

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ:
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

Διπλωματική Εργασία

του φοιτητή του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Τεχνολογίας Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής του
Πανεπιστημίου Πατρών

ΣΤΡΑΤΑΚΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

του Ιωάννη

Αριθμός Μητρώου: 7386

Θέμα

**«Κατασκευή ενσωματωμένου για την ανίχνευση,
αποθήκευση και επεξεργασία ακουστικών
βιοσημάτων »**

Επιβλέπων

Ευάγγελος Δερματάς

Αριθμός Διπλωματικής Εργασίας:

Πάτρα, (Οκτώβριος 2016)

ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Πιστοποιείται ότι η Διπλωματική Εργασία με θέμα

**«Κατασκευή ενσωματωμένου για την ανίχνευση,
αποθήκευση και επεξεργασία ακουστικών
βιοσημάτων »**

Του φοιτητή του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Τεχνολογίας Υπολογιστών

ΣΤΡΑΤΑΚΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ
του Ιωάννη

Αριθμός Μητρώου:7386

Παρουσιάστηκε δημόσια και εξετάστηκε στο Τμήμα
Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών στις
...../...../.....

Ο Επιβλέπων :

Καθηγητής Δερματάς Ευάγγελος

Ο Διευθυντής του Τομέα :

Καθηγητής Φακωτάκης Νικόλαος

Αριθμός Διπλωματικής Εργασίας:

Θέμα:

**«Κατασκευή ενσωματωμένου για την ανίχνευση,
αποθήκευση και επεξεργασία ακουστικών
βιοσημάτων »**

Φοιτητής: Στρατάκης
Κωνσταντίνος

Επιβλέπων: Ευάγγελος
Δερματάς

Περίληψη

Αντικείμενο της Διπλωματικής Εργασίας είναι η κατασκευή λογισμικού μικροεπεξεργαστή για την ανίχνευση και επεξεργασία ακουστικών βιοσημάτων. Ένα στρώμα το οποίο περιέχει πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες παράγει σήμα το οποίο δειγματοληπτείται από τον μικροεπεξεργαστή. Στην συνέχεια με κατάλληλη επεξεργασία διαχωρίζει και στέλνει το σήμα καρδιάς και αναπνοής ενός ατόμου που χρησιμοποιεί το στρώμα.

Περιεχόμενα

1.ΒΙΟΣΗΜΑΤΑ.....	6
1.2 Είδη βιοσημάτων.....	7
2.ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟΙ ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ.....	12
2.1 Γενικά στοιχεία	12
2.2 Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο	13
2.3 Μαθηματικό μοντέλο	19
2.4 Υλικά Αισθητήρων.....	22
2.5 Είδη πιεζοηλεκτρικών Αισθητήρων	23
2.6 Έξοδος αισθητήρων-Προσαρμογή σήματος.....	25
3.ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΚΑΙ ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	27
3.1 Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων.....	28
3.2 Αναδίπλωση Συχνότητας λόγω Δειγματοληψίας.....	30
4.ΦΙΛΤΡΑ ΑΠΟΚΟΠΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	33
4.1 Είδη Φίλτρων.....	33
4.2 Απόκριση και Κατηγορίες Φίλτρων Βάση Αυτής	36
4.3 Ζώνες Μετάβασης.....	40
4.4 Ακρίβεια Προσέγγισης	40
4.5 Συνάρτηση Βάρους.....	41
5. FIR ΦΙΛΤΡΑ.....	43
6. IIR ΦΙΛΤΡΑ.....	51
7.ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΦΙΛΤΡΩΝ.....	57
8.ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ & ΚΩΔΙΚΑΣ	63

1.ΒΙΟΣΗΜΑΤΑ

1.1 Ορισμός βιοσήματος

Το βιολογικό σήμα (ή βιοσήμα) είναι χωρική, χρονική, ή χωροχρονική καταγραφή ενός βιολογικού γεγονότος όπως μια παλλόμενη καρδιά ή ένας συσπώμενος μυς. Η ηλεκτρική, χημική, και μηχανική δραστηριότητα που εμφανίζεται κατά τη διάρκεια αυτού του βιολογικού γεγονότος παράγει συχνά σήματα που μπορούν να μετρηθούν και να αναλυθούν. Τα βιολογικά σήματα, επομένως, περιέχουν τις πληροφορίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εξηγήσουν τους φυσιολογικούς μηχανισμούς που υποκρύπτονται σε ένα συγκεκριμένο βιολογικό γεγονός ή ένα σύστημα. Τα βιοσήματα μπορούν να αποκτηθούν με ποικίλους τρόπους, π.χ., από το στήθοσκόπιο που χρησιμοποιεί ο γιατρός ένα για να ακούσει τον ήχο της καρδιάς ενός ασθενή ή με την χρήση των ιδιαίτερα σύνθετων και τεχνολογικά προηγμένων βιοϊατρικών οργάνων.

Στις περισσότερες περιπτώσεις, δεν αρκεί απλά η απόκτηση ενός βιολογικού σήματος. Πρέπει να αναλυθούν για να ανακτηθούν πιο σχετικές πληροφορίες απ' αυτά. Οι βασικές μέθοδοι ανάλυσης σημάτων, π.χ., ενίσχυσης, φιλτραρίσματος, ψηφιοποίησης, επεξεργασίας, και αποθήκευσης, μπορούν να εφαρμοστούν σε πολλά βιολογικά σήματα. Αυτές οι τεχνικές ολοκληρώνονται γενικά με τη χρησιμοποίηση των ψηφιακών υπολογιστών. Επιπρόσθετα σε αυτές τις γνωστές διαδικασίες, έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές ψηφιακές μέθοδοι για την ανάλυση των βιολογικών σημάτων. Σε αυτές περιλαμβάνονται ο υπολογισμός μέσου όρου σημάτων, η ανάλυση κυματιδίων, και οι τεχνικές τεχνητής νοημοσύνης.

1.2 Είδη βιοσημάτων

Τα βιοσήματα είναι πολλών διαφορετικών τύπων. Ακόλουθα περιγράφονται οι κυριότεροι τρόποι καταγραφής τους.

Βιοηλεκτρικά σήματα

Τα κύτταρα των νεύρων και των μυών παράγουν βιοηλεκτρικά σήματα που είναι τα αποτελέσματα των ηλεκτροχημικών μεταβολών εντός των κυττάρων και μεταξύ αυτών. Εάν ένα κύτταρο νεύρου ή μυός υποκινείται από ένα ερέθισμα που είναι αρκετά ισχυρό να φθάσει ένα απαραίτητο κατώφλι, το κύτταρο θα παραγάγει ένα δυναμικό δράσης. Η πλήρης δυναμικότητα δράσης, που ανηππροσωπεύει τη ροή των ιόντων στην κυτταρική μεμβράνη, μπορεί να μετρηθεί με τη χρησιμοποίηση των διακυτταρικών ηλεκτροδίων. Η δυναμικότητα δράσης που παράγεται από ένα διεγερμένο κύτταρο μπορεί να μεταδοθεί από το ένα κύτταρο στα παρακείμενα κύτταρα. Όταν πολλά κύτταρα διεγείρονται, παράγεται ένα ηλεκτρικό πεδίο και διαδίδει το σήμα μέσω του βιολογικού μέσου. Οι αλλαγές στο ενδοκυτταρικό δυναμικό μπορούν να μετρηθούν στην επιφάνεια του οργάνου ή του οργανισμού με τη χρήση ηλεκτροδίων επιφανείας. Το ηλεκτροκαρδιογράφημα (ΗΚΓ), το ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ), και το ηλεκτρομυογράφημα (ΗΜΓ) είναι παραδείγματα αυτού του φαινομένου.

Βιομαγνητικά σήματα

Διαφορετικά όργανα, συμπεριλαμβανομένης της καρδιάς, του εγκεφάλου, και των πνευμόνων, παράγουν μαγνητικά πεδία που είναι αδύνατα έναντι άλλων γεγονότων όπως οι ηλεκτρικές μεταβολές που εμφανίζονται σε αυτά. Βιομαγνητισμός είναι η μέτρηση των μαγνητικών σημάτων που συνδέονται με τη συγκεκριμένη φυσιολογική δραστηριότητα. Τα βιομαγνητικά σήματα λοιπόν μπορούν να παρέχουν πολύτιμες πρόσθετες πληροφορίες που συνήθως δεν περιλαμβάνονται στα βιοηλεκτρικά σήματα. Ακόμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να λάβουν πρόσθετες πληροφορίες για την ενδοκυτταρική δραστηριότητα.

Βιοχημικά σήματα

Τα βιοχημικά σήματα περιέχουν πληροφορίες για τα επίπεδα και τις μεταβολές των διαφόρων χημικών ουσιών στο σώμα. Για παράδειγμα, η συγκέντρωση των διαφόρων ιόντων, όπως το ασβέστιο και το κάλιο, στα κύτταρα μπορεί να

μετρηθεί και να καταγραφεί, όπως μπορούν και οι αλλαγές στις μερικές πιέσεις του οξυγόνου και του διοξειδίου του άνθρακα στο αναπνευστικό σύστημα ή το αίμα. Όλα αυτά αποτελούν βιοχημικά σήματα. Τα βιοχημικά σήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ποικίλους λόγους, όπως ο καθορισμός των επιπέδων γλυκόζης, λακτάσης και μεταβολιτών και η παροχή πληροφοριών για τη λειτουργία των διαφόρων φυσιολογικών συστημάτων.

Εμβιομηχανικά σήματα

Οι μηχανικές λειτουργίες των βιολογικών συστημάτων, που περιλαμβάνουν κίνηση, μετατόπιση, ένταση, δύναμη, πίεση, και ροή, παράγουν επίσης βιοσήματα. Η πίεση αίματος, για παράδειγμα, είναι μια μέτρηση της δύναμης που το αίμα ασκεί στα τοιχώματα των αγγείων. Οι αλλαγές στην πίεση αίματος μπορούν να καταγραφούν σαν μια κυματομορφή. Έτσι η ανοδική διαδρομή της κυματομορφής αντιστοιχεί στη συστολή των κοιλιών της καρδιάς όπως το αίμα εξωθείται από την καρδιά στο σώμα και η πίεση αίματος αυξάνει στη συστολική πίεση, τη μέγιστη πίεση αίματος. Αντίστοιχα καθοδική διαδρομή της κυματομορφής αντιστοιχεί στην κοιλιακή χαλάρωση, καθώς η πίεση αίματος παρουσιάζει πτώση στην ελάχιστη τιμή που καλείται διαστολική πίεση.

Βιοακουστικά σήματα

Τα Βιοακουστικά σήματα είναι ένα πρόσθετο υποσύνολο των βιομηχανικών σημάτων που περιλαμβάνουν κίνηση. Πολλά βιολογικά γεγονότα παράγουν ακουστικό θόρυβο. Για παράδειγμα, η ροή του αίματος μέσω των βαλβίδων στην καρδιά έχει έναν διακριτικό ήχο. Οι μετρήσεις του βιοακουστικού σήματος μιας καρδιακής βαλβίδας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να βοηθήσουν στη διαπίστωση της σωστής ή μη λειτουργίας. Το αναπνευστικό σύστημα, οι αρθρώσεις, και οι μύες παράγουν επίσης βιοακουστικά σήματα που διαδίδονται μέσω του βιολογικού μέσου και μπορούν συχνά να μετρηθούν στην επιφάνεια του δέρματος με τη χρησιμοποίηση των ακουστικών μετατροπών όπως τα μικρόφωνα και τα επταχύμετρα.

Βιοοπτικά σήματα

Τα βιοοπτικά σήματα παράγονται από τις οπτικές ιδιότητες των βιολογικών συστημάτων. Τα βιοοπτικά σήματα μπορούν να εμφανιστούν φυσικά είτε, σε μερικές περιπτώσεις, μπορούν να προκληθούν χρησιμοποιώντας μια βιοϊατρική τεχνική. Παραδείγματος χάριν, οι πληροφορίες για την υγεία ενός εμβρύου μπορούν να ληφθούν με τη μέτρηση των χαρακτηριστικών φθορισμού του αμνιακού υγρού. Η εκτίμηση της καρδιακής παροχής μπορεί να γίνει με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου διαλύσεων χρωστικών ουσιών που περιλαμβάνει

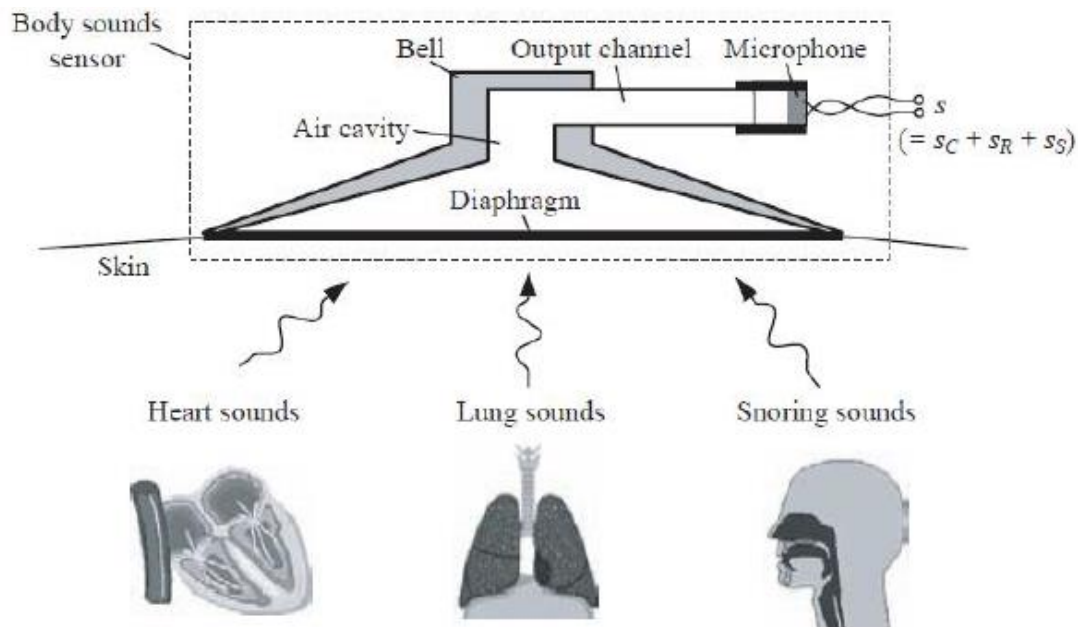
τον έλεγχο της συγκέντρωσης μιας χρωστικής ουσίας όπως επανακυκλοφορεί μέσω της κυκλοφορίας του αίματος. Στον πίνακα που ακολουθεί (Πίνακας 1.1) παρουσιάζονται μερικά από τα πιο κοινά βιολογικά σήματα με κάποια από τα χαρακτηριστικά τους.

Ταξινόμηση	Τρόπος Λήψης	Εύρος Συχνοτήτων	Δυναμικό Εύρος	Σχόλια
Δυναμικό Δράσης	Μικροηλεκτρόδια	100 Hz - 2kHz	10μV-100mV	Επεμβατική μέτρηση δυναμικού κυτταρικής μεμβράνης
Ηλεκτροεγκεφαλο-γράφημα (HEΓ)				
Επιφανείας	Ηλεκτρόδια Επιφανείας	0,5 - 100 Hz	2-100μV	
Ρυθμός Δέλτα		0,5 - 4 Hz		Παιδιά, βαθύς ύπνος και παθολογίες
Ρυθμός Θήτα		4 - 8 Hz		Κροταφικές και κεντρικές περιοχές σε κατάσταση ετοιμότητας
Ρυθμός Άλφα		8 - 13 Hz		Ξυπνητός, χαλαρός, κλειστά μάτια
Ρυθμός Βήτα		13 - 22 Hz		
Προκλητά Δυναμικά (EP)	Ηλεκτρόδια Επιφανείας		0.1-20μV	Απόκριση δυναμικού εγκεφάλου σε ερέθισμα
Οπτικά (VEP)		1 - 300 Hz	1-20μV	Καταγραφές ινιακού λοβού
Ακουστικά (AEP)		100 Hz - 3 kHz	0,5-10μV	
Σωματοαισθη-τικά (SEP)		2 Hz - 3 kHz		
Ηλεκτρομυο-γράφημα (ΗΜΓ)				
Μιας ίνας	Βελονοειδή Ηλεκτρόδια	500 Hz - 10 kHz	1-10mV	
Μιας κινητικής μονάδας	Βελονοειδή Ηλεκτρόδια	5 Hz - 10 kHz	100μV-2mV	Δυναμικά δράσης από μία μυϊκή ίνα
Επιφανειακό	Ηλεκτρόδια Επιφανείας	2 - 500 Hz	50μV-5mV	
Ηλεκτροκαρδιο-γράφημα (ΗΚΓ)	Ηλεκτρόδια Επιφανείας	0,05 - 100 Hz	1-10mV	
Πίεση αίματος	Μετατροπείς			Συνήθως η μέτρηση γίνεται επεμβατικά

Πίνακας 1.1 Κοινά βιολογικά σήματα και χαρακτηριστικά αυτών.

1.3 Φυσικά χαρακτηριστικά βιοσημάτων

Με σκοπό τον σωστό διαχωρισμό των σημάτων είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε τα βασικά ιατρικά δεδομένα που μας απασχολούν. Τα βιοιατρικά συστήματα που καθιστούν παρατηρήσιμα στον άνθρωπο τους ήχους της καρδιάς και των πνευμόνων δεν έχουν αλλάξει ριζικά από την εφεύρεση του στηθοσκοπίου. Χαρακτηριστική είναι η ακόλουθη απεικόνιση που παρουσιάζει τη λήψη σημάτων με τη χρήση του τελευταίου (Εικόνα 1.1). Οι ήχοι αυτοί μπορούν να ερμηνευθούν από τους γιατρούς , ώστε να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για την κατάσταση του ασθενούς.



Εικόνα 1.1: Λήψη σημάτων από διάφορα όργανα με χρήση στηθοσκοπίου.

Ένας κανονικός καρδιακός ρυθμός μπορεί να ηχογραφηθεί από έναν αισθητήρα με παράλληλο κράτημα της αναπνοής. Ο καρδιακός ρυθμός είναι κοντά στα 0.9 Hz , ενώ ο ρυθμός της αναπνοής είναι κοντά στα 0.2 Hz. Είναι εμφανές λοιπόν ότι οι συνιστώσες στο πεδίο της συχνότητας της καρδιάς και της αναπνοής είναι επικαλυπτόμενες. Το ίδιο όμως ενδέχεται να συμβαίνει και χρονικά , να υπάρχει δηλαδή επικάλυψη των πλατών τους, κάτι που καθιστά ακόμα πιο δύσκολο το διαχωρισμό τους.

Η βασικότερη σχέση μεταξύ καρδιακού ήχου και ήχου αναπνοής είναι η πίεση που ασκούν οι πνεύμονες λόγω αλλαγής του όγκου τους κατά την εισπνοή εκπνοή στην καρδιά και τα γύρω όργανα. Επίσης θα πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν ότι η θέση της καρδιάς είναι στην αριστερή πλευρά του ανθρώπινου σώματος. Λόγω της εσωτερικής διάταξης των οργάνων στο ανθρώπινο σώμα και τον τρόπο που οι ήχοι μεταδίδονται μέσα που αυτό τα μέγιστα ισχύος παρατηρούνται σε διαφορετικά σημεία. Λόγω της μη συμμετρικής κατασκευής του ανθρώπινου σώματος αλλά και τη διάδοση των σημάτων άλλοτε μέσω αεραγωγών και άλλοτε μέσω οργάνων είναι μη ομοιογενείς και εξαρτάται από τη συχνότητα του κάθε σήματος. Η κατανόηση της φύσης του κάθε βιοσήματος είναι βασική για την ερμηνεία του και για τη βελτιστοποίηση των τρόπων ηχογράφησης του.

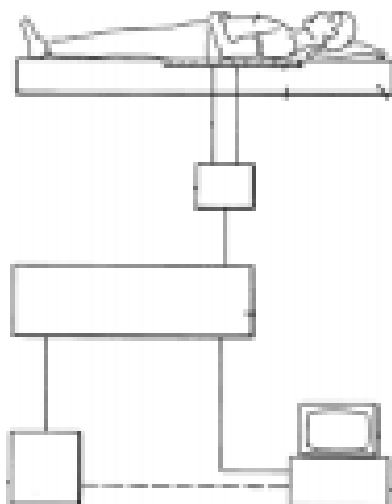
Με την ανάλυση λοιπόν της φύσης και των χαρακτηριστικών των βιοσημάτων παρατηρήθηκε η ανάγκη για σωστό διαχωρισμό με στόχο τη διάγνωση ασθενειών. Παράλληλα αναλύθηκαν όλα τα κύρια σημεία των σημάτων που βοήθησαν την ανάπτυξη κατάλληλων μέσων για την όσο το δυνατόν καλύτερη ηχογράφησή του. Σε αυτά ανήκουν οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες που αναλύονται στο κεφάλαιο που ακολουθεί.

2.ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟΙ ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ

Για την μέτρηση των ακουστικών σημάτων απαιτούνται αισθητήρες που να έχουν την ικανότητα να μετατρέπουν πολύ μικρές επιφανειακές παραμορφώσεις (της τάξης των πικομέτρων) σε ηλεκτρικά σήματα τα οποία μπορούν να ενισχυθούν και να καταγραφούν. Ο πιο συνηθισμένος τύπος αισθητήρων για τέτοιες εφαρμογές που αναλύεται στο παρόν κεφάλαιο και βασίζεται στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο είναι οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες.

2.1 Γενικά στοιχεία

Οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες είναι μία συσκευή και μέθοδος για την ανίχνευση και την καταγραφή του ροχαλητού του ασθενούς. Η συσκευή τοποθετείται πάνω από το στρώμα ενός ασθενή σε κατάσταση ύπνου.

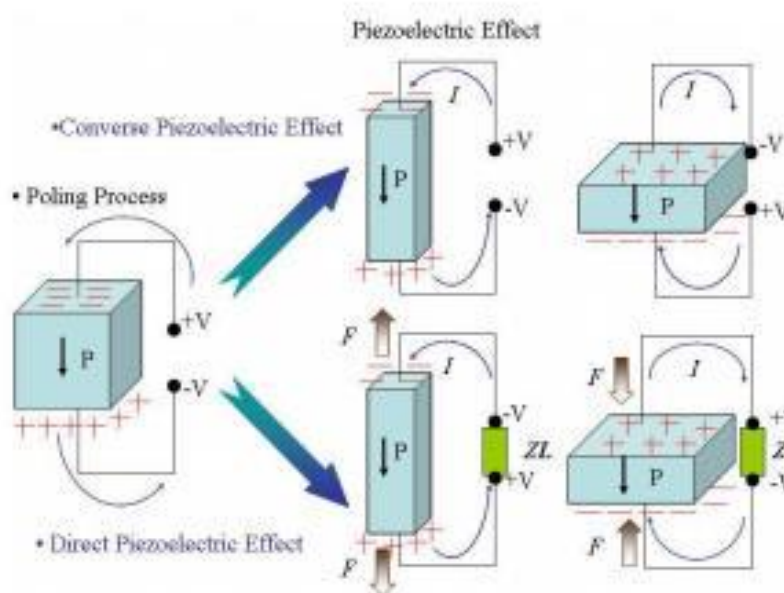


Τα σήματα που παράγονται από τον αισθητήρα μπορούν να ενισχύονται από έναν ενισχυτή και υφίστανται επεξεργασία από ένα κύκλωμα επεξεργασίας σήματος. Ο αισθητήρας μπορεί επίσης να δημιουργήσει σήματα ανιππροσωπευτικά του κύκλου αναπνοής του ασθενούς και τη γενική κυκλοφορία του ασθενούς. Το κύκλωμα επεξεργασίας σήματος μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να διακρίνει τα σήματα που παράγονται από τον αισθητήρα

και στη συνέχεια να εξάγει αυτά τα σήματα για ανάλυση. Σε αυτή την ενότητα θα δούμε τις βασικές έννοιες και σχέσεις του πιεζοηλεκτρισμού και των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων.

2.2 Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο

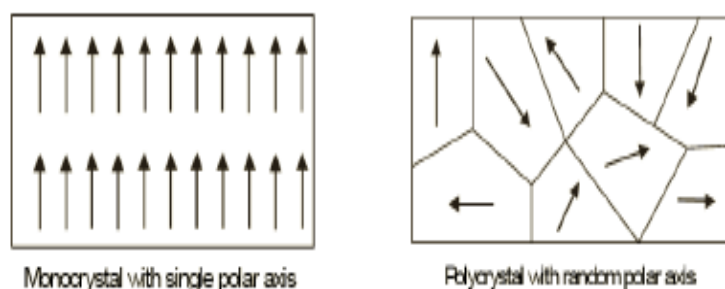
Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ανακαλύφθηκε από τους αδελφούς Jacques και Pierre Curie το 1880, οι οποίοι παρατήρησαν ότι υποβάλλοντας σε μηχανική πίεση συγκεκριμένα κρυσταλλικά υλικά, αυτά πολώνονται ηλεκτρικά και ο βαθμός πόλωσης είναι ανάλογος με την εφαρμοσμένη πίεση.



Εικόνα 2.2: Ευθύ και ανάστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο

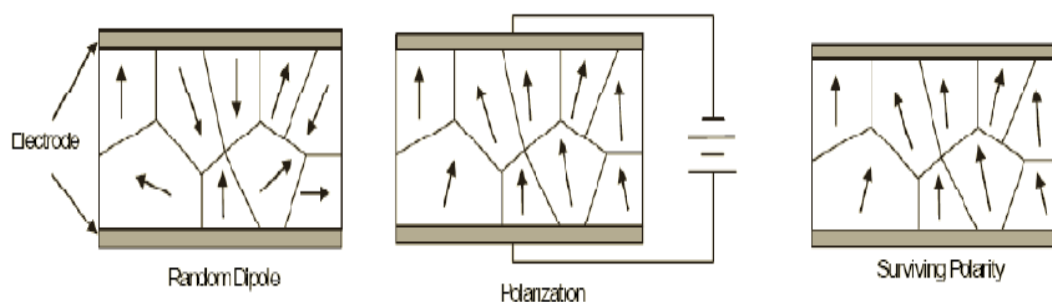
Από την αρχική ανακάλυψη των αδελφών Κιουρί (Curies) χρειάστηκαν περισσότερα από εβδομήντα χρόνια προτού χρησιμοποιηθεί το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο σε βιομηχανικές μετρητικές εφαρμογές. Από τότε αυτή η τεχνολογία μέτρησης αναπτύχθηκε σταθερά και σήμερα πλέον θεωρείται μια ώριμη και αξιόπιστη τεχνολογία. Σημαντικό κρίνεται να αναφερθεί ότι έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς σε κρίσιμης ασφάλειας μετρητικές εφαρμογές στην αεροδιαστημική, την ιατρική και την πυρηνική ενέργεια. Η ανάπτυξη της πιεζοηλεκτρικής τεχνολογίας συνδέεται άμεσα με ένα σύνολο από εγγενή πλεονεκτήματα που παρουσιάζει. Το υψηλό μέτρο ελαστικότητας πολλών πιεζοηλεκτρικών υλικών είναι συγκρίσιμο με αυτό των μετάλλων και φθάνει στα 105 N/m^2 . Αν και οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες είναι ηλεκτρομηχανικά συστήματα που ανδρούν στην συμπίεση, οι αισθητήρες παρουσιάζουν μηδενική παραμόρφωση. Αυτός είναι και ο λόγος που οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες είναι τόσο σπβαροί, και παρουσιάζουν πολύ υψηλή φυσική συχνότητα και γραμμική συμπεριφορά για

μεγάλο εύρος πλάτους. Επιπλέον δεν επηρεάζονται από ηλεκτρομαγνητικά πεδία και ακτινοβολία επιτρέποντας την χρήση τους σε αντίξοες συνθήκες. Ακόμα κάποια υλικά παρουσιάζουν σταθερότητα στη θερμοκρασία με αποτέλεσμα να μπορούν να λειτουργούν μέχρι και τους 1000°C . Το μόνο μειονέκτημα των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων είναι ότι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για πραγματικά στατικές μετρήσεις. Μια στατική δύναμη θα είχε ως αποτέλεσμα μια σταθερή ποσότητα φορτίου στο πιεζοηλεκτρικό υλικό. Χρησιμοποιώντας κοινά ηλεκτρονικά, όχι τέλεια μονωτικά υλικά, και δεδομένης της μείωσης της εσωτερικής αντίστασης του αισθητήρα, θα έχουμε συνεχή απώλεια ηλεκτρονίων με αποτέλεσμα το σήμα μας να είναι ανακριβές. Τέλος σε υψηλές θερμοκρασίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο πιεζοηλεκτρικά υλικά που διατηρούν υψηλή εσωτερική αντίσταση. Για να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι, ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό παράγει ηλεκτρικό ρεύμα όταν υποστεί μια μηχανική πίεση. Αντίστροφα προκύπτει μια μηχανική παραμόρφωση σε ένα τέτοιο υλικό όταν εφαρμοστεί ένα ηλεκτρικό πεδίο σε αυτό. Το φαινόμενο λαμβάνει χώρα σε κρυστάλλους που δεν έχουν κέντρο συμμετρίας. Αυτό γίνεται ανιληπτό από τα επιμέρους μόρια. Κάθε ένα έχει μια πολικότητα καθώς το ένα άκρο του είναι περισσότερο αρνητικά φορτισμένο, δηλαδή είναι συσσωρευμένα σε αυτό περισσότερα ηλεκτρόνια. Το άλλο άκρο είναι θετικά φορτισμένο και έτσι δημιουργείται ένα δίπολο. Σε έναν πολυκρύσταλλο συγκροτούνται διαφορετικές περιοχές πολικότητας, οι περιοχές Weiss, και η κατανομή της συνολικής πολικότητας είναι αντισυμμετρική. Αυτή ακριβώς η έλλειψη συμμετρίας είναι η βασική αιτία εκπόρευσης του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Σε μονοκρυσταλλικά υλικά στα οποία υπάρχει κέντρο συμμετρίας δεν μπορεί να προκύψει το φαινόμενο αυτό. Το παρακάτω σχήμα δείχνει την πολικότητα σε τυχαία κατάσταση για έναν μονοκρύσταλλο και έναν πολυκρύσταλλο αντίστοιχα:



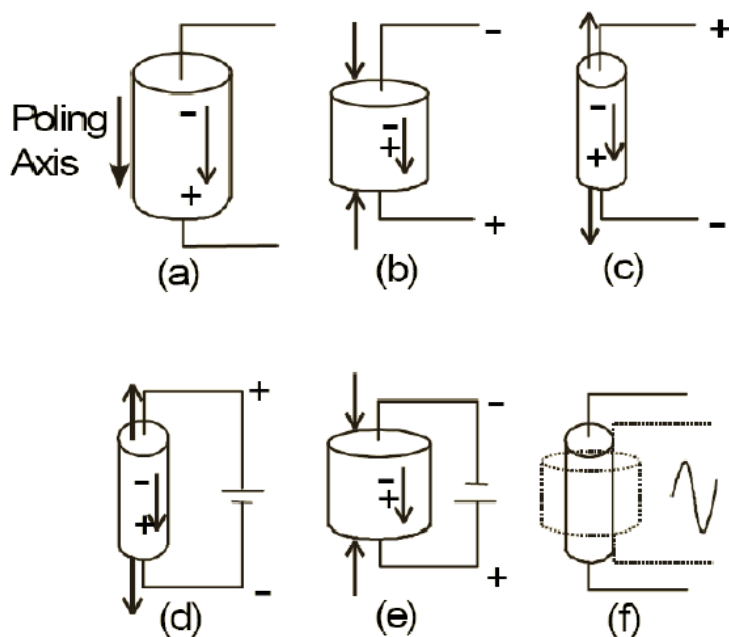
Εικόνα 3: Πολικότητα σε τυχαία κατάσταση ενός μονοκρυσταλλου κι ενός πολυκρυσταλλου

Προκειμένου να παραχθεί το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ένα πολυκρυσταλλικό υλικό θερμαίνεται υπό την επίδραση ενός ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου. Η θερμότητα επιτρέπει την αύξηση της κινητικής ενέργειας των μορίων και επιβάλλει σταδιακά ενιαία διεύθυνση για όλα τα δίπολα. Η διαίρεση σε περιοχές με διαφορετική πολικότητα παύει πλέον να υφίσταται και προκύπτει μια ενιαία περιοχή πολικότητας (Εικόνα 4).



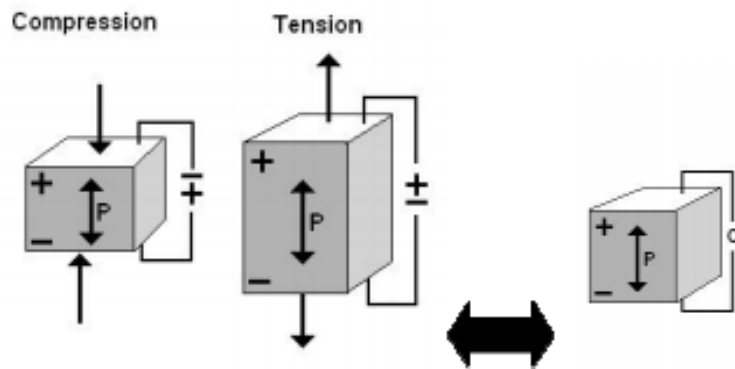
Εικόνα 4: Πόλωση μετά από θέρμανση του πολυκρυσταλλού

Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο μπορεί πλέον να παρατηρηθεί μέσα στον κρύσταλλο. Τα παρακάτω σχήματα περιγράφουν τι συμβαίνει (Εικόνα 5).



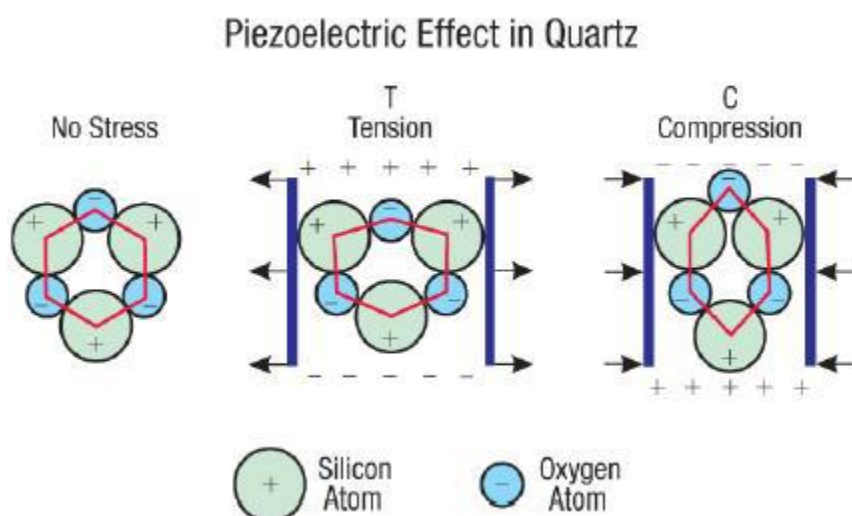
Εικόνα 5: Συμπεριφορά πιεζοηλεκτρικού υλικού σε διαφορετικά ερεθίσματα

Η εικόνα δείχνει ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό προτού αυτό υποστεί κάποια δύναμη ή εφαρμοστεί ρεύμα. Αν το υλικό συμπιεστεί (b), τότε μια τάση ίδιας πολικότητας με την τάση πόλωσης θα εμφανιστεί μεταξύ των ηλεκτροδίων. Αν το υλικό επιμηκυνθεί (c) εμφανίζεται τάση ανάστροφη ως προς την πόλωση. Αντίστροφα αν εφαρμοστεί τάση το υλικό θα παραμορφωθεί. Μια τάση ανάστροφης πόλωσης ως προς την τάση πόλωσης θα προκαλέσει διαστολή του υλικού (d). Αντίθετα μια τάση ίδιας πολικότητας προκαλεί συστολή-συμπίεση (e) του υλικού. Αν εφαρμοστεί ένα εναλλασσόμενο σήμα τότε το υλικό θα δονείται σύμφωνα με την συχνότητα του σήματος (f). Δηλαδή για κάθε χρονική στιγμή το σώμα θα συστέλλεται ή θα διαστέλλεται ανάλογα προς την πολικότητα της τάσης τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.









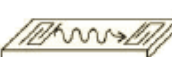

Εικόνα 6: Συμπίεση και επιμήκυνση πολυκρυστάλλου

Ο πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος αποκρίνεται (συστέλλεται ή διαστέλλεται) με διαφορετικούς τρόπους σε διαφορετικές συχνότητες του σήματος (Εικόνα 6). Προκειμένου να επιτύχουμε διαφορετικούς τρόπους δόνησης του υλικού παράγονται πιεζοκρύσταλλοι σε διάφορα σχήματα. Για την πραγματοποίηση μικρών, χαμηλού κόστους και υψηλής απόδοσης τέτοιων προϊόντων έχουν αναπτυχθεί συγκεκριμένοι τύποι δόνησης. Αυτοί λοιπόν προκύπτουν για συγκεκριμένες περιοχές συχνοτήτων. Έτσι υπάρχει δυνατότητα παραγωγής πιεζοηλεκτρικών προϊόντων που λειτουργούν-αποκρίνονται σε συχνότητες της τάξης των kHz μέχρι και την τάξη MHz. Μια σημαντική κατηγορία πιεζοηλεκτρικών υλικών είναι τα κεραμικά. Από αυτά μπορούν κατασκευαστούν με εκμετάλλευση του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου στοιχεία όπως ενεργοποιητές, και ζωνοδιαβατά φίλτρα.



Εικόνα 7: Πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο σε άτομο χαλαζία

Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τους τυποποιημένους τρόπους απόκρισης ενός πιεζοηλεκτρικού υλικού και την περιοχή συχνοτήτων στην οποία αυτό συμβαίνει. Επίσης δίνει και την αξιοποίηση σε εφαρμογές για κάθε περίπτωση. (Πίνακας 3.1)

Vibration Mode		Frequency (Hz)							Application
		1K	10K	100K	1M	10M	100M	1G	
Flexure Vibration									Piezo Buzzer
Lengthwise Vibration									KHz Filter
Area Vibration									KHz Resonator
Radius Vibration									
Thickness Shear Vibration									MHz Filter
Thickness Trapped Vibration									MHz Resonator
Surface Acoustic Wave									SAW Filter SAW Resonator
BGS Wave									SH Trap SH Resonator SH Filter

Εικόνα 8: Τυποποιημένοι τρόποι απόκρισης πιεζοηλεκτρικού υλικού και περιοχή συχνοτήτων του παρατηρούνται.

Παραδείγματα υλικών με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες είναι ο χαλαζίας (SiO_2) (Εικόνα 3.6), το αλάτι Rochelle ή Seignette (τρυγικό κάλιο νάτριο, $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), το ADP (δισόξινο φωσφορικό αμμώνιο, $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$), το ένυδρο θειικό λίθιο, ($\text{LiSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$), ο τουρμαλίνης, το συνθετικό πολυμερές PVDF (polyvinylidene difluoride), κτλ.

2.3 Μαθηματικό μοντέλο

Υπό συνθήκες ασθενούς πεδίου, οι καταστατικές εξισώσεις για ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι (Σχέσεις 2.1-2.2)

$$D_i = e_{ij}^{\sigma} E_j + d_{im}^d \sigma_m$$

$$\varepsilon_k = d_{jk}^c E_j + s_{km}^E \sigma_m$$

που γράφονται σε μορφή πινάκων (Σχέση 2.3) :

$$\begin{bmatrix} D \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\sigma} & d^d \\ d^c & s^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ \sigma \end{bmatrix}$$

Όπου το διάνυσμα D μεγέθους (3×1) είναι η ηλεκτρική μετατόπιση ($Coulomb/m^2$), ε είναι το διάνυσμα τάνυσης (6×1) - (αδιάστατο), E είναι το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο (3×1) ($Volt/m$) και το σ_m είναι το διάνυσμα πίεσης ανά μονάδα επιφάνειας (stress vector) (6×1) (N/m^2). Οι πιεζοηλεκτρικές σταθερές είναι η διηλεκτρική επιπρεπτικότητα e_{ij}^{σ} μεγέθους (3×3) ($Farad/m$), οι πιεζοηλεκτρικοί συντελεστές d_{im}^d (3×6) και d_{jk}^c (6×3) ($Coulomb/N$ ή $m/Coulomb$) και η ελαστική παραμόρφωση μεγέθους (6×6) (m^2/N). Ο πιεζοηλεκτρικός συντελεστής d_{jk}^c ($m/Volt$) προσδιορίζει την τάνυση ανά μονάδα πεδίου σε σταθερή καταπόνηση και ο d_{im}^d ($Coulomb/N$) προσδιορίζει την ηλεκτρική μετατόπιση ανά μονάδα δύναμης σε σταθερό ηλεκτρικό πεδίο. Οι δείκτες c και d έχουν προστεθεί για να διαφοροποιείται το ευθύ από το ανίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, αν και στην πράξη είναι αριθμητικά ίσοι. Οι δείκτες σ και E υποδεικνύουν ότι το μέγεθος μετράται υπό σταθερή δύναμη και σταθερό ηλεκτρικό πεδίο αντίστοιχα. Για ένα φύλλο πιεζοηλεκτρικού υλικού, η κατεύθυνση πόλωσης, η οποία είναι συνήθως κατά μήκος του πάχους υποδηλώνεται καθώς οι άξονες είναι στο επίπεδο του φύλλου. Ο πίνακας d_{jk}^c μπορεί να εκφραστεί ως (Σχέση 2.4):

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Όπου οι συντελεστές d_{31} , d_{32} και d_{33} σχετίζουν την κανονική τάνυση στις διευθύνσεις 1, 2, 3 αντίστοιχα με ένα πεδίο κατά μήκος της διεύθυνσης πόλωσης E_3 . Οι συντελεστές d_{15} και d_{24} σχετίζουν την εγκάρσια τάνυση στο επίπεδο 1-3 με το πεδίο E_1 και την εγκάρσια τάνυση στο επίπεδο 2-3 στο πεδίο E_2 αντιστοίχως. Σημειώνεται ότι δεν είναι δυνατόν να διατηρηθεί εγκάρσια τάνυση στο επίπεδο 1-2 με απλή εφαρμογή ενός ηλεκτρικού πεδίου. Γενικά, ο πίνακας της παραμόρφωσης είναι της μορφής (Σχέση 2.5):

$$S^E = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας επιτρεπτότητας είναι της μορφής (Σχέση 2.6):

$$e^\sigma = \begin{bmatrix} e^\sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & e^\sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e^\sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Το διάνυσμα πίεσης ανά μονάδα επιφάνειας γράφεται ως (Σχέση 2.7):

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

Η εξίσωση (2.1) είναι η εξίσωση αισθητήρα και η εξίσωση (2.2) είναι η εξίσωση του ενεργοποιητή. Εφαρμογές ενεργοποιητή βασίζονται στον αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Ο ενεργοποιητής είναι ενσωματωμένος σε μια διάταξη και ένα εξωτερικό πεδίο εφαρμόζεται σε αυτό και έχει ως αποτέλεσμα ένα πεδίο τάσης. Οι εφαρμογές αισθητήρων βασίζονται στο ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Ο αισθητήρας εκτίθεται σε ένα πεδίο πίεσης ανά μονάδα επιφάνειας και αποκρίνεται παράγοντας ένα φορτίο, το οποίο μετράται. Στην περίπτωση του αισθητήρα, όπου το εφαρμοζόμενο εξωτερικό πεδίο είναι μηδενικό η εξίσωση (2.3) γίνεται (Σχέση 2.8):

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

Η εξίσωση (2.8) συνοψίζει την αρχή λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων. Ένα πεδίο πίεσης ανά μονάδα επιφάνειας προκαλεί μια ηλεκτρική μετατόπιση ως αποτέλεσμα το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενου. Σημειώνεται ότι η εγκάρσια καταπόνηση στο επίπεδο 1-2, σ_6 δεν έχει δυνατότητα παραγωγής κάποιας ηλεκτρικής απόκρισης.

Η ηλεκτρική μετατόπιση D σχετίζεται με το παραγόμενο φορτίο μέσω της σχέσης 2.9:

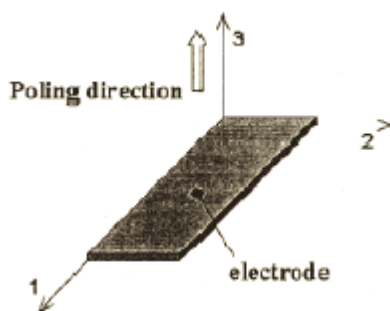
$$q = \iint [D_1 \ D_2 \ D_3] \begin{bmatrix} dA_1 \\ dA_2 \\ dA_3 \end{bmatrix}$$

Όπου τα dA_1 , dA_2 , dA_3 είναι τα συστατικά της περιοχής ηλεκτροδίου στα επίπεδα 2-3, 1-3 και 1-2 αντίστοιχα. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι το συλλεγόμενο φορτίο q εξαρτάται μόνον από τα συστατικά της απειροστής επιφάνειας ηλεκτροδίου ανάλογα με την μετατόπιση D . Το φορτίο q και η τάση που παράγονται κατά μήκος των ηλεκτροδίων του αισθητήρα V_c σχετίζονται μέσω της χωρητικότητας του αισθητήρα C_p ως εξής (Σχέση 2.10):

$$V_c = \frac{q}{C_p}$$

Έτσι λοιπόν, με μέτρηση του παραγόμενου φορτίου από το πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την πίεση ανά μονάδα επιφάνειας στο υλικό. Από αυτές τις πιές, γνωρίζοντας την παραμόρφωση του υλικού, υπολογίζεται η τάνυση.

Μια συνήθης μορφή αισθητήρων με μορφή φύλλων με τις δύο τους όψεις επικαλυμμένες με λεπτά στρώματα ηλεκτροδίου (Εικόνα 2.7). Οι άξονες 1 και 2 του πιεζοηλεκτρικού υλικού είναι στο επίπεδο του φύλλου. Στην περίπτωση ενός μονοαξονικού πεδίου καταπόνησης, η σχέση μεταξύ τάνυσης και παραγόμενου φορτίου είναι απλή. Ωστόσο, στην περίπτωση μιας γενικής επίπεδης πίεσης ανά μονάδα επιφάνειας στο επίπεδο 1-2 η σχέση περιπλέκεται με την παρουσία του όρου d_{32} στον πίνακα d_d .



Εικόνα 9: Συνήθης μορφή αισθητήρων με μορφή φύλλων

2.4 Υλικά Αισθητήρων

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χωρίζονται σε μονοκρυσταλλικά, όπως είναι ο χαλαζίας, και πολυκρυσταλλικά, όπως είναι διάφορα κεραμικά. Αν και μερικοί πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι όπως ο χαλαζίας και το αλάτι rochelle εμφανίζονται στη φύση τα περισσότερα είναι τεχνητά. Ωστόσο για να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πράξη πρέπει να προσανατολιστούν και να κοπούν σε συγκεκριμένες κρυσταλλογραφικές διευθύνσεις. Ο χαλαζίας χρησιμοποιείται εκτενώς σε επιταχυνσιόμετρα. Το θειικό λίθιο (Li_2SO_4) και ο τουρμαλίνης είναι

δύο πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι που χρησιμοποιούνται σε εμπορικά υδρόφωνα. Το αλάτι Rochelle salt έχει περιορισμένη χρήση ως ένας τύπος sonic blast sensor. Το Νιοβικό λίθιο (LiNbO_3) και το τανταλικό λίθιο (LiTaO_3) χρησιμοποιούνται ως ακουστικοί αισθητήρες σε υψηλές θερμοκρασίες αφού και οι δύο παρέχουν υψηλή ευαισθησία για θερμοκρασίες ακόμα και ως 400°C . Άλλοι κρύσταλλοι με καλή θερμική ευστάθεια περιλαμβάνουν τους perovskite layer structure (PLS) ferroelectrics, όπως οι $\text{Sr}_2\text{Nb}_2\text{O}_7$ και $\text{La}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ οι οποίοι έχουν θερμοκρασίες Curie 1342°C και 1500°C . Πολικά υαλικά κεραμικά υλικά τα οποία αναπτύσσονται με συνήθης διαδικασίες ανάπτυξης κρυστάλλων χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές υδροφώνων. Λόγω των σταθερών πιεζοηλεκτρικών ιδιοτήτων οι φυσικοί κρύσταλλοι χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου κάποιο μέγεθος πρέπει να μετράται για μεγάλες χρονικές περιόδους.

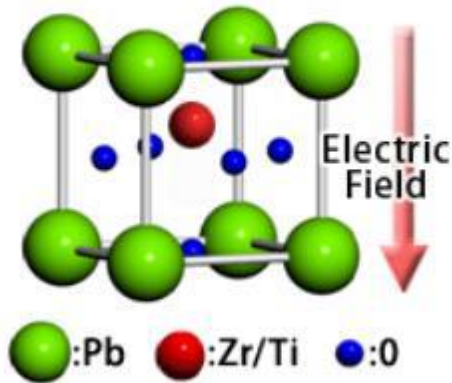
Το πρώτο πολυκρυσταλλικό φεροηλεκτρικό κεραμικό ήταν το Τιτανιούχο Βάριο (BaTiO_3), το οποίο έχει την δομή perovskite και ανακαλύφθηκε ανεξάρτητα από ερευνητές στις Η.Π.Α, την Ιαπωνία και την Πρώην Σοβιετική Ένωση το 1943. Η ανωτερότητα του σε σχέση με τους μονοκρυστάλλους αναγνωρίστηκε άμεσα και ήταν το σημαντικότερο ηλεκτροκεραμικό υλικό μέχρι την ανακάλυψη του σύνθετου κεραμικού μολύβδου-ζirkονίου-τιτανίου (lead zirconate titanate - PZT) το 1954 από τους Jaffe et al.

2.5 Είδη πιεζοηλεκτρικών Αισθητήρων

Αισθητήρες PZT

Ο πλέον διαδεδομένος τύπος των πιεζοκεραμικών, Lead Zirconate Titanates είναι συμπαγείς μορφές συχνά εμπλουτισμένες με άλλες ουσίες ώστε να αποκτήσουν συγκεκριμένες ιδιότητες. Αυτά τα κεραμικά παράγονται με ανάμειξη ποσότητας οξειδίων lead, zirconium και titanium και θέρμανση του μίγματος στους $800-1000^\circ\text{C}$. Αυτά ανηδρούν σχηματίζοντας την σκόνη PZT (Εικόνα 3.8). Κατά την διάρκεια της ψύξης, το υλικό υφίσταται μετατροπή από παραηλεκτρικό σε φεροηλεκτρικό και η κυβική μονάδα γίνεται τετράγωνη. Σαν αποτέλεσμα η μοναδιαία δομή επιμηκύνεται σε μία κατεύθυνση και έχει και έχει μια μόνιμη διπολική ροπή προσανατολισμένη κατά μήκος του μεγάλου άξονα. Το μη πολωμένο κεραμικό υλικό αποτελείται από πολλές τυχαία προσανατολισμένες περιοχές και γι αυτό δεν έχει καθόλου συνολική πόλωση. Η εφαρμογή ενός υψηλού πεδίου έχει ως αποτέλεσμα την ευθυγράμμιση των περισσοτέρων στοιχειωδών περιοχών όσο το δυνατόν παράλληλα στο εφαρμοζόμενο πεδίο. Αυτή η διαδικασία λέγεται πόλωση και δίνει στο κεραμικό μόνιμη συνολική πόλωση. Το υλικό σε αυτήν την κατάσταση παρουσιάζει τόσο το ευθύ όσο και αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.

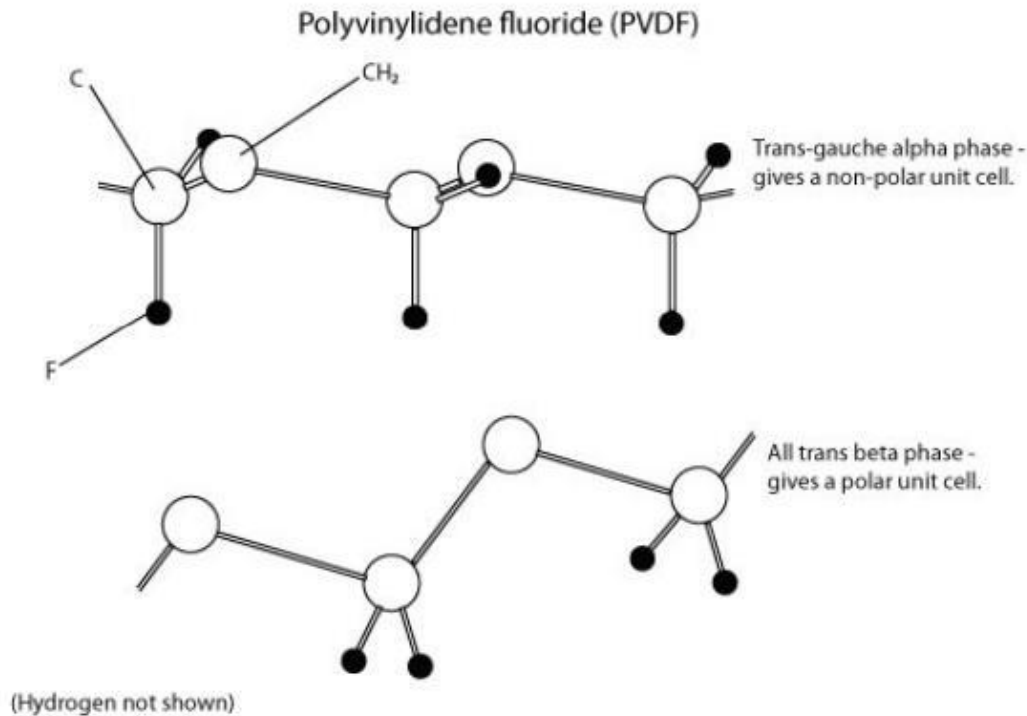
Crystal structure of PZT(FER)
(Lead Zirconium Titanium/ $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$)



Εικόνα 10:Κρυσταλλική δομή ατόμου PZT

Αισθητήρες PVDF

Το PVDF είναι ένα πολυμερές που αποτελείται από μακριές αλυσίδες του επαναλαμβανόμενου μονομερούς $(-\text{CH}_2-\text{CF}_2-)$. Τα άτομα υδρογόνου είναι θετικά φορτισμένα και τα άτομα fluorine αρνητικά σε αντιστοιχία με τα άτομα carbon και αυτό αφήνει κάθε στοιχειώδες μονομερές με μια κληρονομημένη διπολική ροπή. Το φιλμ παράγεται με στερεοποίηση του από τηγμένη κατάσταση, το οποίο τότε διαμορφώνεται σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση και τελικά πολώνεται. Στην υγρή φάση, οι μεμονωμένες πολυμερείς αλυσίδες είναι ελεύθερες να πάρουν οποιονδήποτε προσανατολισμό και έτσι ένας δεδομένος όγκος υγρού δεν έχει συνολική ροπή. Μετά την στερεοποίηση και προσανατολισμό του φιλμ οι πολυμερείς αλυσίδες είναι κατά βάση ευθυγραμμισμένες στη φορά που τους δίνεται. Αυτό σε συνδυασμό με την πόλωση προδίδει στο φιλμ μόνιμη διπολική ροπή και πλέον συμπεριφέρεται σαν πιεζοηλεκτρικό υλικό. (Εικόνα 2.9) Η διαδικασία που προσανατολίζει τις πολυμερείς αλυσίδες σε συγκεκριμένη κατεύθυνση καθιστά το υλικό πιεζοηλεκτρικά ορθοτροπικό; το οποίο σημαίνει $d_{31}=d_{32}$. Η κατεύθυνση της επιμήκυνσης θεωρείται η 1. Για μικρές καταπονήσεις u964 το υλικό θεωρείται μηχανικά ισοτροπικό.

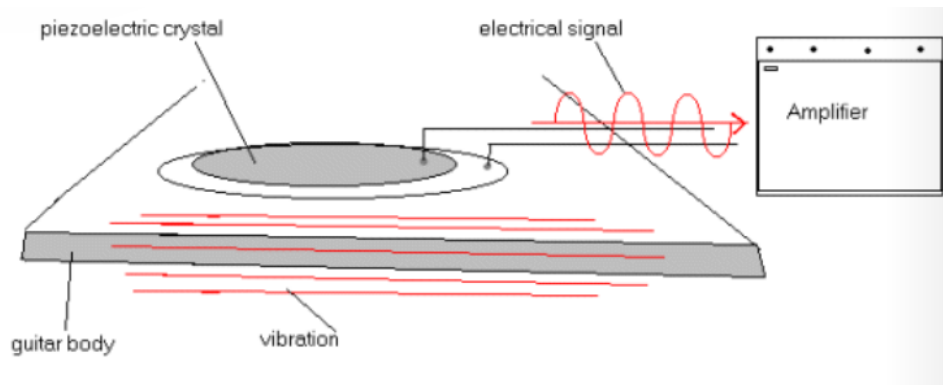


Εικόνα 11: Άτομο PVDF πριν και μετά την πόλωση.

Το Young module των PZT υλικών είναι συγκρίσιμο με αυτό του αλουμινίου ενώ το PVDF είναι το 1/12 του αλουμινίου. Έτσι είναι πιο κατάλληλο για εφαρμογές αισθητήρων αφού είναι λιγότερο πιθανό να επηρεαστεί η δυναμική της δομής. Είναι επίσης πολύ εύκολο να σχηματίσεις το PVDF φιλμ σε όποια επιθυμητή κατεύθυνση. Αυτά τα χαρακτηριστικά τα κάνουν πιο ελκυστικά για εφαρμογές αισθητήρων σε σύγκριση με τα PZT, παρά τους χαμηλότερους συντελεστές (1/10 των PZT). Επίσης το PVDF είναι πυροηλεκτρικό και αυτό σημαίνει λειτουργία υψηλά εξαρτώμενη από την θερμοκρασία σε σχέση με τους αισθητήρες PZT.

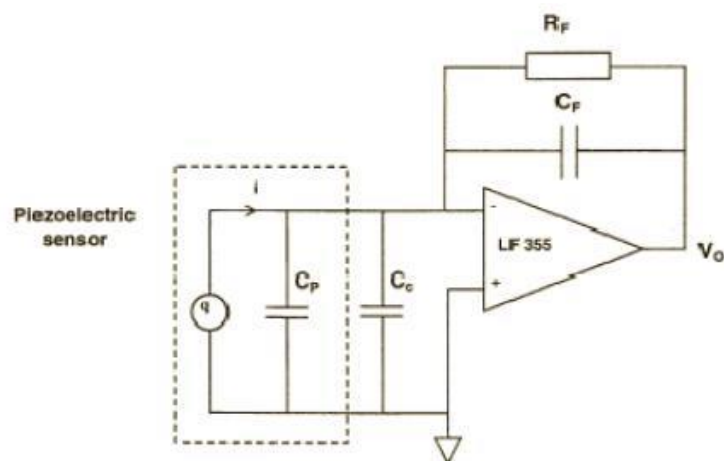
2.6 Έξοδος αισθητήρων-Προσαρμογή σήματος

Η έξοδος του πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα πρέπει να περάσει μέσα από κάποια ηλεκτρονικά προσαρμογής σήματος προκειμένου να μετρηθεί με ακρίβεια η τάση που παράγεται. Αυτό συμβαίνει γιατί ο πιεζοηλεκτρικός αισθητήρας έχει μια πολύ υψηλή εμπίεση εξόδου, ενώ το όργανο μέτρησης, π.χ. ένα βολτόμετρο έχει μια εμπίεση εισόδου της τάξης των μερικών ΜΩ-που είναι πολύ χαμηλή σε σχέση με την εμπίεση εξόδου του αισθητήρα. Οι περισσότεροι παλμογράφοι και συστήματα επίκτησης πληροφορίας έχουν εμπίεση εισόδου του 1ΜΩ.



Εικόνα 12: Έξοδος πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα και ενισχυτής.

Ο πρωταρχικός σκοπός του συστήματος προσαρμογής σήματος είναι να παρέχει ένα σήμα με χαμηλή εμπέδηση εξόδου, ενώ ταυτόχρονα να έχει υψηλή εμπέδηση εισόδου στον πιεζοηλεκτρικό αισθητήρα. Ένας τρόπος να επιτευχθεί αυτό είναι να βραχυκυκλωθούν τα ηλεκτρόδια με την κατάλληλη αντίσταση και να μετρηθεί το ρεύμα που ρέει μέσω της αντίστασης με την μέθοδο ακολούθου τάσης. Εφόσον το ρεύμα είναι ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου, μετρώντας το ρεύμα που ρέει μέσω του αισθητήρα είναι ισοδύναμο με απευθείας μέτρηση του ρυθμού τάνυσης. Αυτή η μέθοδος αναπτύχθηκε από τους Lee και O'sullivan, στην οποία το ρεύμα μετράται με την μέθοδο ενισχυτή ρεύματος.



Εικόνα 13: Κύκλωμα προσαρμογής σήματος.

Από τα παραπάνω λοιπόν είναι εμφανές ότι τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι η βάση για έξυπνες λύσεις σε εφαρμογές αισθητήρα. Έχει βρεθεί ότι οι επιδόσεις των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων είναι πολύ ανώτερη αυτής των συμβατικών οργάνων μέτρησης καθώς χρειάζεται πολύ λιγότερη προσαρμογή σήματος, ειδικά σε εφαρμογές που αφορούν χαμηλά επίπεδα τάνυσης και υψηλά θορύβου. Τις δυνατότητες που προσφέρουν οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες θα εκμεταλλευτούμε στα πλαίσια της εργασίας αυτής.

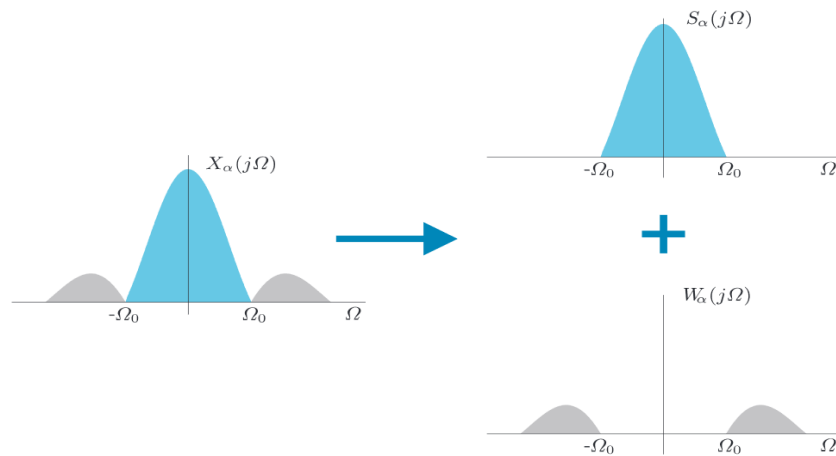
3.ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΚΑΙ ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιώντας πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες, των οποίων τα χαρακτηριστικά προαναφέρθηκαν, προσλαμβάνεται το σήμα εισόδου από το οποίο με κατάλληλη επεξεργασία διαχωρίζεται το σήμα καρδίας και της αναπνοής. Οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται αποτελούν μέρος της κλασικής επεξεργασίας σήματος.

Το σήμα εισόδου είναι ένα άθροισμα σήματος πληροφορίας και θορύβου. Η επεξεργασία στην περίπτωση αυτή αποσκοπεί στην απομάκρυνση του θορύβου και στην αποκάλυψη του σήματος πληροφορίας. Ουσιαστικά δηλαδή, με την επεξεργασία, το διαθέσιμο σήμα αναλύεται στις δύο συνιστώσες του (πληροφορία και θόρυβος), από τις οποίες, φυσικά, διατηρείται μόνο το σήμα πληροφορίας. Κάθε σήμα μπορεί να αναλυθεί σε άθροισμα δύο διαφορετικών σημάτων με διαφορετικούς τρόπους. Υπάρχει μάλιστα απειρία συνδυασμών σημάτων, τα οποία, όταν αθροιστούν, καταλήγουν στο ίδιο σήμα. Εάν, επομένως, δεν υπάρχει καμία επιπλέον πληροφορία, οι συνδυασμοί αυτοί είναι απόλυτα ισοδύναμοι και δεν υπάρχει λόγος να προτιμήσουμε κάποιον περισσότερο από κάποιον άλλο. Το πρόβλημα, επομένως, της ανάλυσης του σήματος και ως εκ τούτου της εύρεσης του σήματος πληροφορίας καθίσταται ανεπίλυτο. Προκειμένου να καταλήξουμε σε μια μοναδική ανάλυση του διαθέσιμου σήματος είναι φανερό ότι απαιτείται ο προσδιορισμός κάποιων επιπλέον χαρακτηριστικών των σημάτων πληροφορίας και θορύβου. Ως γνωστόν, πέρα από την περιγραφή ενός σήματος στο πεδίο του χρόνου υπάρχει, εναλλακτικά, και η περιγραφή στο πεδίο της συχνότητας. Το συχνотικό περιεχόμενο $X_a(j\Omega)$ ενός σήματος $x_a(t)$ υπολογίζεται με τη βοήθεια του Μετασχηματισμού Fourier

$$X_a(j\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t) dt$$

Όπου $\Omega=2\pi f$ συμβολίζει την κυκλική συχνότητα. Από τη θεωρία του μετασχηματισμού Fourier γνωρίζουμε ότι το συχνотικό περιεχόμενο ενός σήματος δηλώνει ποιες συχνότητες περιέχει το σήμα καθώς και την κατανομή ενέργειας ανά συχνότητα. Προκειμένου να διακρίνουμε το σήμα πληροφορίας από τον θόρυβο, θα κάνουμε την ακόλουθη σημαντική υπόθεση. Το σήμα πληροφορίας και ο θόρυβος δεν περιέχουν κοινές συχνότητες, δηλαδή πληροφορία και θόρυβος διαχωρίζονται μέσω των συχνοτήτων τους. Επομένως, εάν οι συχνότητες του σήματος πληροφορίας και του θορύβου, είναι γνωστές, χάρη στη Βασική Υπόθεση, αρκεί να απομακρύνουμε τις συχνότητες του θορύβου από το διαθέσιμο σήμα, ώστε να προκύψει το επιθυμητό σήμα πληροφορίας. Συνήθως οι συχνότητες για κάθε είδος σήματος εμφανίζονται σε συχνотικές ζώνες. Π.χ. στην εικόνα 14 το διαθέσιμο σήμα $x_a(t)$, με συχνотικό περιεχόμενο $X_a(j\Omega)$, είναι άθροισμα του σήματος πληροφορίας $s_a(t)$, με συχνотικό περιεχόμενο $S_a(j\Omega)$ (κυανό), και του θορύβου $w_a(t)$ με αντίστοιχο συχνотικό περιεχόμενο $W_a(j\Omega)$ (γκρι). Παρατηρούμε ότι το σήμα πληροφορίας διαθέτει συχνότητες στη ζώνη $[0, \Omega_0]$, ενώ ο θόρυβος στην $[\Omega_0, \infty)$. Στη γενικότερη περίπτωση, βέβαια, κάθε είδος σήματος μπορεί να διαθέτει περισσότερες από μια ζώνες.



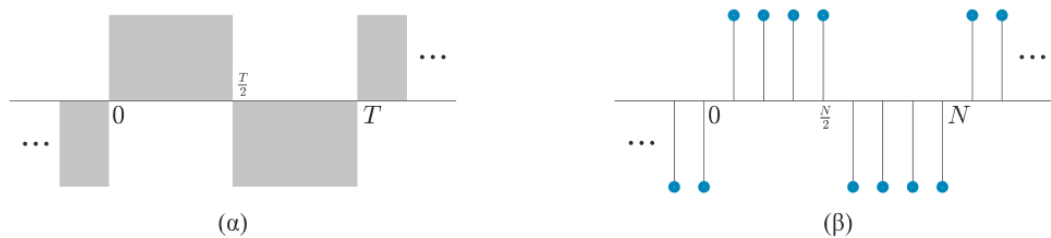
Εικόνα 14

Με τη βοήθεια των συνοπτικών ζωνών, όπως διαπιστώνουμε και από το παράδειγμα του σχήματος, ο διαχωρισμός του σήματος $X_\alpha(j\Omega)$ σε σήμα πληροφορίας $S_\alpha(j\Omega)$ και θόρυβο $W_\alpha(j\Omega)$ είναι άμεσος και μονοσήμαντος. Το σημαντικό μάλιστα είναι ότι η εν λόγω ανάλυση γίνεται δυνατή με απλή γνώση μόνο των συχνοτικών ζωνών $[0, \Omega_0]$ και $[\Omega_0, \infty)$ (και φυσικά του προς επεξεργασία σήματος $x_\alpha(t)$) δίχως τα συχνοτικά περιεχόμενα $S_\alpha(j\Omega)$, $W_\alpha(j\Omega)$ πληροφορίας και θορύβου να είναι απαραίτητα (αφού άλλωστε είναι τα ζητούμενα).

3.1 Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων

Μείζονος σημασίας είναι η κατανόηση των διαφορών και των σχέσεων μεταξύ των αναλογικών και ψηφιακών σημάτων, καθ' ότι η επίλυση προβλημάτων με ψηφιακά σήματα προερχόμενα από δειγματοληψία αναλογικών θα ήταν αδύνατη.

Η βασικότερη ίσως διαφορά μεταξύ σημάτων συνεχούς και διακριτού χρόνου έγκειται στο γεγονός ότι οι συχνότητες των αναλογικών σημάτων παίρνουν τιμές στο διάστημα $[0, \infty)$, ενώ οι αντίστοιχες των ψηφιακών περιορίζονται στο $[0, 1/2]$. Προκειμένου να γίνει κατανοητός ο λόγος στον οποίο οφείλεται η διαφορά αυτή, θα παρουσιάσουμε ένα παράδειγμα περιοδικού σήματος για την περίπτωση του συνεχούς και του διακριτού χρόνου. Έστω η περιοδική ταλμοσειρά της Εικόνας 15. Είναι φανερό ότι η δημιουργία συχνοτήτων στο εν λόγω σήμα οφείλεται στην αλλαγή των πιμών από θετικές σε αρνητικές



Εικόνα 15

Στον συνεχή χρόνο είναι πάντοτε δυνατό να δημιουργήσουμε εναλλαγή από θετικές σε αρνητικές πμές, οσοδήποτε μικρή και να είναι η περίοδος. Επομένως, αφού η περίοδος T ικανοποιεί $0 < T \leq \infty$, συμπεραίνουμε ότι η αναλογική συχνότητα $f=1/T$ βρίσκεται μεταξύ των ορίων $0 \leq f < \infty$. Στο διακριτό χρόνο η περίοδος N παίρνει ακέραιες πμές. Ως εκ τούτου η μικρότερη δυνατή περίοδος που επιτρέπει εναλλαγή αντιστοιχεί στην επιλογή $N=2$. Συνεπώς, για τον διακριτό χρόνο συμπεραίνουμε ότι η περίοδος N βρίσκεται μεταξύ των ορίων $2 \leq N \leq \infty$, με αποτέλεσμα η αντίστοιχη συχνότητα $\lambda=1/N$ να περιορίζεται στα όρια $0 \leq \lambda \leq 1/2$. Εάν, αντί των κανονικών συχνοτήτων, θεωρήσουμε τις **κυκλικές συχνοότητες**, τότε τις μεν αναλογικές θα τις συμβολίζουμε με Ω όπου $\Omega = 2\pi f$ ενώ αυτές του διακριτού χρόνου με ω όπου $\omega = 2\pi \lambda$. Τα όρια των κυκλικών συχνοτήτων είναι αντίστοιχα $0 \leq \Omega < \infty$ και $0 \leq \omega \leq \pi$. Εάν τέλος επιτρέψουμε και αρνητικές συχνοότητες, πράγμα που επιβάλλεται από τον μετασχηματισμό Fourier, τότε $-\infty < f, \Omega < \infty$, ενώ $-1/2 < \lambda \leq 1/2$ και $-\pi < \omega \leq \pi$. Το σημαντικό επομένως συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι στα σήματα διακριτού χρόνου το βασικό συχνοτικό διάστημα είναι το $(-1/2, 1/2]$ ή αντίστοιχα για κυκλικές συχνοότητες το $(-\pi, \pi]$, σε αντίθεση με τα αναλογικά σήματα, στα οποία το συχνοτικό διάστημα είναι ολόκληρη η πραγματική γραμμή.

Έστω ένα αναλογικό σήμα $x_a(t)$, το οποίο δειγματοληπτούμε με κανονική δειγματοληψία στις χρονικές στιγμές $t_n = nTs$, όπου n ακέραιος, δημιουργώντας ένα ψηφιακό σήμα x_n που ικανοποιεί

$$x_n = x_a(nTs).$$

Το Ts καλείται **περίοδος δειγματοληψίας** και ο αντίστροφός του $f_s = 1/Ts$, **συχνότητα δειγματοληψίας**. Ως γνωστόν, στα αναλογικά σήματα, οι συχνότητες μετρούνται σε Hz (κύκλοι/sec). Στα σήματα διακριτού χρόνου οι συχνότητες είναι κανονικοποιημένες και δεν έχουν μονάδες, αφού δεν αναφέρονται σε πραγματικό χρόνο αλλά σε δείγματα. Όταν, ωστόσο, το διακριτό σήμα προέρχεται από δειγματοληψία αναλογικού σήματος, είναι δυνατό τις συχνότητες να τις μετράμε σε Hz, κάνοντας αναφορά στην χρονική κλίμακα του αναλογικού σήματος. Στην περίπτωση αυτή, η σχέση μιας κανονικοποιημένης

συχνότητας λ στο διακριτό χρόνο και της αντίστοιχης έκδοσής της f στον αναλογικό είναι η ακόλουθη

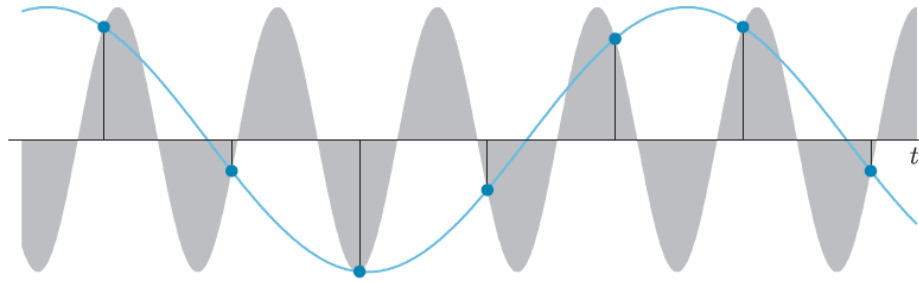
$$f = \lambda \cdot f_s = \lambda \cdot 1/T_s.$$

Παρατηρούμε ότι όλες οι συχνότητες f του δειγματοληπτημένου σήματος βρίσκονται στο διάστημα $(-f_s/2, f_s/2]$, αφού οι κανονικοποιημένες εκδόσεις τους ανήκουν στο διάστημα $(-1/2, 1/2]$. Με άλλα λόγια, οι συχνότητες ενός δειγματοληπτημένου σήματος δεν μπορούν να υπερβούν το ήμισυ της συχνότητας δειγματοληψίας.

3.2 Αναδίπλωση Συχνότητας λόγω Δειγματοληψίας

Όπως διευκρινίσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ο διαχωρισμός πληροφορίας και θορύβου γίνεται μέσω του συχνοτικού περιεχομένου και της Βασικής Υπόθεσης. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι οι συχνοτικές ζώνες πληροφορίας και θορύβου δεν είναι επικαλυπτόμενες. Είναι επομένως σημαντικό ο διαχωρισμός αυτός να διατηρηθεί και στο σήμα που θα προκύψει μετά τη δειγματοληψία, ώστε να είναι δυνατή η επιτυχής επεξεργασία του σήματος.

Έστω το σήμα $x_a(t) = \cos 2\pi f_0 t$ με αναλογική συχνότητα f_0 , το οποίο, μετά από δειγματοληψία, μετατρέπεται στο $x_n = \cos 2\pi f_0 T_s n$ ψηφιακής συχνότητας $\lambda_0 = f_0 T_s = f_0 f_s$. Παρατηρούμε ότι η αντιστοιχία μεταξύ αναλογικής και ψηφιακής συχνότητας φαίνεται να είναι ένα προς ένα, υποδηλώνοντας ότι, ναι μεν υπάρχει μεταβολή, αλλά όχι απώλεια συχνοτικής πληροφορίας. Με ένα απλό παράδειγμα θα διαπιστώσουμε ότι το συμπέρασμα αυτό είναι εντελώς λανθασμένο. Στην Εικόνα 16 παρουσιάζεται ένα ημιτονικό σήμα (γκρι) συχνότητας $f_0 = 0.8$, το οποίο δειγματοληπτείται με περίοδο $T_s = 1$. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το ψηφιακό σήμα θα έπρεπε να έχει συχνότητα $\lambda_0 = f_0 T_s = 0.8$. Παρατηρούμε επίσης ότι από όλα τα σημεία δειγματοληψίας διέρχεται και ένα άλλο ημιτονικό σήμα με συχνότητα $f'_0 = 0.2$ (κυανό) και, επομένως, το ψηφιακό ημιτονικό σήμα μπορεί επίσης να έχει συχνότητα $\lambda'_0 = f'_0 T_s = 0.2$. Η σωστή συχνότητα για το ψηφιακό σήμα είναι η λ'_0 , αφού οι συχνότητες στον ψηφιακό κόσμο δεν υπερβαίνουν την τιμή 0.5. Διαπιστώνουμε, ότι δύο διαφορετικά αναλογικά ημίτονα είναι δυνατό να έχουν ακριβώς την ίδια δειγματοληψία! Συμπεραίνουμε, επομένως, ότι το ψηφιακό ημίτονο δεν είναι σε θέση να αναπαραστήσει μονοσήμαντα το αναλογικό. Σημαντικό είναι όμως να διευκρινίσουμε ντετερμινιστικά την σχέση μεταξύ ψηφιακής και αναλογικής συχνότητας.



Εικόνα 16

Εάν καλέσουμε $\lambda_0 = f_0/f_s$ και $\lambda'_0 = f'_0/f_s$, τότε, λόγω της περιοδικότητας του ημιτόνου, έχουμε την ακόλουθη σχέση

$$x_n = \cos 2\pi(f_0/f_s)n = \cos 2\pi(f'_0/f_s)n$$

όπου,

$f'_0 = f_0 - [f_0/f_s]f_s$ (ή σε ψηφιακές συχνότητες $\lambda'_0 = \lambda_0 - [\lambda_0]$) και το σύμβολο “[·]” υποδηλώνει ακέραιο μέρος. Με άλλα λόγια, υψηλές συχνότητες f_0 αναδιπλώνονται χάνοντας ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας δειγματοληψίας f_s , με αποτέλεσμα να εμφανίζονται σαν χαμηλές. Το φαινόμενο όμως της αναδίπλωσης δεν περιορίζεται μονό σε αυτόν τον τρόπο. Εάν το ακέραιο μέρος του λογού της συχνότητας του σήματος πληροφορίας με την συχνότητα δειγματοληψίας είναι 0 τότε δεν έχουμε αναδίπλωση με τον προηγούμενο τρόπο αλλά ισχύουν οι σχέσεις:

$$\cos 2\pi(f_0/f_s)n = \cos 2\pi(f'_0/f_s)n, \text{ με } f'_0 = f_s - f_0 < f_s/2 \text{ (ή σε ψηφιακές συχνότητες } \lambda'_0 = 1 - \lambda_0).$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι όταν η συχνότητα f_0 είναι μεταξύ του $f_s/2$ και f_s , τότε πάλι αναδιπλώνεται ώστε να γίνει μικρότερη του $f_s/2$, εμφανίζεται μάλιστα ίση προς την κατοπτρική ως προς $f_s/2$ συχνότητα, υπό την έννοια ότι $f'_0 = f_s - f_0$. Σαν τελικό αποτέλεσμα, η ψηφιακή συχνότητα λ'_0 του ημιτόνου ικανοποιεί $0 \leq \lambda'_0 \leq 0.5$ ή αντίστοιχα η f'_0 βρίσκεται μεταξύ των ορίων $0 \leq f'_0 \leq f_s/2$. Διαπιστώνοντας το φαινόμενο αναδίπλωσης διατυπώθηκε το θεώρημα του Shannon :

Ένα σήμα $x_a(t)$ συνεχούς χρόνου το οποίο δεν περιέχει συχνότητες μεγαλύτερες της f_m μπορεί να ανακατασκευαστεί ακριβώς από τα δείγματα $x_n = x_a(nT_s)$, εάν η συχνότητα δειγματοληψίας ικανοποιεί $f_s \geq 2f_m$.

Η τιμή $f_s = 2f_m$ καλείται όριο Nyquist και αποτελεί τη μικρότερη δυνατή συχνότητα δειγματοληψίας που επιτρέπει την ακριβή ανακατασκευή ενός αναλογικού σήματος, πεπερασμένου εύρους ζώνης, από τα δείγματά του.

Το σήμα που δειγματοληπτούμε μπορεί να έχει θόρυβο σε συχνότητες μεγαλύτερες από $f_s/2$ έτσι με το φαινόμενο της αναδίπλωσης να μεταβληθεί το συχνοτικό περιεχόμενο του σήματος πληροφορίας. Για την αποφυγή αυτού του προβλήματος όταν δειγματοληπτούμε με συχνότητα f_s , απαιτείται να φιλτράρουμε από το αναλογικό σήμα όλες τις συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από $f_s/2$ ώστε, μετά τη δειγματοληψία, να μην υποστεί αλλοίωση το συχνοτικό διάστημα $[0, f_s/2]$.

4.ΦΙΛΤΡΑ ΑΠΟΚΟΠΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Οι μεθοδολογίες οι οποίες αναπτυχθήκαν για απομάκρυνση του θορύβου από το σήμα πληροφορίας στηρίχθηκαν στην Βασική Υπόθεση, ότι δηλαδή ο θόρυβος και το σήμα πληροφορίας δεν έχουν κοινές συχνότητες. Σε προβλήματα στα οποία η Βασική Υπόθεση δεν ισχύει, πρέπει κανείς να ανατρέξει σε προχωρημένες τεχνικές επεξεργασίας, οι οποίες απαιτούν ακριβέστερο προσδιορισμό των προς επεξεργασία σημάτων. Η Βασική Υπόθεση επιτρέπει την απομάκρυνση του θορύβου με τη χρήση απλών γραμμικών, χρονικά σταθερών, συστημάτων. Τα συστήματα αυτά καλούνται φίλτρα και η αντίστοιχη επεξεργασία φιλτράρισμα.

4.1 Είδη Φίλτρων

Υπάρχουν δύο βασικά είδη φίλτρων, ανάλογα με το είδος του σήματος στο οποίο απευθύνονται. Συγκεκριμένα τα φίλτρα με τα οποία επεξεργαζόμαστε αναλογικά σήματα καλούνται *αναλογικά*, ενώ τα αντίστοιχα που εφαρμόζονται στην επεξεργασία ψηφιακών σημάτων *ψηφιακά*. Τα φίλτρα, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν, είναι γραμμικά χρονικά σταθερά συστήματα και, επομένως, μπορούν να περιγραφούν πλήρως, είτε από την κρουστική τους απόκριση $h(t)$ (για αναλογικά) και h_n (για ψηφιακά), είτε ισοδύναμα από τη συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ και $H(z)$ αντίστοιχα. Επειδή τέλος μας ενδιαφέρει πολύ η συμπεριφορά των φίλτρων στο πεδίο της συχνότητας, το σημαντικότερο ρόλο στο σχεδιασμό ενός φίλτρου θα παίξει η απόκριση συχνότητας, δηλαδή το $H(j\omega)$ (για αναλογικά) και $H(e^{j\omega})$ (για ψηφιακά). Μάλιστα, όπως θα διαπιστώσουμε στη συνέχεια, οι προδιαγραφές καθώς και ο όλος σχεδιασμός των φίλτρων πραγματοποιείται στο πεδίο της συχνότητας.

Οι βασικές διαφορές μεταξύ των δυο ειδών φίλτρων είναι οι ακόλουθες:

- Τα αναλογικά φίλτρα υλοποιούνται με κλασικά ηλεκτρικά αναλογικά κυκλώματα και η επεξεργασία των αντίστοιχων σημάτων είναι άμεση δίχως καμία καθυστέρηση. Αντίθετα, τα ψηφιακά φίλτρα υλοποιούνται με τη βοήθεια ψηφιακών επεξεργαστών και το αποτέλεσμα της επεξεργασίας εξάγεται με καθυστέρηση, η οποία είναι συνάρτηση της πολυπλοκότητας της επεξεργασίας και της ταχύτητας του επεξεργαστή.
- Οι χαρακτηριστικές των αναλογικών φίλτρων είναι συνάρτηση των τιμών των στοιχείων των ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Οι τιμές αυτές αλλάζουν με θερμοκρασία, υγρασία, γήρανση, με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται και οι αντίστοιχες χαρακτηριστικές των φίλτρων. Τα ψηφιακά φίλτρα είναι απολύτως σταθερά, εφόσον φυσικά ο επεξεργαστής λειτουργεί σωστά.

- Με ψηφιακά φίλτρα είναι δυνατό να προσεγγίσουμε τις ιδανικές προδιαγραφές με οποιαδήποτε επιθυμητή ακρίβεια. Αντίστοιχη ιδιότητα δεν διαθέτουν (πρακτικά) τα αναλογικά φίλτρα, διότι αυτό απαιτεί πολύπλοκα κυκλώματα με απροσδιόριστα αποτελέσματα, λόγω της μη ακριβούς γνώσης των τιμών των στοιχείων του κυκλώματος.
- Τα ψηφιακά φίλτρα (συγκεκριμένα τα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης) έχουν πολύ μεγάλη ευελιξία στο σχεδιασμό τους. Πρακτικά είναι δυνατό να σχεδιαστεί φίλτρο με οποιαδήποτε χαρακτηριστική. Τα αναλογικά φίλτρα περιορίζονται στην υλοποίηση των λεγόμενων κλασικών φίλτρων.
- Ορισμένα φίλτρα, όπως τα αναδιπλωσής και ανακατασκευής, δεν μπορεί να είναι παρά μόνο αναλογικά.

Αρχικά στα αναλογικά φίλτρα τα οποία υλοποιούνται με κλασικά ηλεκτρικά κυκλώματα η σχέση μεταξύ πηγής (εισόδου) και οποιασδήποτε τάσης ή έντασης στο κύκλωμα (εξόδου), στο πεδίο του μετασχηματισμού Laplace, είναι της μορφής:

$$\mathcal{H}(s) = \frac{b_0 s^K + b_1 s^{K-1} + \dots + b_K}{s^L + a_1 s^{L-1} + \dots + a_L}$$

η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος είναι μια ρητή συνάρτηση (λόγος πολυωνύμων) του s . Ο βαθμός του πολυωνύμου του παρονομαστή L αποτελεί σημαντική παράμετρο και καλείται *τάξη* του φίλτρου. Το γεγονός ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς στην πράξη μπορούν να έχουν μόνο αυτή την μορφή επιβάλλει να περιοριστούμε αποκλειστικά στην ανάλυση φίλτρων αυτής της μορφής. Αξιοσημείωτο είναι ότι δεν είναι δυνατή η υλοποίηση οιασδήποτε ρητής συνάρτησης του s με κλασικά κυκλώματα.

Όσον αφορά τα ψηφιακά φίλτρα εάν h_n , x_n , y_n είναι η κρουστική απόκριση, η είσοδος και η έξοδος του φίλτρου και $H(z)$, $X(z)$, $Y(z)$ η συνάρτηση μεταφοράς και ο μετασχηματισμός Z εισόδου και εξόδου, τότε ισχύει:

$$y_n = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h_l x_{n-l}$$

$$Y(z) = \mathcal{H}(z)X(z).$$

Απαραίτητη προϋπόθεση για την υλοποίηση μιας ψηφιακής επεξεργασίας είναι το πεπερασμένο των αριθμητικών πράξεων ανά δείγμα εξόδου. Δύο κατηγορίες ψηφιακών φίλτρων που ικανοποιούν το βασικό αυτό περιορισμό. Η πρώτη κατηγορία αναφέρεται στην πρώτη εξίσωση όπου η κρουστική απόκριση είναι πεπερασμένη, της μορφής δηλαδή h_0, \dots, h_{L-1} . Τότε η έξοδος του φίλτρου είναι :

$$y_n = h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + \dots + h_{L-1} x_{n-L+1}$$

κατά συνέπεια, απαιτεί πεπερασμένο αριθμό πράξεων για τον υπολογισμό του y_n . Τα φίλτρα καλούνται *πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης* (Finite Impulse Response) και θα τα συμβολίζουμε σαν FIR. Η παράμετρος L καλείται *μήκος* του φίλτρου.

Η δεύτερη κατηγορία αναφέρεται στην δεύτερη εξίσωση όπου το $H(z)$ είναι ρητή συνάρτηση (λόγος πολυωνύμων) του z^{-1} .

$$\mathcal{H}(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_K z^{-K}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_L z^{-L}}$$

με αντικατάσταση στην $Y(z) = H(z)X(z)$ και απαλοιφή παρονομαστή καταλήγουμε

$$Y(z) = -a_1 z^{-1} Y(z) - \dots - a_L z^{-L} Y(z) + b_0 X(z) + \dots + b_K z^{-K} X(z)$$

Με ανίστροφο μετασχηματισμό Z στην προηγούμενη εξίσωση διαπιστώνουμε την ακόλουθη σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου στο πεδίο του χρόνου

$$y_n = -a_1 y_{n-1} - \dots - a_L y_{n-L} + b_0 x_n + \dots + b_K x_{n-K}$$

που επίσης απαιτεί πεπερασμένο αριθμό πράξεων για τον υπολογισμό του y_n . Η παράμετρος L , όπως και στην περίπτωση των αναλογικών φίλτρων, καλείται *τάξη* του φίλτρου. Επειδή η κρουστική απόκριση ενός συστήματος αυτής της μορφής είναι άπειρη, τα φίλτρα αυτά καλούνται *άπειρης κρουστικής απόκρισης* (Infinite Impulse Response) και θα τα συμβολίζουμε σαν IIR. Τα IIR φίλτρα δεν είναι οποιαδήποτε γραμμικά συστήματα άπειρης κρουστικής απόκρισης, αλλά συστήματα των οποίων η κρουστική απόκριση, όταν $K < L$, είναι της μορφής πολυωνύμων.

Υψίστης σημασίας στον σχεδιασμό ενός φίλτρου, αφού είναι ένα σύστημα, είναι η αιμότητα και η ευστάθεια του. Ανάλογα το είδος το φίλτρου οι περιορισμοί γι αυτά τα δυο κριτήρια είναι οι ακόλουθοι:

- Τα FIR ψηφιακά φίλτρα είναι πάντοτε ευσταθή.
- Τα IIR ψηφιακά φίλτρα είναι ευσταθή, όταν οι πόλοι (ρίζες του παρονομαστή που δεν απαλείφονται από ρίζες του αριθμητή) της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου.

Τα IIR αναλογικά φίλτρα είναι ευσταθή, όταν οι πόλοι (ρίζες του παρονομαστή που δεν απαλείφονται από ρίζες του αριθμητή) της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο αρνητικό μιγαδικό ημιεπίπεδο.

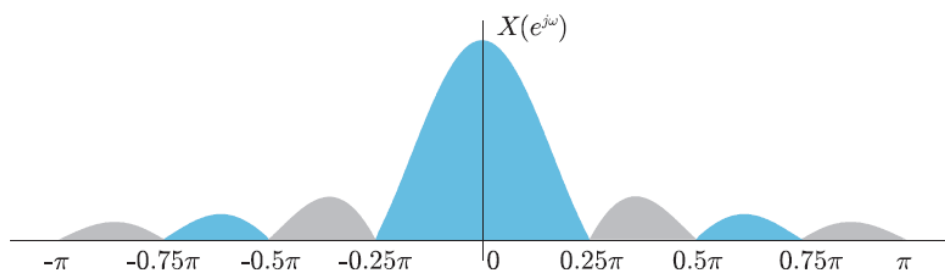
4.2 Απόκριση και Κατηγορίες Φίλτρων Βάση Αυτής

Το πρώτο βήμα για τον σχεδιασμό ενός φίλτρου είναι ο ορισμός της ιδανικής απόκρισης του φίλτρου. Αφού τα φίλτρα που μας ενδιαφέρουν είναι γραμμικά χρονικά σταθερά συστήματα, η επίδραση τους στο συχνотικό περιεχόμενο ενός σήματος είναι

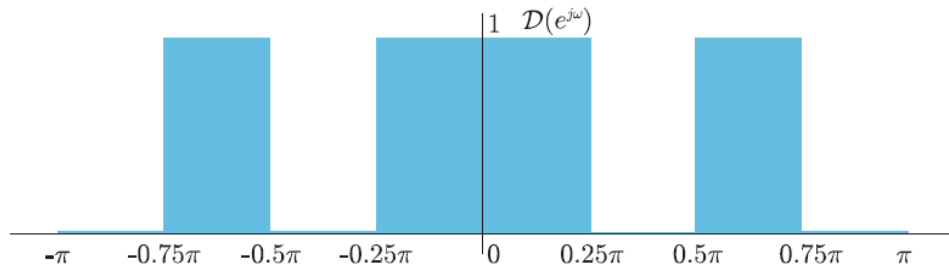
$$Y(j\Omega) = D(j\Omega)X(j\Omega) \text{ για αναλογικά,}$$

$$Y(e^{j\omega}) = D(e^{j\omega})X(e^{j\omega}) \text{ για ψηφιακά,}$$

όπου $X(\cdot)$ το συχνотικό περιεχόμενο του προς επεξεργασία σήματος (είσοδος), $D(\cdot)$ η ιδανική απόκριση συχνότητας του φίλτρου και $Y(\cdot)$ το συχνотικό περιεχόμενο της εξόδου του φίλτρου. Είναι προφανές ότι επιλέγοντας την ιδανική απόκριση συχνότητας του φίλτρου $D(\cdot)$ να παίρνει την τιμή 0 στις συχνότητες του θορύβου και την τιμή 1 στις συχνότητες της πληροφορίας επιτυγχάνουμε ακριβώς το επιθυμητό αποτέλεσμα, το πλήρες δηλαδή φιλτράρισμα του θορύβου. Ακόλουθα παρουσιάζεται ένα παράδειγμα του συχνотικού ενός σήματος $X(e^{j\omega})$ και του ιδανικού φίλτρου για τον θόρυβο $D(e^{j\omega})$.



Εικόνα 17: Συχνотικό περιεχόμενο σήματος



Εικόνα 18: Απόκριση ιδανικού φίλτρου:

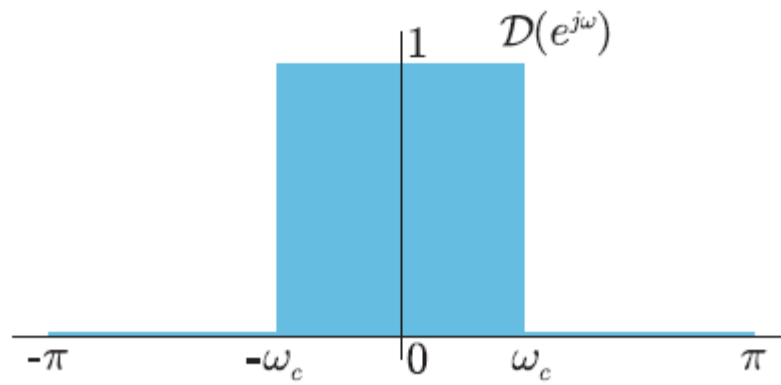
με γκρι εμφανίζονται οι συχνότητες θορύβου, ενώ με κυανό το συχνотικό περιεχόμενο της πληροφορίας. Στην Εικόνα 18 παρουσιάζεται η ιδανική απόκριση συχνότητας $D(e^{j\omega})$ του φίλτρου που απομακρύνει πλήρως το θόρυβο μέσω της σχέσης:

$$Y(e^{j\omega}) = D(e^{j\omega})X(e^{j\omega}).$$

Παρατηρούμε ότι τα ιδανικά φίλτρα είναι συνήθως παραθυρικής μορφής, δηλαδή συχνотικά παράθυρα που εφαρμόζονται πάνω στις ζώνες συχνотήτων της πληροφορίας. Συνεπώς οι ιδανικές προδιαγραφές ενός φίλτρου συνίστανται στον καθορισμό των ζωνών διάβασης και αποκοπής καθώς και καθορισμό των ιδανικών χαρακτηριστικών στις ζώνες διάβασης.

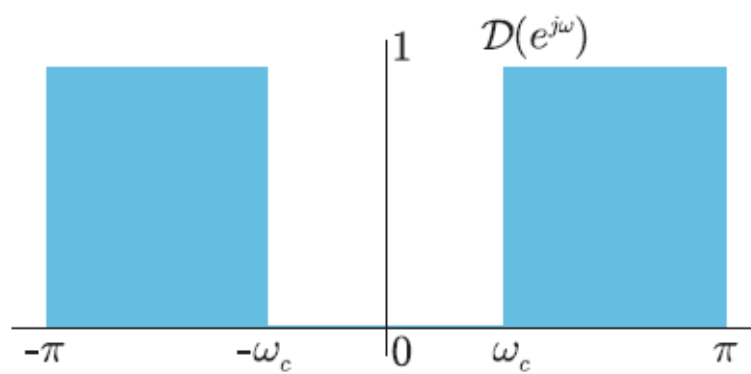
Αναφέροντας επιγραμματικά τα είδη των φίλτρων, ανάλογα με την μορφή της ιδανικής απόκρισης με βάση την οποία έχουν σχεδιαστεί είναι :

Κατωπερατά ή Κατωδιαβατά Φίλτρα:



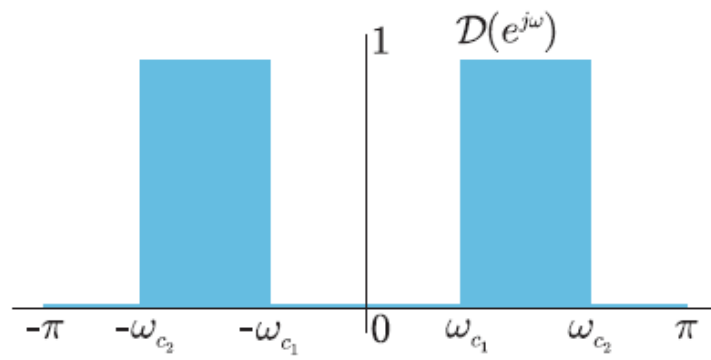
όπου η συχνότητα ω_c καλείται *συχνότητα αποκοπής*.

Ανωπερατά ή Ανωδιαβατά Φίλτρα:



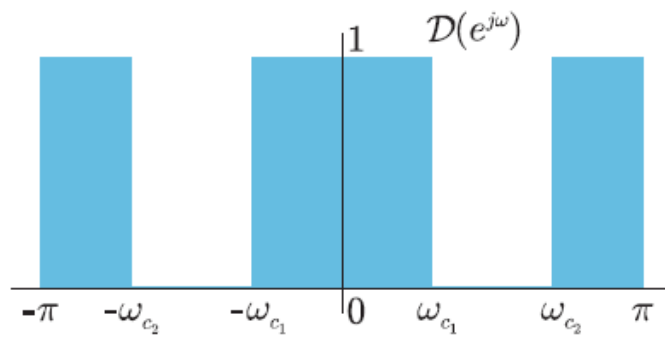
όπου ω_c η συχνότητα αποκοπής

Ζωνοπερατά ή Ζωνοδιαβατά Φίλτρα:



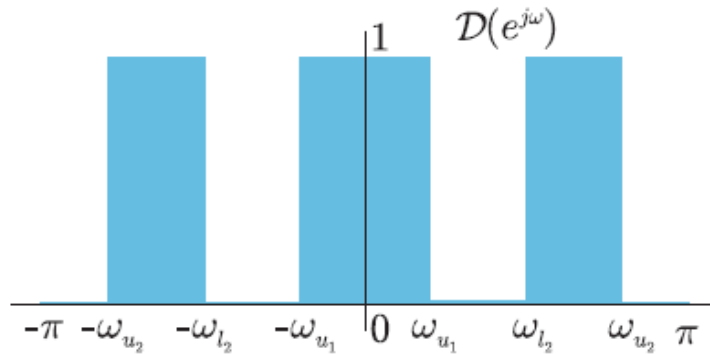
όπου ω_{c1} , ω_{c2} οι συχνότητες αποκοπής.

Φίλτρα Αποκοπής Ζώνης:



όπου ω_{c1} , ω_{c2} οι συχνότητες αποκοπής.

Πολυπερατά ή Πολυδιαβατά Φίλτρα:



όπου ω_{li} , ω_{ui} η κάτω και η άνω συχνότητα αποκοπής της i -οστής ζώνης διάβασης

Για την διεκπεραίωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας σχεδιάστηκαν ψηφιακά φίλτρα, δυο κατωπερατά και ένα ζωνοπερατο φίλτρο, τα οποία θα αναλυθούν εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο.

4.3 Ζώνες Μετάβασης

Η ιδανική απόκριση ενός φίλτρου όπως φαίνεται από τα προηγούμενα παρουσιάζει ασυνέχειες, ως μαθηματική συνάρτηση, στις συχνότητες αποκοπής. Η υλοποίηση όμως μιας τέτοιας συνάρτησης είναι ανέφικτη οπότε για την κατασκευή φίλτρων που πλησιάζουν όσο το δυνατό περισσότερο το ιδανικό χρησιμοποιείται μια τρίτη κατηγορία ζωνών. Οι ζώνες αυτές καλούνται *ζώνες μετάβασης* και μεσολαβούν σε όλα τα σημεία, στα οποία εμφανίζεται ασυνέχεια στην ιδανική απόκριση. Οι ζώνες μετάβασης αποτελούν μέρος των προδιαγραφών, ορίζονται επομένως από τον σχεδιαστή. Ωστόσο, στις ζώνες αυτές δεν καθορίζεται εκ των προτέρων η μορφή της ιδανικής απόκρισης συχνότητας, με στόχο το φίλτρο να έχει απόλυτη ελευθερία στον τρόπο με τον οποίο θα επιτελέσει τη απαιτούμενη μετάβαση. Ο έλεγχος που έχει ο σχεδιαστής πάνω στις ζώνες αυτές είναι μόνο στο εύρος και στην ακριβή τους θέση.

4.4 Ακρίβεια Προσέγγισης

Αφού ορίσουμε την ιδανική κρουστική απόκριση προσπαθούμε να την προσεγγίσουμε με την συνάρτηση $R(e^{j\omega})$ η οποία είναι η συνάρτηση που θα υλοποιήσουμε και ουσιαστικά είναι το φίλτρο μας, δηλαδή η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου θα είναι :

$$H(e^{j\omega}) = e^{j\varphi(\omega)}R(e^{j\omega})$$

με $\varphi(\omega)$ να είναι η συνάρτηση της διαφοράς φάσης μεταξύ σήματος εξόδου και εισόδου. Με άλλα λόγια η καθυστέρηση που προσθέτει το φίλτρο συνάρτηση της συχνότητας εισόδου.

Με τη συνάρτηση $R(e^{j\omega})$ δεν είναι δυνατό να επιτύχουμε ακριβώς τις τιμές που καθορίζονται στην ιδανική απόκριση συχνότητας στις ζώνες διάβασης και αποκοπής. Μπορεί όμως να προσεγγίζει την μονάδα ή το μηδέν γι αυτό πρέπει να προσδιορίζουμε πότε η προσέγγιση θεωρείται ικανοποιητική. Έτσι ορίζοντας ένα όριο για το μέγιστο απόλυτο σφάλμα μεταξύ $D(e^{j\omega})$ και $R(e^{j\omega})$ μπορούμε να καθορίσουμε πότε η προσέγγιση είναι ικανοποιητική. Δηλαδή η συνάρτηση $R(e^{j\omega})$ θα θεωρείται αποδεκτή προσέγγιση, εφόσον ικανοποιείται :

$$|D(e^{j\omega}) - R(e^{j\omega})| \leq \delta_i \text{ για } \omega_{li} \leq \omega \leq \omega_{ui}$$

Ο δείκτης i δηλώνει σε ποια ζώνη ενδιαφέροντος (αποκοπής ή διάβασης) αναφέρεται η τιμή του σφάλματος. Αργότερα θα δούμε ότι η τιμή του δ_i επηρεάζει την τάξη του φίλτρου

4.5 Συνάρτηση Βάρους

Αντί να καθοριστεί το μέγιστο αποδεκτό σφάλμα ανά ζώνη ενδιαφέροντος μπορεί να μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια συνάρτηση βάρους $W(\omega)$ για τον ορισμό της ποιότητας της προσέγγισης. Η συνάρτηση βάρους $W(\omega)$ ορίζεται για όλες τις συχνότητες που ανήκουν σε ζώνη διάβασης ή σε ζώνη αποκοπής. Η $W(\omega)$ ικανοποιεί $W(\omega) \geq 1$ και η τιμή της είναι μεγαλύτερη στα σημεία, όπου επιθυμούμε το σφάλμα προσέγγισης να είναι μικρότερο. Η συνάρτηση βάρους πρέπει να συνοδεύεται από μια ποσότητα δ_{\max} που αποτελεί το μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα προσέγγισης. Η προσέγγιση χαρακτηρίζεται σαν αποδεκτή, εφόσον ικανοποιείται η ακόλουθη ανισότητα:

$$W(\omega)|D(e^{j\omega}) - R(e^{j\omega})| \leq \delta_{\max}$$

Συνοψίζοντας τις προδιαγραφές που πρέπει να ορισθούν για γίνει στο επόμενο στάδιο ο σχεδιασμός του φίλτρου :

- Καθορισμός των ζωνών διάβασης, αποκοπής και μετάβασης.
- Καθορισμός ιδανικών χαρακτηριστικών στις ζώνες διάβασης.
- Καθορισμός συνάρτησης βάρους και μέγιστου αποδεκτού σφάλματος προσέγγισης στις ζώνες διάβασης και αποκοπής.

Κλείνοντας το κεφάλαιο γίνεται μια σύγκριση μεταξύ FIR και IIR φίλτρων. Τα υλοποιήσιμα αναλογικά φίλτρα ανήκουν στην κατηγορία των IIR φίλτρων. Στον αναλογικό κόσμο δεν υπάρχει επομένως πρόβλημα επιλογής, αφού διατίθεται ένα είδος φίλτρου. Ας επικεντρώσουμε τώρα την προσοχή μας στα ψηφιακά φίλτρα, τα οποία μπορεί να είναι FIR ή IIR. Τα FIR φίλτρα μπορούν να υπολογιστούν κατά **βέλτιστο τρόπο** με ελαχιστοποίηση κριτηρίων απόστασης μεταξύ της ιδανικής συνάρτησης $D(e^{j\omega})$ και της προσεγγίζουσας $R(e^{j\omega})$. Στα IIR δεν υπάρχει αντίστοιχη μεθοδολογία, δεν είναι δηλαδή (πρακτικά) δυνατό να υπολογίσουμε τους συντελεστές των πολυωνύμων αριθμητή και παρονομαστή ελαχιστοποιώντας κάποιο κριτήριο απόστασης. Με τα FIR φίλτρα μπορούμε να σχεδιάσουμε χαρακτηριστικές που είναι πολύ γενικής μορφής. Τα IIR εφαρμόζονται κυρίως σε περιπτώσεις κλασικών 0-1 φίλτρων. Τα FIR φίλτρα μπορούν να είναι γραμμικής φάσης με μηδενικό επιπλέον κόστος. Τα IIR δεν είναι γραμμικής φάσης. Από καθαρά υπολογιστική άποψη, για τον ίδιο βαθμό προσέγγισης της ιδανικής χαρακτηριστικής, τα IIR φίλτρα απαιτούν σημαντικά λιγότερες πράξεις από ό,τι τα FIR φίλτρα.

5. FIR ΦΙΛΤΡΑ

Όπως έχει αναφερθεί στο κεφάλαιο 4 ότι η έξοδος ενός FIR φίλτρου κάθε χρονική στιγμή είναι:

$$y_n = h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + \dots + h_{L-1} x_{n-L+1}$$

με h_n τους όρους του φίλτρου. Συνεπώς το πρόβλημα που καλούμαστε να λύσουμε είναι ο προσδιορισμός h_n για τους όρους αυτούς, ώστε να ελαχιστοποιηθεί η απόλυτη διαφορά μεταξύ ιδανικής απόκρισης και απόκρισης φίλτρου.

Έστω ότι η ιδανική απόκριση είναι της μορφής

$$D(e^{j\omega}) = D_r(e^{j\omega}) + jD_i(e^{j\omega})$$

όπου $D_r(e^{j\omega})$, $D_i(e^{j\omega})$ το πραγματικό και το φανταστικό της μέρος της $D(e^{j\omega})$. Λόγω της συμμετρίας $D(e^{-j\omega}) = D^*(e^{j\omega})$ (συζυγής) συμπεραίνουμε ότι η $D_r(e^{j\omega})$ είναι άρτια, ενώ η $D_i(e^{j\omega})$ περιπτή συνάρτηση του ω .

Εάν $\{h_n\}$ είναι η ακολουθία των συντελεστών του φίλτρου, τότε είναι δυνατό να ορίσουμε δύο επιπλέον ακολουθίες $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ του ίδιου μήκους με την $\{h_n\}$. Συγκεκριμένα οι συντελεστές του φίλτρου h_0, \dots, h_{L-1} συνδυάζονται με τους ίδιους συντελεστές αλλά γραμμένους με την αντίθετη φορά, δηλαδή h_{L-1}, \dots, h_0 . Το στοιχείο προς στοιχείο ημιάθροισμα των δύο ακολουθιών ορίζει την ακολουθία $\{\alpha_n\}$, ενώ η ημιδιαφορά, τη $\{\beta_n\}$. Οι δύο ακολουθίες που προκύπτουν από τον συνδυασμό εμφανίζουν χαρακτηριστικές συμμετρίες. Συγκεκριμένα όταν $L = 2N + 1$, δηλαδή όταν το μήκος του φίλτρου είναι ένας περιπτός ακέραιος, τότε οι δύο ακολουθίες έχουν τη μορφή

$$\alpha_N, \dots, \alpha_1, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_N \text{ και } \beta_N, \dots, \beta_1, 0, -\beta_1, \dots, -\beta_N$$

με την πρώτη να εμφανίζει άρτια συμμετρία και τη δεύτερη περιπτή ως προς τον κεντρικό όρο. Παρατηρούμε επίσης ότι οι όροι κάθε ακολουθίας έχουν αναδιαταχθεί (π.χ. ο πρώτος όρος έχει το δείκτη N αντί του 0 που αποτελεί τη συνηθισμένη πρακτική μας). Λαμβάνοντας υπόψη την εν λόγω αναδιάταξη, οι όροι των δύο ακολουθιών ορίζονται μέσω των σχέσεων:

$$\alpha_n = \frac{h_{N-n} + h_{N+n}}{2}, \quad \beta_n = \frac{h_{N-n} - h_{N+n}}{2}, \quad n = 0, \dots, N$$

ενώ οι συντελεστές $\{h_n\}$ του φίλτρου, συναρτήσει των δύο ακολουθιών $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$, γράφονται:

$$h_n = \begin{cases} \alpha_{N-n} + \beta_{N-n} & 0 \leq n \leq N \\ \alpha_{n-N} - \beta_{n-N} & N+1 \leq n \leq 2N. \end{cases}$$

Για την περίπτωση άρτιου μήκους $L = 2N$ η πρώτη ακολουθία εμφανίζει άρτια συμμετρία και η δεύτερη περιπτή με τους όρους να ορίζονται μέσω των εξισώσεων

$$\alpha_n = \frac{h_{N-n} + h_{N-1+n}}{2}, \quad \beta_n = \frac{h_{N-n} - h_{N-1+n}}{2}, \quad n = 1, \dots, N,$$

και οι συντελεστές $\{h_n\}$ της κρουστικής απόκρισης να εξαρτώνται από τα $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ μέσω της σχέσης

$$h_n = \begin{cases} \alpha_{N-n} + \beta_{N-n} & 0 \leq n \leq N-1 \\ \alpha_{n-N+1} - \beta_{n-N+1} & N \leq n \leq 2N-1. \end{cases}$$

Εν τέλη η απόκριση του φίλτρου για την περίπτωση $L=2N+1$ είναι:

$$\mathcal{H}(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega} \{ (\alpha_0 + 2\alpha_1 \cos \omega + \dots + 2\alpha_N \cos N\omega) + j(2\beta_1 \sin \omega + \dots + 2\beta_N \sin N\omega) \}$$

Έτσι μπορούμε να αναγνωρίσουμε την συνάρτηση $R(e^{j\omega})$ ως άθροισμα ενός φανταστικού και ενός πραγματικού μέρους.

$$R(e^{j\omega}) = R_r(e^{j\omega}) + jR_i(e^{j\omega})$$

έτσι για μεν την περίπτωση του περιπτού μήκους $L = 2N + 1$ έχουμε:

$$R_r(e^{j\omega}) = \alpha_0 + 2\alpha_1 \cos \omega + \dots + 2\alpha_N \cos N\omega$$

$$R_i(e^{j\omega}) = 2\beta_1 \sin \omega + \dots + 2\beta_N \sin N\omega$$

$$\varphi(\omega) = -N\omega = -((L-1)/2)\omega$$

Στην περίπτωση $L=2N$:

$$R_r(e^{j\omega}) = 2\alpha_1 \cos 0.5\omega + \dots + 2\alpha_N \cos (N-0.5)\omega$$

$$R_i(e^{j\omega}) = 2\beta_1 \sin 0.5\omega + \dots + 2\beta_N \sin (N-0.5)\omega$$

$$\varphi(\omega) = -(N-0.5)\omega = -((L-1)/2)\omega$$

Τα χαρακτηριστικά των FIR φίλτρων είναι τα ακόλουθα:

- Η φάση $\varphi(\omega)$ είναι γραμμική και αντιστοιχεί σε καθυστέρηση $(L-1)/2$ δειγμάτων.
- Για την περίπτωση πραγματικής ιδανικής απόκρισης συχνότητας, δηλαδή όταν $D_i(e^{j\omega}) = 0$, οι συντελεστές του φίλτρου εμφανίζουν άρτια συμμετρία και τα $\beta_n = 0$.
- Για την περίπτωση φανταστικής ιδανικής απόκρισης συχνότητας, δηλαδή όταν $D_r(e^{j\omega}) = 0$, οι συντελεστές του φίλτρου εμφανίζουν περιττή συμμετρία και τα $\alpha_n = 0$.

Γνωρίζοντας ποιους όρους πρέπει να υπολογίσουμε έπεται η επιλογή του κριτηρίου με βάση το οποίο θα υπολογιστούν. Η πιο απλή, από μαθηματική άποψη, απόσταση μεταξύ των δύο συναρτήσεων είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, που θα αποτελέσει και το πρώτο κριτήριο προς ελαχιστοποίηση. Η εν λόγω απόσταση ορίζεται:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N) &= \int_{-\pi}^{\pi} |\mathcal{D}(e^{j\omega}) - \mathcal{R}(e^{j\omega})|^2 d\omega \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} [\mathcal{D}_r(e^{j\omega}) - \mathcal{R}_r(e^{j\omega})]^2 d\omega + \int_{-\pi}^{\pi} [\mathcal{D}_i(e^{j\omega}) - \mathcal{R}_i(e^{j\omega})]^2 d\omega. \end{aligned}$$

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα δηλαδή μπορεί να υπολογισθεί μέσω της ελαχιστοποίησης δυο ανεξάρτητων κριτηρίων:

$$\mathcal{E}_r^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N) = \int_{-\pi}^{\pi} [\mathcal{D}_r(e^{j\omega}) - \mathcal{R}_r(e^{j\omega})]^2 d\omega$$

$$\mathcal{E}_i^2(\beta_1, \dots, \beta_N) = \int_{-\pi}^{\pi} [\mathcal{D}_i(e^{j\omega}) - \mathcal{R}_i(e^{j\omega})]^2 d\omega,$$

Και ισχύει :

$$\min_{\alpha_0, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N} \mathcal{E}^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N) =$$

$$\min_{\alpha_0, \dots, \alpha_N} \mathcal{E}_r^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N) + \min_{\beta_1, \dots, \beta_N} \mathcal{E}_i^2(\beta_1, \dots, \beta_N)$$

Προκειμένου να υπολογίσουμε τους βέλτιστους συντελεστές, μπορούμε να παραγωγίσουμε κάθε σφάλμα, ως προς τις αντίστοιχες παραμέτρους του, και να εξισώσουμε την παράγωγο με το μηδέν. Η διαδικασία αυτή οδηγεί στις ακόλουθες εξισώσεις για τις βέλτιστες παραμέτρους, οι οποίες, για $L = 2N + 1$, έχουν τη μορφή :

$$\alpha_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{D}_r(e^{j\omega}) \cos n\omega d\omega, \quad n = 0, \dots, N$$

$$\beta_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{D}_i(e^{j\omega}) \sin n\omega d\omega, \quad n = 1, \dots, N,$$

Ενώ για άρτιου μήκους φίλτρο:

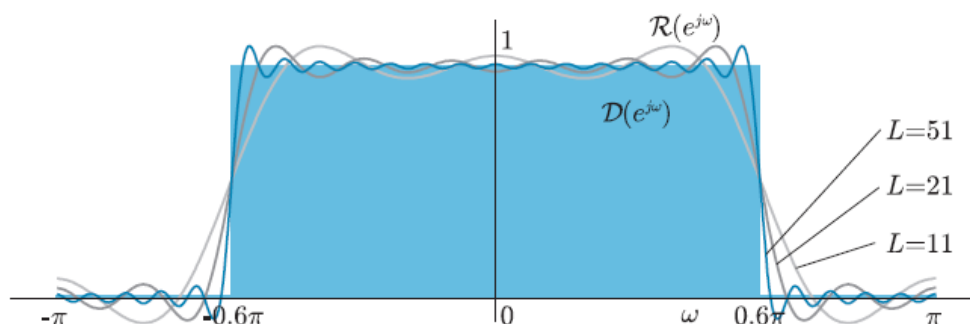
$$\alpha_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{D}_r(e^{j\omega}) \cos (n - 0.5)\omega d\omega, \quad n = 1, \dots, N,$$

$$\beta_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{D}_i(e^{j\omega}) \sin (n - 0.5)\omega d\omega, \quad n = 1, \dots, N.$$

Η μέθοδος αυτή παρ' όλη την απλότητα της παρουσιάζει ένα μεγάλο μειονέκτημα. Στην απόκριση του φίλτρου παρουσιάζονται κυματισμοί αμείωτου πλάτους ανεξάρτητα από την τάξη του φίλτρου. Ακολουθεί ένα παράδειγμα ενός κατωπερατού φίλτρου που θα οπτικοποιήσει και διευκρινίσει το πρόβλημα, γνωστό ως φαινόμενο Gibbs. Το κατωπερατό έχει συχνότητα αποκοπής το $\omega_c=0,6\pi$. Συνεπώς η ιδανική απόκριση του φίλτρου ορίζεται ως

$$D(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & -0.6\pi \leq \omega \leq 0.6\pi \\ 0 & \text{αλλού,} \end{cases}$$

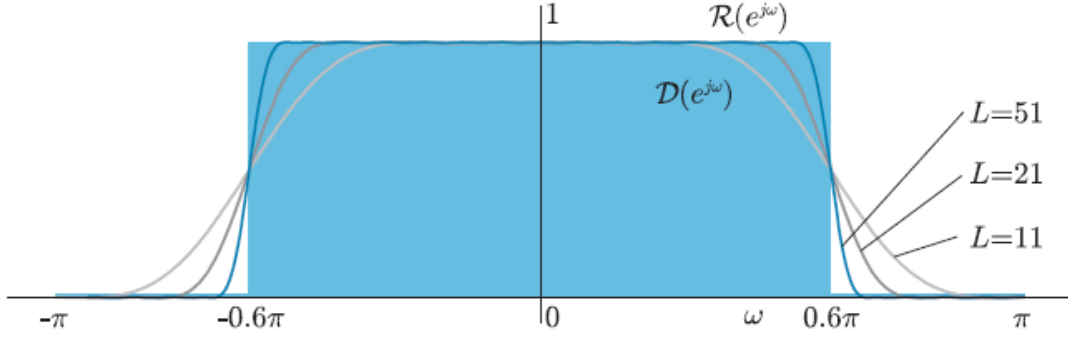
και οι όροι του φίλτρου προσδιορίζονται με την προηγούμενη μυθολογία. Τονίζεται ότι η ιδανική απόκριση είναι πραγματική οπότε τέτοια πρέπει να είναι και η $R(e^{j\omega})$, συνεπώς οι παράμετροι $\beta_n = 0$. Ακόλουθα παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του φίλτρου με τάξεις $L=11, 21, 51$ και η ιδανική με βάση την οποία σχεδιαστικές.



Το φαινόμενο Gibbs εμφανίζεται σε όλες τις περιπτώσεις σχεδιασμού φίλτρων, στις οποίες η ιδανική απόκριση συχνότητας $D(e^{j\omega})$ παρουσιάζει ασυνέχειες. Το φαινόμενο Gibbs οφείλεται στο γεγονός ότι η πεπερασμένη ακολουθία δημιουργείται από τον πολλαπλασιασμό, στοιχείο προς στοιχείο, της άπειρης ακολουθίας με ένα ορθογώνιο παράθυρο. Ο τρόπος με τον οποίο εξαλείφεται το φαινόμενο του κυματισμού είναι μέσω της χρήσης εναλλακτικών παραθύρων, διαφορετικών του ορθογωνίου. Επομένως, εάν h_0, h_1, \dots, h_{L-1} οι βέλτιστοι συντελεστές που υπολογίζουμε με την μέθοδο που παρουσιάσαμε και w_0, w_1, \dots, w_{L-1} οι όροι του παραθύρου που επιθυμούμε να εφαρμόσουμε, τότε οι τελικοί συντελεστές του φίλτρου που θα χρησιμοποιήσουμε είναι:

$$h^n = w_n h_n, \quad n = 0, \dots, L-1.$$

Στην εικόνα 19 παρουσιάζουμε το προηγούμενο παράδειγμα με εφαρμογή ενός παραθύρου Hamming. Ο κυματισμός παρουσιάζει αισθητή μείωση, από την άλλη πλευρά όμως η μετάβαση από την τιμή 1 στην τιμή 0 είναι λιγότερο απότομη από ό,τι στην περίπτωση του ορθογωνίου παραθύρου. Αυτό είναι το αντίτιμο της μείωσης του φαινομένου Gibbs.



Εικόνα 19 Χρήση παραθύρου Hamming

Μια παραλλαγή αυτής της μεθόδου είναι η σχεδίαση με την χρήση των πρακτικών προδιαγραφών και όχι των ιδανικών. Αν με T συμβολίζουμε την ένωση όλων των ζωνών ενδιαφέροντος, δηλαδή των ζωνών διάβασης και αποκοπής, τότε ότι η ιδανική χαρακτηριστική $D(e^{j\omega})$ είναι πλήρως ορισμένη στο σύνολο αυτό. Μπορούμε επομένως να ορίσουμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, περιορίζοντας τα σημεία ολοκλήρωσης στο σύνολο T αδιαφορώντας δηλαδή για τις ζώνες μετάβασης.

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}}^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N) &= \int_{\mathcal{T}} W^2(\omega) |D(e^{j\omega}) - R(e^{j\omega})|^2 d\omega \\ &= \int_{\mathcal{T}} W^2(\omega) [D_r(e^{j\omega}) - R_r(e^{j\omega})]^2 d\omega + \int_{\mathcal{T}} W^2(\omega) [D_i(e^{j\omega}) - R_i(e^{j\omega})]^2 d\omega.\end{aligned}$$

Όμοια με την προηγούμενη μέθοδο γίνεται ελαχιστοποίηση του κριτηρίου με την ανεξάρτητη ελαχιστοποίηση δυο επιμέρους κριτηρίων, ένα για το πραγματικό μέρος και ένα για το φανταστικό.

$$\begin{aligned}\min_{\alpha_0, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N} \bar{\mathcal{E}}^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N) &= \\ &= \min_{\alpha_0, \dots, \alpha_N} \bar{\mathcal{E}}_r^2(\alpha_0, \dots, \alpha_N) + \min_{\beta_1, \dots, \beta_N} \bar{\mathcal{E}}_i^2(\beta_1, \dots, \beta_N).\end{aligned}$$

Τα δύο προβλήματα ελαχιστοποίησης που ορίστηκαν με την προηγούμενη σχέση δεν έχουν πλέον αναλυτική λύση, όπως στην περίπτωση του κλασικού μέσου τετραγωνικού σφάλματος και οι βέλτιστες παράμετροι υπολογίζονται επιλύοντας δύο γραμμικά συστήματα εξισώσεων. Εάν παραγωγίσουμε κάθε κριτήριο ως προς τις παραμέτρους του και εξισώσουμε με το μηδέν, τότε

προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις για την περίπτωση $L = 2N + 1$ και για τους όρους της ακολουθίας $\{\alpha_n\}$

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \mathcal{D}_r(e^{j\omega}) \cos n\omega d\omega = \\ \alpha_0 \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \cos n\omega d\omega + 2\alpha_1 \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \cos \omega \cos n\omega d\omega \\ + \dots + 2\alpha_N \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \cos N\omega \cos n\omega d\omega, \quad n = 0, \dots, N \end{aligned}$$

ενώ οι αντίστοιχες εξισώσεις για τα $\{\beta_n\}$ παίρνουν την μορφή

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \mathcal{D}_i(e^{j\omega}) \sin n\omega d\omega = 2\beta_1 \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \sin \omega \sin n\omega d\omega \\ + \dots + 2\beta_N \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \sin N\omega \sin n\omega d\omega, \quad n = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Αντίστοιχα στην περίπτωση άρτιου μήκους $L = 2N$ για τα $\{\alpha_n\}$

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \mathcal{D}_r(e^{j\omega}) \cos (n - 0.5)\omega d\omega = 2\alpha_1 \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \cos 0.5\omega \cos (n - 0.5)\omega d\omega \\ + \dots + 2\alpha_N \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \cos (N - 0.5)\omega \cos (n - 0.5)\omega d\omega, \quad n = 1, \dots, N, \end{aligned}$$

Ενώ τα $\{\beta_n\}$

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \mathcal{D}_i(e^{j\omega}) \sin (n - 0.5)\omega d\omega = 2\beta_1 \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \sin 0.5\omega \sin (n - 0.5)\omega d\omega \\ + \dots + 2\beta_N \int_{\mathcal{T}} \mathcal{W}^2(\omega) \sin (N - 0.5)\omega \sin (n - 0.5)\omega d\omega, \quad n = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Αντίστοιχα ισχύουν και στην περίπτωση άρτιου μήκους φίλτρου.

Μέχρι τώρα στις μεθόδους θεωρούσαμε το μέγεθος του φίλτρου δεδομένο οπότε δεν υπήρχε έλεγχος στο σφάλμα του φίλτρου. Χρησιμοποιώντας όμως τις ορισμένες προδιαγραφές για το σφάλμα στις ζώνες αποκοπής και διάβασης, δ_p και δ_s , μέσω του τύπου

$$L \cong \frac{-20 \log_{10}(\sqrt{\frac{\delta_p}{4} \frac{\delta_s}{4}}) - 13}{14.6 \frac{|\omega_s - \omega_p|}{2\pi}} = \frac{-20 \log_{10}(\sqrt{\delta_p \delta_s}) - 1}{14.6 \frac{|\omega_s - \omega_p|}{2\pi}}$$

Υπολογίζουμε την τάξη του φίλτρου που θα ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Υπάρχουν κι άλλες μεθοδολογίες για τον υπολογισμό των ορών του φίλτρου όμως ξεφεύγουν από τα πλαίσια της διπλωματικής.

6. IIR ΦΙΛΤΡΑ

Τα IIR φίλτρα δεν έχουν ευελιξία στο σχεδιασμό τους με βέλπστη μέθοδο, ελαχιστοποιώντας δηλαδή κάποιο κριτήριο. Αυτό οφείλεται στο ότι, όταν κανείς επιχειρήσει το βέλπστο προσδιορισμό των συντελεστών σύμφωνα με ένα από τα γνωστά κριτήρια, τα προβλήματα βελτιστοποίησης που προκύπτουν είναι μη γραμμικά, με αποτέλεσμα να μην συγκλίνουν πάντοτε οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης. Το πρόβλημα περιπλέκεται περισσότερο από την ανάγκη εξασφάλισης ευστάθειας του συστήματος. Στο πρόβλημα σχεδιασμού των IIR φίλτρων, η έμφαση θα δοθεί κυρίως σε απλές μεθόδους που καταλήγουν σε μη βέλπστα φίλτρα. Η τελευταία ιδιότητα, δεν θεωρείται σοβαρό πρακτικό μειονέκτημα, επειδή τα IIR φίλτρα είναι εν γένει μικρής τάξης. Η χρήση επομένως ενός μη βέλπστου φίλτρου δεν επιβαρύνει ιδιαίτερα τη συνολική υπολογιστική πολυπλοκότητα.

Ο σχεδιασμός οποιουδήποτε IIR φίλτρου ανάγεται στον σχεδιασμό ενός κατωπερατού αναλογικού IIR και έπειτα με μετασχηματισμούς των συναρτήσεων προκύπτει το επιθυμητό φίλτρο (π.χ. ανωπερατό - ζωνοδιαβατό ή ψηφιακό). Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε ψηφιακό ζωνοπερατό IIR φίλτρο γι αυτό οι πληροφορίες που θα αναφερθούν περιορίζονται στην μεθοδολογία για τον σχεδιασμό αποκλειστικά ενός τέτοιου φίλτρου.

Υπενθυμίζεται ότι ένα αναλογικό IIR έχει συνάρτηση μεταφοράς:

$$\mathcal{H}(s) = \frac{b_0 s^K + b_1 s^{K-1} + \dots + b_K}{s^L + a_1 s^{L-1} + \dots + a_L}$$

Αφού θα επικεντρωθούμε στον σχεδιασμό κατωπερατών φίλτρων είναι αναγκαίο να ορισθούν οι γενικές προδιαγραφές ενός τέτοιου φίλτρου. Ως $[0 \ \Omega_p]$ ορίζεται η ζώνη διάβασης, ως $[\Omega_s \ \infty]$ η ζώνη αποκοπής, δ_p μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα στη ζώνη διάβασης και δ_s μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα στη ζώνη αποκοπής. Στόχος είναι να προσεγγίσουμε τις ιδανικές χαρακτηριστικές με τη συνάρτηση $R(j\Omega) = |H(j\Omega)|$, εξασφαλίζοντας συγχρόνως ότι το φίλτρο $H(s)$ που προκύπτει είναι ευσταθές (έχει δηλαδή όλους τους πόλους στο αρνητικό μιγαδικό ημιεπίπεδο).

Ανάλογα με την μορφή της συνάρτησης για το τετράγωνο του μέτρου της απόκρισης υπάρχουν τέσσερα βασικά IIR αναλογικά φίλτρα. Τα Butterworth, Chebyshev τύπου 1 & 2 και τα ελλειπτικά φίλτρα. Ανάλυση θα γίνει στα φίλτρα Chebyshev τύπου 1, τα οποία και χρησιμοποιήθηκαν. Στα υπόλοιπα είδη θα γίνει απλή μνεία.

Το φίλτρο Butterworth έχει απόκριση πλάτους :

$$|\mathcal{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)^{2L}}.$$

$$\Omega_c = \Omega_p^{\frac{\log(a_s)}{\log(\frac{a_s}{a_p})}} \Omega_s^{\frac{\log(a_p)}{\log(\frac{a_p}{a_s})}}, \quad L = \left\lceil \frac{\log(\frac{a_s}{a_p})}{2 \log(\frac{\Omega_s}{\Omega_p})} \right\rceil$$

$$a_p = 1/(1 - \delta_p)^2 - 1, \quad a_s = (1/\delta_s^2) - 1.$$

Τα φίλτρα Chebyshev τύπου 2 έχουν απόκριση πλάτους:

$$|\mathcal{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{\epsilon^2 T_L^2(\frac{\Omega_c}{\Omega})}}.$$

Τα ελλειπτικά φίλτρα έχουν απόκριση πλάτους :

$$|\mathcal{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 J_L^2(\frac{\Omega}{\Omega_c})}$$

Η $J(x)$ είναι μια ρητή συνάρτηση του x και ονομάζεται ρητή συνάρτηση Chebyshev.

Τα φίλτρα Chebyshev τύπου 1 έχουν απόκριση πλάτους:

$$|\mathcal{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_L^2(\frac{\Omega}{\Omega_c})}$$

$$T_k(x) = \begin{cases} \cos(k \cos^{-1}(x)) & \text{για } |x| \leq 1 \\ \cosh(k \cosh^{-1}(x)) & \text{για } |x| > 1 \end{cases}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου είναι :

$$\mathcal{H}(s) = \frac{\frac{\Omega_c^L}{\epsilon 2^{L-1}}}{(s - s_0) \cdots (s - s_{L-1})}$$

Οι πόλοι του συστήματος είναι

$$s_n = \sigma_n + j\Omega_n, n = 0, \dots, L-1$$

$$\text{με } \sigma_n = A_c \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{(2n+1)\pi}{2L}\right) \text{ και } \Omega_n = B_c \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{(2n+1)\pi}{2L}\right)$$

Πρέπει όμως να καθοριστούν τιμές για ϵ , το Ω_c και το L . Για $\Omega > \Omega_c$ η απόκριση είναι μονοτόνως φθίνουσα. Διαπιστώνουμε ότι για $\Omega = \Omega_c$ ισχύει $|\mathcal{H}(j\Omega_c)| = 1 / (1 + \epsilon^2)^{1/2}$, που αποτελεί και τη μικρότερη τιμή της απόκρισης πλάτους στο διάστημα $[0, \Omega_c]$. Επομένως, ότι το διάστημα $[0, \Omega_c]$ αποτελεί τη ζώνη διάβασης, γεγονός που σημαίνει ότι πρέπει να επιλέξουμε $\Omega_c = \Omega_p$.

Το ϵ υπολογίζεται από το μέγιστο σφάλμα στην ζώνη διάβασης σύμφωνα με την σχέση:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{1}{(1 - \delta_p)^2} - 1}$$

Από τη μονοτονία της απόκρισης πλάτους για $\Omega > \Omega_c$, τέλος, συμπεραίνουμε ότι ο περιορισμός του μέγιστου αποδεκτού σφάλματος ικανοποιείται για κάθε Ω στη ζώνη αποκοπής, εφόσον ικανοποιείται για $\Omega = \Omega_s$. Δηλαδή είναι απαραίτητο να ισχύει:

$$\frac{1}{1 + \epsilon^2 T_L^2\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p}\right)} \leq \delta_s^2$$

Η τάξη του φίλτρου εν τέλει υπολογίζεται από :

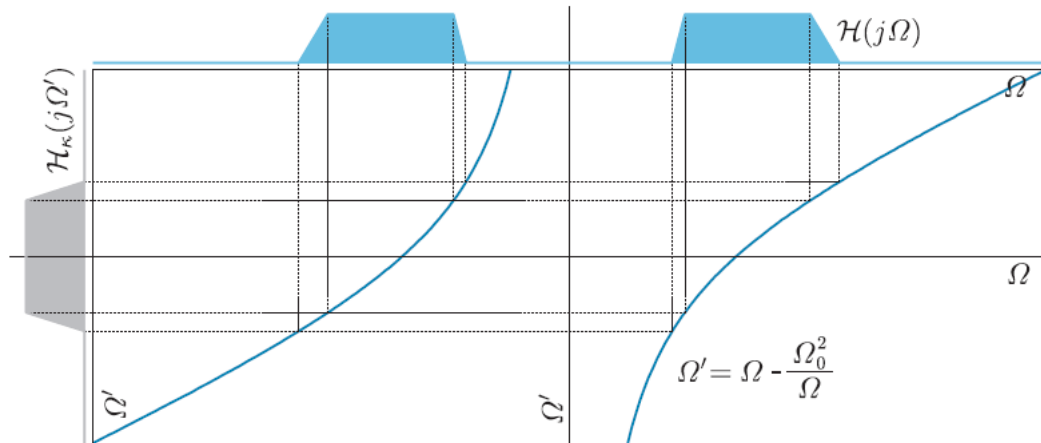
$$L = \left\lceil \frac{\cosh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{\delta_s^2} - 1}\right)}{\cosh^{-1}\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p}\right)} \right\rceil$$

Έτσι έχουμε ορίσει πλήρως την συνάρτηση μεταφοράς του του IIR αναλογικού φίλτρου.

Όσον αφορά τον σχεδιασμό ενός ζωνοπερατο φίλτρου πρέπει αρχικά να οριστούν οι ζώνες ενδιαφέροντος. Σε ένα ζωνοπερατό φίλτρο υπάρχει μια ζώνη διάβασης, η $[\Omega_{p1}, \Omega_{p2}]$, και δύο ζώνες αποκοπής, οι $[0, \Omega_{s1}]$ και $[\Omega_{s2}, \infty)$ και τρία διαφορετικά μέγιστα επιτρεπτά σφάλματα, δ_p για τη ζώνη διάβασης και δ_{s1} , δ_{s2} για τις δύο ζώνες αποκοπής. Εάν ονομάσουμε $H_k(s')$ την συνάρτηση μεταφοράς του κατωπερατού φίλτρου και $H_k(j\Omega')$ την απόκριση συχνότητας τότε με τους μετασχηματισμούς:

$$s' = s + \frac{\Omega_0^2}{s}, \quad \Omega' = \Omega - \frac{\Omega_0^2}{\Omega}$$

Καταλήγουμε στην συνάρτηση μεταφοράς του αναλογικού ζωνοπερατο IIR φίλτρου. Ως Ω_0 επιλέγεται η ρίζα του γινομένου συχνότητων διάβασης. Κατ' αυτόν τον τρόπο η ζώνη διάβασης $[\Omega_{p1}, \Omega_{p2}]$ του ζωνοπερατού αντιστοιχίζεται ακριβώς στη ζώνη διάβασης $[-\Omega'_p, \Omega'_p]$ του κατωπερατού. Στην παρακάτω εικόνα καταδεικνύεται σχηματικά η αντιστοίχιση στις συχνότητες μεταξύ κατωπερατού και ζωνοδιαβατού φίλτρου.



Εικόνα 20: Αντιστοίχιση συχνοτήτων

Έχοντας μια συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ στον αναλογικό κόσμο πρέπει μεταφερθούμε στον ψηφιακό με κάποια σχέση. Αυτή την σχέση δίνει η μέθοδος του διγραμμικού μετασχηματισμού η οποία αποσκοπεί στην παραγωγή μιας συνάρτησης μεταφοράς $H(z)$. Ο μετασχηματισμός ορίζεται από τη σχέση:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

Όσον αφορά την αντιστοίχιση μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών συχνοτήτων χρησιμοποιείται η σχέση

$$\Omega = \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

η οποία είναι μια σχέση αυστηρώς αύξουσα και αντιστοιχίζει το ψηφιακό συχνοτικό διάστημα $(-\pi, \pi]$, ένα προς ένα, στο αναλογικό $(-\infty, \infty)$.

Έτσι καταλήγουμε στην συνάρτηση μεταφοράς με γενική μορφή

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_L z^{-L}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_L z^{-L}}$$

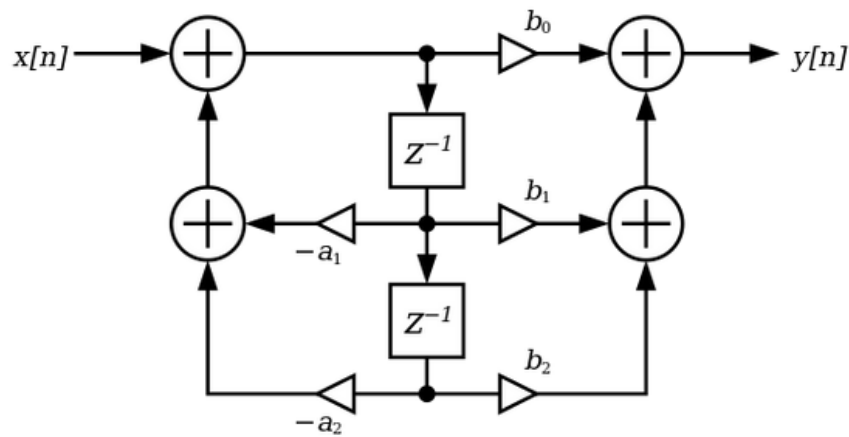
Αξιοσημείωτο είναι ότι τα ψηφιακά IIR υλοποιούνται με χρήση μιας βοηθητικής μεταβλητής

$$v_n = -a_1 v_{n-1} - \dots - a_L v_{n-L} + x_n$$

$$y_n = b_0 v_n + b_1 v_{n-1} + \dots + b_L v_{n-L}$$

Αυτό γίνεται για να ελαχιστοποιηθεί η απαίτηση σε μνήμη για την υλοποίηση του φίλτρου. Η άμεση υλοποίηση, κάνοντας δηλαδή ανάστροφο μετασχηματισμό Z, απαιτεί 2L στοιχεία μνήμης ενώ κατά αυτόν τον τρόπο απαιτούνται L μόνο στοιχεία.

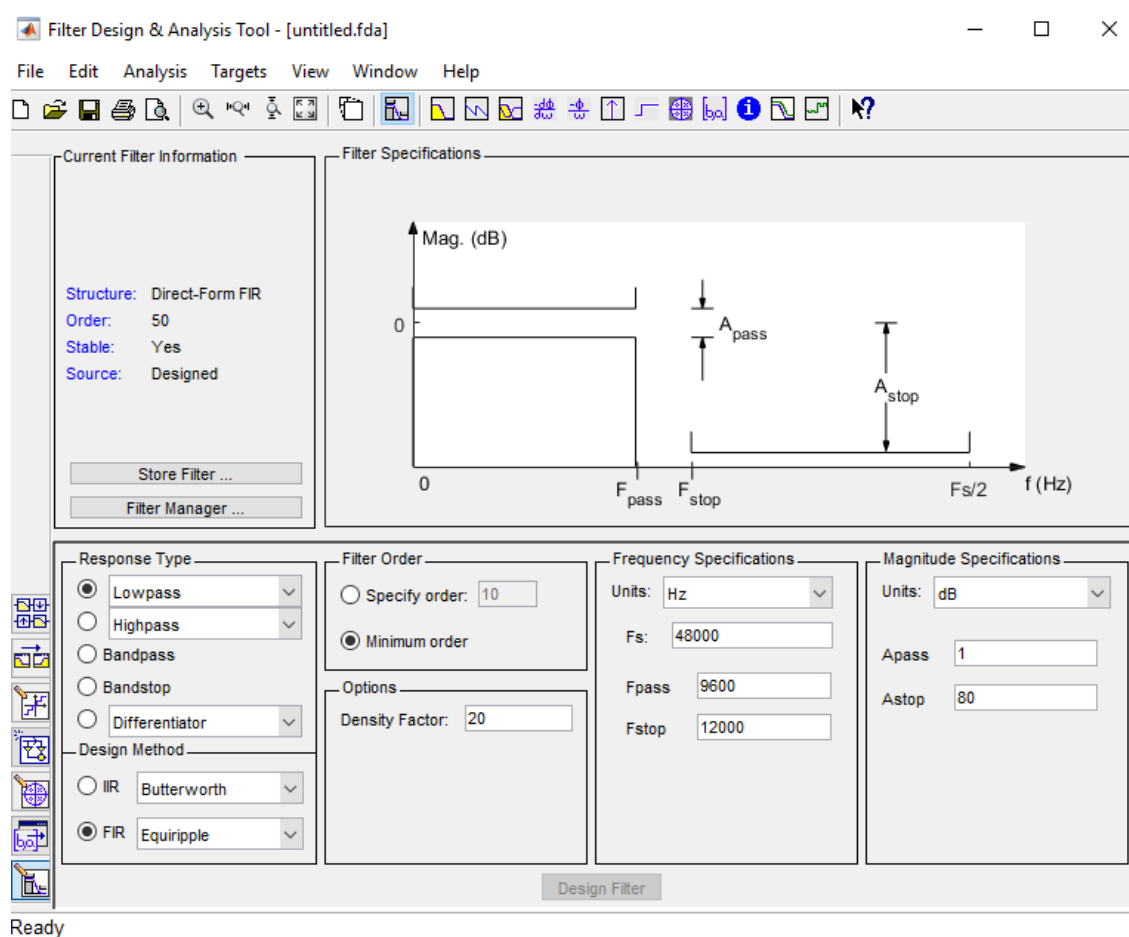
Επίσης το IIR συνήθως υλοποιείται κλιμακωτά από μικρότερης τάξης φίλτρα επιτρέποντας τον απ' ευθείας έλεγχο της ευστάθειας του συστήματος με απλή επιλογή των παραμέτρων υλοποίησης. Η έκφραση του φίλτρου χρησιμοποιώντας την βοηθητική μεταβλητή ονομάζεται Direct Form II. Σχηματικά η αναπαράσταση για 2^{ης} τάξης φίλτρο χρησιμοποιώντας Direct Form II είναι:



Ένα φίλτρο μεγάλης τάξης μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας ακολουθιακά φίλτρα 2^{ης} τάξης και αν χρειαστεί και 1^{ης} τάξης. Σε αυτήν την διπλωματική κατασκευάστηκε φίλτρο αυτής της μορφής, δηλαδή Direct Form-II με Second Order Sections.

7. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΦΙΛΤΡΩΝ

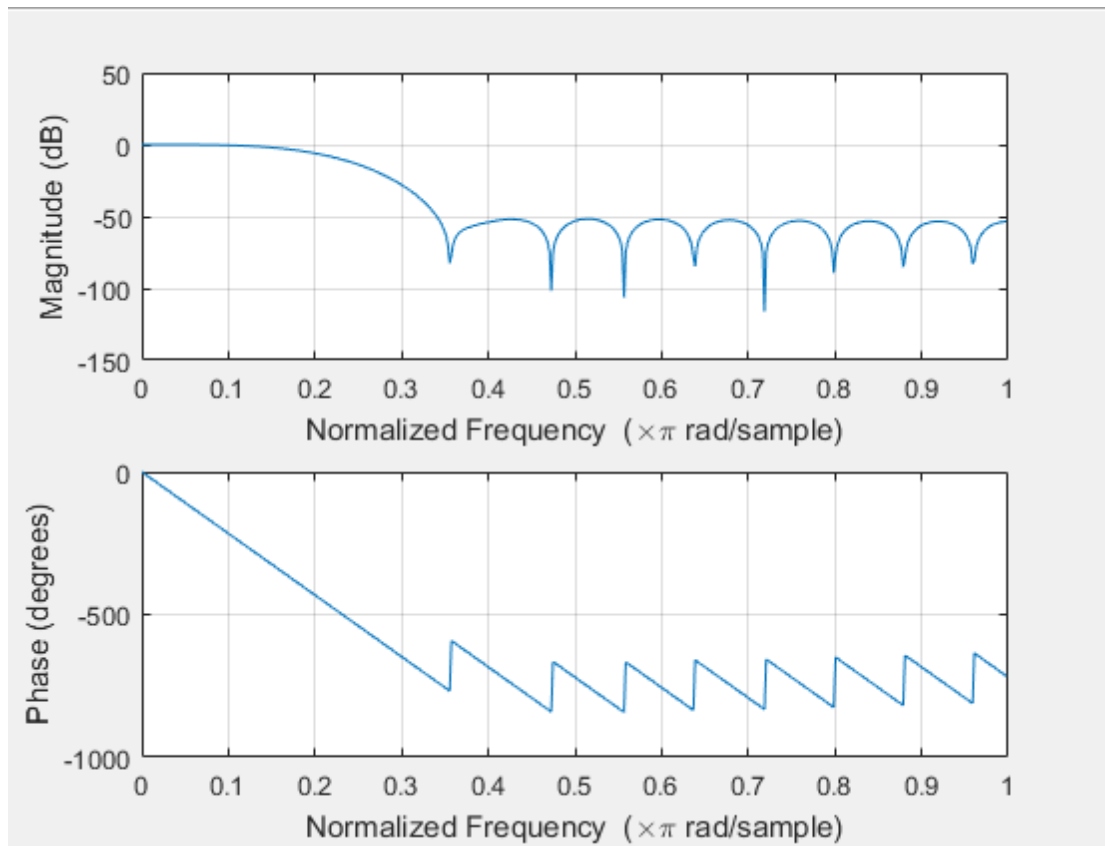
Τα φίλτρα που χρησιμοποιήθηκαν για την διεκπεραίωση της διπλωματικής σχεδιάστηκαν με βοήθεια του FDATOOL της εφαρμογής MATLAB. Το εργαλείο αυτό παράγει τους συντελεστές



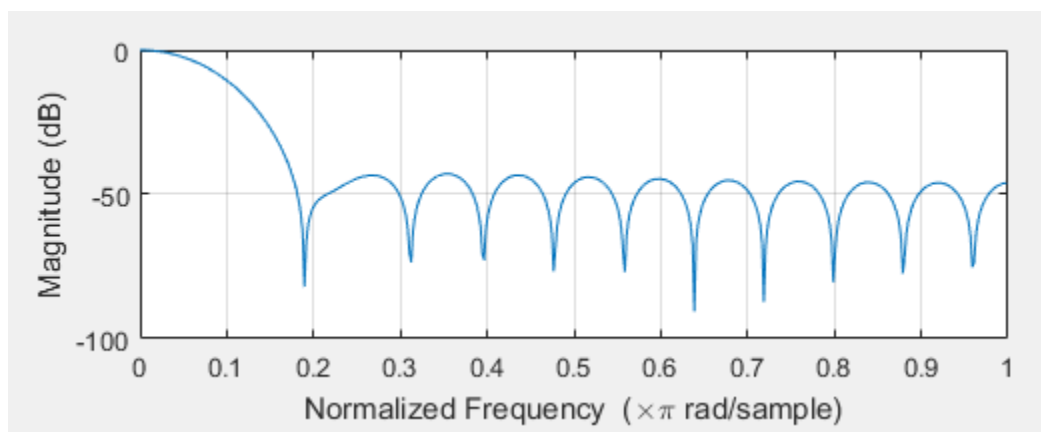
Σε αυτό το GUI επιλέγουμε το είδος του φίλτρου FIR ή IIR, την τάξη, την κατηγορία (κατωπερατό, ζωνοδιαβατό, ανωπερατό, κ.λπ.) και την συχνότητα δειγματοληψίας.

Κατ' αυτόν τον τρόπο σχεδιάστηκαν 3 φίλτρα, δυο FIR και ένα IIR.

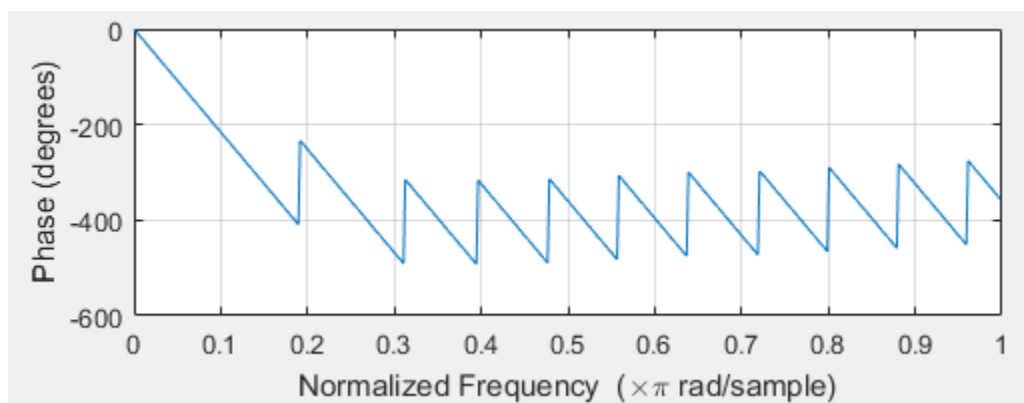
Το πρώτο FIR σχεδιάστηκε για συχνότητα δειγματοληψίας το 1KHz και είναι ένα κατωπερατό φίλτρο με συχνότητα διάβασης [0 100 Hz] τάξης 25 ($L=25$). Η απόκριση πλάτους του φίλτρου στο πεδίο συχνοτήτων και της γραμμικής φάσης που προσθέτει με κανονικοποιημένη συχνότητα και χρησιμοποιώντας παράθυρο Hamming για την εξάλειψη του φαινομένου Gibbs είναι:



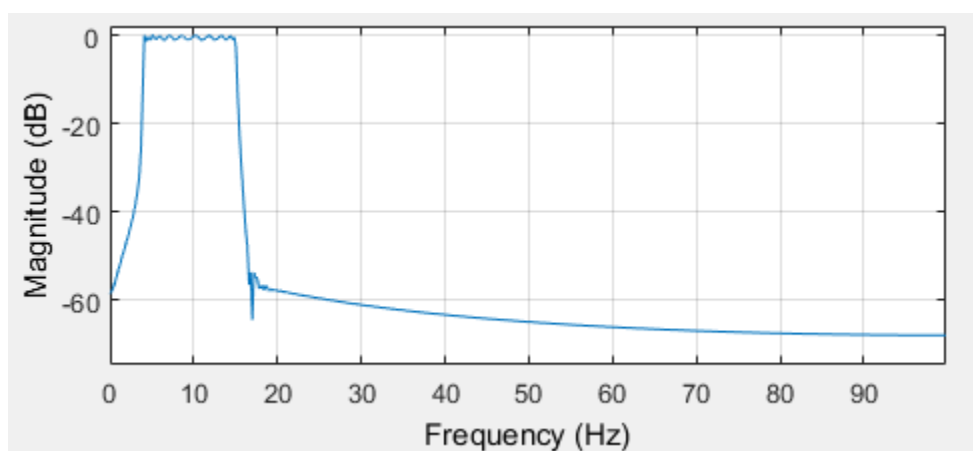
Το δεύτερο FIR σχεδιάστηκε για συχνότητα δειγματοληψίας 200Hz ώστε το διάστημα $[0, 100\text{Hz}]$ σε αναλογικές συχνότητες να αντιστοιχηθεί στο διάστημα $[0, \pi]$ στις ψηφιακές. Το φίλτρο και είναι κι αυτό κατωπερατό και η ζώνη διάβασης είναι $[0, 0.03]$, δηλαδή $[0, 3\text{Hz}]$ σε αναλογικές. Η τάξη του φίλτρου είναι κι αυτή 25. Η απόκριση πλάτους είναι:



Ενώ η απόκριση φάσης:



Το τρίτο φίλτρο είναι ένα ψηφιακό ζωνοδιαβατό IIR . Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι επίσης 200Hz. Η ζώνη διάβασης είναι [4Hz ,15Hz] σε αναλογικές και λόγω της συγκεκριμένης δειγματοληψίας οι κανονικοποιημένες είναι [0.04, 0,15]. Οι όροι του φίλτρου υπολογίστηκαν μέσω της συνάρτησης Chebyshev τύπου 1. Το FdaTool υπολόγισε όρους για 12 IIR φίλτρα 2^{ης} σε Direct Form II τάξης τα οποία χρησιμοποιούνται ακολουθιακά. Η απόκριση πλάτους του φίλτρου στο σύνολό του είναι:



Παρατηρείται ότι το IIR φίλτρο έχει πάρα πολύ απόκριση στα όρια της ζώνης διάβασης. Παρουσιάζει όμως έναν μικρό κυματισμό στην ζώνη διάβασης.

Ο ADC του μικροεπεξεργαστή χρησιμοποιεί 11 bit οπότε η μέγιστη τιμή που μπορεί να αναπαρασταθεί είναι 4095 και η ελάχιστη αλλαγή που μπορεί να γίνει είναι 1mV. Αυτό σημαίνει ότι δεν έχει νόημα να επιδιώξουμε κυματισμό στην απόκριση πλάτους λιγότερο από -60Db λόγω του θορύβου κβαντισμού.

8.ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΜΙΚΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΗ STM32F100RB

Το board που χρησιμοποιήθηκε και περιλαμβάνει τον μικροεπεξεργαστή STM32F100RBT6B είναι το ακόλουθο:



Ο 32-bit μικροεπεξεργαστής έχει 128 KB μνήμης Flash και 8 KB μνήμης RAM με clock στα 24MHz. Διαθέτει 64 pins για λειτουργίες εισόδου και εξόδου των περιφερειακών. Χρησιμοποιεί ενσωματωμένο ST-link και SWD connector για προγραμματισμό και debugging. Η τροφοδοσία της πλακέτας μπορεί να γίνει μέσω USB ή μέσω εξωτερικής τροφοδοσίας των 5 ή 3,3 V. Επίσης μπορεί να παρέχει τροφοδοσία των 5 ή 3V σε κάποια εφαρμογή.

Το board διαθέτει έναν 12-bit analog to digital converter (ADC) ο οποίος έχει 16 εξωτερικά κανάλια στα οποία ο επεξεργαστής μπορεί να κάνει μετατροπές ατομικά ή διαδοχικά σε ένα σύνολο καναλιών. Οι τιμές που λαμβάνονται στον καταχωρητή του ADC μεταφέρονται στην μνήμη του μικροεπεξεργαστή είτε χειροκίνητα με εντολές από τον προγραμματιστή είτε αναλαμβάνει την μεταφορά το περιφερειακό DMA. Ο ADC διαθέτει και την δυνατότητα παραγωγής interrupt για την εκτέλεση μιας ρουτίνας όταν ληφθεί τιμή στον καταχωρητή.

Το περιφερειακό DMA διαθέτει 7 κανάλια γενικού σκοπού αναλαμβάνει μεταφορές δεδομένων από θέση μνήμης σε θέση μνήμης, από θέση μνήμης σε καταχωρητή περιφερειακού και ανάστροφα. Ο DMA μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τα περιφερειακά SPI, DAC, I2C, USART, όλους τους timers και τον ADC. Το μέγεθος των δεδομένων που θα διακινηθούν μπορεί να είναι 32, 16, 8 bit. Ομοίως ο DMA παράγει interrupt για την εκτέλεση προγραμματιζόμενης ρουτίνας.

Το board περιλαμβάνει 17 timers εκ των οποίων οι 6 είναι γενικού σκοπού, ενώ 2 από αυτούς χρησιμοποιούνται για trigger generation του DAC.

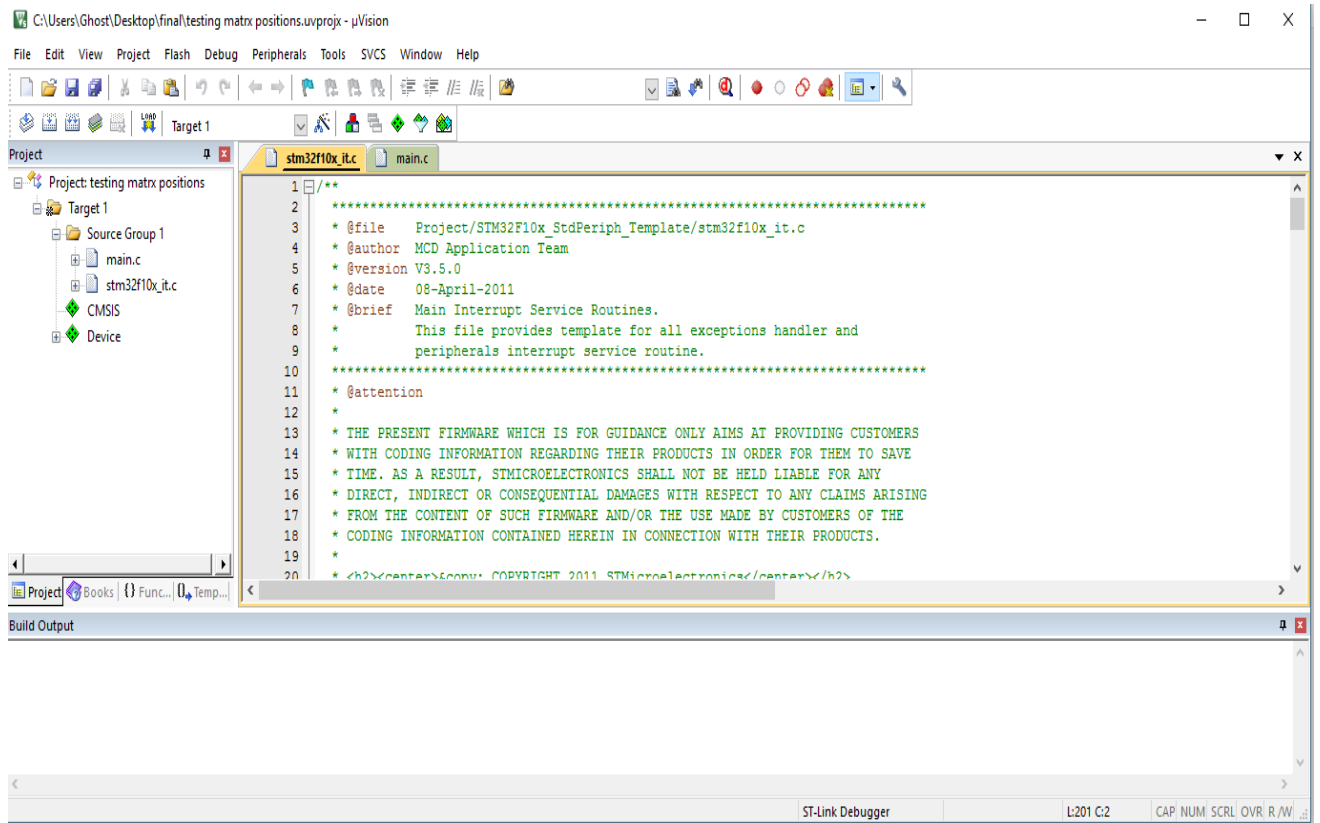
Επίσης διαθέτει 3 Usart με δυνατότητα επικοινωνίας μέχρι 3 Mbit/s. Το περιφερειακό των Usart διαθέτει και σήματα CTS και RTS για διαχείριση υλικού. Υποστηρίζουν multiprocessor communication mode, single-wire half-duplex communication mode και έχουν LIN Master/Slave δυνατότητα.

Τα GPIO pins (pins γενικού σκοπού) ρυθμίζονται από το λογισμικό ως έξοδο (push-pull ή open-drain), ως είσοδο (with ή without pull-up ή pull-down) ή για μια άλλη λειτουργία από κάποιο περιφερειακό.

Το board διαθέτει δυο 12-bit buffered κανάλια DAC τα οποία χρησιμοποιούνται για τον μετασχηματισμό 2 ψηφιακών σημάτων σε έξοδο αναλογικού σήματος τάσης. Τα 2 κανάλια σηματοδοτούνται από 2 ξεχωριστούς DAC με δυνατότητα εξόδου των 10 bit. Οι DAC έχουν την δυνατότητα παραγωγής noise-wave και triangular-wave καθώς και την χρήση εξωτερικών πηγών ως σκανδαλισμό για την εκκίνηση της μετατροπής σήματος.

Το board διαθέτει και αλλά περιφερειακά όμως ξεφεύγουν από το πλαίσιο αυτής της διπλωματικής και γι αυτό παραλείπεται η παρουσίασή τους. Στην βιβλιογραφία γίνεται όμως μνεία στο datasheet της εταιρίας όπου μπορεί να ανατρέξει ο αναγνώστης για περισσότερες και πιο λεπτομερείς πληροφορίες.

Ως GUI, πλατφόρμα ανάπτυξης λογισμικού και διεπαφή με τον μικροεπεξεργαστή χρησιμοποιήθηκε το μVision της Keil. Το μVision είναι μια πλατφόρμα ανάπτυξης λογισμικού που περιλαμβάνει editor, διαχείριση εργασιών και ενσωματώνει όλα τα εργαλεία που χρειάζονται για την ανάπτυξη εφαρμογών για ενσωματωμένα συστήματα. Σε αυτά τα εργαλεία συμπεριλαμβάνονται C/C++ compiler, macro assembler, linker/locator, and a HEX file generator.



Η ίδια η εταιρία Keil παρέχει δίκες της βιβλιοθήκες για τον προγραμματισμό του μικροεπεξεργαστή, όμως για την διεκπεραίωση της διπλωματικής χρησιμοποιήθηκαν οι βιβλιοθήκες που παρέχονταν από την εταιρία παραγωγής του board, την ST, οι οποίες ήταν πιο κοντά στην φιλοσοφία σχεδιασμού του και συνοδευόντουσαν με παραδείγματα για την εξοικείωση του χρήστη.

9.ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ & ΚΩΔΙΚΑΣ

Σε αυτό το στάδιο θα γίνει περιγραφή του προγραμματισμού του μικροεπεξεργαστή. Το πρόγραμμα που εκτελεί ο μικροεπεξεργαστής αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- Αρχικά προγραμματίζουμε έναν εκ των timer που έχει μικροεπεξεργαστής να δημιουργεί interrupt με συχνότητα 1KHz. Μέσα στην ρουτίνα του interrupt δίνεται εντολή να ενεργοποιηθεί ο ADC. Ο ADC με την σειρά του δειγματοληπτεί 8 κανάλια.
- Ο DMA αναλαμβάνει όταν εισέρθει μια νέα τιμή στον register του ADC να την μεταφέρει σε μια μεταβλητή. Επειδή στην προκυμμένη περίπτωση οι τιμές που πρέπει να μεταφερθούν είναι 8 η μεταβλητή στην οποία μεταφέρονται είναι ένας πίνακας 8 θέσεων.
- Όταν τελειώσει και η 8^η μεταφορά τότε δημιουργείται ένα νέο interrupt από τον DMA. Σε αυτό το interrupt μια global μεταβλητή (status) γίνεται 1. Η τιμή αυτής της μεταβλητής ελέγχεται από τον επεξεργαστή παράλληλα όσο λειτουργούν τα περιφερειακά. Όταν η τιμή της γίνει 1 τότε ξεκινάει η εκτέλεση του τμήματος του κώδικα για την επεξεργασία σήματος.
- Σε αυτό το τμήμα κώδικα, επιλέγονται τα 4 κανάλια από τα 8, αυτά με την περισσότερη ενέργεια και σε αυτά στην συνέχεια εφαρμόζονται τα φίλτρα. Για να γίνει η επιλογή αθροίζονται οι τιμές των καναλιών για 4 sec (4000 interrupt του timer) και βρίσκεται η μέση τιμή τους η οποία αφαιρείται από την τιμή που μόλις λήφθηκε. Τα 4 κανάλια με την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή από αυτήν την αφαίρεση θα συνεχίσουν στο επόμενο στάδιο. Η διαδικασία αυτή της επιλογής επαναλαμβάνεται κάθε 4 sec.
- Στην συνέχεια σε αυτά τα κανάλια εφαρμόζεται το πρώτο κατωπερατό FIR φίλτρο με ζώνη διάβασης [0 100]. Για την εφαρμογή του φίλτρου χρησιμοποιείται ένας buffer 25 θέσεων για κάθε σήμα εισόδου.
- Έπειτα γίνεται υποδειγματοληψία στα 200Hz. Επεξηγώντας επιλέγεται κάθε πέμπτη έξοδο από το FIR φίλτρο κάθε καναλιού. Αυτό γίνεται με σκοπό να αλλάξει η αντιστοιχία μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών συχνοτήτων. Με την αρχική δειγματοληψία στο διάστημα [0 , π] αντιστοιχίζονταν οι συχνότητες [0 , 500Hz] ενώ με την υποδειγματοληψία αντιστοιχίζονται οι [0 , 100Hz]. Αυτό γίνεται για να βελιωθεί η απόκριση των φίλτρων στις χαμηλές συχνότητες.
- Το υποδειγματοληπτιμένο και απαλλαγμένο από πάνω από 100Hz σήμα των 4 καναλιών θα εισέλθει ως σήμα εισόδου στο FIR και στο IIR φίλτρο, με στόχο τον διαχωρισμό του σήματος αναπνοής και καρδιάς. Το FIR έχει συχνότητα αποκοπής τα 3Hz. Η έξοδος του είναι το σήμα αναπνοής. Για την λειτουργία του φίλτρου χρειάζεται ένας buffer 25

θέσεων για κάθε κανάλι. Όσον αφορά το IIR χρησιμοποιείται ένας buffer 12 θέσεων για την βοηθητική μεταβλητή και άλλος ένας ίδιου μήκους για την έξοδο. Η έξοδος του είναι το σήμα της καρδιάς. Στην συνέχεια η έξοδος των 2 φίλτρων για κάθε κανάλι, στο σύνολο 8 έξοδοι, αποστέλλονται μέσω Usart σε μορφή χαρακτήρων σε τερματικό.

- Το κανάλι με την περισσότερη ενέργεια αποστέλλεται στον DAC έτσι ώστε να παρατηρηθεί η ορθή λειτουργία των φίλτρων στο παλμογράφο.

Ο κώδικας που υλοποιεί την προαναφερθέν διαδικασία καθώς και επεξηγηματικά σχόλια παραθέτονται στο παράρτημα.

10.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Biomedical Signal and Image Processing , Spring 2008 , Chapter 15 - BLIND SOURCE SEPARATION: Principal & Independent Component Analysis , G.D. Clifford 2005-2008
2. «ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΜΕ ΣΥΣΤΟΙΧΙΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ » ΠΑΠΠΟΥ ΙΩΑΝΝΗ , Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών
3. «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΥΤΟΜΑΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ ΑΚΟΥΣΤΙΚΩΝ ΒΙΟΣΗΜΑΤΩΝ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΣΥΣΤΟΙΧΙΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ ΣΕ ΧΑΜΗΛΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ», διπλωματική εργασία της μεταπτυχιακής φοιτήτριας του τμήματος Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών ΜΑΚΡΥΓΙΩΡΓΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΣ ΤΟΥ ΙΩΑΝΝΗ
4. Sen M. Kuo, Bob H. Lee, Wenshun Tian: *Real-Time Digital Signal Processing: Implementations and Applications, 2nd Edition*, Wiley & Sons Ltd, 2006
5. Reference manual TM32F100xx advanced ARM®-based 32-bit MCUs, published by STMicroelectronics NV
6. «Βασικές Τεχνικές Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων», του κ. Γεώργιου Β. Μουστακίδη καθηγητή του Πανεπιστημίου Πατρών Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών.
7. « STM32F100x4 STM32F100x6 STM32F100x8 STM32F100xB Low & medium-density value line, advanced ARM®-based 32-bit MCU with 16 to 128 KB Flash, 12 timers, ADC, DAC & 8 comm interfaces», datasheet από την εταιρία παραγωγής ST.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

```
#include "stm32f10x.h"           // Device header
#include "stm32f10x_dma.h"       // Keil::Device:StdPeriph Drivers:DMA
#include "stm32f10x_gpio.h"      // Keil::Device:StdPeriph Drivers:GPIO
#include "stm32f10x_usart.h"     // Keil::Device:StdPeriph Drivers:USART
#include "stm32f10x_adc.h"       // Keil::Device:StdPeriph Drivers:ADC
#include <stdio.h>
#include "stm32f10x_tim.h"       // Keil::Device:StdPeriph Drivers:TIM
#include <stdlib.h>
#include "stm32f10x_dac.h"       // Keil::Device:StdPeriph Drivers:DAC
```

Στο παραπάνω τμήμα κώδικα γίνονται οι εισαγωγές των απαραίτητων headers έτσι ώστε ο επεξεργαστής να μπορέσει να χρησιμοποιήσει τις βιβλιοθήκες με τις εντολές για τον dma, τον adc, τον dac, τον timer, την θύρα usart και τις εντολές ρυθμίσεις των pins που θα χρησιμοποιηθούν για είσοδο και έξοδο δεδομένων.

```
#define ADC1_DR ((uint32_t)0x4001244C)
```

Στην παραπάνω γραμμή ορίστηκε η διεύθυνση που αποθηκεύει δεδομένα ο adc.

```
#define h 25
```

```
const float lpf100[h]= {-0.001358, -0.000931, 0.000000, 0.002555, 0.007892,
0.016857, 0.029658, 0.045671, 0.063434, 0.080849, 0.095555, 0.105392,
0.108852, 0.105392, 0.095555, 0.080849, 0.063434, 0.045671, 0.029658,
0.016857, 0.007892, 0.002555, 0.000000, -0.000931, -0.001358};
```

Ο πίνακας συντελεστών του κατωπερατού FIR φίλτρου με συχνότητα αποκοπής 100Hz.

```
const float lpfanapnoi[h]= {0.005083, 0.006309, 0.009656, 0.015082,
0.022354, 0.031060, 0.040639, 0.050428, 0.059717, 0.067810, 0.074088,
```

0.078063, 0.079423, 0.078063, 0.074088, 0.067810, 0.059717, 0.050428,
0.040639, 0.031060, 0.022354, 0.015082, 0.009656, 0.006309, 0.005083};

Ο πίνακας με τους συντελεστές για το FIR κατωπερατό φίλτρο για την εξαγωγή του σήματος της αναπνοής.

```
const float NUM[13][2] = {  
{0.1712435335, - 0.171243533 },  
  
{0.1712435335, -0.1712435335},  
  
{0.1592428535, -0.1592428535},  
  
{0.1592428535, - 0.1592428535},  
  
{0.1369737983, -0.1369737983},  
  
{0.1369737983,-0.1369737983},  
  
{0.1059219167, -0.1059219167},  
  
{0.1059219167, -0.1059219167},  
  
{0.0684890002, -0.0684890002},  
  
{0.0684890002, -0.0684890002},  
  
{0.03022797965, -0.03022797965},  
  
{0.03022797965, -0.03022797965},  
  
{0.8912509084, 0}  
};
```

```
const float DEN[13][2] = {  
  
{-1.775036931, 0.9917705059},  
  
{-1.981937647, 0.9977175593},  
  
{-1.777043819, 0.9763682485},  
  
{-1.975842714, 0.992892861},  
  
  
  
  
{-1.793755054, 0.9637604952 },  
  
{-1.967325926, 0.987267077},
```

```

{-1.820886731, 0.9555283785},
{-1.955182195, 0.9803657532},
{-1.853209734, 0.9528750181},
{-1.938007832, 0.9720746279},
{-1.885784149, 0.9559460282},
{-1.914776802, 0.963221252},
{0, 0}
};

```

Παραπάνω δηλώθηκαν οι πίνακες με τους συντελεστές του αριθμητή και του παρανομαστή του ψηφιακού IIR φίλτρου.

```

/*SEira Deigmatolhpsias.

```

```

PC4 - 1

```

```

PC5 - 2

```

```

PC0 - 3

```

```

PC1 - 4

```

```

PC2 - 5

```

```

PC3 - 6

```

```

PB0 - 7

```

```

PB1 - 8

```

```

*/

```

Ακολουθούν οι απαραίτητες δηλώσεις και αρχικοποιήσεις των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν καθώς και των συναρτήσεων που θα χρησιμοποιηθούν.

```

#define TxBufferSize 6

```

```

volatile uint16_t Values[8];

```

```

volatile uint16_t j;

```

```

volatile uint16_t k;

```

```

volatile uint32_t status=0;

```

```

volatile uint8_t TxBuffer[6];

```

```

void USARTInit(void);

```

```

void ADCInit(void);

```

```

void DMAInit(void);

```

```

void TimInit(void);

```

```

void SendCHN(int matrix[]);

```

```

void bubbleSort(int numbers[], int array_size,int indexes[]);

```

```

void SendData(int data);
float Filteraply(const float b[], float Buffer[],int c);
void Sendnewline(char nlc);
void DACint(void);

```

```

float us1[14][3]={0},us2[14][3]={0},us3[14][3]={0},us4[14][3]={0}; // direct form
two iir variables gia ta 4 shmata

```

```

float ys1[15]={0}, ys2[15]={0}, ys3[15]={0},ys4[15]={0};

```

Έναρξη του κύριου προγράμματος που εκτελείται:

```

int main (void){

int DC[8]={0};
int Ene[8]={0};
int Sum[8]={0};
int Time=0;
int Rvalues[8]={0};
int indexes[8];
int g;
char f;
int t=0;
int u=0;
int sumy1=0;
int sumy2=0;
int sumy3=0;
int sumy4=0;

float Buffersign1[h]={0};
float Buffersign2[h]={0};
float Buffersign3[h]={0};
float Buffersign4[h]={0};
int si=0;
float y1,y2,y3,y4,anap1,anap2,anap3,anap4,kard1,kard2,kard3,kard4;
float Buffery1[h]={0};
float Buffery2[h]={0};
float Buffery3[h]={0};
float Buffery4[h]={0};
int Datasend[8]={0};
int iiri=0;
unsigned char c1 ;

```

Στο παραπάνω τμήμα έγιναν απαραίτητες αρχικοποιήσεις σε μεταβλητές.

```
USARTInit();
ADCInit();
DMAInit();
DACInt();
TimInit();
```

Με τις κλίσεις αυτών των συναρτήσεων γίνονται οι αρχικοποιήσεις με τις απαραίτητες ρυθμίσεις στα περιφερειακά του μικροεπεξεργαστή που θα χρησιμοποιηθούν(usart, adc, dma, dac, timer).

```
DMA_Cmd(DMA1_Channel1, ENABLE);
```

Εντολή που ενεργοποιεί τον dma ώστε όταν ο adc λάβει μια τιμή να την μεταθέτει σε μια θέση μνήμης.

```
for ( g=0;g<10000;g++){}
```

Ένα απλό delay για μην υπάρξει πρόβλημα χρονισμού με τα περιφερειακά.

```
while(1){
```

Ο ατέρμων βρόχος του κύριου προγράμματος.

```
if (status==1){
```

Η μεταβλητή status παίρνει τιμή 1 από τον interrupt που παράγει ο timer κάθε 4 sec. Ο κώδικας του interrupt παραθέτετε στο τέλος.

```
status=0;
Time=Time+1;
```

Η μεταβλητή time χρησιμοποιείται για την χρονομέτρηση των 4 δευτερολέπτων οπότε γίνεται η επιλογή των καναλιών με την περισσότερη ενέργεια.

```
for (g=0;g<8;g++){
Sum[g]=Sum[g]+Values[g];
Rvalues[g]=Values[g]-DC[g];
```

```
// stis 4000 prwtes epanalipseis
```

```
rvalues=values dioti dc=0
```

```
}
```

```

if (Time==4000){
    Time=0;

    for (g=0;g<8;g++){ //compute DC
        DC[g]=Sum[g]/4000;
        Sum[g]=0;
    }
}

```

// αρχικοποιηsh του Sum για τον επόμενο υπολογισμό του DC

```

Ene[g]= abs(Rvalues[g]);
indexes[g]=g; }

```

Το παραπάνω τμήμα κώδικα αθροίζει τις τιμές για κάθε ένα κανάλι από τα 8 που δειγματοληπτούνται και βρίσκει τον μέσω όρο των τιμών ώστε να βρεθεί η DC συνιστώσα που προσθέτει το κύκλωμα ώστε να αφαιρεθεί από την τιμή που λήφθηκε το τέταρτο δευτερόλεπτο. Στο απόλυτο της αφαίρεσης , ένα αποτέλεσμα για κάθε κανάλι, γίνεται μια ταξινόμηση bubblesort , ώστε σε να βρεθούν τα κανάλια με την περισσότερη ενέργεια. Σε αυτά τα κανάλια για τα επόμενα 4 sec θα γίνεται επεξεργασία σήματος. Έπειτα θα επαναληφθεί η διαδικασία επιλογής.

```

bubbleSort(Ene,8,indexes);

```

//οποτε θα steilw ta kanalia pou einai stis 4 teleutaies theseis tou pinaka indexes

```

f='c';
Sendnewline(f);
f='n';
Sendnewline(f);
f='g';
Sendnewline(f);
SendCHN( indexes);

```

```

f='\n';
Sendnewline(f);
f='\r';
Sendnewline(f);}
if (t==25){t=0;}

```

```

Buffersign1[t]=Values[indexes[7]];
Buffersign2[t]=Values[indexes[6]];
Buffersign3[t]=Values[indexes[5]];
Buffersign4[t]=Values[indexes[4]];

```

Στο αυτό το τμήμα κάθε σήμα από τα 4 κανάλια πάει στο buffer του για την επικείμενη εφαρμογή του φίλτρου των 100Hz.

```
y1= Filteraply(lpf100, Buffersign1,t);  
y2= Filteraply(lpf100, Buffersign2,t);
```

// vgazoume mia eksodo syndiazodas filtro kai buffer kathe tick του timer

```
y3= Filteraply(lpf100, Buffersign3,t);
```

// $y=b_0*x[n] +b_1*x[n-1] +b_2*x[n-3] +\dots$ n parousa xronikh stigmi

```
y4= Filteraply(lpf100, Buffersign4,t);  
t=t+1;
```

Οι μεταβλητές y1,2,3,4 είναι οι έξοδοι του φίλτρου. Από αυτές τις τιμές θα επιλεγθούν μόνο αυτές που αντιστοιχούν σε $T_{im} \div 5 = 0$. Έτσι ώστε να γίνει υποδειγματοληψία του σήματος στα 200Hz.

Αυτές οι υποδειγματοληπτημένες τιμές τοποθετούνται στους buffer τους και την συνέχεια σε αυτές εφαρμόζεται το Fir φίλτρο για την αναπνοή με συχνότητα αποκοπής τα 3Hz.

```
if ((Time%5)== 0){
```

// synthikh wste na ypodeigmatoliptisoume sta 200 HZ, oversampling

```
if (u==25){u=0;}
```

```
Buffery1[u]=/*sum*/y1;  
Buffery2[u]=/*sum*/y2;  
Buffery3[u]=/*sum*/y3;  
Buffery4[u]=/*sum*/y4;
```

```
anap1=Filteraply(lpfanapnoi,Buffery1,u);  
anap2=Filteraply(lpfanapnoi,Buffery2,u);  
anap3=Filteraply(lpfanapnoi,Buffery3,u);  
anap4=Filteraply(lpfanapnoi,Buffery4,u);
```

Στο ακόλουθο τμήμα κώδικα υλοποιείται το IIR filter το οποίο έχει ως είσοδο τις ίδιες τιμές που είχε και το Fir του προηγούμενου σταδίου.

```
u=u+1;
```



```

for(iiri=0;iiri<14;iiri++){ // shifting timwn tou pinaka u

    us1[iiri][2]=us1[iiri][1];
    us1[iiri][1]=us1[iiri][0]; //1 shma

    us2[iiri][2]=us2[iiri][1];
    us2[iiri][1]=us2[iiri][0]; //2 shma

    us3[iiri][2]=us3[iiri][1];
    us3[iiri][1]=us3[iiri][0]; //3 shma

    us4[iiri][2]=us4[iiri][1];
    us4[iiri][1]=us4[iiri][0]; //4 shma
}

ys1[0]=y1;
ys2[0]=y2;
ys3[0]=y3;
ys4[0]=y4;

for (iiri=0;iiri<14;iiri++){

    us1[iiri][0]=ys1[iiri]-DEN[iiri][0]*us1[iiri][1] -DEN[iiri][1]*us1[iiri][2];
    ys1[iiri+1]=NUM[iiri][0]*us1[iiri][0] +NUM[iiri][1]*us1[iiri][2];
    ys1[iiri +1]=ys1[iiri +1 ];

    us2[iiri][0]=ys2[iiri]-DEN[iiri][0]*us2[iiri][1] -DEN[iiri][1]*us2[iiri][2];
    ys2[iiri+1]=NUM[iiri][0]*us2[iiri][0] +NUM[iiri][1]*us2[iiri][2];
    ys2[iiri +1]=3*ys2[iiri +1 ];

    us3[iiri][0]=ys3[iiri]-DEN[iiri][0]*us3[iiri][1] -DEN[iiri][1]*us3[iiri][2];
    ys3[iiri+1]=NUM[iiri][0]*us3[iiri][0] +NUM[iiri][1]*us3[iiri][2];
    ys3[iiri +1]=3*ys3[iiri +1 ];

    us4[iiri][0]=ys4[iiri]-DEN[iiri][0]*us4[iiri][1] -DEN[iiri][1]*us4[iiri][2];
    ys4[iiri+1]=NUM[iiri][0]*us4[iiri][0] +NUM[iiri][1]*us4[iiri][2];
    ys4[iiri +1]=3*ys4[iiri +1 ];
}

```

Οι έξοδοι του IIR φίλτρου αποθηκεύονται στις μεταβλητές kard1,2,3,4 αντίστοιχα για κάθε κανάλι.

```
kard1=ys1[14];
```

```
kard2=ys2[14];  
kard3=ys3[14];  
kard4=ys4[14];
```

Στην συνέχεια με την παρακάτω εντολή στέλνεται στον DAC η εξόδους του καναλιού με την περισσότερη ενέργεια ώστε να δούμε στον παλμογράφο το αποτέλεσμα της επεξεργασίας.

```
DAC_SetChannel1Data(DAC_Align_12b_R, 2096+kard1);
```

```
/*sumy1=0;  
sumy2=0;  
sumy3=0;  
sumy4=0;*/
```

```
/*SendData(anap1);  
SendData(kard1);  
SendData(anap2);  
SendData(kard2);  
SendData(anap3);  
SendData(kard3);  
SendData(anap4);  
SendData(kard4);  
*/
```

Το σύνολο των εξόδων των φίλτρων αποθηκεύονται στον πίνακα Datasend και εν συνεχεία αποστέλλονται μέσω Usart σε μορφή ASCII χαρακτήρων σε 16-ικη μορφή.

```
Datasend[0]=anap1;  
Datasend[1]=kard1;  
Datasend[2]=anap2;  
Datasend[3]=kard2;  
Datasend[4]=anap3;  
Datasend[5]=kard3;  
Datasend[6]=anap4;  
Datasend[7]=kard4;
```

```

for(si=0;si<8;si++){
    c1=((Datsend[si]&0xF0)>>8) ;
    c1 = (c1 < 9) ? c1 +'0' : c1-10+65 ;
    Sendnewline(c1);
    c1=((Datsend[si]&0xF0)>>4 );
    c1 = (c1 < 9) ? c1 +'0' : c1-10+65 ;
    Sendnewline(c1);
    c1=(Datsend[si]&0xF );
    c1 = (c1 < 9) ? c1 +'0' : c1-10+65 ;
    Sendnewline(c1);}

Sendnewline("\r");
Sendnewline("\n"); }}

```

Ακολουθούν οι συναρτήσεις που εισάγουν τις ρυθμίσεις στα απαραίτητα περιφερειακά του ADC, DAC, DMA, USART, TIMER.

```

void ADCInit(void){

    RCC_APB2PeriphClockCmd(RCC_APB2Periph_ADC1|RCC_APB2Periph_GPIOC|RCC_APB2Periph_GPIOB, ENABLE);
    GPIO_InitTypeDef GPIO_InitStructure;
    GPIO_StructInit(&GPIO_InitStructure);
    GPIO_InitStructure.GPIO_Pin=
    GPIO_Pin_4|GPIO_Pin_5|GPIO_Pin_0|GPIO_Pin_1|GPIO_Pin_2|GPIO_Pin_3;

    GPIO_InitStructure.GPIO_Mode=GPIO_Mode_AIN;
    GPIO_Init(GPIOC, &GPIO_InitStructure);

    GPIO_InitStructure.GPIO_Pin= GPIO_Pin_0|GPIO_Pin_1;
    GPIO_InitStructure.GPIO_Mode=GPIO_Mode_AIN;
    GPIO_Init(GPIOB, &GPIO_InitStructure);

    ADC_InitTypeDef ADC_InitStructure;

    ADC_InitStructure.ADC_Mode=ADC_Mode_Independent;
    ADC_InitStructure.ADC_ScanConvMode=ENABLE;
    ADC_InitStructure.ADC_ContinuousConvMode=DISABLE;

```

```

ADC_InitStructure.ADC_ExternalTrigConv=ADC_ExternalTrigConv_No
ne;
ADC_InitStructure.ADC_DataAlign=ADC_DataAlign_Right;
ADC_InitStructure.ADC_NbrOfChannel=8;
ADC_Init(ADC1, &ADC_InitStructure);

```

```

ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_14,1,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_15,2,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_10,3,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_11,4,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_12,5,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_13,6,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_8,7,
ADC_SampleTime_7Cycles5);
ADC_RegularChannelConfig(ADC1, ADC_Channel_9,8,
ADC_SampleTime_7Cycles5);

```

```

ADC_Cmd(ADC1,ENABLE);
ADC_DMACmd(ADC1, ENABLE);
ADC_ResetCalibration(ADC1);
while(ADC_GetResetCalibrationStatus(ADC1));
ADC_StartCalibration(ADC1);
while(ADC_GetCalibrationStatus(ADC1));}

```

```

void DMAInit(void){

```

```

RCC_AHBPeriphClockCmd(RCC_AHBPeriph_DMA1, ENABLE);
DMA_InitTypeDef DMA_InitStructure;
DMA_DeInit(DMA1_Channel1);
DMA_InitStructure.DMA_M2M=DMA_M2M_Disable;
DMA_InitStructure.DMA_Mode=DMA_Mode_Circular;
DMA_InitStructure.DMA_Priority=DMA_Priority_Medium;
DMA_InitStructure.DMA_PeripheralDataSize=DMA_PeripheralDataSize
_HalfWord;
DMA_InitStructure.DMA_MemoryDataSize=DMA_MemoryDataSize_Ha
lfWord;
DMA_InitStructure.DMA_MemoryInc=DMA_MemoryInc_Enable;
DMA_InitStructure.DMA_PeripheralInc=DMA_PeripheralInc_Disable;
DMA_InitStructure.DMA_DIR=DMA_DIR_PeripheralSRC;
DMA_InitStructure.DMA_BufferSize=8;
DMA_InitStructure.DMA_PeripheralBaseAddr= (uint32_t) ADC1_DR;
DMA_InitStructure.DMA_MemoryBaseAddr=(uint32_t) Values;

```

```
DMA_Init(DMA1_Channel1,&DMA_InitStructure);
DMA_ITConfig(DMA1_Channel1,DMA_IT_TC,ENABLE);
DMA_Cmd(DMA1_Channel1,ENABLE);
```

```
NVIC_InitTypeDef NVIC_InitStructure;
NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannel= DMA1_Channel1_IRQn;
NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannelPreemptionPriority=1;
NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannelSubPriority=0;
NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannelCmd= ENABLE;
NVIC_Init(&NVIC_InitStructure);}
```

```
void USARTInit(void){
```

```
    //enabling the clock to usart pins
```

```
RCC_APB2PeriphClockCmd(RCC_APB2Periph_GPIOA,ENABLE);
```

```
RCC_APB1PeriphClockCmd(RCC_APB1Periph_USART2, ENABLE);
```

```
    //gpio confs
```

```
GPIO_InitTypeDef GPIO_InitStructure;
GPIO_InitStructure.GPIO_Pin=GPIO_Pin_2;
GPIO_InitStructure.GPIO_Speed=GPIO_Speed_50MHz;
GPIO_InitStructure.GPIO_Mode=GPIO_Mode_AF_PP;
GPIO_Init(GPIOA,&GPIO_InitStructure);
```

```
GPIO_InitStructure.GPIO_Pin=GPIO_Pin_3;
GPIO_InitStructure.GPIO_Mode=GPIO_Mode_IN_FLOATING;
GPIO_Init(GPIOA,&GPIO_InitStructure);
```

```
    //usart parametrs
```

```
USART_InitTypeDef USART_InitStructure;
USART_InitStructure.USART_BaudRate = 921600;
USART_InitStructure.USART_WordLength = USART_WordLength_8b;
USART_InitStructure.USART_StopBits = USART_StopBits_1;
USART_InitStructure.USART_Parity = USART_Parity_No ;
USART_InitStructure.USART_HardwareFlowControl =
USART_HardwareFlowControl_None;
USART_InitStructure.USART_Mode = USART_Mode_Tx;
USART_Init(USART2, &USART_InitStructure);
USART_Cmd(USART2, ENABLE);
}
```

```
void TimInit(void){
```

```
    TIM_TimeBaseInitTypeDef  TIM_TimeBaseStructure;
```

```
        //tim2 configuration
```

```
    RCC_APB1PeriphClockCmd(RCC_APB1Periph_TIM2, ENABLE);
```

Ρυθμίσεις για να μπορέσει το περιφερειακό Tim2 να κάνει interrupt με συχνότητα 1KHz

```
    TIM_TimeBaseStructure.TIM_Period = 1000 - 1; // 1 MHz down to 1 KHz (1 ms)
```

```
    TIM_TimeBaseStructure.TIM_Prescaler = 24 - 1; // 24 MHz Clock down to 1 MHz (adjust per your clock)
```

```
    TIM_TimeBaseStructure.TIM_ClockDivision = 0;
```

```
    TIM_TimeBaseStructure.TIM_CounterMode = TIM_CounterMode_Up;
```

```
    TIM_TimeBaseInit(TIM2, &TIM_TimeBaseStructure);
```

```
    TIM_ITConfig(TIM2, TIM_IT_Update, ENABLE);
```

```
    TIM_Cmd(TIM2, ENABLE);
```

```
    NVIC_InitTypeDef NVIC_InitStructure;
```

```
    NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannel = TIM2_IRQn; //TIM2 IRQ Channel
```

```
    NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannelPreemptionPriority = 0;
```

```
    //Preemption Priority
```

```
    NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannelSubPriority = 0; //Sub Priority
```

```
    NVIC_InitStructure.NVIC_IRQChannelCmd = ENABLE;
```

```
    NVIC_Init(&NVIC_InitStructure);}
```

```
void DACint(void){
```

/* Once the DAC channel is enabled, the corresponding GPIO pin is automatically connected to the DAC converter. In order to avoid parasitic consumption, the GPIO pin should be configured in analog */

```
RCC_APB2PeriphClockCmd(RCC_APB2Periph_GPIOA, ENABLE);
RCC_APB1PeriphClockCmd(RCC_APB1Periph_DAC, ENABLE);
```

```
GPIO_InitTypeDef GPIO_InitStructure;
GPIO_InitStructure.GPIO_Pin = GPIO_Pin_4;
GPIO_InitStructure.GPIO_Mode = GPIO_Mode_AIN;
GPIO_Init(GPIOA, &GPIO_InitStructure);
```

```
DAC_InitTypeDef DAC_InitStructure;
DAC_InitStructure.DAC_Trigger = DAC_Trigger_None;
DAC_InitStructure.DAC_WaveGeneration =
DAC_WaveGeneration_None;
```

```
DAC_InitStructure.DAC_LFSRUnmask_TriangleAmplitude =
DAC_TriangleAmplitude_4095;
DAC_InitStructure.DAC_OutputBuffer = DAC_OutputBuffer_Enable;
DAC_Init(DAC_Channel_1, &DAC_InitStructure);
```

```
DAC_Cmd(DAC_Channel_1, ENABLE);
}
```

Η ακόλουθη συνάρτηση στέλνει 4 χαρακτήρες μέσω της Usart

```
void Sendnewline(char nlc){
```

```
    char s;
    s=nlc;
    USART_SendData(USART2, s);
    while(USART_GetFlagStatus(USART2, USART_FLAG_TXE) == RESET);}
void SendCHN(int matrix []){
    char str[4];
    for (j=4;j<8; j++){
        sprintf( str, "%d ", matrix[j]);
```

//vazoume tis times se string kai apo to string ston buffer

```

        for (k=0;k<4;k++){
            TxBuffer[k]=str[k];}
        uint8_t NbrOfDataToTransfer = TxBufferSize;
        uint8_t TxCounter = 0;

        while(NbrOfDataToTransfer--){

            USART_SendData(USART2, TxBuffer[TxCounter++]);
            while(USART_GetFlagStatus(USART2, USART_FLAG_TXE) == RESET);
        }
    }
}

```

Η παρακάτω συνάρτηση στέλνει ένα τετραψήφιο αριθμό σαν χαρακτήρες μέσω Usart

```

void SendData(int data){
    char str[6];
    sprintf( str, "%d ", data);
    //vazoume tis times se string kai apo to string ston buffer

    for (k=0;k<6;k++){
        TxBuffer[k]=str[k];}

    uint8_t NbrOfDataToTransfer = TxBufferSize;
    uint8_t TxCounter = 0;

    while(NbrOfDataToTransfer--){
        USART_SendData(USART2, TxBuffer[TxCounter++]);
        while(USART_GetFlagStatus(USART2, USART_FLAG_TXE) == RESET);
    }
}

```

Η bubbleSort ταξινομεί τα στοιχεία του πίνακα Ενε φθίνουσα σειρά.

```

void bubbleSort(int numbers[], int array_size,int indexes[]){

    int i, j, temp;

    for (i = (array_size - 1); i > 0; i--)
    {
        for (j = 1; j <= i; j++)
        {
            if (numbers[j-1] > numbers[j])
            {
                temp = numbers[j-1];
                numbers[j-1] = numbers[j];
                numbers[j] = temp;
                temp=indexes[j-1];
            }
        }
    }
}

```



```
// oti alages kanei se theseis ston ene kanei kai sta indexes
```

```
    indexes[j-1]=indexes[j];
```

```
    indexes[j]=temp;}}}}
```

Η παρακάτω συνάρτηση χρησιμοποιεί τα ορίσματα που της δίνονται για να υπολογίσει την έξοδο των Fir φίλτρων.

```
float Filteraply(const float b[], float Buffer[], int c){
```

```
    int y=0 ;
```

```
    int i=0;
```

```
    int q;
```

```
    q=c+1;
```

```
    y=b[24]*Buffer[c];
```

```
    if (q==25){q=0;}
```

```
    while(q!=c){
```

```
        y=y+b[i]*Buffer[q];
```

```
        i=i+1;
```

```
        q=q+1;
```

```
    if(q==25){q=0;}}
```

```
    return y;}
```

Οι ρουτίνες των interrupt είναι οι ακόλουθες:

```
void DMA1_Channel1_IRQHandler(void){
```

```
    if(DMA_GetITStatus(DMA1_IT_TC1)){
```

```
        status=1;
```

```
        //Clear DMA1 interrupt pending bits
```

```
        DMA_ClearITPendingBit(DMA1_IT_GL1);}}
```

```
void TIM2_IRQHandler(void){
```

```
    if (TIM_GetITStatus(TIM2, TIM_IT_Update) != RESET){
```

```
        TIM_ClearITPendingBit(TIM2, TIM_IT_Update);
```

```
        status=0;
```

```
        ADC_SoftwareStartConvCmd(ADC1, ENABLE);
```

```
    }}
```