

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.3.3

Опыт Милликена

выполнили студент группы Б03-302

Танов Константин, Глеб Ларькин

16.09.2024 г.

1 Цель работы:

Оценка элементарного заряда методом масляных капель.

2 Оборудование:

Плоский конденсатор в защитном кожухе, осветитель, измерительный микроскоп, выпрямитель, электростатический вольтметр, переключатель напряжения, пульверизатор с маслом, секундомер.

3 Теоретические сведения:

Заряд q любого тела может принимать только дискретную последовательность значений. В данном опыте измеряется заряд небольших капелек масла, несущих всего несколько электронных зарядов. Сравнивая между собой заряды капель, можно убедиться, что все они кратны одному и тому же числу, которое и равно заряду электрона.

Для измерения заряда капель можно исследовать их движение в вертикальном электрическом поле плоского конденсатора.

Движение заряженной капли в электрическом поле зависит как от электрических сил, так и от веса капли.

Рассмотрим свободное падение капли. Учитывая силу трения сферической капли по формуле Стокса, получим зависимость скорости от времени:

$$v = \frac{mg}{k}(1 - e^{-kt/m}) \quad (1)$$

Значит установившееся значение скорости равно:

$$v_{\text{уст}} = \frac{mg}{k} = \frac{2\rho}{9\eta}gr^2 \quad (2)$$

Значит установление скорости происходит за время (в предположении, что оно мало):

$$\tau = \frac{m}{k} = \frac{2\rho}{9\eta}r^2 \quad (3)$$

Для маленьких капель оно столь мало, что движение капли всегда можно считать равномерным. Обозначая через h путь, пройденный каплей за время

t_0 , найдем:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta h}{2\rho g t_0}} \quad (4)$$

Рассмотрим теперь подъем капли в присутствии электрического поля. Во второй закон Ньютона добавится сила электрического поля конденсатора. В итоге можно получить конечную формулу для заряда капли:

$$q = 9\pi \sqrt{\frac{2\eta^3 h^3}{g\rho}} \frac{l(t_0 + t)}{V t_0^{3/2} t} \quad (5)$$

где t - время подъема капли, V - разность потенциалов между пластинами конденсатора, l - расстояние между пластинами конденсатора.

Формула для расчета максимального пути релаксации:

$$s < v_{\text{уст}} \tau = \frac{1}{g} \left(\frac{h}{t_0} \right)^2 \quad (6)$$

4 Экспериментальная установка

Схема установки представлена на рис. 1. Масло разбрызгивается пульверизатором. Капли масла попадают в конденсатор С через небольшое отверстие в верхней пластине. При этом часть из них вследствие трения о воздух приобретает случайный по абсолютной величине и знаку электрический заряд.

Напряжение на пластины подаётся с регулируемого выпрямителя и измеряется вольтметром V . Ключ K позволяет менять направление поля в конденсаторе, чтобы можно было работать как с отрицательно, так и с положительно заряженными каплями. При размыкании ключа K конденсатор разряжается через дополнительное сопротивление $R = 10 \text{ МОм}$.

Время отсчитывается по секундомеру.

Естественно, что слабые электрические силы, действующие на каплю, несущую всего один или несколько электронных зарядов, способны существенно изменить её движение в том случае, если сама она очень мала. Опыт производится поэтому с мелкими каплями, наблюдение за которыми возможно только с помощью микроскопа.

В фокальной плоскости окуляра измерительного микроскопа M виден ряд горизонтальных линий. Наблюдая за перемещением капли между нитями, нетрудно определить путь, пройденный каплей. Время t_0 свободного падения

капли от одной выбранной линии до другой и время t её обратного подъёма, происходящего под действием сил электрического поля, измеряется секундомером.

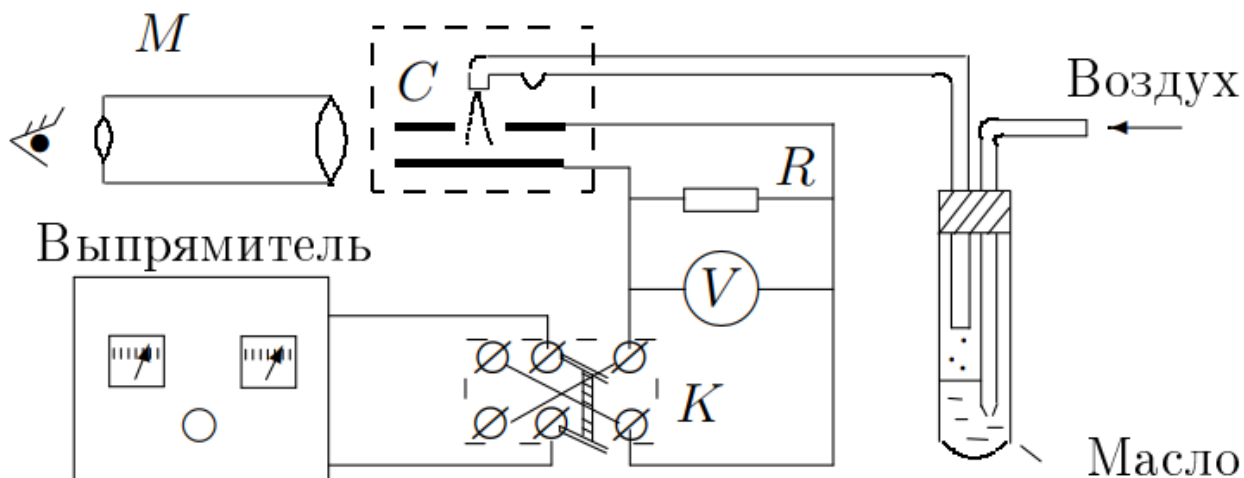


Рис. 1: Схема установки

5 Методика измерений:

Основная проблема в работе заключалась в том, чтобы правильно отобрать нужные капли, удовлетворяющие определенным условиям по размеру и заряду.

Во первых, так как расчет силы трения капль ведется по формуле Стокса, то размеры капль не должны быть слишком маленькими. Поэтому опыт производится с мелкими каплями, наблюдение за которыми возможно только с помощью микроскопа.

Во вторых, так как погрешность q будет тем меньше, чем больше t и t_0 , то необходимо работать с медленно движущимися каплями, то есть каплями малого веса (формула 2), то есть размеры капль не должны быть слишком большими. Также эксперимент проводится в предположении, что движение капли происходит сразу с постоянной скоростью, что как видно из формулы 3, верно для небольших капль. Чтобы добиться такого результата, необходимо в начале опыта позволить каплям свободно падать 5-10с при выключенном электрическом поле для того, чтобы наиболее крупные капли успели упасть

на нижнюю пластину. Чтобы увеличить время t , нужно использовать не очень большие разности потенциалов.

В третьих, из постановки опыта, дискретность заряда может быть обнаружена лишь в том случае, если ошибка δq в измерении заряда капли существенно меньше абсолютной величины заряда электрона e . Допустимая относительная ошибка опыта $\delta q/q$ должна быть поэтому много меньше $e/q = 1/n$. Этому условию тем легче удовлетворить, чем меньше число n . Таким образом, заряд должен быть не слишком большим. Для этого в начале опыта рассчитывается минимальное напряжение при определенном n (в нашем случае $n = 5$), равному небольшому числу. Поэтому это ограничение не позволит исследовать слишком заряженные капли.

6 Влияние неучтенных сил

Рассмотрим некоторые силы, действующие на каплю. Оценим их влияние:

I) Сила Кулона. В качестве характерного радиуса взаимодействия возьмем характерный диаметр конденсатора ≈ 1 см. Тогда $F_{\text{Кул}} = k \frac{q_{\text{max}}^2}{r_{\text{char}}^2} \approx 10^{-24} \text{ Н}$

II) Сила Архимеда. Для начала вычислим характерный радиус капли масла: $r = \sqrt{\frac{9\eta h}{2\rho g t_0}} \approx 10^{-7} \text{ м}$ Тогда сила Архимеда $F_{\text{Ар}} = \rho g \frac{4}{3} \pi r^3 \approx 10^{-17} \text{ Н}$

7 Анализ

Стоит отметить, что сила Кулона может оказывать значительное влияние в начале движения - при характерном расстоянии порядка радиуса капли она порядка 10^{-15} Н . Но под ее действием капли быстро рассталкиваются (характерное время расталкивания частиц силами Кулона 10^{-9} с , когда время релаксации $\tau \approx 10^{-6} \text{ с}$, те капли рассталкиваются на достаточно большое расстояние уже при впрыскивании). Рассмотрим, какое влияние окажут силы Архимеда и Кулона на уравнения движения и на формулу определения заряда капли, если их учесть.

Весь путь капли от риски до риски можно разбить на две части - разгон и установившаяся скорость. При разгоне основные разгоняющие силы - электрическая и тяжести, которые много больше сил Кулона и Архимеда, то есть на этой части этими силами можно пренебречь. При движении с установившейся скоростью можно показать, что установившаяся скорость не зависит

от константных сил (это будет видно далее), но неясно, как повлияет на нее сила Кулона, которая при интегрировании может дать значительную добавку. Рассмотрим, как изменятся наши уравнения, если учесть малые силы: $A + k\dot{x} + \frac{\alpha}{x^2} = 0$, $\alpha \ll k$, A - константные силы. Находя приближенно $\dot{x}(t)$, получим $x(t) = \frac{A}{k}t + \frac{a}{A^2t} + C$. Дифференцируя: $v(t) = \frac{A}{t} + \frac{a}{A^2t^2}$, что соответствует формуле для установившейся скорости при $a = 0$. То есть действительно как сила Кулона, так и сила Архимеда, никак не влияют на уравнение движения, соответственно, и на определение заряда капли тоже. Поэтому не будем их учитывать.

8 Флуктуации

При наблюдениях были существенны колебания капли масла с амплитудой порядка 10^{-4} м. Посмотрим, связаны ли они с броуновским движением. $x = \sqrt{\frac{4k_b T t}{6\pi\eta r}} \approx 10^{-5}$ м - максимальная амплитуда колебаний капли масла в воздухе исключительно из-за броуновского движения за 1 с. Видно, что это число мало в сравнении с наблюдаемыми колебаниями. Иначе говоря, броуновское движение не является причиной колебаний.

Тогда можно предположить, что колебания связаны с потоками воздуха, появляющимися из-за конвекции и из-за завихрений при введении масла меж пластин конденсатора. При проведении эксперимента была совершенно неясно, действительна ли частица дошла до риски благодаря силам тяжести, трения и электрической или же ее в последний момент протолкнул поток воздуха. Это также дает большую неучтенную погрешность, которую можно уменьшить благодаря увеличению числа измерений и проходимого капель расстояния - среднеквадратичное отклонение будет стремиться к нулю. К сожалению, такой возможности не было - время опыта было ограничено, а капли испарялись или выходили из области видимости достаточно быстро. Поэтому в связи с невозможностью оценки флуктуаций, возьмем погрешность для пройденного пути одну десятую длины риски.

9 Результаты измерений и обработка данных:

С помощью формулы 5 было оценено минимальное напряжение, необходимое для подъема капель масла, несущих от 1 до 5 зарядов электронов на

высоту $h = 1\text{мм}$, задав $t \approx t_0 = 20\text{с}$. Получилось:

$$U_{min} = 217V$$

Далее в течении 10-15 секунд производился отбор капель. И при определенном $U > U_{min}$ для определенной капли производился замер времени подъема и падения. Таких серий было проведено 7.

Для всех исследованных капель были рассчитаны и визуализированны значения q (рис. 1). Для наглядности значения q были отложены по двум осям.

В работе предполагалось, что по полученным данным необходимо определить НОД полученных значений для заряда, которое равно заряду одного электрона. Однако по результатам наших данных это невозможно понять. Можно лишь понять верхнюю границу для заряда электрона.

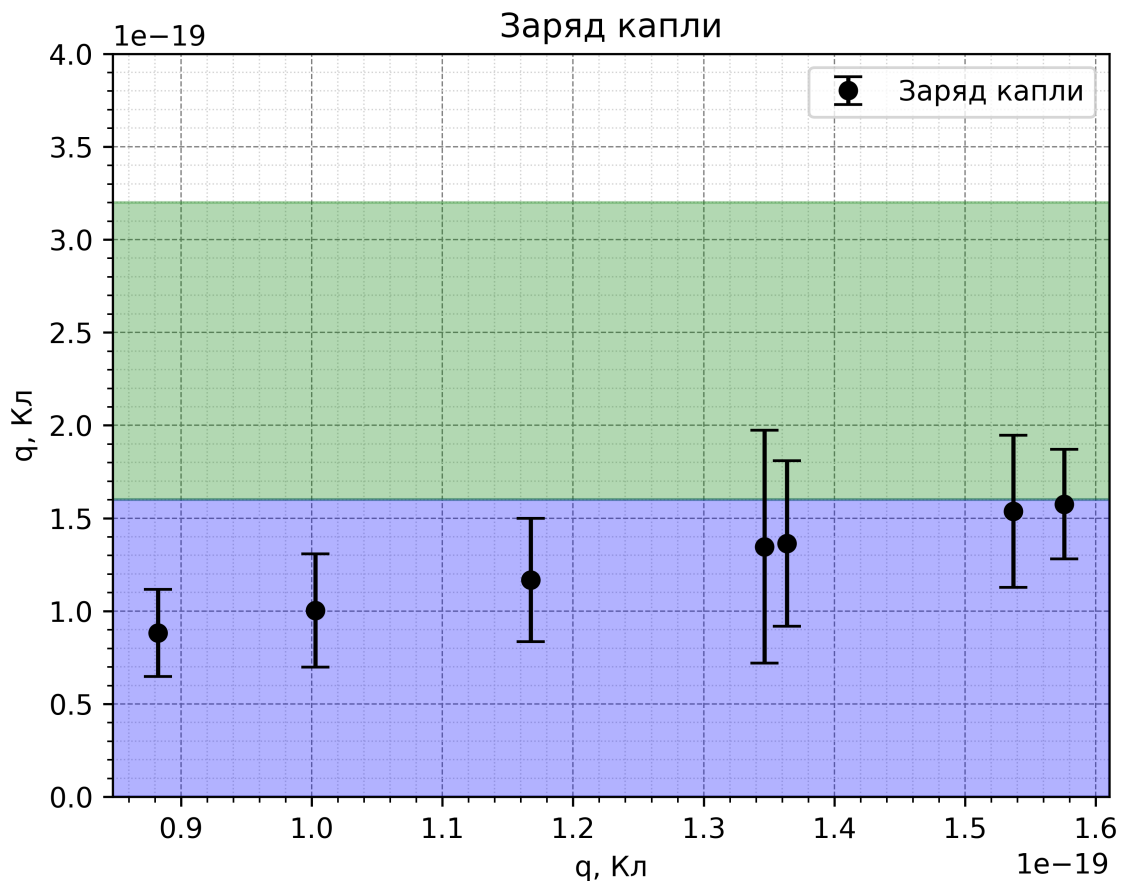


Рис. 2: Визуализация, отражающая заряд капли

Определим радиус капли:

$$r = 3.85 \pm 0.20 * 10^{-7}\text{м}$$

Далее найдем характерное время релаксации:

$$\tau = 1.60 \pm 0.17 * 10^{-6} \text{с}$$

Характерное время действительно мало, поэтому предположение о его малости при выводе формулы 3 верно.

После этого рассчитаем максимальный путь релаксации:

$$s(\tau) = 2.51 \pm 0.52 * 10^{-11} \text{м}$$

10 Вывод

Оценка элементарного заряда элкетрона по имеющимся данным является сложной задачей, тк измерений мало, они были проведены с большой погрешностью и некоторые значения являются заведомо ложными. По имеющимся данным можно сказать, что элементарный заряд электрона не превосходит $2*10^{-19}$ Кл. Получение некачественных данных связано с наличием как флуктуаций, связанных, вероятно, с наличием потоков воздуха. Также был произведен не самый качественный отбор капель - быстрые частицы отсеивались, хотя именно они могли уточнить результаты измерения элементарного заряда, ведь обладали явно бОльшим зарядом.