

HY110 Απειροστικός Λογισμός Ι

Χειμερινό Εξάμηνο 2025

1η σειρά ασκήσεων

Ημερομηνία παράδοσης: 31/10/2025

Γενικές οδηγίες Το όνομα του παραδοτέου πρέπει να είναι της μορφής ασκ1_ΑΜ (όπου ΑΜ ο αριθμός μητρώου). Θα πρέπει να τοποθετήσετε όλες τις εικόνες σε ένα ενιαίο αρχείο κειμένου *pdf* που να ακολουθεί την σειρά των εκφωνήσεων. Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνει ηλεκτρονικά από το *eLearn*.

Άσκηση 1. Υπολογίστε τα παρακάτω όρια (με χρήση σχετικών κανόνων) ή δείξτε ότι δεν υπάρχουν

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{6 - \sqrt{5x^2 + 11x + 6}}}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{2x + 7 - 5 \sin x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{5 - \sqrt{x^2 + 9}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{5x^2 + 7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x + 2\sqrt{x}}{x + \sin x}$$

Άσκηση 2.

Στα παρακάτω ερωτήματα δίνεται η συνάρτηση $f(x)$, ένα σημείο x_0 και ένας θετικός αριθμός ϵ . Βρείτε το

$L = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$. Έπειτα, βρείτε έναν αριθμό $\delta > 0$ τέτοιο ώστε για κάθε x να ισχύει:
 $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$

$$1. f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, \quad x_0 = 2, \quad \epsilon = 0.05$$

$$2. f(x) = \sqrt{1 - 5x}, \quad x_0 = -3, \quad \epsilon = 0.5$$

$$3. f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad x_0 = \sqrt{3}, \quad \epsilon = c > 0$$

Άσκηση 3. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες (όποιες υπάρχουν) για τις παρακάτω συναρτήσεις

$$\bullet y = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 8}$$

$$\bullet y = \sqrt{\frac{x^2 + 9}{9x^2 + 1}}$$

$$\bullet y = \frac{2x^{3/2} + 2x - 3}{\sqrt{x + 1}}$$

Άσκηση 4.

1. Χρησιμοποιώντας τον τυπικό ορισμό του ορίου, αποδείξτε ότι οι παρακάτω συναρτήσεις είναι συνεχείς στο σημείο x_0 .

- $g(x) = \frac{1}{2x}, \quad x_0 = \frac{1}{4}$
- $h(x) = \sqrt{2x-3}, \quad x_0 = 2$

Άσκηση 5. Βρείτε την τιμή του b ώστε η συνάρτηση

$$g(x) = \begin{cases} x, & x < -2 \\ bx^2, & x \geq -2 \end{cases}$$

να είναι συνεχής για κάθε x .

Άσκηση 6.

Με βάση τον τυπικό ορισμό του ορίου να δείξετε ότι ισχύουν τα παρακάτω όρια

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2} = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = \infty$