0.1 07.10.2019

0.1.1 Готовимся к к.р.

Пример

$$ue^{x+u} + y\cos(x+y) = 0 \quad (x_0, y_0) \quad o(\varphi^2) \quad o(\varphi^3) \quad \varphi = \sqrt{x^2+y^2}$$

Решение

Решил у доски

Замечание

Можно подставлять $(0, y)$, $(x, 0)$, (x, x)

Пример

$$u\cos(x-u) + e^u \sin(x+u) = 0$$

$$u(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + ... + c_6x^6 + \overline{x^6} \quad x_0 = 0 \quad u(0) = 0$$

$$F'_u = \cos(x-u) + u\sin(x-u) + 2ue^{u^2}\sin(x+u) + e^{u^2}\cos(x+u) \overset{(0,0)}{=} 2$$

$$c_1 = u'_x(0) = -\frac{F'_x}{F'_u} = -\frac{1}{2}$$

Заметим, что $F(-x, -u) = -F(x, u)$

$$\Rightarrow F(x, yu) = 0 \Rightarrow F(-x, -u) = 0$$

$$\text{u - нечетна} \Rightarrow c_{2n} = 0$$

$$u(x) = -\frac{x}{2} + c_3x^3 + c_4x^5 + o(x^6)$$

$$\left(-\frac{x}{2} + c_3x^3 + c_5x^5 + o(x^6)\right)\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{3x}{2} - c_3x^3\right) + \frac{1}{4!}\left(\frac{3x}{2}\right)^4 + o(x^5)\right) +$$

$$+ \left(1 + \left|-\frac{x}{2} + c_3x^3\right| + \frac{1}{2}\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + o(x^5)\right)$$

$$\left(\frac{x}{2} + c_3x^3 + c_5x^5 + o(x^6)\right) - \frac{1}{6}\left(\frac{x}{2} + c_3x^3\right)^2 = 0$$

Замечание

1. Если $F(-x, u) = F(x, u)$ или $F(-x, u) = -F(x, u) \Rightarrow$ u - четна
2. Если $F(-x, -u) = F(x, u)$ или $F(-x, -u) = -F(x, u) \Rightarrow$ u - нечетна