

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Домашня контрольна робота

Виконав студ. Групи

Ткаченко Костянтин Олександрович Іп-331

Київ 2025

Ткаченко Костянтин ІП-331

варіант 21

задача 1.03

дано: $x = at + bt^2 + ct^3$ $a = 5 \text{ м/с}$ $b = 0,2 \text{ м/с}^2$ $c = 0,1 \text{ м/с}^3$ $t_1 = 2 \text{ с}$ $t_2 = 4 \text{ с}$

знайти:

1. $v(t_1)$
2. $v(t_2)$
3. $v_{\text{сер}}$

розв'язання:

1. для знаходження миттєвої швидкості потрібно взяти похідну від координати по часу: $v(t) = dx/dt = a + 2bt + 3ct^2$

підставляємо значення констант: $v(t) = 5 + 0,4t + 0,3t^2$

2. знаходимо швидкість при $t_1 = 2 \text{ с}$: $v(2) = 5 + 0,4 \cdot 2 + 0,3 \cdot 2^2 = 5 + 0,8 + 1,2 = 7 \text{ м/с}$
3. знаходимо швидкість при $t_2 = 4 \text{ с}$: $v(4) = 5 + 0,4 \cdot 4 + 0,3 \cdot 4^2 = 5 + 1,6 + 4,8 = 11,4 \text{ м/с}$
4. середня швидкість визначається як відношення переміщення до часу: $v_{\text{сер}} = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)$

знаходимо координати в моменти часу t_1 і t_2 :

$$x(2) = 5 \cdot 2 + 0,2 \cdot 2^2 + 0,1 \cdot 2^3 = 10 + 0,8 + 0,8 = 11,6 \text{ м} \quad x(4) = 5 \cdot 4 + 0,2 \cdot 4^2 + 0,1 \cdot 4^3 = 20 + 3,2 + 6,4 = 29,6 \text{ м}$$

$$v_{\text{сер}} = (29,6 - 11,6)/(4 - 2) = 18/2 = 9 \text{ м/с}$$

відповідь:

1. $v(t_1) = 7 \text{ м/с}$
2. $v(t_2) = 11,4 \text{ м/с}$
3. $v_{\text{сер}} = 9 \text{ м/с}$

задача 1.17

дано: $\varepsilon = -2 \text{ рад/с}^2$ $n_1 = 4 \text{ с}^{-1}$ $n_2 = 1,5 \text{ с}^{-1}$

знайти:

1. n - кількість обертів
2. t - час

розв'язання:

1. спочатку переведемо частоту обертання в кутову швидкість: $\omega_1 = 2\pi n_1 = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$ рад/с $\omega_2 = 2\pi n_2 = 2\pi \cdot 1,5 = 3\pi$ рад/с
2. при рівноприскореному обертанні: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ звідси знаходимо час: $t = (\omega_2 - \omega_1)/\varepsilon = (3\pi - 8\pi)/(-2) = 2,5\pi \text{ с}$
3. кількість обертів знаходимо через кут повороту φ : $\varphi = \omega_1 t + (\varepsilon t^2)/2$ $n = \varphi/(2\pi)$

підставляємо значення: $\varphi = 8\pi \cdot 2,5\pi + (-2 \cdot (2,5\pi)^2)/2$ $\varphi = 20\pi^2 - 6,25\pi^2$ $\varphi = 13,75\pi^2$ рад
 $n = 13,75\pi^2/(2\pi) = 13,75\pi/2 \approx 21,6$ обертів

відповідь:

1. $n \approx 21,6$ обертів
2. $t = 2,5\pi \text{ с} \approx 7,85 \text{ с}$

задача 1.21

дано: $m_1 = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}$ $m_2 = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}$ $t = 1 \text{ с}$ $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

знайти: s - шлях вантажів за 1 с

розв'язання:

1. оскільки нитка нерозтяжна і перекинута через нерухомий блок, то шлях, який пройдуть обидва вантажі, буде однаковим за величиною.
2. при цьому більш важкий вантаж m_2 буде опускатися, а легший m_1 - підніматися.
3. для знаходження шляху використаємо формулу рівноприскореного руху: $s = (at^2)/2$
де a - прискорення системи
4. знайдемо прискорення системи, використовуючи другий закон ньютонa: $(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$

звідси: $a = g(m_2 - m_1)/(m_1 + m_2)$ $a = 9,81(0,3 - 0,2)/(0,2 + 0,3) = 9,81 \cdot 0,1/0,5 = 1,962 \text{ м/с}^2$

5. тепер можемо знайти шлях: $s = (1,962 \cdot 1^2)/2 = 0,981 \text{ м}$

відповідь: кожен вантаж пройде шлях $s = 0,981 \text{ м}$ за першу секунду руху

задача 1.38

дано: $m_1 = 1$ кг (маховик) $m_2 = 200$ г = 0,2 кг (шків) $m_3 = 500$ г = 0,5 кг (гиря) $r = 5$ см = 0,05 м (радіус шківа) $r = 40$ см = 0,4 м (радіус маховика) $n = 5$ об/с (кінцева кутова швидкість) $g = 9,81$ м/с²

знайти: t - час досягнення заданої швидкості

розв'язання:

1. переведемо частоту обертання в кутову швидкість: $\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$ рад/с
2. момент інерції системи: $i = m_1 r^2 + m_2 r^2$ (момент інерції маховика + момент інерції шківа) $i = 1 \cdot (0,4)^2 + 0,2 \cdot (0,05)^2 = 0,16 + 0,0005 = 0,1605$ кг·м²
3. момент сили тяжіння гири: $m = m_3 g r = 0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,05 = 0,24525$ н·м
4. використаємо основне рівняння динаміки обертального руху: $m = i\varepsilon$, де ε - кутове прискорення $\varepsilon = m/i = 0,24525/0,1605 = 1,528$ рад/с²
5. при рівноприскореному обертанні з нульовою початковою швидкістю: $\omega = \varepsilon t$ $t = \omega/\varepsilon = 10\pi/1,528 \approx 20,6$ с

відповідь: $t \approx 20,6$ с

задача 1.45

дано: $m_1 = 4 \text{ кг}$ $m_2 = 4 \text{ кг}$ $v_1 = 3 \text{ м/с}$ $v_2 = -8 \text{ м/с}$ (знак мінус, бо рух назустріч)

знайти: δe - енергія деформації

розв'язання:

1. при непружному ударі частина кінетичної енергії переходить у внутрішню (енергію деформації). енергія деформації = початкова кінетична енергія - кінцева кінетична енергія
2. початкова кінетична енергія системи: $e_1 = (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)/2$ $e_1 = (4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 8^2)/2 = (36 + 256)/2 = 146 \text{ дж}$
3. для знаходження кінцевої швидкості використаємо закон збереження імпульсу:
 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$, де u - кінцева швидкість $4 \cdot 3 + 4 \cdot (-8) = 8u$ $12 - 32 = 8u$ $u = -2,5 \text{ м/с}$
4. кінцева кінетична енергія: $e_2 = (m_1 + m_2)u^2/2$ $e_2 = 8 \cdot (-2,5)^2/2 = 8 \cdot 6,25/2 = 25 \text{ дж}$
5. енергія деформації: $\delta e = e_1 - e_2 = 146 - 25 = 121 \text{ дж}$

відповідь: $\delta e = 121 \text{ дж}$

задача 1.54

дано: $r = 15 \text{ мм} = 0,015 \text{ м}$ $m = 5 \text{ г} = 0,005 \text{ кг}$ $h = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$ $h_1 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ $\rho_{\text{води}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

знайти: q - кількість теплоти

розв'язання:

1. об'єм кульки: $v = \frac{4\pi r^3}{3} = 4 \cdot 3,14 \cdot (0,015)^3 / 3 = 1,413 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$
2. сила архімеда: $f_a = \rho g v = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,413 \cdot 10^{-5} = 0,1386 \text{ н}$
3. вага кульки: $p = mg = 0,005 \cdot 9,81 = 0,049 \text{ н}$
4. початкова потенціальна енергія (на глибині h): $e_1 = (f_a - p)h = (0,1386 - 0,049) \cdot 0,3 = 0,02688 \text{ дж}$
5. кінцева потенціальна енергія (на висоті h_1): $e_2 = mgh_1 = 0,005 \cdot 9,81 \cdot 0,1 = 0,00491 \text{ дж}$
6. різниця енергій пішла на тепло: $q = e_1 - e_2 = 0,02688 - 0,00491 = 0,02197 \text{ дж}$

відповідь: $q = 0,022 \text{ дж}$ ($\approx 22 \text{ мдж}$)

задача 1.62

дано: $\varphi_0 = 0$ $x_1 = 2,4 \text{ см} = 0,024 \text{ м}$ $v_1 = 3 \text{ см/с} = 0,03 \text{ м/с}$ $x_2 = 2,8 \text{ см} = 0,028 \text{ м}$ $v_2 = 2 \text{ см/с} = 0,02 \text{ м/с}$

знайти: a - амплітуда t - період

розв'язання:

1. для гармонічних коливань справедливі рівняння: $x = a \cdot \cos(\omega t)$ $v = -a\omega \cdot \sin(\omega t)$
2. з цих рівнянь отримуємо: $v^2 + \omega^2 x^2 = a^2 \omega^2$
3. записуємо систему рівнянь для двох точок: $v_1^2 + \omega^2 x_1^2 = a^2 \omega^2$ $v_2^2 + \omega^2 x_2^2 = a^2 \omega^2$
4. прирівнюємо праві частини: $v_1^2 + \omega^2 x_1^2 = v_2^2 + \omega^2 x_2^2$
5. підставляємо значення: $(0,03)^2 + \omega^2(0,024)^2 = (0,02)^2 + \omega^2(0,028)^2$ $0,0009 + 0,000576\omega^2 = 0,0004 + 0,000784\omega^2$ $0,0005 = 0,000208\omega^2$ $\omega^2 = 2,404 \text{ с}^{-2}$ $\omega = 1,55 \text{ с}^{-1}$
6. тепер можемо знайти амплітуду з будь-якого рівняння: $a^2 \omega^2 = v_1^2 + \omega^2 x_1^2$ $a^2 = (0,03)^2 + (1,55)^2(0,024)^2$ $a^2 = 0,0009 + 0,001384$ $a = \sqrt{0,002284} = 0,0478 \text{ м} \approx 4,8 \text{ см}$
7. період знаходимо через кутову частоту: $t = 2\pi/\omega = 2 \cdot 3,14/1,55 = 4,05 \text{ с}$

відповідь: $a \approx 4,8 \text{ см}$ $t \approx 4,05 \text{ с}$

задача 1.76

дано: $v = 100$ м/с $x = 1$ м (відстань між точками з протилежними фазами)

знайти: ν - частота коливань

розв'язання:

1. точки з протилежними фазами відрізняються на π радіан. найменша відстань між такими точками дорівнює половині довжини хвилі: $x = \lambda/2$ де λ - довжина хвилі
2. звідси знаходимо довжину хвилі: $\lambda = 2x = 2 \cdot 1 = 2$ м
3. використовуємо формулу зв'язку швидкості хвилі, частоти і довжини хвилі: $v = \lambda \nu$
4. виражаємо частоту: $\nu = v/\lambda = 100/2 = 50$ гц

відповідь: $\nu = 50$ гц