Παράρτημα: Μέτρα ευαισθησίας ομολόγων

Υποθέτουμε ένα ομόλογο με ταμειακές ροές C_1,C_2,\ldots , C_{mT} όπου m είναι η τοκοφόρος περίοδος και T η διάρκεια του ομολόγου. Αν y είναι η απόδοση στη λήξη τότε η τιμή του ομολόγου δίνεται ως:

$$P = \frac{C_1}{1 + \frac{y}{m}} + \frac{C_2}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^2} + \dots + \frac{C_{mT}}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^{mT}}$$

Ορίζουμε το **Dollar Duration** ως τη μερική παράγωγο $\$D = -\frac{\partial P}{\partial y}$. Σημειώστε ότι το Dollar Duration για ένα ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου δίνεται ως:

$$\$D = -\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{1}{\partial y} \frac{FV}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^{mT}} = \frac{T}{1 + \frac{y}{m}} FV \frac{1}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^{mT}}$$

Ορίζουμε το Basis Point Value ως το Dollar Duration ανά μια μονάδα βάση (0,01%), δηλαδή:

$$BPV = \$D \times 10^{-4}$$

Ορίζουμε το **Modified Duration** ως $D^* = \frac{\$D}{P}$

Ορίζουμε το McCauley Duration ως:

$$D = \frac{t_1 \times C_1 \times d(0, t_1) + \dots + t_{mT} \times C_{mT} \times d(0, mT)}{P}$$

όπου
$$d(0,t)=rac{1}{\left(1+rac{y}{m}
ight)^t}$$
. Σημειώστε ότ $\frac{D^*}{1+rac{y}{m}}$.

Υποθέστε ότι κατασκευάζουμε ένα χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας N ομόλογα. Συμβολίσουμε με x_i , $i=1,2,\ldots,N$ τον αριθμό των μεριδίων που αγοράζουμε από κάθε τίτλο και w_i , $i=1,2,\ldots,N$ τη στάθμιση του κάθε ομολόγου στο χαρτοφυλάκιο.

Το Dollar Duration του χαρτοφυλακίου ομολόγων δίνεται ως:

$$D = x_1 D_1 + \cdots + x_N D_N$$

όπου D_i το Dollar Duration του D_i ομολόγου.

Επίσης το McCauley Duration του χαρτοφυλακίου δίνεται ως:

$$D = w_1 D_1 + \dots + w_N D_N$$

όπου D_i το McCauley Duration του i ομολόγου. Τέλος το Modified Duration του χαρτοφυλακίου δίνεται ως:

$$D^* = w_1 D_1^* + \dots + w_N D_N^*$$

όπου D_i^* το Modified Duration του i ομολόγου.