

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.2.2

Резонанс напряжений в последовательном контуре

выполнили студент группы Б03-302

Танов Константин, Глеб Ларькин

16.09.2024 г.

1 Цель работы:

Исследование резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, включающее получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, а также определение основных параметров контура.

2 Оборудование:

Генератор сигналов, источник напряжения, нагруженный на последовательный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухлучевой осциллограф, цифровые вольтметры.

3 Экспериментальная установка

Схема экспериментального стенда для изучения резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре показана на рис. 1а. Синусоидальный сигнал от генератора GFG8255A поступает через согласующую RC-цепочку на вход источника напряжения, собранного на операционном усилителе ОУ. Питание операционного усилителя осуществляется встроенным блоком-выпрямителем от сети переменного тока 220 Вольт (цепь питания на схеме не показана). Источник напряжения, обладающий по определению нулевым внутренним сопротивлением, фактически обеспечивает с высокой точностью постоянство амплитуды сигнала на меняющейся по величине нагрузке – последовательном колебательном контуре, изображенном на рис. 1а в виде эквивалентной схемы. На рис. 1б контур представлен почти в натуральную величину. Источник напряжения с согласующей цепочкой, колебательный контур и блок питания заключены в отдельный корпус с названием «Резонанс напряжений», отмеченный на рисунке штриховой линией.

На корпусе имеются коаксиальные разъёмы «Вход», «U1» и «U2», а также переключатель магазина ёмкостей с указателем номера $n = 1, 2, \dots 7$. Величины ёмкостей указаны в табличке на крышке корпуса. Напряжение на контуре через разъём «U1» попадает одновременно на канал 1 осциллографа GOS-620 и вход 1-го цифрового вольтметра GDM-8245. Напряжение на конденсаторе UC подаётся через разъём «U2» одновременно на канал 2 осциллографа и вход 2-го цифрового вольтметра GDM-8245.

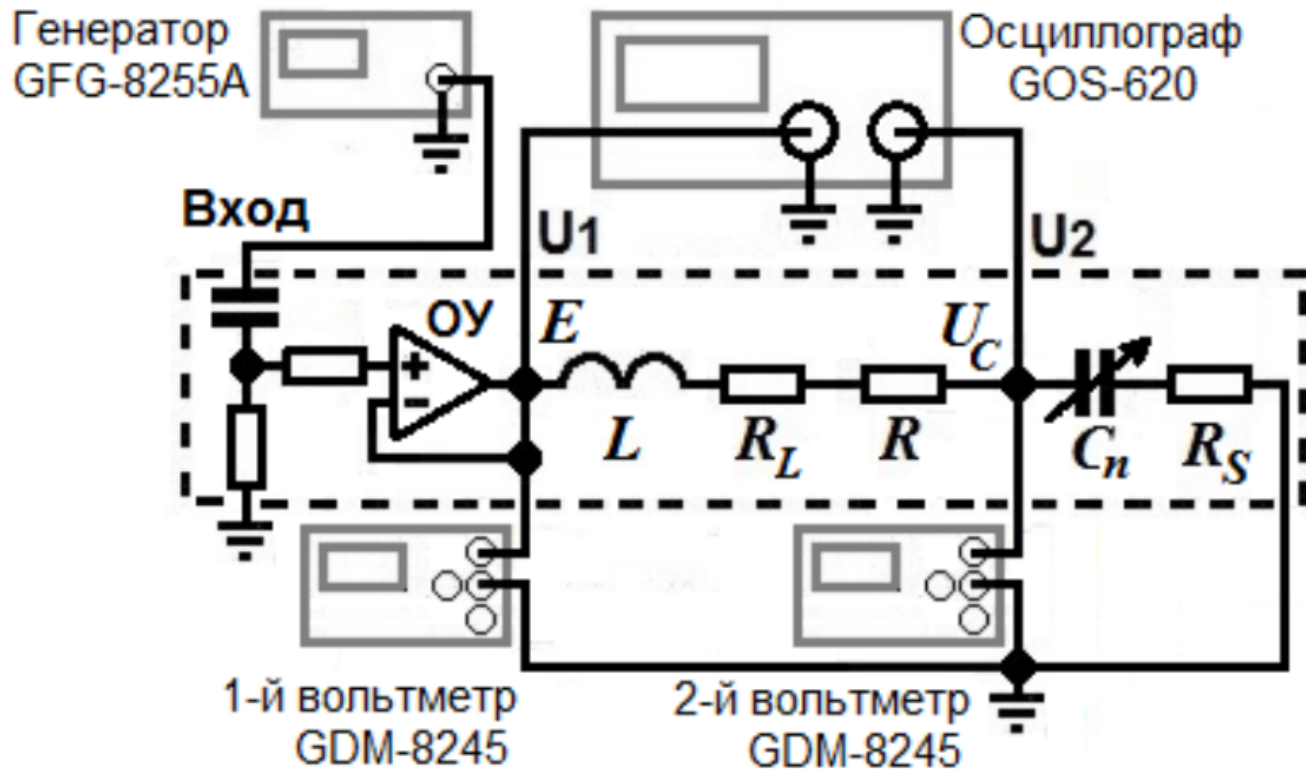


Рис. 1: Схема установки

4 Теоретические сведения:

Общее уравнение колебательного контура:

$$E_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) = RI + U_c + L \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

где U_c - напряжения на конденсаторе; R - сопротивление на резисторе; I - ток в цепи; L - индуктивность катушки.

Суммарное активное сопротивление контура принимается равным

$$R_{\Sigma} = R + R_L + R_S \quad (2)$$

где R_L - внутреннее сопротивление в катушке; R_S - внутреннее сопротивление на конденсаторе

Импедансы соответствующих величин

$$Z_L = R_L + i\omega L; \quad Z_C = R_S - i\frac{1}{\omega C}; \quad Z_{R_{\Sigma}} = R_{\Sigma} + i(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad (3)$$

Собственная частота колебательного контура, определяемая из условия действительности импеданса контура:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_0 \quad (4)$$

Отсюда можно вырвать значение индуктивности для катушки.

Реактивное или волновое сопротивление:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

При резонансе, когда, $\omega = \omega_0$, выражения для модулей комплексных амплитуд тока и напряжения на ёмкости, их фаз и производных фаз по частоте ω принимают вид:

$$I(\omega_0) = \frac{E}{R_\Sigma}, \quad \phi_I(0) = 0 \quad (6)$$

$$U_L(\omega_0) = QE, \quad \phi_L(0) = \frac{\pi}{2} - \frac{R_L}{\rho} \quad (7)$$

$$U_C(\omega_0) = QE, \quad \phi_C(0) = -\frac{\pi}{2} + \delta \quad (8)$$

Из формул 5 - 7 следует, что на частоте ω_0 , где импеданс контура Z становится чисто активным и равным R_Σ , амплитуда тока достигает максимального значения $I_{max} = \frac{E}{R_\Sigma}$. Напряжения на индуктивности и ёмкости на частоте ω_0 находятся почти в противофазе и в Q раз превышают по амплитуде напряжение внешней ЭДС. Последнее обстоятельство послужило поводом назвать резонанс в такой цепи «резонансом напряжений».

Тогда из формулы 7 можно выразить добротность:

$$Q = \frac{U_c(\omega_0)}{E} \quad (9)$$

Формула добротности связана также с параметрами колебательного контура следующим соотношением:

$$Q = \frac{\rho}{R_\Sigma} \quad (10)$$

5 Обработка данных

n	C_n , нФ	f_{0n} , кГц	U_C , В	E , В	L , мкГн	Q	ρ , Ом	R_Σ , Ом	$R_{S_{\max}}$, Ом	R_L , Ом	I , мА
1	24,8	32,10	6,98	0,2796	991,23	24,97	199,92	8,25	0,20	4,60	24,22
2	33,2	27,73	6,22	0,2796	992,21	22,24	172,87	7,94	0,17	4,31	25,17
3	47,6	23,17	5,38	0,2796	991,24	19,25	144,30	7,58	0,14	3,98	26,36
4	57,5	21,07	4,91	0,2797	992,20	17,57	131,36	7,45	0,13	3,86	26,81
5	68,0	19,37	4,56	0,2796	992,11	16,33	120,78	7,63	0,12	4,06	26,11
7	102,80	15,75	3,84	0,2796	992,43	13,72	98,25	7,08	0,10	3,53	28,12

Таблица 1: Измерение резонансных частот и характеристик контура

	L , мкГн	R_L , Ом
Среднее значение	991,91	4,04
Среднеквадратичная погрешность среднего значения	0,21	0,12
Доверительный интервал $t_{n\alpha} = 2,57$ для $n=7$, $\alpha = 0,95$	(991,70; 992,10)	(3,91; 4,17)
Случайная погрешность	0,090	0,003

Таблица 2: Измерение погрешностей для L и R_L

Оценим вклад активных потерь в конденсаторе $\frac{R_{S_{\max}}}{R_\Sigma} = \frac{\rho}{R_\Sigma} < 2.5\%$

Оценим влияние погрешности приборов на ход эксперимента. При построении графика зависимости $R_L(f_{0n})$ были взяты погрешности, указанные в методичке - 3 % для U и 1 % для f . Судя по значению хи-квадрат 0.05 данные погрешности сильно завышены. Действительно, в документации к вольтметрам указаны значения относ погрешности 0.03 %. Документацию к генератору мы не нашли, поэтому про нее сказать ничего не можем.

Для 3-его и 5-ого конденсаторов построим на одном графике амплитудно-частотные характеристики в координатах f , $U_c(f)$ (рис. 2)

Далее построим на одном графике амплитудно-частотные характеристики в безразмерных координатах для этих же конденсаторов $x = f/f_0$, $y = U_c(f)/U_c(0)$. По ширине резонансных кривых на уровне 0,707 определим добротности Q соответствующих контуров (рис. 3)

После этого построим на одном графике фазово-частотные характеристики в координатах $x = f/f_0$, $y = \varphi_c/\pi$, для выбранных контуров. Определим добротности контуров по формуле $Q = 0,5d\varphi_c(x)/dx$ при $x = 1$ (рис. 4)

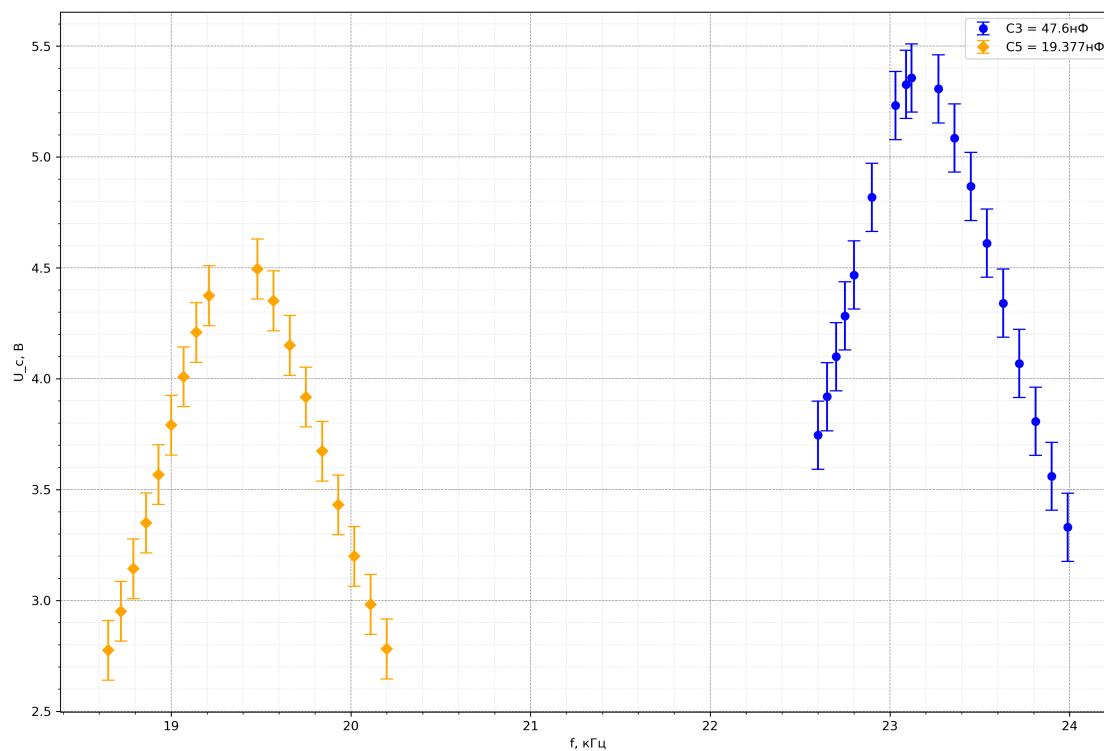


Рис. 2: АЧХ

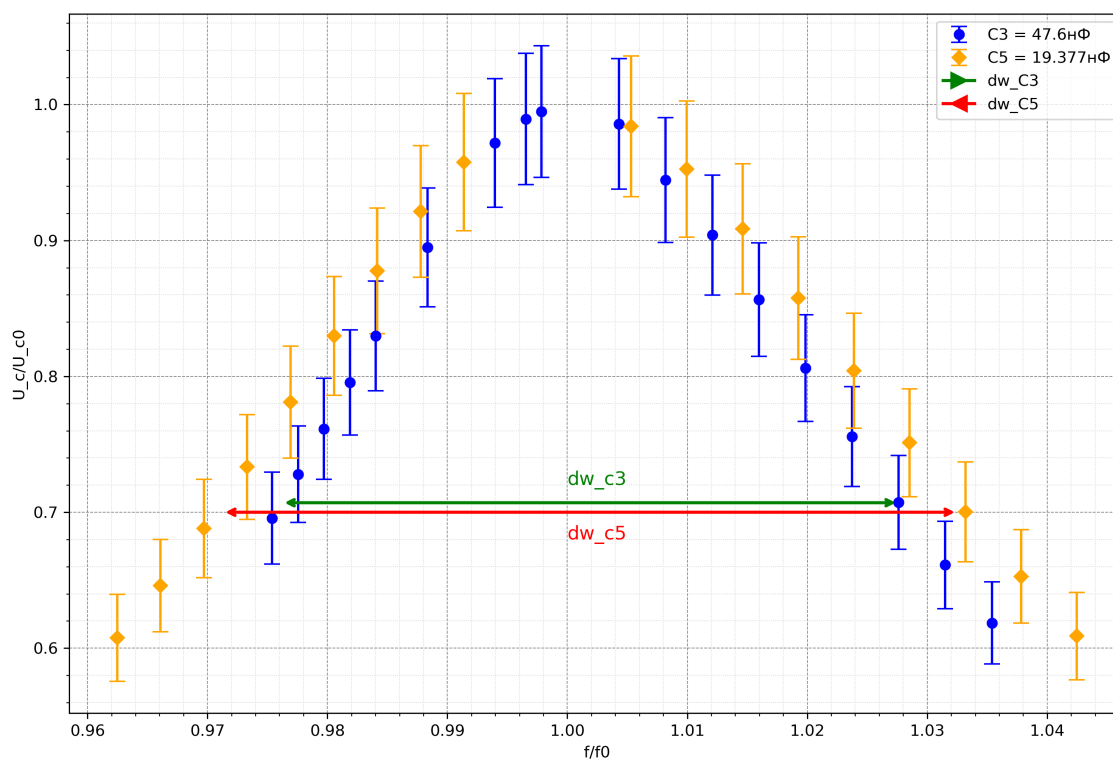


Рис. 3: АЧХ в относительных единицах

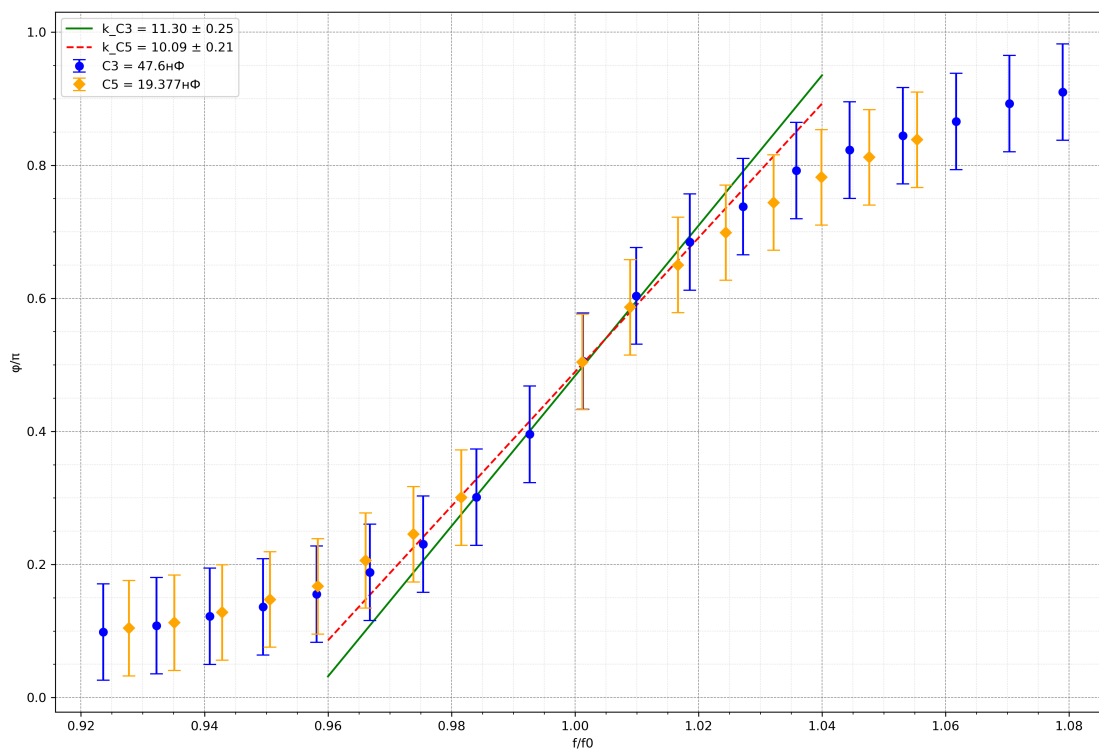


Рис. 4: ФЧХ в относительных единицах

Проанализировав оба графика, получились следующие значения для добротности и погрешностей.

	C3		C5	
	Q	σ_Q	Q	σ_Q
АЧХ	19,424	0,002	16,300	0,001
ФЧХ	17,743	0,249	15,843	0,213
Расчитанные	19,256		16,336	

Таблица 3: Значение добротностей полученных из графиков АЧХ и ФЧХ

По данным табл. 1 построим зависимость $R_L(f_{0n})$ и нанесем прямую $\langle R_L \rangle$ Рост

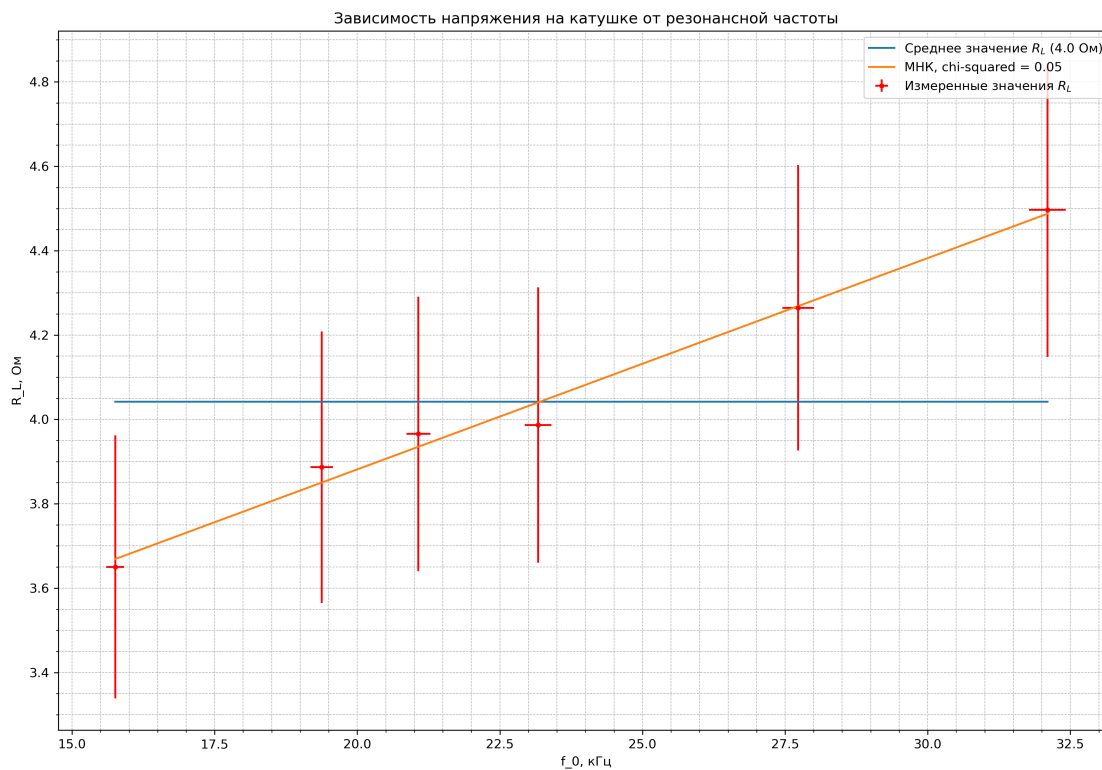


Рис. 5: Зависимость напряжения на катушке от резонансной частоты

омического сопротивления на катушке вызывается возможно скин-эффектом. С ростом частоты сопротивление провода обмотки возрастает из-за вытеснения тока в поверхностные слои провода. Как следствие, уменьшается полезное сечение проводника и растёт сопротивление.

Построим векторную диаграмму тока и напряжений для тока с наименьшей добротностью в резонансном состоянии.

6 Вывод

Был изучен резонанс напряжений в последовательном rlc контуре. Активные потери в конденсаторе, а также погрешность измерительных приборов мало влияют на результаты эксперимента. Были построены амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики для двух конденсаторов. Была измерена различными способами добротность контура - результаты измерений при разных способах совпадают в пределах погрешности. Также была получена зависимость сопротивления катушки от частоты при резонансе в контуре с наименьшей добротностью: зависимость получилась линейной, со значением хи-квадрат 0.05, что говорит о сильной завышенности погрешности. О причинах такой зависимости авторы не

догадываются. Была построена векторная диаграмма, на которой графически показано, что при резонансе векторы U_C , U_L и U_R в сумме дают вектор E .

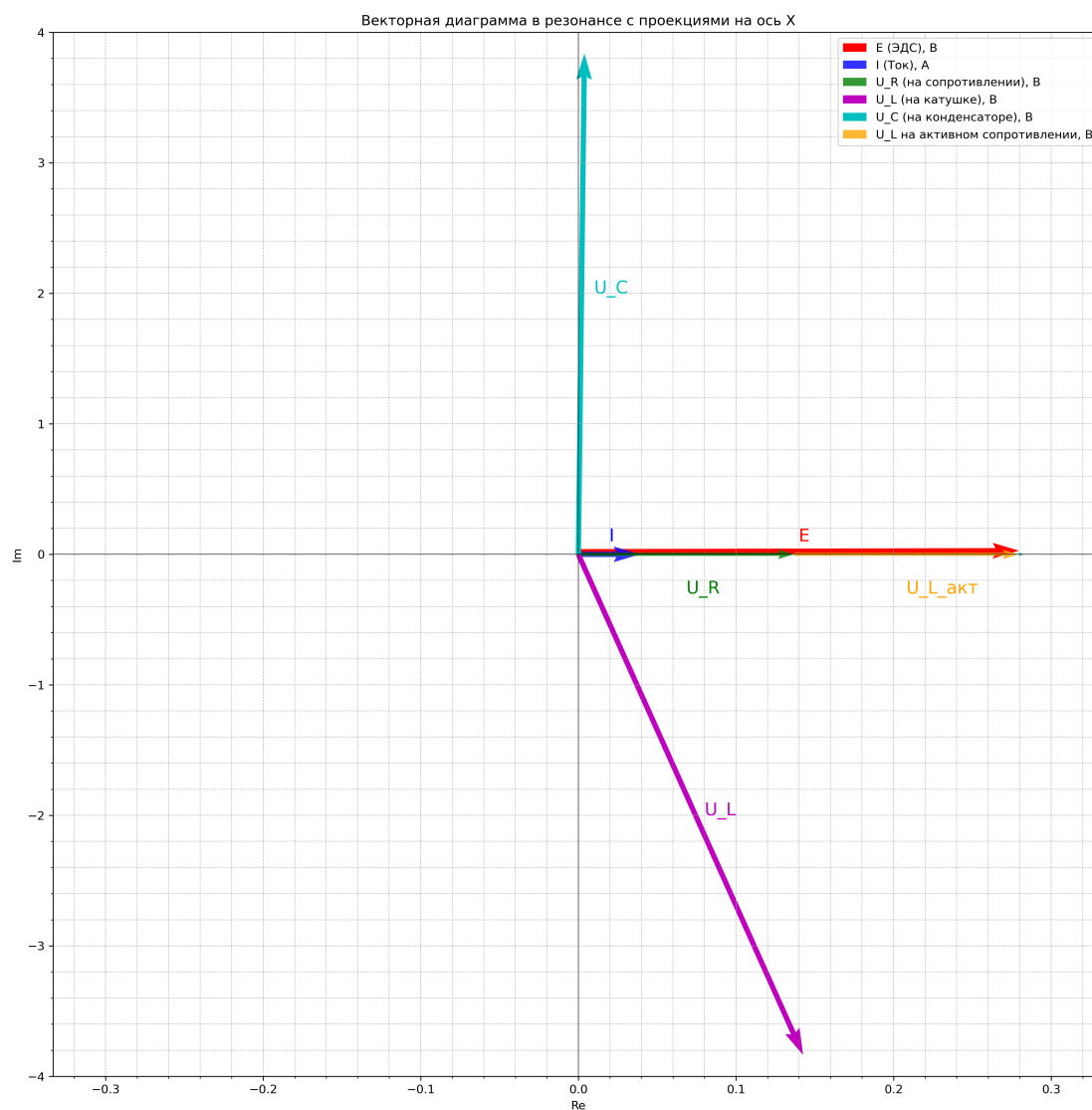


Рис. 6: Зависимость напряжения на катушке от резонансной частоты