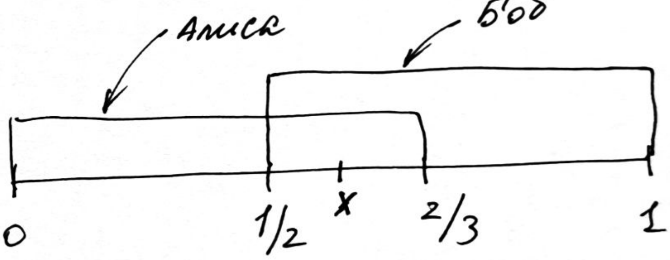
Задача №4

Найти:

$x \in [0; 1]$:

$P(x\text{-победа}) - \max$?



Решение:

Пусть $x \in [\frac{1}{2}; \frac{2}{3}]$:

Найдем $P(x\text{-победа})$:

Алиса возьмет число $< x$ и Боб $> x$ (1)

Алиса загадает число $> x$ (2) и Боб $< x$

$P(1) =$

$$= \left((x-0)\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot\left((1-x)\cdot 2\right) = 3x(1-x)$$

$$P(2) = \left(\left(\frac{2}{3}-x\right)\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 2\right) = 3\left(\frac{2}{3}-x\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) =$$

$$= \frac{3}{2}x + 2x - 1 - 3x^2 = -3x^2 + \frac{7}{2}x - 1$$

Задача №4 (Продолжение)

$$P(x\text{-победа}) = P(1) + P(2) = 3x - 3x^2 - 3x^2 + \frac{7}{2}x - 1 =$$

$$= -6x^2 + \frac{13}{2}x - 1$$

Получили функцию от x:

$$P(x) = -6x^2 + \frac{13}{2}x - 1$$

Необходимо найти $P(x)_{max}$. Заметим, что $P(x)$ задает параболу, ветви которой направлены вниз, т.е максимум будет в вершине: $-\frac{b}{2a}$

$$x_{max} = \frac{-13}{2 \cdot 2 \cdot -(6)} = \frac{13}{24}$$

Также можно было получить результат путем дифер. и нахождения экстремума.

$$P'(x) = -12x + \frac{13}{2} = 0$$

$$\boxed{x = \frac{13}{24}}$$

Ответ: $\frac{13}{24}$