \Rightarrow B(50, 0'798)$

$P(Y \geq 10) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Aprox.} \\ N(39'9, 2'84) \end{array} \right\} = P\left(Z \geq \frac{9'5 - 39'9}{2'84}\right) = 1$ 1

(4)

Muestra 1

$n_1 = 100$

$\bar{x}_1 = 5'7$

$S = 1'6$

$\alpha = 1 - 0'9$

a) $z_{\alpha/2} = z_{0'05} = 1'645$

$$I_{\bar{x}} = \left(5'7 \pm 1'645 \frac{1'6}{\sqrt{100}}\right) = (5'4368, 5'9632)$$

$$I_{n\bar{x}} = 5000\,(5'4368, 5'9632) = (27184, 29816)$$ (0'75)

b) $H_0 : \mu \leq 6$ Rechazo H_0 si $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} > z_\alpha$

$H_a \quad \mu > 6$

$z_\alpha = z_{0'01} = 2'326$, como $\frac{5'7 - 6}{1'6/\sqrt{100}} = -1'875 < 2'326$ Acepto $H_0 \Rightarrow$

(0'75)

No es mayor de 6K.

c) Muestra 2

$n_2 = 200$

$\bar{x}_2 = 5'9$

$s_2^2 = 1'21$

$s_2 = 1'1$.

$\alpha = 0'02$

$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ Rechazo H_0 si $\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} < -z_\alpha$.

$H_a : \mu_1 < \mu_2$

(1)

$$\frac{5'7 - 5'9}{\sqrt{\frac{1'6^2}{100} + \frac{1'21}{200}}} = -1'124 > -z_{0'02} \simeq -2'05$$ Acepto H_0

Rechazo $H_a \Rightarrow$ No obtiene mejores resultados