

# 1 Некоторые определения из теории множеств. Прямое произведение, разбиение множеств. Мощность объединения

## Опр

Пустое множество ( $\emptyset$ ) - мно-во, которому  $\notin$  ни один элемент

## Опр

Число элементов мн-ва  $A$  - мощность  $|A|$

## Опр

Множество чисел от  $k$  до  $l$  обозначается  $k : l$

## Опр

Мн-во  $A$  - подмн-во мн-ва  $B$  ( $A \subset B$ ), если каждый элемент из  $A$  принадлежит  $B$

## Опр

$C$  - объединение  $A$  и  $B$  ( $A \cup B$ ), если оно состоит из всех элементов  $A$  и  $B$  ( $C = \{x | x \in A \text{ и } x \in B\}$ )

## Опр

$\bigcap_{i=1}^n A_i, \quad \bigcup_{i=1}^n A_i$  - объединение и пересечение конечного числа мн-в

$(\bigcap_{i \in I} A_i, \quad \bigcup_{i \in I} A_i)$  - аналогично

## Опр

Если пересечение мн-в пусто, то они называются дизъюнктивными

## Опр

Мн-во  $C$  называется разностью мн-в  $A$  и  $B$  ( $C = A \setminus B$ ), если оно состоит из всех эл-в, принадлежащих  $A$  и не принадлежащих  $B$

## Опр

$A \Delta B = A \setminus B \cup B \setminus A$  - симметрическая разность

## Опр

Мн-во упорядоченных пар  $(i, j)$ , где  $i \in A, j \in B$  называется прямым произведением мн-в  $A$  и  $B$

$$A \times B = \{(i, j) | i \in A, \quad j \in B\}$$

### Замечание

Мощность прямого произведения  $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ . Аналогично произведение  $\forall$  конечного числа множеств

### Опр

Пусть  $A_1, \dots, A_k$  - ненулевые и попарно дизъюнктивные,  $M = A_1 \cap \dots \cap A_k$  и мн-во  $\{A_1, \dots, A_k\}$  называется разбиением М (если они попарно не дизъюнктивные, то это покрытие)

### Опр

Разбиение А мн-ва М называется измельчением В, если  $\forall A_i \in A$  содержится в некотором  $B_i \in B$

### Опр

Пусть А, В - размельчения мн-ва М, разбиение С называется произведением А и В, если оно является из измельчением, причем самым крупным  $C = A \cdot B$

### Теорема

Произведение двух разбиений существует

### Док-во

Предъявим разбиение, которое будет пересечением  $A = \{A_1, \dots, A_k\}$  и  $B = \{B_1, \dots, B_l\}$ , точнее  $D_{ij} = A_i \cup B_j$ ,  $i \leq k$ ,  $j \leq l$  и  $\mathcal{P} = \cup D_{ij}$  (т.е. без пустых строк). Покажем, что тогда оно самое крупное.

Пусть  $\exists F = \{F_1, \dots, F_t\}$  - измельчение А и В, тогда  $\forall F_k \quad \exists A_{i_k}, B_{j_k} : F_k A_{i_k}, B_{j_k} \Rightarrow F_k \subset (A_{i_k} \cup B_{j_k}) = D_{i_k j_k} \Rightarrow$  мельче F

## 2 Вектора из нулей и единиц

### 3 Алгоритм перебора 0-1 векторов. Коды Грея

## 4 Перебор элементов прямого произведения множеств

## 5 Размещения, сочетания, перестановки без повторений

## 6 Размещения, сочетания, перестановки с повторениями

## 7 Два алгоритма перебора перестановок. Нумерация перестановок



## 8 Задача о минимуме скалярного произведения

## 9 Числа Фибоначчи. Теорема о представлении

## 10 Перебор сочетаний. Нумерация сочетаний

## 11 Бином Ньютона и его комбинаторное использование

## 12 Свойства биномиальных коэффициентов

## 13 Основные определения теории вероятностей

## 14 Условные вероятности и формула Байеса

## **15 Математическое ожидание и дисперсия случайной величины**



## 16 Схема Бернулли

## 17 Случайные числа. Схема Уолкера

## 18 Двоичный поиск и неравенство Крафта

## 19 Энтропия. 2 леммы

## 20 Теорема об энтропии

## **21    Операции над строками переменной длины**

## 22 Поиск образца в строке (Карпа-Рабина, Бойера-Мура)

## 23 Суффиксное дерево



## 24    Задача о максимальном совпадении двух строк

## 25 Код Шеннона-Фано. Алгоритм Хаффмена. 3 леммы

## 26 Сжатие информации по методу Зива-Лемпеля

## 27 Метод Барроуза-Уилера

## 28 Избыточное кодирование. Коды Хэмминга

## 29 Шифрование с открытым ключом

## 30 Сортировки (5 методов)

## **31 Информационный поиск и организация информации**





### 33 АВЛ-деревья



## 35 Биноминальные кучи

## 36 Основные определения теории графов

## 37 Построение транзитивного замыкания

## 38 Обходы графа в ширину и глубину. Топологическая сортировка





## 40 Алгоритм поиска контура и построение диаграммы порядка

## 41 Теорема о связном подграфе

## 42   Деревья. Теорема о шести эквивалентных определениях деревя

## 43    Задача о кратчайшем остовном дереве. Алгоритм Прима

## 44 Алгоритм Краскала

## 45    Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры



## 47    Задача о кратчайшем дереве путей



## 48 Сетевой график и критические пути. Нахождение резервов работ

49    Задача о максимальном паросочетании в графе.  
         Алгоритм построения



## 51 Алгоритм построения контролирующего множества

## 52    Задача о назначениях. Венгерский метод

## 53    Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ

## 54    Метод динамического программирования. Задача линейного раскроя

**55    Приближенные методы решения дискретных задач.  
      Жадные алгоритмы**



56    Алгоритмы с гарантированной оценкой точности.  
         Алгоритм Эйлера

**57 Жадные алгоритмы. Задача о системе различных  
представителей**









62 ?Алгоритм Кристофидеса (возможно будет)