

Синтаксический анализ. Построение МП-автомата

1. Использовать материалы лекции 14.

2. Напоминание.

Формальное определение МП-автомата

$$M = \langle Q, V, Z, \delta, q_0, z_0, F \rangle$$

Q – множество состояний;

V – алфавит входных символов;

Z – специальный алфавит магазинных символов;

δ (дельта) – функция переходов автомата:

$$Q \times (V \cup \{\lambda\}) \times Z \rightarrow P(Q \times Z^*),$$

где $P(Q \times Z^*)$ – множество подмножеств $Q \times Z^*$;

$q_0 \in Q$ – начальное состояние автомата;

$z_0 \in Z$ – начальное состояние магазина (маркер дна);

$F \subseteq Q$ – множество конечных состояний.

3. Напоминание.

Работа автомата $M = \langle Q, V, Z, \delta, q_0, z_0, F \rangle$

- 1) состояние автомата $(q, a\alpha, z\beta)$
- 2) читает символ a , находящийся под головкой (сдвигает ленту);
- 3) не читает ничего (читает λ , не сдвигает ленту);
- 4) из функции δ определяет новое состояние q' , если $(q', \gamma) \in \delta(q, a, z)$ или $(q', \gamma) \in \delta(q, \lambda, z)$.
- 5) читает верхний (в стеке) символ z и записывает цепочку γ т.к. $(q', \gamma) \in \delta(q, a, z)$, при этом, если $\gamma = \lambda$, то верхний символ магазина просто удаляется.
- 6) работа автомата заканчивается (q, λ, λ)

4. Напоминание:

на каждом шаге автомата возможны три случая:

- 1) функция $\delta(q, a, z)$ определена – осуществляется переход в новое состояние;
- 2) функция $\delta(q, a, z)$ не определена, но определена $\delta(q, \lambda, z)$ – осуществляется переход в новое состояние (лента не продвигается);
- 3) функции $\delta(q, a, z)$ и $\delta(q, \lambda, z)$ не определены – дальнейшая работа автомата не возможна (цепочка не разобрана).

5. Напоминание:

язык $L(M) = \{\alpha \mid (q_0, \alpha, z_0) \succ^* (q', \lambda, \lambda), q' \in F\}$ допускаемый автоматом M – это множество всех цепочек символов, допускаемых данным автоматом.

МП-автомат называется детерминированным, если из каждой его конфигурации возможно не более одного перехода в следующую конфигурацию. Иначе МП-автомат называется недетерминированным.

6. Для построения МП-автомата необходимо привести контекстно-свободную грамматику к одной из нормальных форм:

нормальной форме Хомского

нормальной форме Грейбах.

7. Нормальная форма Хомского:

КС-грамматика $G = \langle T, N, P, S \rangle$ имеет нормальную форму Хомского, если правила P имеют вид:

- 1) $A \rightarrow BC$, где $A, B, C \in N$;
- 2) $A \rightarrow a$, где $A \in N, a \in T$;
- 3) $S \rightarrow \lambda$, где $S \in N$ – начальный символ, и если такое правило существует, то нетерминал S не должен встречаться в правой части правил.

8. Грамматика в нормальной форме Хомского называется **бинарной**, т.к. один нетерминальный символ может быть заменен на два нетерминальных символа.

В дереве вывода грамматики в нормальной форме Хомского каждая вершина распадается:

- на **две другие вершины** (в соответствии с первым видом правил $A \rightarrow BC$),
- либо содержит **один последующий лист** с терминальным символом (в соответствии со вторым видом правилом вывода $A \rightarrow a$).

Третий вид правил введен для того, чтобы к нормальной форме Хомского можно было преобразовывать грамматики КС-языков, содержащих пустые цепочки символов.

9. Алгоритм преобразования контекстно-свободной грамматики $G = \langle T, N, P, S \rangle$ к грамматике $G' = \langle T, N', P', S \rangle$ в нормальной форме Хомского:

- I. преобразовать исходную грамматику к приведенному виду (исключить бесплодные и недостижимые символы, цепные и λ -правила);**
- II. установить $N' = N$**
- III. построение P' .**

Правила вида:

- 1) $A \rightarrow a$, где $A \in N, a \in T$ переносятся в P' без изменений;
- 2) $A \rightarrow BC$, где $A, B, C \in N$ переносятся в P' без изменений;
- 3) $S \rightarrow \lambda$, где $S \in N$ переносятся в P' без изменений;
- 4) $A \rightarrow aB$, где $A, B \in N, a \in T$

преобразуются в правила вида $A \rightarrow DB$ и $D \rightarrow a$ добавляются во множество правил P' , нетерминальный символ D добавляется во множество нетерминалов N' грамматики G' ;

- 5) правила вида $A \rightarrow Ba$, где $A, B \in N, a \in T$

преобразуются в правила вида $A \rightarrow BD$ и $D \rightarrow a$ грамматики P' , нетерминальный символ D добавляется в N' ;

- 6) правила вида $A \rightarrow ab$, где $A \in N, a, b \in T$

преобразуются в правила вида $A \rightarrow BD, B \rightarrow a, D \rightarrow b$ грамматики P' , нетерминальные символы B, D добавляются в N' ;

- 7) правила вида $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_k$, где $k > 2$ и $X_i \in N \cup T$

преобразуются в правила вида $A \rightarrow Y_1 Y_2, Y_2 \rightarrow Y_3 Y_4, Y_4 \rightarrow Y_5 Y_6, \dots, Y_1 \rightarrow X_1, Y_3 \rightarrow X_2, Y_5 \rightarrow X_3 \dots$. Правила вида $Y_i \rightarrow X_j$ могут потребовать дальнейшего преобразования. Если достигнут вид правил, который указан в определении, то они добавляются в P' , а новые нетерминальные символы в N' .

Стартовым символом результирующей грамматики G' является стартовый символ исходной грамматики G .

10. Пример: $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, P, S \rangle$,

где $P = \{S \rightarrow bA \mid aB, \quad A \rightarrow a \mid aS \mid bAA, \quad B \rightarrow b \mid bS \mid aBB\}$

$P' = \{A \rightarrow a, B \rightarrow b\}$

правила типа 1 (переносятся в P')

$S \rightarrow bA : S \rightarrow CA, C \rightarrow b$

правила типа 4 (преобразуются, добавляется новый нетерминал и

переносятся в P')

$S \rightarrow aB : S \rightarrow DB, D \rightarrow a$

правила типа 4

$A \rightarrow aS : A \rightarrow ES, E \rightarrow a$

правила типа 4

$B \rightarrow bS : B \rightarrow FS, F \rightarrow b$

правила типа 4

$A \rightarrow bAA : A \rightarrow TU, T \rightarrow b, U \rightarrow AA$

преобразуются к правилам 2 типа и 4 типа

$B \rightarrow aBB : B \rightarrow XY, X \rightarrow a, Y \rightarrow BB$

Множество правил грамматики, приведенной к нормальной форме Хомского G' :

$P' = \{A \rightarrow a, B \rightarrow b, S \rightarrow CA, C \rightarrow b, S \rightarrow DB, D \rightarrow a,$

$A \rightarrow ES, E \rightarrow a, B \rightarrow FS, F \rightarrow b, A \rightarrow TU, T \rightarrow b, U \rightarrow AA,$

$B \rightarrow XY, X \rightarrow a, Y \rightarrow BB\}$

Множество нетерминальных символов приведенной грамматики G' :

$\{S, A, B, C, D, E, F, T, U, X, Y\}$

11. **Определение.** Праворекурсивное правило:

правило вида $A \rightarrow \alpha A$, где $\alpha \in (T \cup N)^*$, $A \in N$

12. **Определение.** Леворекурсивное правило:

правило вида $A \rightarrow A\alpha$, где $\alpha \in (T \cup N)^*$, $A \in N$

13. Для каждой грамматики $G = \langle T, N, P, S \rangle$, содержащей леворекурсивные правила можно построить грамматику $G' = \langle T, N', P', S \rangle$, не содержащую леворекурсивных правил.

14. Для каждой грамматики $G = \langle T, N, P, S \rangle$, содержащей правокурсивные правила можно построить грамматику $G' = \langle T, N', P', S \rangle$, не содержащую правокурсивных правил.

15. Нормальная форма Грейбах:

контекстно-свободная грамматика $G = \langle T, N, P, S \rangle$ имеет нормальную форму Грейбах, если она не леворекурсивная (не содержит леворекурсивных правил), а правила P имеют вид:

- 1) $A \rightarrow a\alpha$, где $a \in T, \alpha \in (N \cup T)^*$;
- 2) $S \rightarrow \lambda$, где $S \in N$ — начальный символ, и если такое правило существует, то нетерминал S не должен встречаться в правой части правил.

Эта нормальная форма называется по имени Шейлы Грейбах (Sheila Greibach), которая первой описала способ построения таких грамматик.

16. Алгоритм устранения левой рекурсии.

Пусть правила грамматики $G = \langle T, N, P, S \rangle$ имеют вид:

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \dots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n,$$

где $\alpha_i, \beta_i \in (T \cup N)^*$ и цепочки β_i не начинаются с нетерминала A .

Введем нетерминал B .

Тогда эквивалентные правила без левой рекурсии:

$$A \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n \mid \beta_1 B \mid \beta_2 B \mid \dots \mid \beta_n B \mid$$

$$B \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \dots \mid \alpha_m \mid \alpha_1 B \mid \alpha_2 B \mid \dots \mid \alpha_m B \mid$$

17. Пример:

пусть правила P грамматики G имеют вид:

$$A \rightarrow A + A \mid x$$

Грамматика G порождает цепочки вида:

$$x, x + x, x + x + x, x + x + x + x, \dots$$

Преобразование. Введем нетерминал A'

$$A \rightarrow x \mid xA'$$

$$A' \rightarrow +A \mid +AA'$$

Приведенная грамматика порождает цепочки вида:

$$x, x + x, x + x + x, x + x + x + x, \dots$$

18. Пример:

пусть правила P грамматики имеют вид G :

$$\begin{array}{c} \underline{E} \rightarrow \underline{E+T} \mid \underline{T}, \quad T \rightarrow T \times F \mid F, \quad F \rightarrow (E) \mid a \\ \underline{A} \quad \underline{A} \alpha_1 \quad \beta_1 \end{array}$$

Преобразование грамматики:

$$\begin{array}{c} \underline{E} \rightarrow \underline{E+T} \mid \underline{T} \Rightarrow E \rightarrow T \mid TE', \quad \underline{E'} \rightarrow \underline{+T} \mid \underline{+TE'} \\ \underline{A} \quad \underline{A} \alpha_1 \quad \beta_1 \quad \quad \quad \underline{A'} \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 A' \end{array}$$

$$T \rightarrow T \times F \mid F \Rightarrow T \rightarrow F \mid FT', T' \rightarrow F \mid \times FT'$$

Правила P' грамматики G' :

$$E \rightarrow T \mid TE'$$

$$E' \rightarrow +T \mid +TE'$$

$$T \rightarrow F \mid FT'$$

$$T' \rightarrow \times F \mid \times FT'$$

$$F \rightarrow (E) \mid a$$

19. Построение МП-автомата:

пусть дана контекстно-свободная грамматика $G = \langle T, N, P, S \rangle$

Автомат $M = \langle Q, V, Z, \delta, q_0, z_0, F \rangle$, где

$$Q = \{q_0\} ; \quad V = T ; \quad Z = N \cup T \cup z_0 ; \quad F = \{q_0\}$$

Для всех $A \in N$ в левой части правил (нетерминалов)

$$\delta^0(q_0, \lambda, A) = (q_0, \alpha^R) \text{ (где } \alpha^R \text{ - реверс цепочки } \alpha \text{)} \quad (1)$$

Для всех $a \in T$ (терминалов)

$$\delta(q_0, a, a) = (q_0, \lambda) \quad (2)$$

Для перехода в конечное состояние

$$z\delta(q_0, \lambda, z_0) = (q_0, \lambda) \quad (3)$$

20. Пример.

Пусть G — грамматика, порождающая слова над алфавитом $\{0,1\}$, в которых одинаковое количество нулей и единиц:

Правила грамматики:

$$S \rightarrow 0S1$$

$$S \rightarrow 1S0$$

$$S \rightarrow \lambda$$

Построить автомат, допускающий язык, порожденный грамматикой G .

Множество состояний: $\{q\}$

Множество терминалов: $\{0,1\}$

Множество нетерминалов — $\{S\}$

Магазинный алфавит: $\{0,1,S,z\}$

Маркер дна МП-автомата: z

Множество конечных состояний: $\{q\}$

Начальное состояние МП-автомата: q

Функция переходов δ определена следующим образом:

$$\delta(q, \lambda, S) = \{(q, 0S1), (q, 1S0), (q, \lambda)\} \text{ (пункт 1 построения } \delta);$$

$$\delta(q, 0,0) = \{(q, \lambda)\}, \quad \delta(q, 1,1) = \{(q, \lambda)\} \text{ (пункт 2 построения } \delta)$$

$$\delta(q, \lambda, z) = (q, \lambda) \text{ (пункт 3 построения } \delta)$$

Пример.

Дана цепочка 0011

Начальная конфигурация МП-автомата:

$(q, 0011, zS)$ в магазин – реверс цепочки правила $S \rightarrow 0S1$ (пункт 1)

Последовательность тактов работы построенного автомата:

$(q, 0011, z1S0)$ (пункт 2)

$(q, 011, z1S)$ (пункт 1)

$(q, 011, z11S0)$ (пункт 2)

$(q, 11, z11S)$ (пункт 1)

$(q, 11, z11)$ (пункт 2)

$(q, 1, z1)$ (пункт 2)

(q, λ, z) (пункт 3)

(q, λ, λ) цепочка **разобрана**

21. Пример.

Построить автомат, допускающий язык, порожденный грамматикой G с правилами:

$S \rightarrow aSbb \mid a.$

Преобразуем грамматику к нормальной форме Грейбах:

$S \rightarrow aSA \mid a,$

$A \rightarrow bB,$

$B \rightarrow b.$

Построить автомат, допускающий язык, порожденный грамматикой G . Автомат будет иметь два состояния:

$\{q_1, q_2\}$, где q_2 — заключительное состояние.

Множество терминалов: $\{a, b\}$

Множество нетерминалов — $\{S, A, B\}$.

z – маркер дна магазина

Магазинный алфавит: $\{a, b, S, A, B, z\}$.

$\delta(q_1, \lambda, S) = \{(q_1, ASa), (q_1, a)\}$	(пункт 1 построения δ);
$\delta(q_1, \lambda, A) = \{(q_1, Bb)\}$	(пункт 1 построения δ);
$\delta(q_1, \lambda, B) = \{(q_1, b)\}$	(пункт 1 построения δ);
$\delta(q_1, a, a) = \{(q_1, \lambda)\}$	(пункт 2 построения δ);
$\delta(q_1, b, b) = \{(q_1, \lambda)\}$	(пункт 2 построения δ)
$\delta(q_1, \lambda, z) = (q_2, \lambda)$	(пункт 3 построения δ)

Дана цепочка *aabb*

Начальная конфигурация:

$(q_1, aabb, zS)$

Последовательность тактов работы построенного автомата:

$(q_1, aabb, zASa)$

(q_1, abb, zAS)

(q_1, abb, zAa)

(q_1, bb, zA)

(q_1, bb, zBb)

(q_1, b, zB)

(q_1, b, zb)

(q_1, λ, z)

(q_2, λ, z)

цепочка **разобрана**