



# Μέθοδοι Επαναληπτικής Βελτίωσης

(iterative improvement)

## Τοπική Αναζήτηση (Local Search) ή Αναρρίχηση Λόφων (Hill Climbing)

Θεωρούμε το πρόβλημα όπου μας δίνεται μια συνάρτηση κόστους  $e(n)$  ορισμένη σε ένα διακριτό χώρο καταστάσεων  $S$  και θέλουμε να βρούμε την κατάσταση  $n^*$  βέλτιστου (μέγιστου ή ελάχιστου) κόστους

- ❖ Δεν ψάχνουμε βέλτιστο μονοπάτι από ΑΚ προς ΤΚ, παρά μόνο μια κατάσταση βέλτιστου κόστους.
- ❖ Για την εφαρμογή του αλγορίθμου LS, απαιτείται ο **ορισμός της γειτονιάς  $N(n)$**  κάθε κατάστασης  $n$ , δηλαδή των καταστάσεων στις οποίες μεταβαίνουμε από την  $n$  σε ένα βήμα (με μια ενέργεια).
- ❖ Ξεκινάμε από μια **τυχαία αρχική κατάσταση** και μεταβαίνουμε μεταξύ γειτονικών καταστάσεων ώστε να βελτιώνεται το κόστος.



- ❖ Εάν βρεθούμε σε κατάσταση που έχει καλύτερο κόστος από όλες τις γειτονικές της, τότε η κατάσταση ονομάζεται **τοπικό βέλτιστο** (ελάχιστο ή μέγιστο) και ο αλγόριθμος τερματίζει.
- ❖ Το καλύτερο από τα τοπικά βέλτιστα ονομάζεται **ολικό βέλτιστο** (ελάχιστο ή μέγιστο).

3	2	8
1	9	7
0	5	2
6	4	3

- ❖ Η **επίδοση** της μεθόδου LS εξαρτάται **δραστικά** από την **τυχαία αρχική κατάσταση** που επιλέγουμε.
- ❖ Μια **εύκολη λύση**: πολλές εκτελέσεις της μεθόδου από διαφορετικές τυχαίες αρχικές καταστάσεις και διατήρηση της καλύτερης λύσης που προκύπτει από όλες τις εκτελέσεις.



## Αναζήτηση με απαγορεύσεις (tabu search)

- ❖ Επεκτείνουμε τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης ώστε να μεταβαίνουμε **πάντα** στη γειτονική κατάσταση με το καλύτερο κόστος (άσχετα από το εάν είναι καλύτερο από το κόστος της τρέχουσας κατάστασης). Κατά τη διάρκεια της αναζήτησης φροντίζουμε ώστε να αποθηκεύουμε την καλύτερη κατάσταση από την οποία έχουμε περάσει.
- ❖ Αποδεχόμαστε μεταβάσεις που χειροτερεύουν το κόστος.
- ❖ Για την αποφυγή βρόχων συντηρούμε **λίστα απαγορευμένων καταστάσεων (tabu list)** (μήκους  $L$ ) που περιλαμβάνει τις  $L$  πιο πρόσφατες καταστάσεις που επισκεφθήκαμε.
- ❖ Αν μια κατάσταση είναι απαγορευμένη σε κάποια επανάληψη δεν επιτρέπεται να την επισκεφθούμε στη συγκεκριμένη επανάληψη.
- ❖ Ο αλγόριθμος δεν τερματίζει για το λόγο αυτό πρέπει να τεθεί μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.
- ❖ Το μήκος  $L$  της λίστας καθορίζεται από το χρήστη και είναι σημαντική παράμετρος



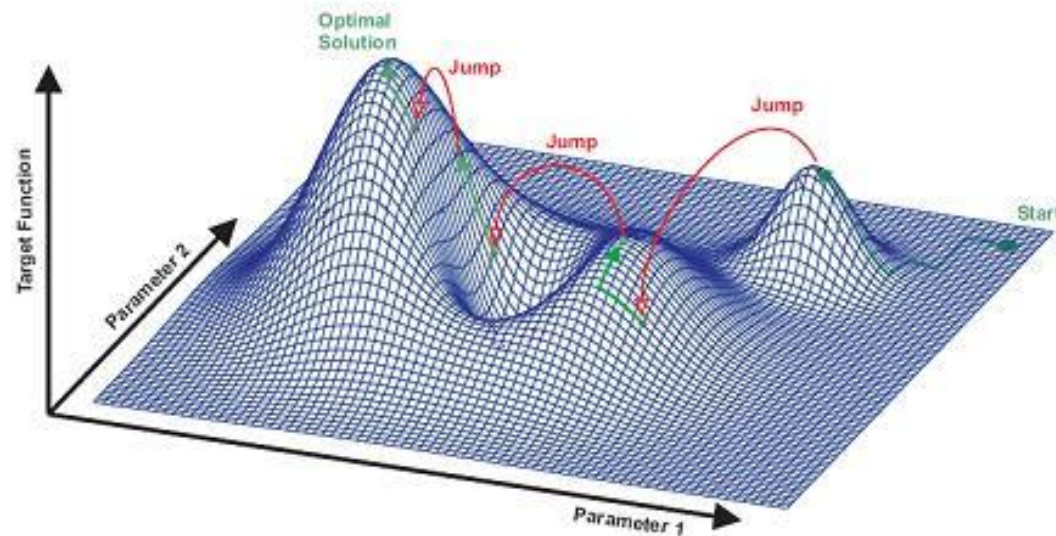
## Προσομοιούμενη Ανόπτηση (Simulated Annealing)(SA)

- ❖ Προέκυψε από το **φυσικό ανάλογο** της **ανόπτησης (annealing)**: **αργή ψύξη** ενός κομματιού μετάλλου από την κατάσταση τήξης (υψηλή θερμοκρασία) μέχρι να λάβει το επιθυμητό στερεό σχήμα (χαμηλή θερμοκρασία).
- ❖ Κατά την ανόπτηση ελαχιστοποιείται η ενέργεια των μορίων του υλικού.
- ❖ Η προσομοιούμενη ανόπτηση είναι επέκταση της τοπικής αναζήτησης και βασίζεται σε **δοκιμές μετάβασης**. Εστω ότι ενδιαφερόμαστε για ελαχιστοποίηση του κόστους  $e(n)$ .
- ❖ **Δοκιμή μετάβασης**: Εστω  $n$  η τρέχουσα κατάσταση.
  1. Τυχαία επιλογή μιας γειτονικής κατάστασης  $n'$ .
  2. Υπολογισμός  $\Delta e = e(n') - e(n)$ .
  3. Υπολογισμός πιθανότητας  $p = f(\Delta e, T)$ , όπου  $T$  μια παράμετρος που ονομάζεται **θερμοκρασία**.
  4. Δοκιμή Bernoulli με πιθανότητα  $p$ . Εάν η δοκιμή επιτυχής, μεταβαίνουμε στην  $n'$ , αλλιώς παραμένουμε στην  $n$  (δοκιμή ανεπιτυχής).



- ❖ Συνάρτηση Πιθανότητας:  $p=1$ , εάν  $\Delta e < 0$ , αλλιώς ( $\Delta e > 0$ )  $p=1/(1+\exp(\Delta e/T))$
- ❖ Αποδεχόμαστε μεταβάσεις που αυξάνουν το κόστος.
- ❖ Η θερμοκρασία  $T$  αρχικοποιείται σε μεγάλη τιμή  $T_0$  και μειώνεται αργά σύμφωνα με κάποιο κανόνα μείωσης (π.χ.  $T_{k+1} = \alpha T_k$ ,  $\alpha=0.99$ ).
- ❖ Για  $T \rightarrow 0$  η μέθοδος καταλήγει σε τοπική αναζήτηση και τερματίζει.
- ❖ Σε κάθε θερμοκρασία πρέπει να εκτελείται **επαρκής** αριθμός δοκιμών μετάβασης.

## Simulated Annealing



- ❖ **Σημαντικό θεωρητικό αποτέλεσμα:** Εάν η θερμοκρασία μειώνεται ‘αρκετά αργά’ και σε κάθε θερμοκρασία εκτελείται ‘επαρκής’ αριθμός δοκιμών μετάβασης, η μέθοδος SA θα εντοπίσει το **ολικό ελάχιστο**.