



Τμήμα Μηχ. Η/Υ & Πληροφορικής

Πολυτεχνική σχολή, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Εαρινό εξάμηνο 2022

Διδάσκων: Λύκας Αριστείδης

ΜΥΥ602 :ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

Στοιχεία ομάδας:

Χαράλαμπος Θεοδωρίδης: 4674 cs04674@uoi.gr

Παπαθανασίου Ηλίας : 4765 cs04765@uoi.gr

Κωσταντίνος Παπαδόπουλος: 4761 cs04761@uoi.gr

Περιεχόμενα :

1^ο Μέρος :

- Επιλογή ευρετικής συνάρτησης .
- Απόδειξη

2^ο Μέρος :

- Συμπεράσματα σχετικά με την αποδοτικότητα της A^* και UCS.
- Αποτελέσματα από διάφορες τιμές N και P.



1^ο Μέρος : Επιλογή ευρετικής συνάρτησης

Για τετραγωνικό πίνακα $N * N$, η τιμή της ευρετικής συνάρτησης για το κόστος της απόστασης δύο σημείων $A(x, y)$ και $B(x1, y1)$ υπολογίζεται από τον τύπο :

$$h(x) = 0.5 * \text{Max}(dx, dy)$$

όπου $dx = |x - x1|$, $dy = |y - y1|$.

Η ευρετική μας συνάρτηση χρησιμοποιεί την απόσταση Chebyshev Distance για να υπολογίσει τον ελάχιστο αριθμό κινήσεων που χρειάζεται για να μετακινηθούμε από το σημείο A στο σημείο B του πίνακα μας .

Στα μαθηματικά, η απόσταση Chebyshev είναι μια μέτρηση που ορίζεται σε ένα διανυσματικό χώρο όπου η απόσταση μεταξύ δύο διανυσμάτων είναι η μεγαλύτερη από τις διαφορές τους, κατά μήκος οποιασδήποτε διάστασης συντεταγμένων. Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει πρακτικά (με εφαρμογή στο πρόβλημα μας) τον ελάχιστο αριθμό βημάτων για να μετάβουμε από ένα σημείο σε ένα άλλο. Συνεπώς τον ελάχιστο αριθμό βημάτων τον πολλαπλασιάζουμε με το ελάχιστο κόστος (κόστος διαγώνιας μετακίνησης) που σύμφωνα με την εκφώνηση και για την χειρίστη περίπτωση είναι :

$$\Delta = |\text{val}(x, y) - \text{val}(x', y')| + 0.5$$

Με $\text{val}(x, y) = \text{val}(x', y') = 1$ στην χειρίστη περίπτωση .

Απόδειξη

Η απόδειξη αναφέρεται στο πρόβλημα μας αφαιρώντας περιορισμούς (εμπόδια) γνωρίζοντας με ακρίβεια την συνάρτηση $a(n)$ της απόστασης κάθε κατάστασης n από την πλησιέστερη Τ.Κ.

Γνωρίζω από θεωρία ότι : Αν για μια ευρετική συνάρτηση $h(n)$ ισχύει ότι για κάθε κατάσταση n , η τιμή $h(n)$ είναι μικρότερη ή το πολύ ίση με την πραγματική απόσταση $a(n)$ της n από την πλησιέστερη τελική κατάσταση, τότε η $h(n)$ ονομάζεται αποδεκτή .

Όσον αναφορά την απόσταση-πλήθος μεταβάσεων :

Όπως αναφέραμε η Chebyshev Distance μας δίνει τον ελάχιστο αριθμό μετακινήσεων από ένα σημείο σε ένα άλλο (το σημείο μπορεί να αποτελεί και Τ.Κ). Συνεπώς στο χαλαρωμένο πρόβλημα μας, υπολογίζεται πάντα αριθμός ίσος με τον πραγματικό $a(n)$.

Όσον αναφορά το κόστος της απόστασης :

Η χειρίστη περίπτωση είναι όταν όλα τα κελιά στον πίνακα $N * N$ έχουν τυχαία ίδιες τιμές και είναι όλες ίσες με την μονάδα(1). Οπότε σύμφωνα με την εκφώνηση το :

- Κόστος της διαγώνιας μετακίνησης είναι : $\Delta = |\text{val}(x, y) - \text{val}(x', y')| = 0.5$
- Κόστος της οριζόντιας - κατακόρυφης μετακίνησης είναι : $\Delta = |\text{val}(x, y) - \text{val}(x', y')| + 1 = 1$



Από Chebyshev Distance γνωρίζουμε τον ελάχιστο αριθμό κινήσεων που πρέπει να γίνουν για να μετάβουμε από ένα σημείο σε ένα άλλο . Από την ευρετική μας συνάρτηση που υλοποιήσαμε υπολογίζεται ότι το κόστος είναι ο ελάχιστος αριθμός βημάτων πολλαπλασιασμένος με το ελάχιστο κόστος διαδρομής στην χειρίστη περίπτωση . Οπότε ακόμα και σε εκείνη την περίπτωση η τιμή της ευρετικής μας συνάρτησης (κόστος) είναι μικρότερη ή ίση με το πραγματικό κόστος της απόστασης $a(n)$.

Η ευρετική μας συνάρτηση είναι αποδεκτή.

2° Μέρος : Συμπεράσματα σχετικά με την αποδοτικότητα της A* και UCS.

Αρχικά θα ήθελα να αναφέρω το γεγονός ότι η αναζήτηση A* είναι πλήρης και βέλτιστη μόνο στην περίπτωση που χρησιμοποιεί αποδεκτή ευρετική συνάρτηση . Συνεπώς όταν η ευρετική συνάρτηση είναι αποδεκτή το κόστος του μονοπατιού του A* και του UCS ταυτίζονται . Μέσα από την υλοποίηση μας διαπιστώσαμε πως όσο ο αριθμός των εμποδίων που έχει ο πίνακας αυξάνεται τόσο η αποδοτικότητα του A* μειώνεται και ο αριθμός των επεκτάσεων πλησιάζει τον αντίστοιχο του UCS. Ακόμα διαπιστώσαμε πως ο UCS μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση του A* . Το συμπέρασμα μας αυτό προέκυψε όταν τοποθετήσαμε την τιμή της ευρετικής συνάρτησης στο 0 .

Ένα γενικό συμπέρασμα :

Ο A* , όταν η ευρετική συνάρτηση είναι αποδεκτή , σε μη χειρίστη περίπτωσή δίνει λύση σε πολύ λιγότερα βήματα από ότι ο UCS. Η κύρια διαφορά τους είναι πως ο UCS δίνει μόνο προτεραιότητα στο κόστος διαδρομής . Ο A* προσπαθεί να βρει το μικρότερο κόστος διαδρομής με τα λιγότερα βήματα .

Ακολουθούν παραδείγματα που επιβεβαιώνουν την αποδοτικότητα του A* σε σχέση με τον UCS . (Τα παραδείγματα δεν περιέχουν τον πίνακα).

1. Πίνακας (20*20) , με ανεξάρτητη πιθανότητα 0.3:

Κελί εισόδου: (5,5)

Κελιά εξόδου: (0,0),(18,19)

```
The UCS algorithm was running : 1.000000016787408
The path cost for the UCS Algo is : 8.5
[(5,5): 4 , (4,4): 3 , (5,3): 3 , (4,2): 4 , (3,1): 4 , (2,0): 3 , (1,1): 2 , (0,0): 1 ]
The number of extension for UCS : 120

The AStar algorithm was running : 1.0000000157734694
The path cost for the AStar Algo is : 8.5
[(5,5): 4 , (4,4): 3 , (5,3): 3 , (4,2): 4 , (3,1): 4 , (2,0): 3 , (1,1): 2 , (0,0): 1 ]
The number of extension for Astar : 50
```



Παρατηρούμε ότι και οι δύο αλγόριθμοι τερματίζουν στο (0,0). Ο A* χρειάστηκε 50 επεκτάσεις ενώ UCS 120.

2. Πίνακας (20*20), με ανεξάρτητη πιθανότητα 0.6:

Κελί εισόδου: (0,5)

Κελιά εξόδου: (19,0),(16,12)

```
The UCS algorithm was running : 1.0000000153707729
The path cost for the UCS Algo is : 21.5
[(0,5): 3 , (1,5): 3 , (2,4): 2 , (3,5): 2 , (4,5): 1 , (5,6): 2 , (6,7): 3 , (7,6): 3 , (8,5): 2 , (9,4): 3 , (10,5): 4 , (11,4): 3 , (12,3): 3 , (13,3): 1 , (14,4): 1 , (15,3): 1 , (16,2): 1 , (17,2): 1 , (18,1): 1 , (19,0): 1 ]
The number of extension for UCS : 120

The Astar algorithm was running : 1.0000000149966801
The path cost for the Astar Algo is : 21.5
[(0,5): 3 , (1,5): 3 , (2,4): 2 , (3,5): 2 , (4,5): 1 , (5,6): 2 , (6,7): 3 , (7,6): 3 , (8,5): 2 , (9,4): 3 , (10,5): 4 , (11,4): 3 , (12,3): 3 , (13,3): 1 , (14,4): 1 , (15,3): 1 , (16,2): 1 , (17,2): 1 , (18,1): 1 , (19,0): 1 ]
The number of extension for Astar : 55
```

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται η ανεξάρτητη πιθανότητα τόσο η αποδοτικότητα του A* μειώνεται και ο αριθμός των επεκτάσεων(του A*) προσεγγίζει τον αριθμό των επεκτάσεων (του UCS).

3. Πίνακας(100*100) με ανεξάρτητη πιθανότητα 0.3:

Κελί εισόδου: (0,0)

Κελιά εξόδου: (99,82),(97,52)

```
The UCS algorithm was running : 1.0000000109390124
The path cost for the UCS Algo is : 98.0
[(0,0): 3 , (1,1): 4 , (2,0): 4 , (3,1): 4 , (4,2): 4 , (5,3): 2 , (6,4): 2 , (7,5): 1 , (8,5): 1 , (9,4): 2 , (10,5): 2 , (11,6): 3 , (12,5): 3 , (13,5): 3 , (14,6): 3 , (15,7): 3 , (16,8): 3 , (16,9): 3 , (17,10): 1 , (18,11): 1 , (19,12): 1 , (20,13): 2 , (21,14): 2 , (22,13): 3 , (23,14): 4 , (24,13): 3 , (25,14): 3 , (26,13): 2 , (27,14): 1 , (28,13): 1 , (29,14): 1 , (30,15): 1 , (31,14): 1 , (32,15): 1 , (33,15): 1 , (34,16): 1 , (34,17): 1 , (35,18): 3 , (36,19): 4 , (37,20): 3 , (38,21): 3 , (39,22): 3 , (40,23): 2 , (41,23): 2 , (42,23): 2 , (43,24): 1 , (44,25): 2 , (45,26): 2 , (46,27): 3 , (47,26): 3 , (48,26): 3 , (49,26): 3 , (50,27): 3 , (51,28): 2 , (52,28): 1 , (53,28): 2 , (54,29): 2 , (55,30): 3 , (56,31): 3 , (57,30): 4 , (58,29): 4 , (59,30): 4 , (60,31): 4 , (61,32): 4 , (62,33): 4 , (63,34): 4 , (64,35): 4 , (65,36): 2 , (66,37): 2 , (67,36): 2 , (68,36): 2 , (69,37): 3 , (70,38): 3 , (71,39): 3 , (72,38): 3 , (73,37): 3 , (74,38): 3 , (75,38): 2 , (76,39): 2 , (77,40): 2 , (78,40): 2 , (79,41): 3 , (80,42): 3 , (81,42): 3 , (82,43): 3 , (83,41): 3 , (84,42): 3 , (85,43): 3 , (86,43): 3 , (87,43): 3 , (88,44): 4 , (89,45): 4 , (90,45): 4 , (91,46): 4 , (92,47): 3 , (93,48): 4 , (94,49): 4 , (95,50): 4 , (96,51): 3 , (97,52): 3 , (98,53): 2 , (99,52): 3 ]
The number of extension for UCS : 8115

The Astar algorithm was running : 1.0000000170069807
The path cost for the Astar Algo is : 98.0
[(0,0): 3 , (1,1): 4 , (2,0): 4 , (3,1): 4 , (4,2): 4 , (5,3): 2 , (6,4): 2 , (7,5): 1 , (8,5): 1 , (9,4): 2 , (10,5): 2 , (11,6): 3 , (12,5): 3 , (13,5): 3 , (14,6): 3 , (15,7): 3 , (16,8): 3 , (16,9): 3 , (17,10): 1 , (18,11): 1 , (19,12): 1 , (20,13): 2 , (21,14): 2 , (22,13): 3 , (23,14): 4 , (24,13): 3 , (25,14): 3 , (26,13): 2 , (27,14): 1 , (28,13): 1 , (29,14): 1 , (30,15): 1 , (31,14): 1 , (32,15): 1 , (33,15): 1 , (34,16): 1 , (34,17): 1 , (35,18): 3 , (36,19): 4 , (37,20): 3 , (38,21): 3 , (39,22): 3 , (40,23): 2 , (41,23): 2 , (42,23): 2 , (43,24): 1 , (44,25): 2 , (45,26): 2 , (46,27): 3 , (47,26): 3 , (48,26): 3 , (49,26): 3 , (50,27): 3 , (51,28): 1 , (52,28): 1 , (53,28): 2 , (54,29): 2 , (55,30): 3 , (56,31): 3 , (57,30): 4 , (58,29): 4 , (59,30): 4 , (60,31): 4 , (61,32): 4 , (62,33): 4 , (63,34): 4 , (64,35): 4 , (65,36): 2 , (66,37): 2 , (67,36): 2 , (68,36): 2 , (69,37): 3 , (70,38): 3 , (71,39): 3 , (72,38): 3 , (73,37): 3 , (74,38): 3 , (75,38): 2 , (76,39): 2 , (77,40): 2 , (78,40): 2 , (79,41): 3 , (80,42): 3 , (81,42): 3 , (82,43): 3 , (83,41): 3 , (84,42): 3 , (85,43): 3 , (86,43): 3 , (87,43): 3 , (88,44): 4 , (89,45): 4 , (90,45): 4 , (91,46): 4 , (92,47): 3 , (93,48): 4 , (94,49): 4 , (95,50): 4 , (96,51): 3 , (97,52): 3 , (98,53): 2 , (99,52): 3 ]
The number of extension for Astar : 4806
```

Σε αυτή την περίπτωση η αποδοτικότητά του A* σε σχέση με τον UCS γίνεται ακόμα πιο αισθητή όσο το μέγεθος του πίνακα μεγαλώνει . Στην προκυμμένη περίπτωση ο A* μας δίνει 3000 λιγότερες επαναλήψεις από τον UCS.

4. Περίπτωση σε (20*20) πίνακα όπου η τιμή της ευρετικής συνάρτησης είναι 0:

Κελί εισόδου: (0,2)

Κελιά εξόδου: (12,14),(16,17)

```
The UCS algorithm was running : 1.00000001528007
The path cost for the UCS Algo is : 15.5
[(0,2): 3 , (0,3): 2 , (1,4): 2 , (2,5): 2 , (3,5): 3 , (4,6): 3 , (5,6): 3 , (6,7): 2 , (7,8): 3 , (8,9): 3 , (9,10): 2 , (10,10): 2 , (11,11): 2 , (12,12): 2 , (11,13): 3 , (12,14): 3 ]
The number of extension for UCS : 171

The Astar algorithm was running : 1.0000000148305
The path cost for the Astar Algo is : 15.5
[(0,2): 3 , (0,3): 2 , (1,4): 2 , (2,5): 2 , (3,5): 3 , (4,6): 3 , (5,6): 3 , (6,7): 2 , (7,8): 3 , (8,9): 3 , (9,10): 2 , (10,10): 2 , (11,11): 2 , (12,12): 2 , (11,13): 3 , (12,14): 3 ]
The number of extension for Astar : 171
```

Σε αυτή την περίπτωση ο αριθμός των επαναλήψεων του A* ταυτίζεται με τον UCS Καθώς δεν αντλούμε καμία πληροφορία από την ευρετική συνάρτηση .