

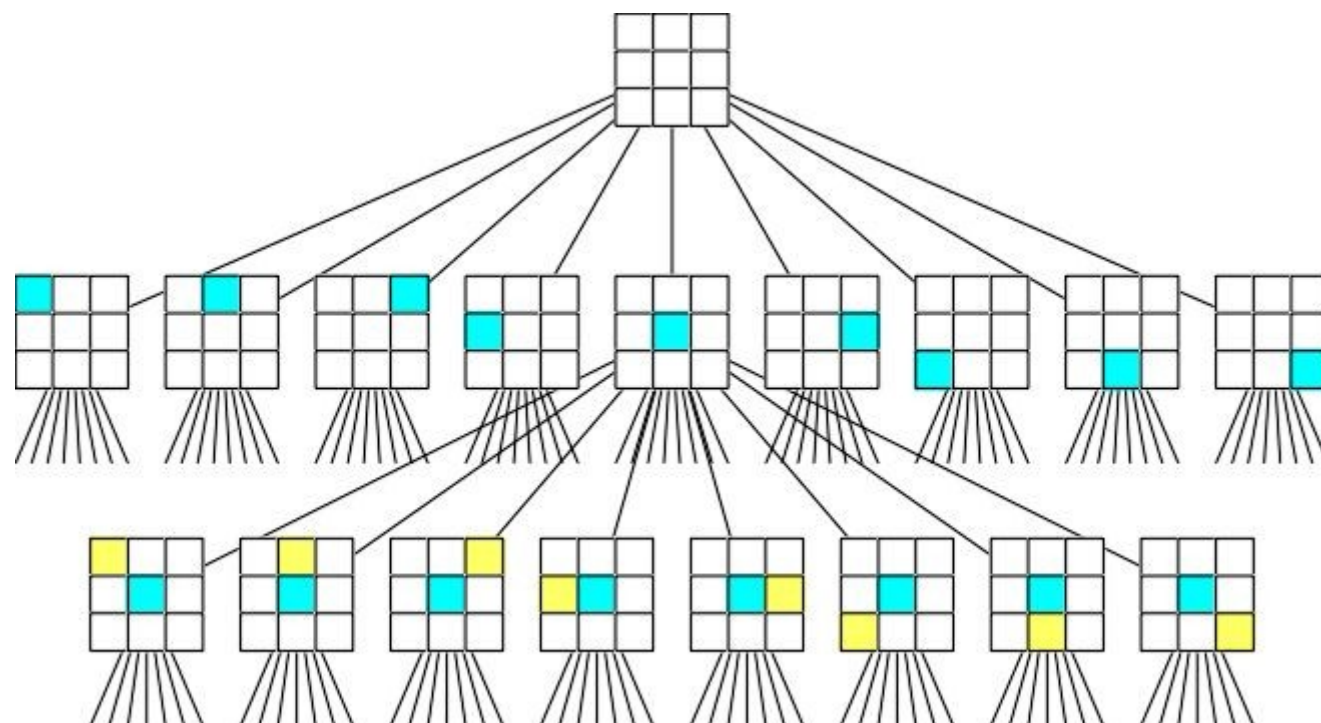


Παίγνια Δύο Αντιπάλων (Games)

- ❖ Βασικό χαρακτηριστικό: **ύπαρξη αντιπάλου**
- ❖ Σε ένα παιχνίδι δύο ατόμων το πρόβλημα ορίζεται ως εξής:
 - ❑ Μια κατάσταση παριστάνει τη διάταξη των πιονιών σε κάποια χρονική στιγμή.
 - ❑ Ο χώρος καταστάσεων αποτελείται από όλες τις έγκυρες καταστάσεις.
 - ❑ Οι τελεστές μετάβασης είναι οι επιτρεπτές κινήσεις σε κάθε κατάσταση που καθορίζονται από τους κανόνες του παιχνιδιού.
 - ❑ Οι τελικές καταστάσεις του παιχνιδιού καθορίζονται από κανόνες.
- ❖ Οι δύο παίκτες παίζουν εναλλάξ.
- ❖ Ο ένας παίκτης (το πρόγραμμά μας) λέγεται MAX (▲)
- ❖ Ο άλλος παίκτης λέγεται MIN (▼)
- ❖ Μελετάμε παίγνια **χωρίς τυχαιότητα** (π.χ. χωρίς ρίψη ζαριού πριν από κάθε ενέργεια)



- ❖ Για κάθε τελική κατάσταση (T.K.) ορίζουμε μια συνάρτηση αξίας που σχετίζεται με το αποτέλεσμα του παιχνιδιού.
- ❖ Η συνάρτηση αξίας των T.K. πρέπει να είναι τέτοια ώστε οι καταστάσεις στις οποίες ο MAX κερδίζει να έχουν μεγαλύτερη αξία από τις καταστάσεις στις οποίες ο MIN κερδίζει. (π.χ. θετική όταν κερδίζει ο MAX, αρνητική όταν κερδίζει ο MIN).
- ❖ Έτσι ο MAX παίζει για να οδηγήσει το παιχνίδι σε T.K. με μεγάλη αξία, ενώ ο MIN παίζει ώστε να οδηγήσει το παιχνίδι σε T.K. με μικρή αξία.
- ❖ Το δένδρο που περιγράφει όλες τις δυνατές ακολουθίες ενεργειών ενός παιχνιδιού δένδρο παιχνιδιού (game tree).





Ο Αλγόριθμος Minimax

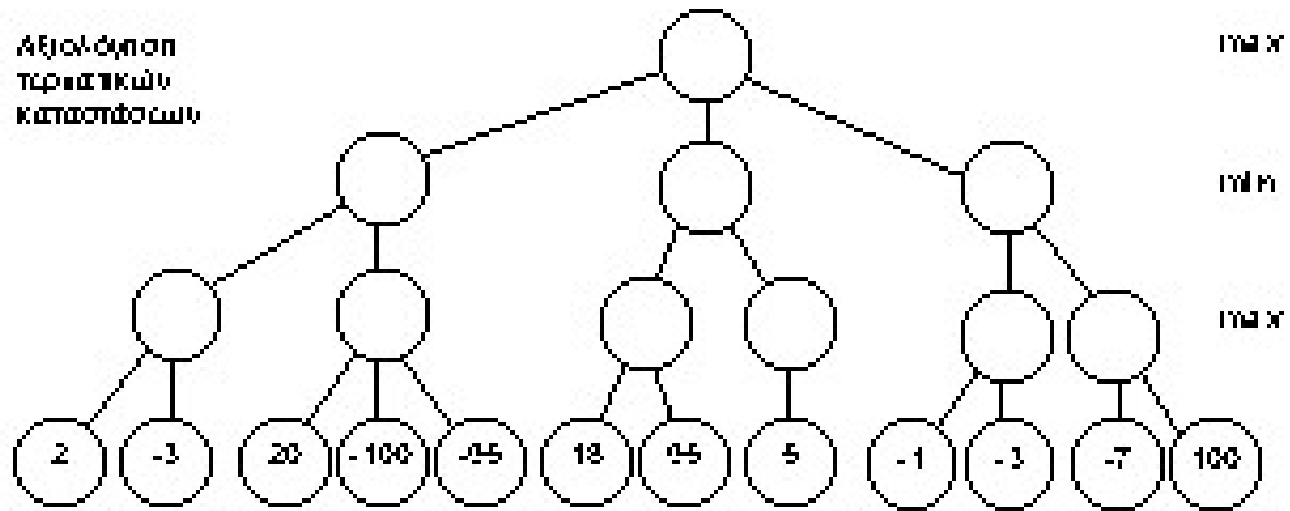
- ❖ Δεδομένης μίας κατάστασης του παιχνιδιού, ο αλγόριθμος αναζήτησης μεγίστου-ελαχίστου (*Minimax*) καλείται να αποφασίσει ποια θα είναι η επόμενη κίνησή του έναντι του αντιπάλου.

Αλγόριθμος Minimax

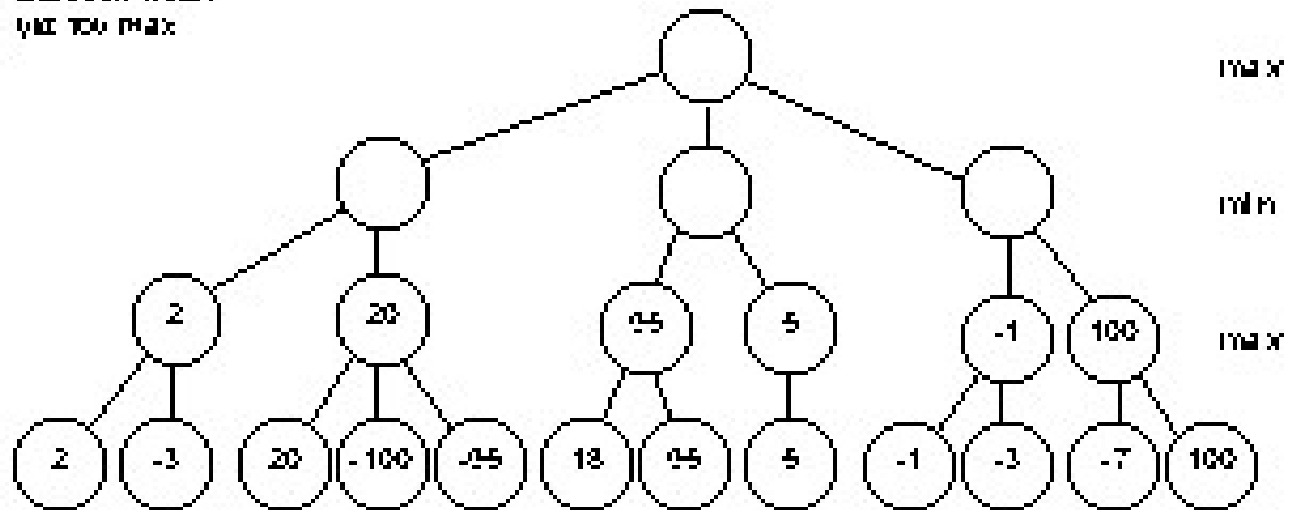
1. Ανέπτυξε πλήρως το δέντρο παιγνίου και υπολόγισε τη συνάρτηση αξίας για όλα τα φύλλα του δένδρου (T.K.).
 2. Έως ότου η ρίζα του δένδρου αποκτήσει αξία, επανέλαβε:
 3. Αρχίζοντας από τα φύλλα του δένδρου και προχωρώντας προς τη ρίζα, υπολόγισε την αξία των ενδιάμεσων κόμβων του δένδρου ως εξής:
 - i. Η αξία κάθε κόμβου Max είναι η μέγιστη (maximum) αξία των κόμβων-παιδιών του.
 - ii. Η αξία κάθε κόμβου Min είναι η ελάχιστη (minimum) αξία των κόμβων-παιδιών του.
- ❖ **Κανόνας απόφασης MINIMAX:** Ο MAX επιλέγει πάντα την κίνηση που οδηγεί στην κατάσταση-απόγονο με την μεγαλύτερη αξία (**βέλτιστη στρατηγική για τον MAX**).
 - ❖ Ο αλγόριθμος MINIMAX απαιτεί την **πλήρη** ανάπτυξη του δένδρου παιγνίου (υπολογιστικά ανέφικτο στα περισσότερα παίγνια).



Αξιολόγηση
τεμαχικών
καταστάσεων

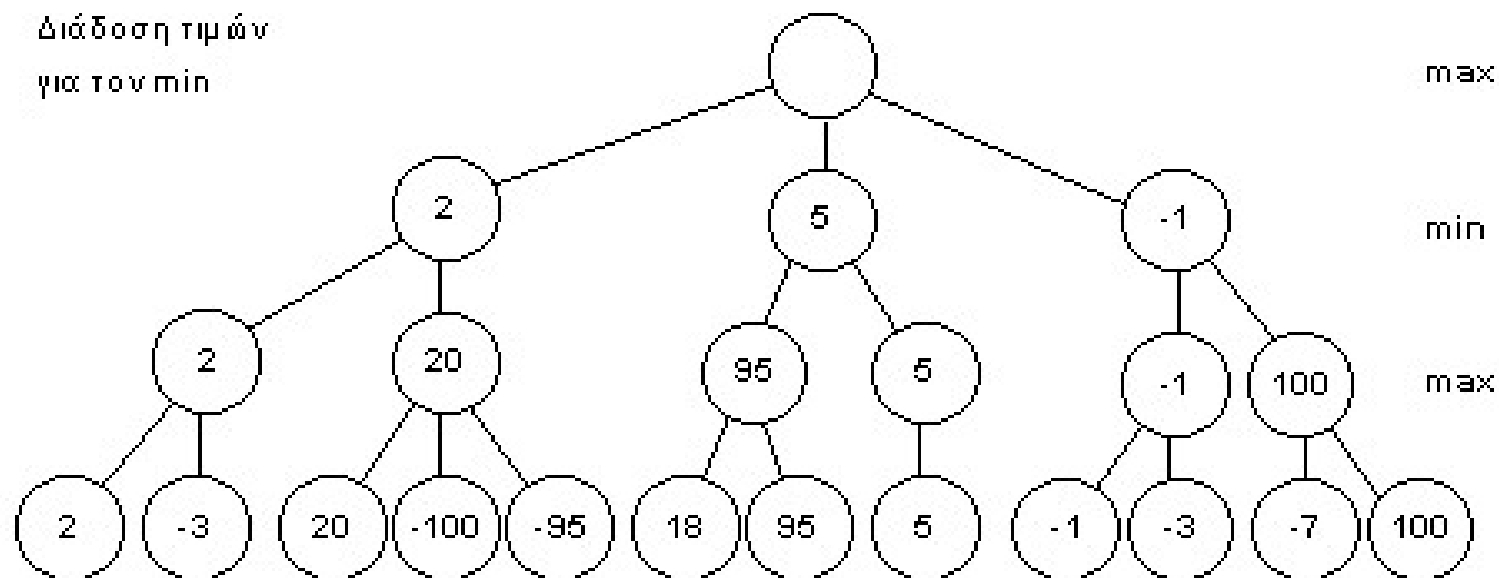


Διεύθυνση πιαύς
για τον max

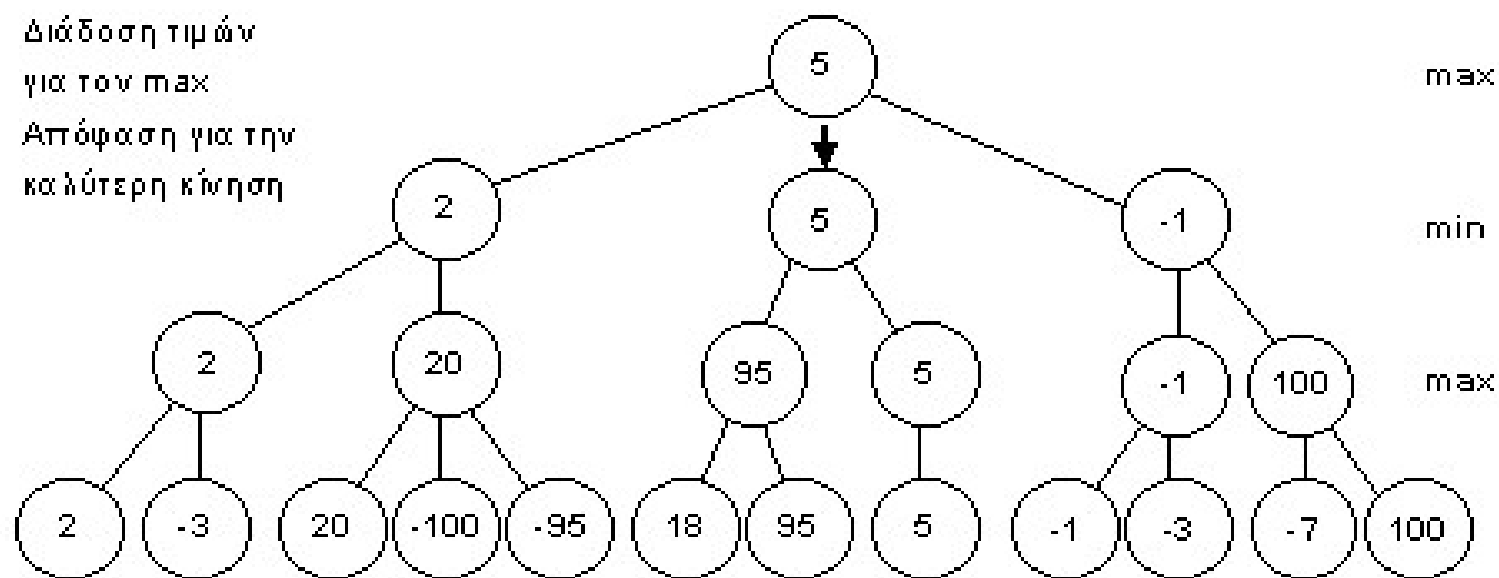




Διάδοση τιμών
για τον min



Διάδοση τιμών
για τον max
Απόφαση για την
καλύτερη κίνηση





- ❖ Ο αλγόριθμος MINIMAX απαιτεί την **πλήρη** ανάπτυξη (συνήθως με DFS) του δέντρου παιγνίου (υπολογιστικά ανέφικτο στα περισσότερα παίγνια).
- ❖ Στα πραγματικά παίγνια αναπτύσσεται το δέντρο με ρίζα την τρέχουσα κατάσταση και μέχρι κάποιο όριο βάθους (ανάλογα και με το διαθέσιμο χρόνο).
- ❖ Οι καταστάσεις στο όριο βάθους αποτιμώνται με μια **ευρετική συνάρτηση αξίας** η οποία μεταδίδεται προς τα πίσω στο δέντρο (π.χ. με τον αλγόριθμο MINIMAX).

Ο Αλγόριθμος Κλαδέματος Alpha-Beta

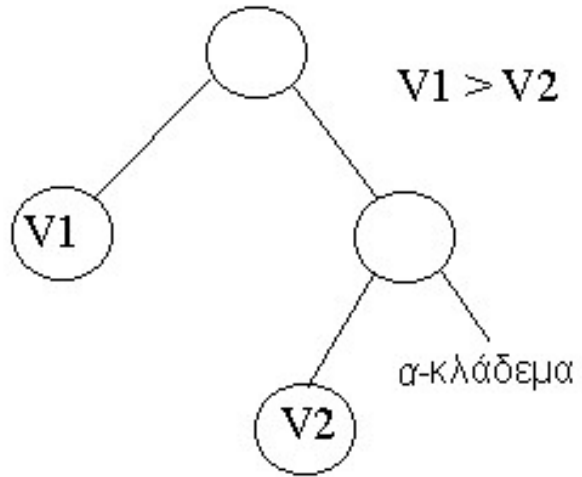
- ❖ Ο αλγόριθμος **Κλαδέματος Άλφα-Βήτα** (*Alpha-Beta - AB*) αποφεύγει την επίσκεψη κάποιων υποδέντρων κατά την ανάπτυξη του δέντρου παιγνίου, εφόσον προκύπτουν ευνοϊκές τιμές της συνάρτησης αξίας σε κάποιους κόμβους του δέντρου.
- ❖ Ο AB είναι όμοιος με τον Minimax, αλλά με κλάδεμα υποδένδρων.
- ❖ Η **ανάπτυξη του δέντρου παιγνίου γίνεται με αναζήτηση σε βάθος (DFS)**.

Περιπτώσεις κλαδέματος

Max

Min

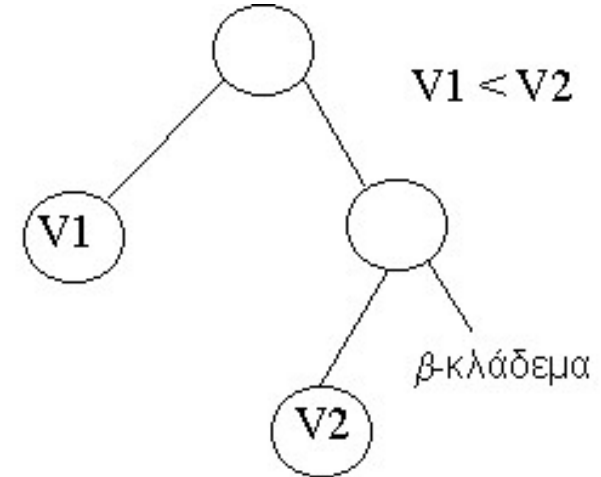
Max



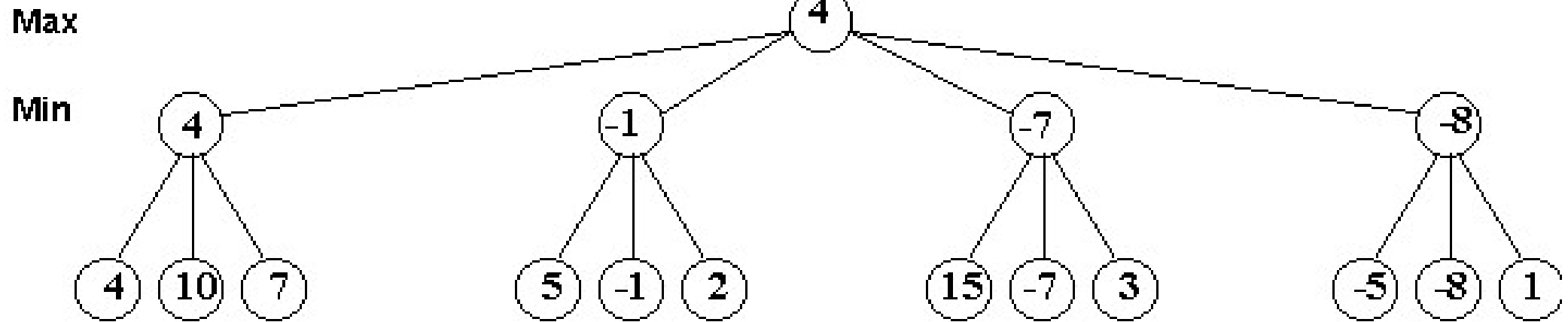
Min

Max

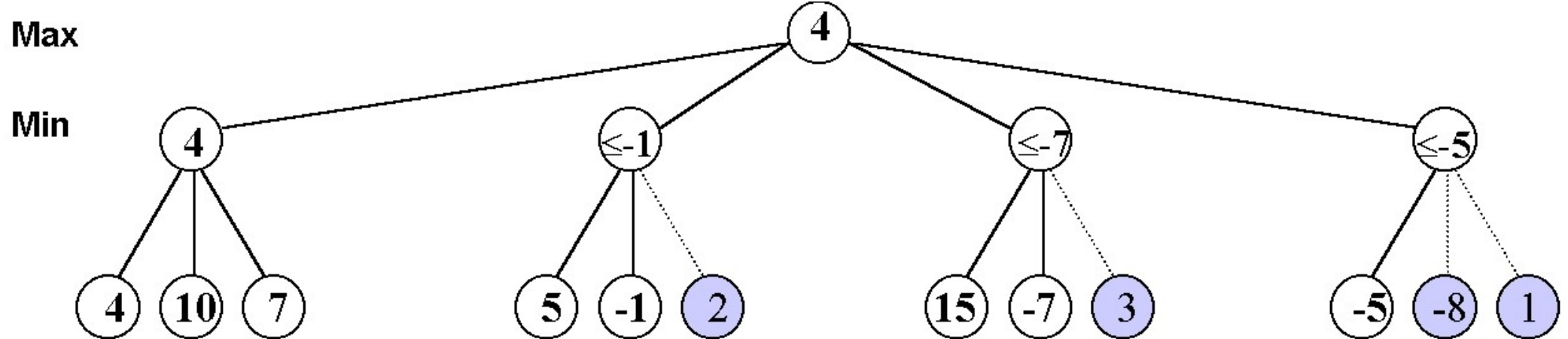
Max



Παράδειγμα Minimax



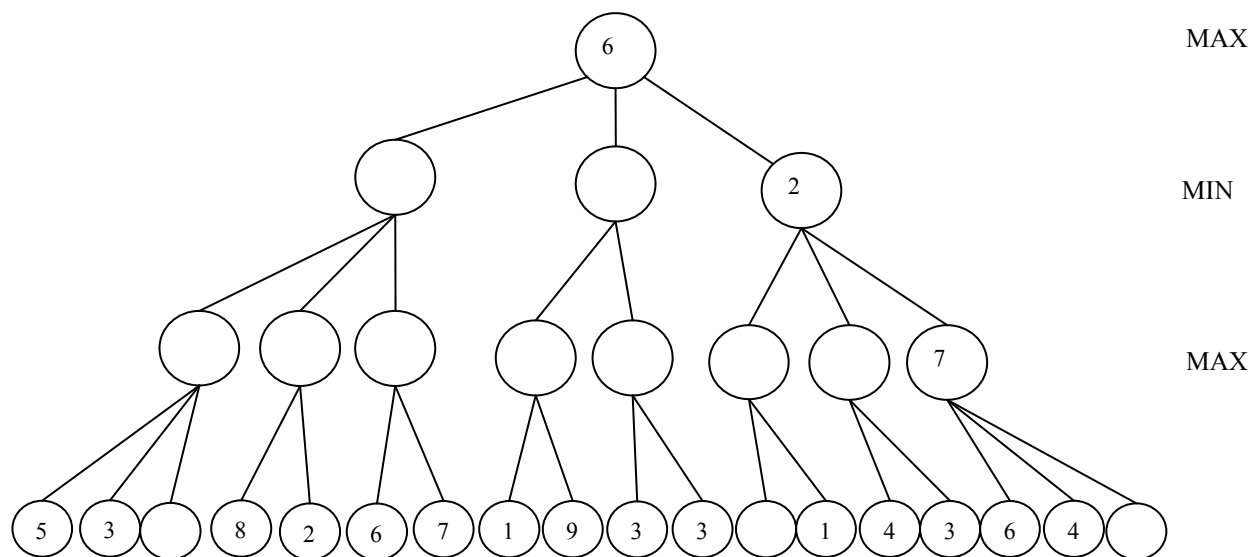
Παράδειγμα Κλαδέματος Alpha-Beta

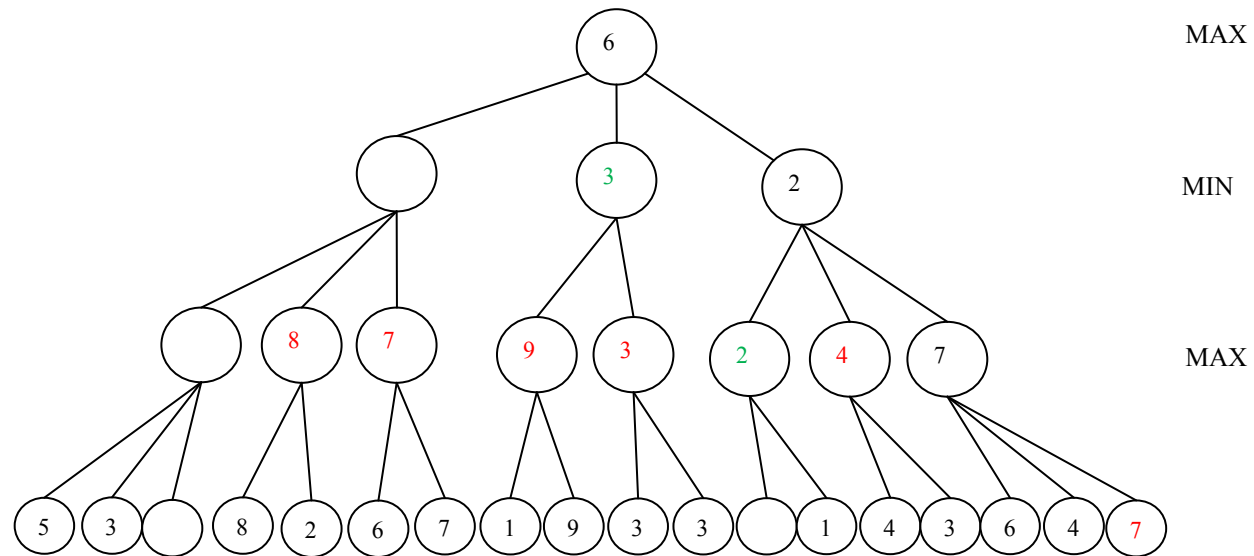
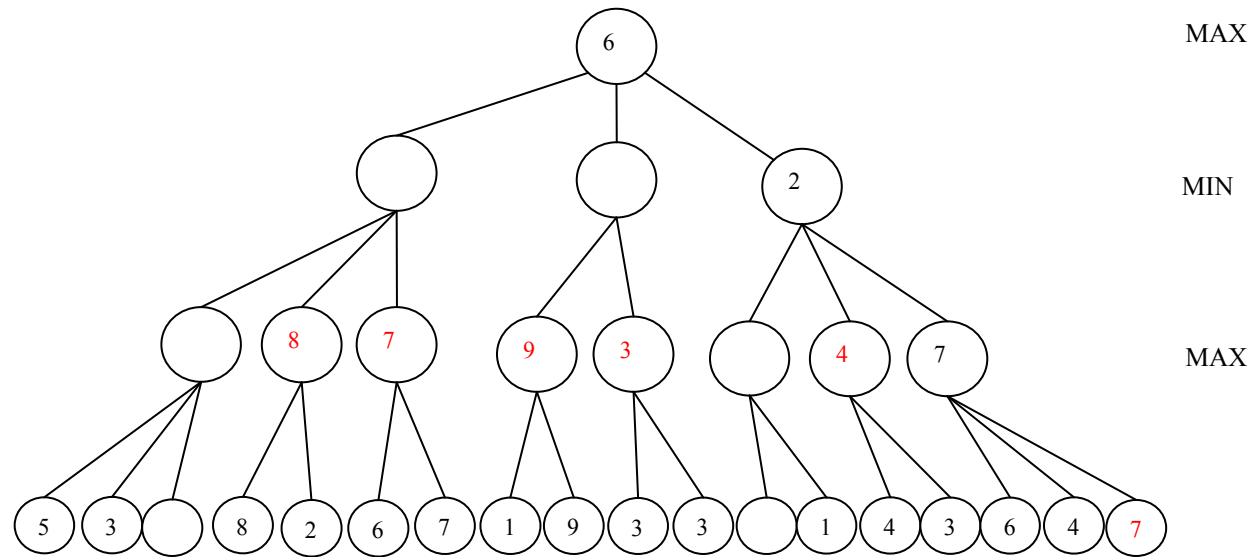


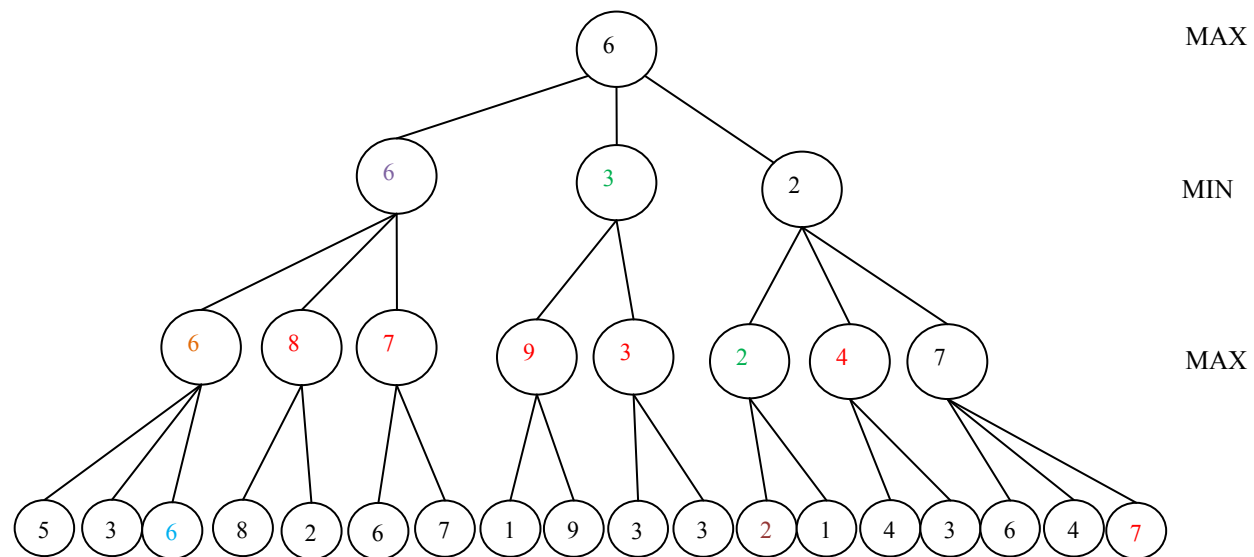
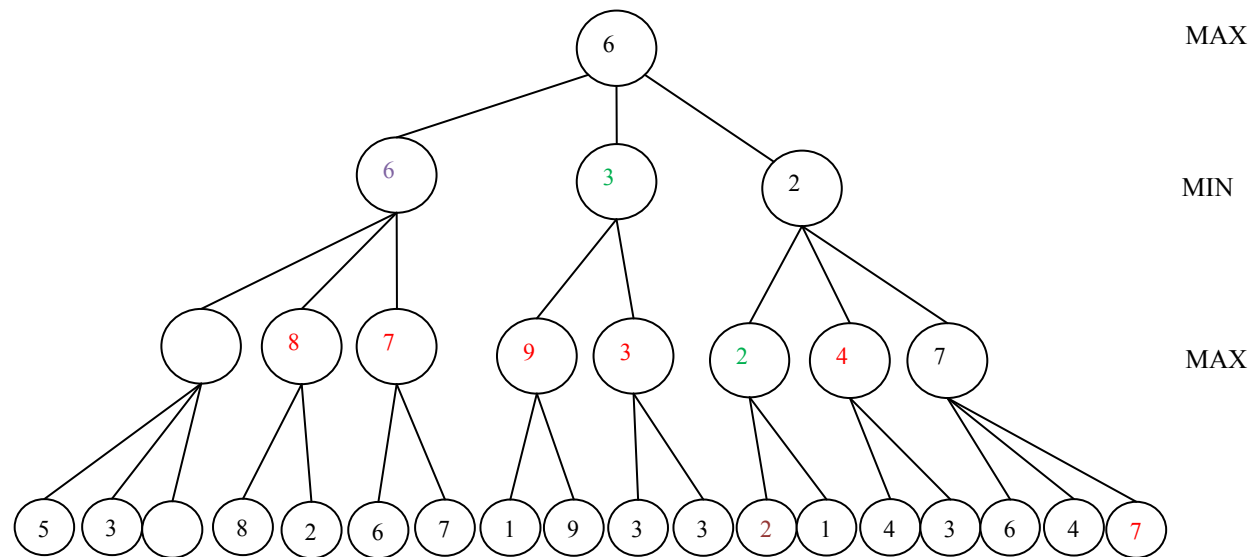


Ασκηση

Στο παρακάτω δέντρο παιχνίιου έχει εφαρμοστεί ο αλγόριθμος MINIMAX χωρίς κλάδεμα. Να συμπληρώσετε τις τιμές που λείπουν.







- 
- Ποια είναι η καλύτερη πρώτη κίνηση για τον MAX;

Η καλύτερη πρώτη κίνηση για τον MAX είναι να μεταβεί στη κατάσταση-απόγονο με τη μεγαλύτερη αξία, δηλαδή στο παιδί με αξία 6 (αριστερό παιδί της ρίζας).

- Αν ο MAX παίζει σύμφωνα με τη στρατηγική MINIMAX ποια είναι ελάχιστη δυνατή αξία της τελικής κατάστασης στη οποία θα οδηγηθεί το παίγνιο;

Δεδομένου ότι η αξία του κόμβου-ρίζα είναι 6, παίζοντας ο MAX με τη στρατηγική MINIMAX θα οδηγήσει το παιχνίδι σε τελική κατάσταση με αξία τουλάχιστον 6.



Ασκηση

Υπάρχουν 4 κύβοι πάνω σε ένα τραπέζι. Δύο παίκτες ο MAX και ο MIN παίζουν εναλλάξ αφαιρώντας ο καθένας είτε έναν ή είτε δύο κύβους (εφόσον φυσικά υπάρχουν δύο κύβοι) από το τραπέζι. Πρώτος παίζει ο MAX. Κερδίζει ο παίκτης που θα αφαιρέσει τον τελευταίο κύβο από το τραπέζι. Οι τελικές καταστάσεις έχουν αξία 1 εάν κερδίζει ο MAX και -1 εάν κερδίζει ο MIN.

- 1) Να ορίσετε τις καταστάσεις του παιχνίτου, την αρχική κατάσταση και την τελική κατάσταση και τους τελεστές ενεργειών.
- 2) Να αναπτύξετε το δέντρο παιχνίτου και καθορίσετε την αξία των τελικών καταστάσεων (φύλλα του δέντρου). Στη συνέχεια να μεταδώστε την αξία των τελικών καταστάσεων προς τα πάνω στο δέντρο εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο minimax και να βρείτε την αξία των ενδιάμεσων κόμβων και της ρίζας του δέντρου.
- 3) Με βάση την αξία στη ρίζα, τι συμπεραίνετε για το τελικό αποτέλεσμα του παιχνίτου εάν ο παίκτης MAX παίζει σύμφωνα με την στρατηγική MINIMAX;



Λύση

1) Κατάσταση του παιγνίου είναι ο αριθμός N των κύβων που είναι πάνω στο τραπέζι. Αρχική κατάσταση είναι η $N=4$ και τελική η $N=0$.

Οι ενέργειες σε κάθε μη τελική κατάσταση k είναι:

T1: πάρε ένα κύβο, μετάβαση στη $N-1$

T2: πάρε δύο κύβους (εφόσον $N>1$), μετάβαση στην $N-2$.

Εάν στην τελική κατάσταση ($N=0$) πηγαίνουμε με κίνηση του MAX η αξία της είναι 1, ενώ εάν πηγαίνουμε με κίνηση του MIN η αξία της είναι -1.

