

## **Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки**

Выполнил студент группы Б03-302: Танов Константин

### **1 Цель работы:**

Изучение поперечных стоячих волн на струне; определение собственных частот колебаний струны; исследование зависимости скорости распространения поперечных волн на струне в зависимости от её натяжения.

### **2 Оборудование:**

Закрепленная на станине стальная струна, набор грузов, электромагнитные датчики, звуковой генератор, двухканальный осциллограф, частотомер.

### **3 Теоретические сведения:**

Основное свойство струны – гибкость, является следствием ее большой длины по сравнению с поперечными размерами. Даже струны, изготовленные из жестких материалов, практически не сопротивляются изгибанию, если размер изгибаемого участка значительно больше поперечного размера струны. Данный факт позволяет не учитывать при дальнейшей работе изгибные напряжения.

Горизонтально закрепленная струна провисает под действием поля тяжести, при отсутствии натяжения. Достаточно натянутую струну можно считать прямой, если ее концы закреплены на одном горизонтальном уровне. Учитывая этот факт, в дальнейшем действие силы тяжести учитываться не будет.

Натянутая струна с жестко закрепленными концами удобна для изучения колебаний. Это связано с тем, что в струне можно непосредственно наблюдать простейшие типы колебаний и волн, измерять их параметры и сравнивать результаты наблюдения с результатами теоретических расчетов.

Движение элементов струны может быть вызвано изменением ее формы или передачей ей импульса. Натяжение струны стремится вернуть ее в изначальное прямолинейное положение, и это приводит к тому, что возникает движение элементов струны. Возмущения бегут вдоль струны.

Скорость распространения подобного возмущения можно вычислить по формуле (1).

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho l}} \quad (1)$$

где  $F$  – сила натяжения струны,  $\rho_l$  – масса струны на единицу длины.

При заданной частоте  $\nu$  длина волны определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{u}{\nu} \quad (2)$$

Частоты собственных колебаний струны определяются формулой:

$$\nu_n = \frac{nu}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} \quad (3)$$

где  $n$  – число полуволн,  $l$  – длина струны.

## 4 Экспериментальная установка

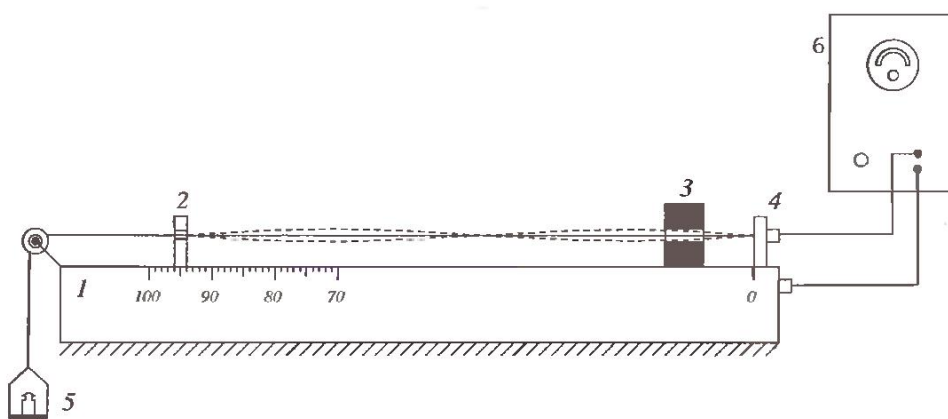


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

На Рисунке 1 представлена схема экспериментальной установки. Устроена она следующим образом: на массивной металлической рейке 1 установлены опора 2 и магнит 3, которые можно перемещать вдоль рейки, а также неподвижная опора 4. Один конец струны закреплен в изоляторе опоры 4. От него струна проходит между полюсами магнита и через опору 2, которая дает возможность струне перемещаться в горизонтальной плоскости, неподвижный блок и соединяется с чашкой 5, на которую помещаются грузы. Такое устройство позволяет регулировать натяжение струны. К концу струны, закрепленному в изоляторе опоры 4, и к массивной металлической рейке 1 подводится переменное напряжение от звукового генератора 6. Движение струны вызывается силой Ампера, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля. Частота колебания струны совпадает с частотой вынуждающей силы, т.е с частотой силы Ампера. Так как данная сила зависит от тока в проводнике, то частота колебаний струны будет совпадать с частотой генератора.

В натянутой струне возникнуть колебания, которые сложившись после отражения от опор 2 и 4 создадут стоячую волну, если на длине струны уложится целое число полуволн.

## 5 Результаты измерений и обработка данных

### 5.1 Визуальное наблюдение стоячих волн

Для натяжения струны подвесим 2 грузика массами 500,9 г и 482 г, тогда сила натяжения по 2-ому закону Ньютона:

$$T_1 = (M_1 + M_2 + M_{\text{подв}})g = (0,481 + 0,4534 + 0,1131) \cdot 9,8 = 10,27 \text{ Н}$$

Для расчета частоты основной гармоники  $\nu_1$  воспользуемся формулой:

$$\nu_n = \frac{nu}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} \approx 134,4 \text{ Гц}$$

где масса струны на единицу длины  $\rho_l = 568,4 \text{ мг/м}$ ,  $l$  - длина струны ( $l=0,5 \text{ м}$ ).

Скорость распространения волн можно оценить по формуле 1. Значит:

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} \approx 134,4 \text{ м/с}$$

Посредством возбуждения стоячей волны на основной гармонике находим частоты визуально наблюдаемых гармоник:

$\nu_1, \text{ Гц}$	$\nu_2, \text{ Гц}$	$\nu_3, \text{ Гц}$	$\nu_4, \text{ Гц}$	$\nu_5, \text{ Гц}$
134,6	270	404,4	541	677,3

Таблица 1: Частоты наблюдаемых гармоник

### 5.2 Регистрация стоячих волн с помощью частотометра

Сначала получим теоритические значения частот, чтобы при помощи них быстрее подбирать значения на частотометре стоячих волн. Результаты занесем в табл.2.

С помощью частотометра будем находить частоты гармоник с 1 до 8. Изменяя массы грузов получаем табл.3:

$T, \text{ Н}$	$\nu_1, \text{ Гц}$	$\nu_2, \text{ Гц}$	$\nu_3, \text{ Гц}$	$\nu_4, \text{ Гц}$	$\nu_5, \text{ Гц}$	$\nu_6, \text{ Гц}$	$\nu_7, \text{ Гц}$	$\nu_8, \text{ Гц}$
10,27	134,4	268,8	403,2	537,6	672	806,4	940,8	1075,2
13,5	154,2	308,4	462,6	616,8	771	925,2	1079,4	1233,6
18,3	179,4	358,8	538,2	717,6	897	1076,4	1255,8	1435,2
23	201,1	402,2	603,3	804,4	1005,5	1206,6	1407,7	1608,8
27,7	220,8	441,6	662,4	883,2	1104	1324,8	1545,6	1766,4

Таблица 2: Расчитанные результаты частот гармоник

$T, \text{ Н}$	$\nu_1, \text{ Гц}$	$\nu_2, \text{ Гц}$	$\nu_3, \text{ Гц}$	$\nu_4, \text{ Гц}$	$\nu_5, \text{ Гц}$	$\nu_6, \text{ Гц}$	$\nu_7, \text{ Гц}$	$\nu_8, \text{ Гц}$
10,27	134,6	270	404,4	541	677,3	815	951,2	1092
13,5	154	306	462	614	772	925	1083	1237
18,3	178,6	358	537	718	898	1078	1257	1439
23	200,2	400	601	801	1003	1205	1407	1610
27,7	219,5	440	659	882	1100	1325	1541	1768

Таблица 3: Считанные результаты частот гармоник

Построим график (рис.2) зависимости  $\nu_n$  от  $n$  для разных сил натяжений. Для каждой силы натяжения  $T$  строим аппроксимирующие прямые, определяя

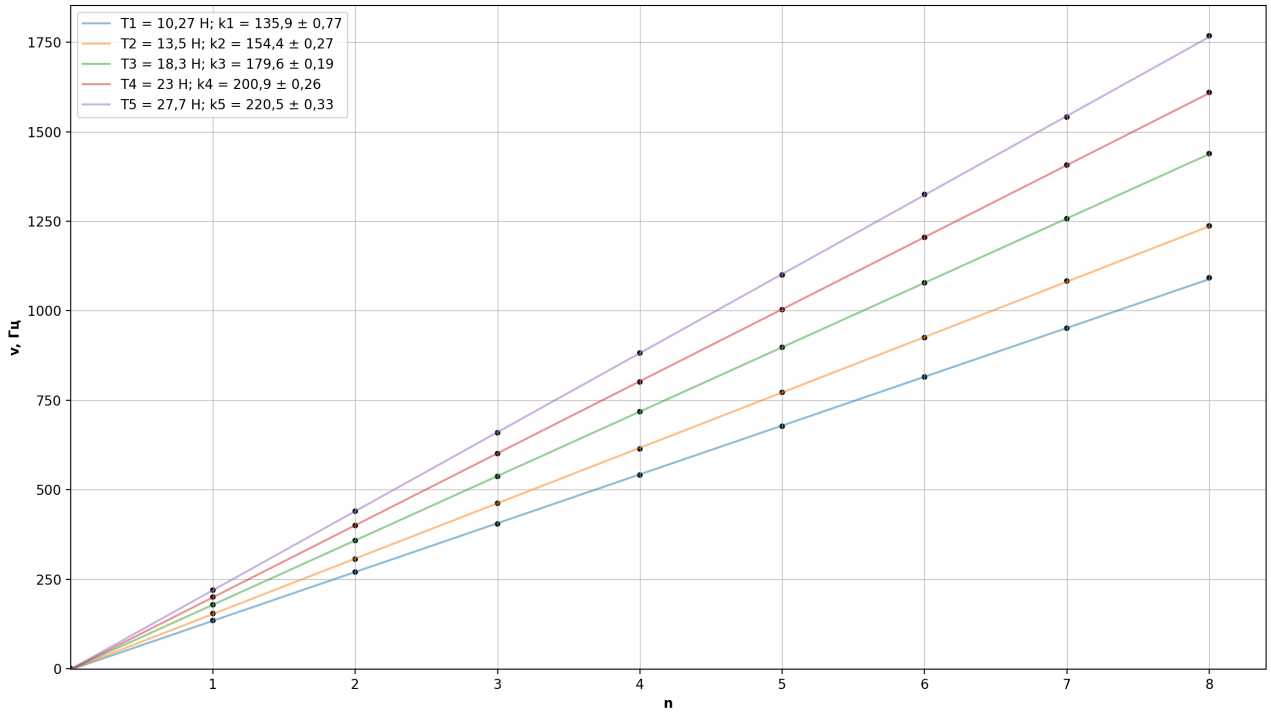


Рис. 2: График зависимости  $\nu_n(n)$

их угловой коэффициент  $k = \nu/2l$ , используя метод наименьших квадратов, по формуле:

$$k = \frac{\langle \nu n \rangle}{\langle n^2 \rangle}$$

где угловые скобки означают усреднение.

Среднеквадратичную случайную погрешность определения углового коэффициента вычисляем как:

$$\sigma_k^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left( \frac{\langle \nu^2 \rangle}{\langle n^2 \rangle} - k^2 \right)}$$

Оценим возможную систематическую погрешность, обусловленную инструментальными погрешностями приборов. Предполагая, что при всех измерени-

ях относительная погрешность одинакова, оценим погрешность вычисления частного  $k = \nu/n$  при максимальных значениях  $\nu$  и  $n$ :

$$\sigma_k^{\text{сист}} = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_\nu}{\nu_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_n}{n_{\max}}\right)^2} = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_\nu}{\nu_{\max}}\right)^2}$$

где  $\sigma_\nu$  – средне квадратичная ошибка измерения приборами.

Полная погрешность измерения  $k$  равна:

$$\sigma_k^{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_k^{\text{сист}})^2 + (\sigma_k^{\text{сл}})^2}$$

Результаты заносим в табл. 4.

$T, \text{ Н}$	10,27	13,5	18,3	23	27,7
$k$	135,9	154,4	179,6	200,9	220,5
$u, \text{ м/с}$	135,9	154,4	179,6	200,9	220,5
$\sigma_u^{\text{случ}}, \text{ м/с}$	0,19	0,15	0,09	0,12	0,17
$\sigma_u^{\text{сист}}, \text{ м/с}$	0,73	0,22	0,17	0,23	0,28
$\sigma_u, \text{ м/с}$	0,77	0,27	0,19	0,26	0,33

Таблица 4: Полученные скорости с погрешностями

С помощью формулы (1), можно понять, что коэффициент наклона  $k$ , для графика на рис.3, будет равен:  $k = \frac{1}{\rho_l}$ . Найдем его по формуле наименьших квадратов:

$$k = \frac{\langle u^2 T \rangle}{\langle T^2 \rangle}$$

где угловые скобки означают усреднение.

Среднеквадратичную случайную погрешность определения углового коэффициента вычисляем как:

$$\sigma_k^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left( \frac{\langle u^4 \rangle}{\langle T^2 \rangle} - k^2 \right)}$$

Оценим возможную систематическую погрешность, обусловленную инструментальными погрешностями приборов. Предполагая, что при всех измерениях относительная погрешность одинакова, оценим погрешность вычисления частного  $k = \nu/n$  при максимальных значениях  $\nu$  и  $n$ :

$$\sigma_k^{\text{сист}} = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_{u^2}}{u_{\max}^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T_{\max}}\right)^2} = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_{u^2}}{u_{\max}^2}\right)^2}$$

где  $\sigma_u$  и  $\sigma_T$  – средние квадратичные ошибки измерения приборами.

Полная погрешность измерения  $k$  равна:

$$\sigma_k^{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_k^{\text{сист}})^2 + (\sigma_k^{\text{сл}})^2}$$

Результаты заносим в табл. 5.

$k$	$\sigma_k^{\text{сл}}$	$\sigma_k^{\text{сист}}$	$\sigma_k^{\text{полн}}$
1759,8	25,4	5,44	26

Таблица 5: Полученные погрешности

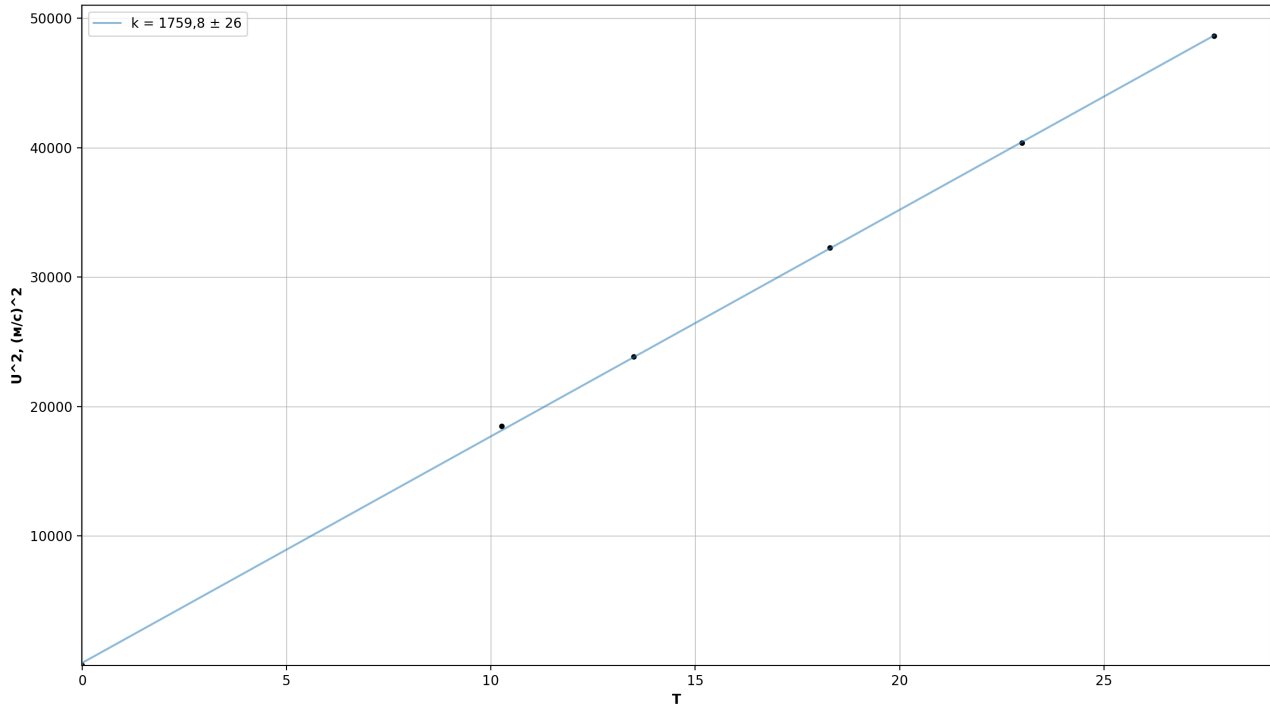


Рис. 3: График зависимости  $\nu_n(n)$

Таким образом  $k = (1759,8 \pm 26), \frac{\text{м}}{\text{кг}}$ . Тогда  $\rho_l = (569 \pm 8,5), \frac{\text{Мг}}{\text{м}}$ .

Полученное значение соответствует истинному значению погонной плотности струны, которая равняется  $\rho_l^{\text{ист}} = 568,4, \frac{\text{Мг}}{\text{м}}$ .

## 6 Вывод

В работе были изучены поперечные стоячие волны на тонкой натянутой струне, были измерены собственные частоты её колебаний, измерена скорость распространения волн в струне и линейная плотность струны. Экспериментальные графики зависимостей  $\nu_n(n)$  и  $u^2(T)$  хорошо ложатся на аппроксимирующие прямые. Отличие  $\rho$  от указанного на установке значения менее, чем на погрешность. Это может быть связано с:

- 1) Неточностью определения собственных частот  $\nu_n$  из-за возникновения нелинейных эффектов при резонансе, и, как следствие, неточностью в определении скорости распространения  $u$  волны в струне.
- 2) Неучтением погрешностей измерения собственных частот.
- 3) Недостаточным количеством экспериментальных точек на графике  $u^2(T)$ , то есть недостаточным количеством опытов по измерению собственных частот струны в зависимости от силы натяжения нити  $T$ .