Студент: Василий Пупкин
Группа: SE
Дата: 24 января 2021 г.

Числа Фибоначчи

Задача 1. *Доказать, что для чисел Фибоначчи справедливо следующее утверждение*

$$F_{2n} = F_1 + F_3 + \cdots + F_{2n-1}.$$

Считать $F_1 = F_2 = 1$.

Доказательство. Докажем утверждение по индукции. База для $n = 1$ дана в условии.

Пусть справедливо утверждение $\sum_{k=1}^{n-1} F_{2k+1} = F_{2n}$. Покажем, что $\sum_{k=1}^{n} F_{2k+1} = F_{2n+2}$. Заметим, что

$$\sum_{k=1}^{n} F_{2k+1} = F_{2n+1} + \sum_{k=1}^{n-1} F_{2k+1} = F_{2n+1} + F_{2n} = F_{2n+2}.$$

Утверждение доказано. □

Задача 2. *Найти число Фибоначчи* F_n *за линейное время и посчитать его квадрат, считая простейшие арифметические операции выполнимы за* $O(1)$.

Доказательство. Приведенная ниже процедура считает n-ое число Фибоначчи.

```
computeFibonacci(n)
  F[0] = 1
  F[1] = 1
  for i = 2 to n
    F[i] = F[i − 1] + F[i − 2]
  done
  return F[n]^2
```

.

□