

В этой главе читатель познакомился с обработкой статических и динамических матриц в C++, а также с использованием функций для решения задач обработки динамических матриц.

## 6.5 Задачи для самостоятельного решения

### 6.5.1 Основные операции при работе с матрицами

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- наименьший элемент;
- сумму положительных элементов;
- количество простых чисел, расположенных на диагоналях матрицы.

Для заданной матрицы  $A(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $B = 2 \cdot A + B^T$ .

2. В двумерном массиве  $C$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- сумму элементов;
- количество нечётных элементов;
- минимальное простое число среди элементов, расположенных на главной диагонали.

Для заданной матрицы  $C(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $B(n \times n)$  найти значение выражения  $A = (B - C) \cdot C^T$

3. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $m \times m$  целых чисел, вычислить:

- индексы наибольшего элемента;
- количество отрицательных элементов;
- среднее геометрическое среди простых чисел, расположенных на побочной диагонали.

Для заданной матрицы размерности  $B(n \times n)$  найти значение выражения  $A = 3 \cdot B + B^T$

4. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times m$  вещественных чисел, вычислить:

- сумму элементов;
- произведение ненулевых элементов;
- два наибольших значения матрицы.

Для заданной матрицы  $A(n \times m)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times m)$  найти значение выражения  $B = 2 \cdot A + \frac{1}{3} \cdot C$

5. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times m$  вещественных чисел, вычислить:

- произведение элементов;
- сумму положительных элементов;
- два наименьших значения среди элементов расположенных по периметру матрицы.

Для заданной матрицы  $B(n \times m)$  и матрицы того же типа, но другой размерности  $C(m \times n)$  найти значение выражения  $A = 3 \cdot B \cdot C$ .

6. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:
- наименьший элемент;
  - количество чётных чисел;
  - сумму положительных элементов, которые представляют собой возрастающую последовательность цифр.

Для заданной матрицы  $A(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $B = A^2 - C^T$

7. В двумерном массиве  $C$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- индексы наименьшего элемента;
- сумму квадратов отрицательных элементов;
- минимальное простое число среди элементов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.17).

Для заданной матрицы  $C(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $B(n \times n)$  найти значение выражения  $A = (B^T + C)^2$

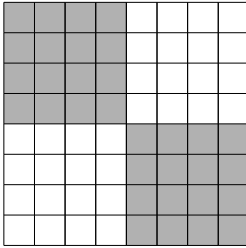


Рис. 6.17:

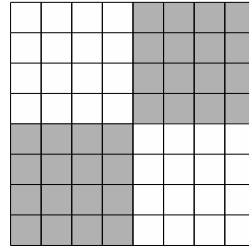


Рис. 6.18:

8. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- среднее арифметическое элементов;
- наименьший чётный элемент;
- количество чисел-палиндромов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.18).

Для заданной матрицы  $B(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $A = \frac{1}{2} \cdot B + C^2$

9. В двумерном массиве  $C$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- среднее геометрическое элементов;
- наибольший нечётный элемент;
- количество составных чисел среди элементов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.19).

Для заданной матрицы  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $A = C + C^T$ .

10. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- индексы наименьшего элемента;
- среднее арифметическое нечётных чисел;

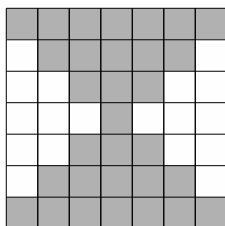


Рис. 6.19:

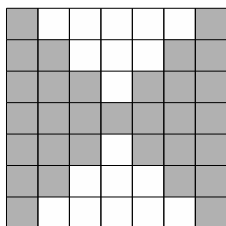


Рис. 6.20:

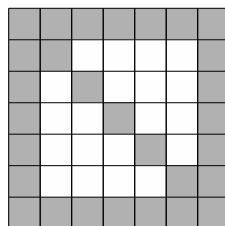


Рис. 6.21:

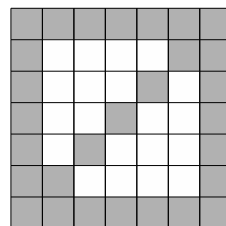


Рис. 6.22:

- количество положительных элементов, которые представляют собой убывающую последовательность цифр.

Для заданной матрицы  $A(n \times n)$  найти значение выражения  $B = \frac{1}{5} \cdot A^2$ .

11. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times n$  вещественных чисел, вычислить:

- среднее арифметическое элементов;
- элемент наиболее отличающийся от среднего арифметического.

Отразить заданную матрицу относительно побочной диагонали.

Для матрицы  $B(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $A = 2 \cdot B - C^T$ .

12. В двумерном массиве  $C$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- среднее геометрическое элементов;
- элемент наименее отличающийся от среднего геометрического;
- количество положительных элементов с чётной суммой цифр, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.20)

Для матрицы  $C(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $B(n \times n)$  найти значение выражения  $A = (B - C) \cdot (B + C)$ .

13. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- наименьший элемент и его индексы;
- среднее арифметическое положительных чётных элементов;
- произведение простых чисел-палиндромов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.21).

Для заданной матрицы  $A(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $B = A^2 - C^2$ .

14. В двумерном массиве  $C$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- наибольший элемент и его индексы;
- среднее арифметическое элементов, расположенных на диагоналях матрицы.

Сформировать новую матрицу  $A(n \times n)$ , каждый элемент которой будет равен сумме цифр элемента матрицы  $C(n \times n)$ . Для матриц  $A(n \times n)$  и  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $B = (A + C)^2$ .

15. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $m \times m$  целых чисел, вычислить:

- произведение элементов;
- индексы наибольшего чётного элемента;
- сумму чисел-палиндромов, расположенных вне диагоналей матрицы.

Для заданной матрицы размерности  $B(n \times n)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times n)$  найти значение выражения  $A = C \cdot B - B^T$ .

16. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- среднее арифметическое элементов;
- наименьший нечётный элемент, расположенный в заштрихованной части матрицы (рис. 6.22).

Сформировать новую матрицу  $B(n \times n)$ , каждый элемент которой равен значению матрицы  $A(n \times n)$ , цифры которого записаны в обратном порядке. Для матриц  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$  найти значение выражения  $B = A + C^2$ .

17. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times m$  целых чисел, вычислить:

- сумму элементов;
- количество ненулевых элементов, расположенных по периметру матрицы;
- среднее геометрическое чисел, в представлении которых все цифры различные.

Для заданной матрицы  $A(n \times m)$  и матрицы того же типа и размерности  $C(n \times m)$  найти значение выражения  $B = 2 \cdot A - 3 \cdot C$ .

18. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times m$  целых чисел, вычислить:

- произведение элементов;
- сумму элементов, расположенных вне периметра матрицы;
- наименьшее число, состоящее из одинаковых цифр.

Для заданной матрицы  $B(n \times m)$  и матрицы того же типа, но другой размерности  $C(m \times k)$  найти значение выражения  $A = B \cdot C$ .

19. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- среднее геометрическое элементов;
- индексы наибольшего чётного элемента, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.23).

Сформировать новую матрицу  $B(n \times n)$ , каждый элемент которой равен значению матрицы  $A(n \times n)$  в восьмеричной системе счисления. Найти значение выражения  $C = 3 \cdot A^2$ .

20. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- сумму квадратов элементов;
- количество совершённых чисел, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.24).

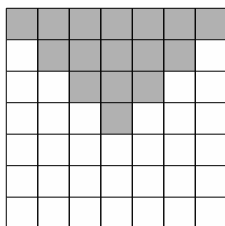


Рис. 6.23:

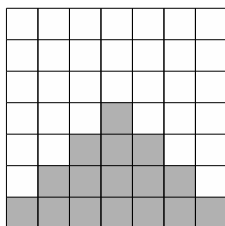


Рис. 6.24:

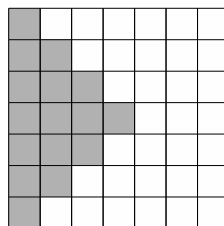


Рис. 6.25:

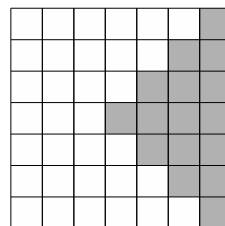


Рис. 6.26:

Сформировать новую матрицу  $A(n \times n)$ , каждый элемент которой равен количеству делителей соответствующего значения матрицы  $B(n \times n)$ . Для матриц  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$  найти значение выражения  $C = B^T - A^2$ .

21. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- наименьшее абсолютное значение элементов;
- произведение ненулевых элементов, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.25).

Сформировать новую матрицу  $B(n \times n)$ , каждый элемент которой равен количеству цифр в соответствующем элементе матрицы  $A(n \times n)$ . Найти значение выражения  $C = B^T \cdot A$ .

22. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times n$  целых чисел, вычислить:

- произведение ненулевых элементов;
- наибольшее абсолютное значение элементов, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.26).

Сформировать новую матрицу  $C(n \times n)$ , каждый элемент которой равен значению матрицы  $B(n \times n)$  в пятеричной системе счисления. Найти значение выражения  $A = B \cdot B^T$ .

23. В двумерном массиве  $C$ , состоящем из  $n \times m$  вещественных чисел, вычислить:

- сумму модулей элементов;
- количество нулевых элементов, расположенных вне периметра матрицы;
- два наибольших положительных значения.

Для заданной матрицы  $C(n \times m)$  и матрицы того же типа, но другой размерности  $B(m \times k)$  найти значение выражения  $A = C \cdot B$ .

24. В двумерном массиве  $B$ , состоящем из  $n \times n$  вещественных чисел, вычислить:

- сумму квадратов элемента;
- индексы первого нулевого элемента матрицы;
- два наибольших значения, расположенных вне периметра матрицы;

Для заданной матрицы  $B(n \times n)$  найти значения выражений  $A = B \cdot B^T$  и  $C = B^T \cdot B$ .

25. В двумерном массиве  $A$ , состоящем из  $n \times n$  вещественных чисел вычислить:

- произведение квадратов элемента;
- индекс последнего нулевого элемента матрицы;
- два наименьших значения, расположенных вне диагоналей матрицы.

Из элементов заданной матрицы  $A(n \times n)$  сформировать верхнетреугольную матрицу  $V$  и нижнетреугольную матрицу  $U$ . Проверить равенство  $A = V \cdot U$ .

### 6.5.2 Работа со строками и столбцами матрицы

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Задана матрица целых чисел  $A(n \times m)$ . Сформировать массив  $B(m)$ , в который записать среднее арифметическое элементов каждого столбца заданной матрицы. Вывести номера строк матрицы, в которых находится более двух *простых чисел*.
2. Задана матрица вещественных чисел  $B(n \times m)$ . Сформировать массив  $A(n)$ , в который записать среднее геометрическое положительных элементов каждой строки заданной матрицы. Определить количество столбцов, упорядоченных по возрастанию.
3. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Все *простые числа*, расположенные на побочной диагонали, заменить *суммой цифр* максимального элемента соответствующей строки матрицы. Сформировать массив  $B(k)$ , в который записать произведения элементов нечётных строк заданной матрицы.
4. В матрице целых чисел  $X(n \times n)$  поменять местами диагональные элементы, упорядоченных по убыванию строк. Сформировать массив  $Y(k)$ , в который записать суммы элементов чётных столбцов заданной матрицы.
5. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Максимальный элемент каждого столбца заменить *суммой цифр* максимального элемента матрицы. Сформировать массив  $B(n)$ , в который записать количество чётных элементов в каждой строке заданной матрицы.
6. Задана матрица целых чисел  $B(n \times m)$ . Максимальный элемент каждого столбца заменить *суммой цифр* модуля минимального элемента матрицы. Сформировать массив  $A(n)$ , в который записать количество нечётных элементов в каждой строке заданной матрицы.
7. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Сформировать массив  $B(n)$  из максимальных элементов столбцов заданной матрицы. Вывести индексы чисел-палиндромов, которые находятся на диагоналях матрицы.
8. Задана матрица вещественных чисел  $P(n \times m)$ . Сформировать массив  $R(k)$  из номеров столбцов матрицы, в которых есть хотя бы один ноль. Найти строку с максимальной суммой элементов и поменять её с первой строкой.

9. Задана матрица вещественных чисел  $C(k \times m)$ . Сформировать вектор  $D(k)$  из средних арифметических положительных значений строк матрицы, и вектор  $G(n)$  из номеров столбцов, которые представляют собой знакочередующийся ряд.
10. В каждом столбце матрицы вещественных чисел  $P(k \times m)$  заменить минимальный элемент суммой положительных элементов этого же столбца. Сформировать вектор  $D(n)$  из номеров строк, представляющих собой знакочередующийся ряд.
11. В матрице целых чисел  $A(n \times m)$  обнулить строки, в которых более двух *простых чисел*. Сформировать массив  $D(m)$  из минимальных значений столбцов матрицы.
12. В матрице вещественных чисел  $P(n \times m)$  найти и вывести номера столбцов, упорядоченных по убыванию элементов. Сформировать массив  $R(n)$  из максимальных значений строк матрицы.
13. В матрице вещественных чисел  $D(n \times m)$  найти и вывести номера строк, упорядоченных по возрастанию элементов. Сформировать массив  $C(m \times 2)$  из номеров минимальных и максимальных значений столбцов матрицы.
14. В матрице вещественных чисел  $P(n \times m)$  найти и вывести номера столбцов, упорядоченных по возрастанию. Сформировать вектор  $R(n \times 2)$  из номеров минимальных и максимальных значений строк матрицы.
15. В матрице вещественных чисел  $D(n \times m)$  найти и вывести номера строк, упорядоченных по убыванию. Сформировать вектор  $C(m \times 2)$  из максимальных и минимальных значений столбцов матрицы.
16. В матрице вещественных чисел  $X(n \times n)$  найти максимальный и минимальный элементы. Поменять местами элементы строки с максимальным значением и элементы столбца с минимальным значением.
17. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Сформировать массив  $B(n)$ , каждый элемент которого равен количеству положительных элементов с чётной суммой цифр в соответствующей строке матрицы. В столбцах матрицы поменять местами наибольший и наименьший элементы.
18. Задана матрица целых чисел  $A(n \times m)$ . Сформировать массив  $B(m)$ , каждый элемент которого равен количеству положительных чисел с суммой цифр, кратной трём в соответствующем столбце матрицы. Найти строку с максимальным произведением элементов.
19. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Все *числа-палиндромы*, расположенные на главной диагонали, заменить суммой цифр модуля минимального элемента соответствующего столбца матрицы. Сформировать вектор  $D(n)$  из произведений абсолютных ненулевых значений соответствующих строк матрицы.
20. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Поменять местами элементы на диагоналях в столбцах, упорядоченных по возрастанию модулей. Сформировать вектор  $B(n)$ , каждый элемент которого равен сумме *составных значений* в соответствующей строке матрицы.

21. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Минимальный элемент каждой строки заменить суммой цифр максимального *простого элемента* матрицы. Сформировать вектор  $B(n)$ , каждый элемент которого — среднее геометрическое ненулевых элементов в соответствующем столбце матрицы.
22. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Максимальный элемент каждого столбца заменить суммой цифр минимального *простого элемента* матрицы. Сформировать вектор  $B(n)$ , каждый элемент которого равен количеству чётных элементов в соответствующей строке матрицы.
23. Задана матрица целых чисел  $A(n \times n)$ . Обнулить строки, в которых на диагоналях нет *чисел-палиндромов*. Сформировать вектор  $B(n)$ , каждый элемент которого равен количеству нечётных элементов в соответствующем столбце матрицы.
24. Задана матрица вещественных чисел  $P(n \times m)$ . Найти столбец с минимальным произведением элементов. Поменять местами элементы этого столбца и элементы последнего столбца. Сформировать вектор  $R(n)$  из сумм квадратов соответствующих строк матрицы.
25. Задана матрица целых чисел  $A(n \times m)$ . В каждой строке заменить максимальный элемент *суммой цифр* минимального элемента этой же строки. Сформировать массив  $B(m \times 2)$ , пара элементов которого равна соответственно количеству чётных и нечётных чисел в соответствующем столбце матрицы.

### 6.5.3 Решение задач линейной алгебры

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Задана матрицы  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$ . Вычислить матрицу  $C = 2(A + B^{-1}) - A^T \cdot B$ .
2. Задан массив  $C(n)$ . Сформировать матрицы  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$  по формулам:  $A_{ij} = C_i \cdot C_j$ ,  $B_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{\max(A)}$ .

Решить матричное уравнение  $X(A + E) = 3B - E$ , где  $E$  — единичная матрица.

3. Даны массивы  $C(n)$  и  $D(n)$ . Сформировать матрицы  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$  по формулам:

$$A_{ij} = C_i \cdot D_j, B_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{\min(A)}.$$

Решить матричное уравнение  $(2A - E)X = B + E$ , где  $E$  — единичная матрица.

4. Квадратная матрица  $A(n \times n)$  называется *ортогональной*, если  $A^T = A^{-1}$ . Определить, является ли данная матрица ортогональной:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1 & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1 & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1 \end{pmatrix}.$$



5. Для матрицы

$$H = E - \frac{vv^T}{|v|^2}, \text{ где } E \text{ — единичная матрица, а } v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

проверить свойство ортогональности:  $H^T = H^{-1}$ .

6. Проверить, образуют ли базис векторы

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, f_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Если образуют, то найти координаты вектора  $x = [1 \ -1 \ 3 \ -1]^T$  в этом базисе. Для решения задачи необходимо показать, что определитель матрицы  $F$  со столбцами  $f_1, f_2, f_3, f_4$  отличен от нуля, а затем вычислить координаты вектора  $x$  в новом базисе по формуле  $y = F^{-1} \cdot x$ .

7. Найти вектор  $x$  как решение данной системы уравнений

$$\begin{cases} 3.75x_1 - 0.28x_2 + 0.17x_3 = 0.75 \\ 2.11x_1 - 0.11x_2 - 0.12x_3 = 1.11 \\ 0.22x_1 - 3.17x_2 + 1.81x_3 = 0.05. \end{cases}$$

Вычислить модуль вектора  $x$ .

8. Вычислить скалярное произведение векторов  $x$  и  $y$ . Вектор  $y = [1 \ 1 \ 2 \ -3]$ , а вектор  $x$  является решением СЛАУ:

$$\begin{cases} 5.7x_1 - 7.8x_2 - 5.6x_3 - 8.3x_4 = 2.7 \\ 6.6x_1 + 13.1x_2 - 6.3x_3 + 4.3x_4 = -5.5 \\ 14.7x_1 - 2.8x_2 + 5.6x_3 - 12.1x_4 = 8.6 \\ 8.5x_1 + 12.7x_2 - 23.7x_3 + 5.7x_4 = 14.7. \end{cases}$$

9. Вычислить вектор  $X$ , решив СЛАУ

$$\begin{cases} 4.4x_1 - 2.5x_2 + 19.2x_3 - 10.8x_4 = 4.3 \\ 5.5x_1 - 9.3x_2 - 14.2x_3 + 13.2x_4 = 6.8 \\ 7.1x_1 - 11.5x_2 + 5.3x_3 - 6.7x_4 = -1.8 \\ 14.2x_1 + 23.4x_2 - 8.8x_3 + 5.3x_4 = 7.2. \end{cases}$$

Найти  $Y = X \cdot X^T$ .

10. Вычислить вектор  $X$ , решив СЛАУ

$$\begin{cases} 0.34x_1 + 0.71x_2 + 0.63x_3 = 2.08 \\ 0.71x_1 - 0.65x_2 - 0.18x_3 = 0.17. \\ 1.17x_1 - 2.35x_2 + 0.75x_3 = 1.28 \end{cases}$$

Найти модуль вектора  $|2X - 3|$ .

11. Вычислить угол между векторами  $x$  и  $y = [-1 \ 5 \ -3]$ . Вектор  $x$  является решением СЛАУ:

$$\begin{cases} 1.24x_1 + 0.62x_2 - 0.95x_3 = 1.43 \\ 2.15x_1 - 1.18x_2 + 0.57x_3 = 2.43. \\ 1.72x_1 - 0.83x_2 + 1.57x_3 = 3.88 \end{cases}$$

12. Решив систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 8.2x_1 - 3.2x_2 + 14.2x_3 + 14.8x_4 = -8.4 \\ 5.6x_1 - 12x_2 + 15x_3 - 6.4x_4 = 4.5 \\ 5.7x_1 + 3.6x_2 - 12.4x_3 - 2.3x_4 = 3.3 \\ 6.8x_1 + 13.2x_2 - 6.3x_3 - 8.7x_4 = 14.3 \end{cases}.$$

Вычислить  $H = E - XX^T$ .

13. Решить СЛАУ  $A^2X = Y^T$ , где  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $Y = |3 \ 1 \ 2 \ 1|$ .

14. Решить СЛАУ  $2(A^T)^2X = Y$ , где  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

15. Заданы матрицы  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$ .

Найти определитель матрицы  $C = B^T \cdot A$ .

16. Задан массив  $C(n)$ . Сформировать матрицы  $A(n \times n)$  и  $B(n \times n)$  по формулам:

$$A_{ij} = C_i \cdot C_j, \quad B_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_{i=1}^n A_{ii}}. \quad \text{Найти определитель } |2E - A \cdot B|.$$

17. Для матрицы  $I = 2P - E$ , где  $E$  — единичная матрица, а

$$P = \begin{bmatrix} -26 & -18 & -27 \\ 21 & 15 & 21 \\ 12 & 8 & 13 \end{bmatrix}$$

проверить свойство  $I^2 = E$ . При помощи метода Гаусса решить СЛАУ  $Ix = |1 \ 1 \ 1|^T$ .

18. Квадратная матрица  $A(n \times n)$  является *симметричной*, если для неё выполняется свойство  $A^T = A$ . Проверить это свойство для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1 & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1 & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислить  $A^{-1}$ . Убедиться, что  $A \cdot A^{-1} = E$ .

19. Ортогональная матрица обладает следующими свойствами:

- модуль определителя ортогональной матрицы равен 1;
- сумма квадратов элементов любого столбца ортогональной матрицы равна 1;
- сумма произведений элементов любого столбца ортогональной матрицы на соответствующие элементы другого столбца равна 0.

Проверить эти свойства для матриц:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3.01 & 0.12 & -0.11 \\ 2.92 & -0.17 & 0.11 & 0.22 \\ 0.66 & 0.52 & 3.17 & 2.11 \\ 3.01 & 0.42 & -0.27 & -0.15 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 2.92 & 0.66 & 3.01 \\ 2.92 & -2 & 0.11 & 0.22 \\ 0.66 & 0.11 & -2 & 2.11 \\ 3.01 & 0.22 & 2.11 & -2 \end{pmatrix}.$$

20. Проверить, образуют ли базис векторы

$$f_1 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.333 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 0.33 \\ 0.25 \\ 0.167 \\ 0.143 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 1.25 \\ -0.667 \\ 2.2 \\ 3.1 \end{bmatrix}, f_4 = \begin{bmatrix} -0.667 \\ 1.333 \\ 1.25 \\ -0.75 \end{bmatrix}.$$

Если образуют, то найти координаты вектора  $x = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$  в этом базисе. Для решения задачи необходимо показать, что определитель матрицы  $F$  со столбцами  $f_1, f_2, f_3, f_4$  отличен от нуля, а затем вычислить координаты вектора  $x$  в новом базисе, решив СЛАУ  $F \cdot y = x$ .

21. Решить СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 0.42 & 0.26 & 0.33 & -0.22 \\ 0.74 & -0.55 & 0.28 & -0.65 \\ 0.88 & 0.42 & -0.33 & 0.75 \\ 0.92 & 0.82 & -0.62 & 0.75 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для матрицы  $C = X \cdot X^T$  проверить условия ортогональности:  $C \cdot C^T = E$  и  $C^T \cdot C = E$ .

22. Найти
- $\|A\|_1 = \max \sum_{j=1}^m |a_{ij}|$
- и
- $\|A\|_{11} = \max \sum_{i=1}^m |a_{ij}|$
- для матрицы

$$\begin{pmatrix} 0.75 & 0.18 & 0.63 & -0.32 \\ 0.92 & 0.38 & -0.14 & 0.56 \\ 0.63 & -0.42 & 0.18 & 0.37 \\ -0.65 & 0.52 & 0.47 & 0.27 \end{pmatrix}^{-1}.$$

23. Найти
- $\|A\|_{111} = \sqrt{\sum_{i,j} a_{i,j}^2}$
- для матрицы

$$\begin{pmatrix} -1.09 & 7.56 & 3.45 & 0.78 \\ 3.33 & 4.45 & -0.21 & 3.44 \\ 2.33 & -4.45 & 0.17 & 2.21 \\ 4.03 & 1 & 3.05 & 0.11 \end{pmatrix}^{-1}.$$

24. Решить СЛАУ методом Гаусса

$$\begin{cases} 8.2x_1 - 3.2x_2 + 14.2x_3 + 14.8x_4 = -8.4 \\ 5.6x_1 - 12x_2 + 15x_3 - 6.4x_4 = 4.5 \\ 5.7x_1 + 3.6x_2 - 12.4x_3 - 2.3x_4 = 3.3 \\ 6.8x_1 + 13.2x_2 - 6.3x_3 - 8.7x_4 = 14.3 \end{cases}.$$

Выполнить проверку  $A \cdot x = b$ .

25. Задан массив
- $H(k)$
- . Сформировать матрицы
- $B(k \times k)$
- и
- $G(k \times k)$
- по формулам

$$(B_{ij} = H_i \cdot H_j), G_{ij} = \frac{B_{ij}}{\min(B)}.$$

Решить матричное уравнение  $(G + E) \cdot X = 5B^T - E$ , где  $E$  — единичная матрица.