

Задача (1 разбор задачи с кр)

$$SL_2(\mathbb{Z}_3) \text{ и } S_4$$

$$\text{Порядок 6} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача (2 разбор задачи с кр)

# 1 Геометрия

2019-11-08

Опр

$X$  - линейное векторное пр-во над  $\mathbb{R}$

Тогда  $X$  - евклидово пр-во, если

есть квадратичная линейная форма  $\langle \cdot, \cdot \rangle: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$

$$1. \langle ax + by, z \rangle = a \langle x, z \rangle + b \langle y, z \rangle$$

$$a, b \in \mathbb{R} \quad x, y, z \in X$$

$$2. \langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$$

$$3. \langle x, x \rangle \geq 0$$

$$\langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Опр

$$|x| = \sqrt{\langle x, x \rangle} - \text{длина } x$$

$$\langle x, y \rangle = \arccos \left( \frac{\langle x, y \rangle}{|x| \cdot |y|} \right)$$

$$(x, y) = |x| |y| \cos(\angle x, y) \text{ скал произв. из геометрии}$$

Задача (7.1)

$$u, v \quad |u|, |v|, \angle u, v$$

1.  $\angle$  между  $x$  и  $y$
2. орт. проекцию  $x$  на  $y$
3.  $S_{\Delta}$  образ вект  $x, y$
4. центр и радиус окр., опис около около  $\Delta$   
образ  $x$  и  $y$
5. центр и радиус окр. впис в этот  $\Delta$

20)

$$x = u - 9v$$

$$y = 7u + 5v$$

$$|u| = 2 \quad |v| = 3 \quad \angle u, v = \frac{\pi}{3}$$

$$\langle u, u \rangle, \quad \langle v, v \rangle, \quad \langle u, v \rangle$$

Нельзя просто перемножать координаты векторов!

У нас не ортонорм. базис

$$\langle x, x \rangle, \quad \langle y, y \rangle, \quad \langle x, y \rangle$$

Воспользуемся линейностью

$$\langle u - 9v, u - 9v \rangle = \langle u, u - 9v \rangle - \langle 9v, u - 9v \rangle =$$

$$= \langle u, u \rangle - \langle u, 9v \rangle - \langle 9v, u \rangle + \langle 9v, 9v \rangle =$$

$$= \langle u, u \rangle - 9 \langle u, v \rangle - 9 \langle v, u \rangle + 81 \langle v, v \rangle$$

$$4 - 18 \cdot 3 + 81 \cdot 9 = 679$$

$$\langle 7u + 5v, 7u + 5v \rangle = 49 \langle u, u \rangle + 35 \langle u, v \rangle + 35 \langle v, u \rangle + 25 \langle v, v \rangle =$$

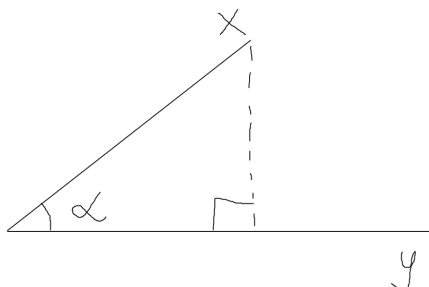
$$= 631$$

$$\langle u - 9v, 7u + 5v \rangle = 7 \langle u, u \rangle + 5 \langle u, v \rangle - 63 \langle v, u \rangle - 45 \langle v, v \rangle =$$

$$= -541$$

$$\angle x, y = \arccos \left( \frac{-541}{\sqrt{631} \sqrt{679}} \right)$$

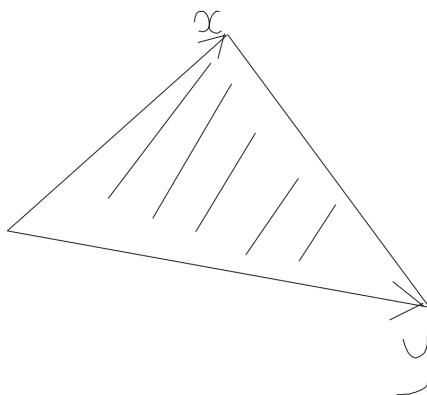
Ищем орт. проекцию  $x$  на  $y$



$$\frac{y}{|y|} \cdot \cos \alpha |x| = \frac{y}{|y|} \frac{\langle x, y \rangle}{|x| |y|} |x|$$

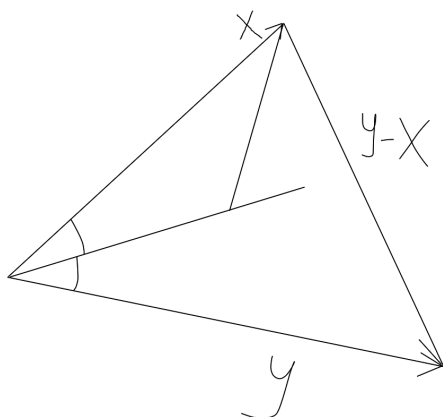
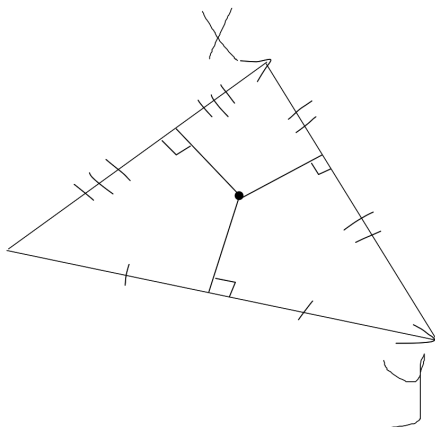
«Подставить, все получить»

Найти площадь



$$\frac{1}{2} |x| |y| \sin \alpha$$

Ищем центр



$$\frac{\langle x, ax + by \rangle}{|x| |ax + by|} = \frac{\langle y, ax + by \rangle}{|y| |ax + by|}$$

$$\frac{\langle ax + by - x, x \rangle}{|ax - by - x| |x|} = \frac{\langle ax - by - x, y - x \rangle}{|ax - by - x| |y - x|}$$

$$r = \frac{S}{p}$$

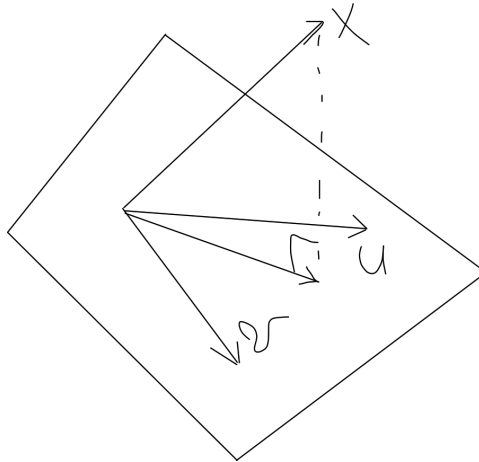
$S$  - площадь

$p$  - полуперим.

Дома сделать для описанной

**Задача (7.2)** Найти угол между вектором и плоскостью в  $\mathbb{R}^3$

$$au + bv$$



$z$  - вектор между  $u$  и  $v$

$$z = au + bv$$

$$(x - (au + bv), u) = 0$$

$$(x - (au + bv), v) = 0$$

$$\langle (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4), (y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4) \rangle = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4$$

$$(z - x) \perp \text{пл-ти, породж } u, v \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (z - x) \perp u \quad (z - x) \perp v$$

$$(z - x) \perp u \Leftrightarrow ((z - x), u) = 0$$

$$(au + bv - x, u) = 0$$