

Zadanie 6. Własna metoda i testy globalnej wypukłości

Oskar Kiliańczyk 151863 & Wojciech Kot 151879

1 Opis zadania

Zadanie polega na wygenerowaniu losowo 1000 optimów lokalnych, za pomocą zachłannej wersji przeszukiwania lokalnego, oraz bardzo dobrego rozwiązania za pomocą najlepszej do tej pory metody. Tą metodą powinna być własna metoda, której opracowanie również jest częścią tego zadania. Następnie dla każdego z lokalnych optimów należy obliczyć podobieństwo do rozwiązania referencyjnego oraz średnie podobieństwo do pozostałych optimów lokalnych ze zbioru, oraz współczynnik korelacji. Stosowane miary podobieństwa to:

1. Liczba par wierzchołków przydzielonych w obu rozwiązaniach razem do jednego cyklu
2. Liczba wspólnych par krawędzi

2 Własna Metoda

2.1 Pierwsza heurystyka konstrukcyjna

Już w ramach pierwszego sprawozdania zaimplementowaliśmy własną metodę, dlatego wykorzystamy ją tutaj w porównaniach. Dla przypomnienia oto jej pseudokod:

1. Utworzenie listy pozostałych wierzchołków (wszystkie możliwe, poza startowymi)
2. Utworzenie dwóch list zawierających odpowiednio dystanse każdego wierzchołka do pierwszego i do drugiego wierzchołka startowego
3. Sortowanie utworzonych uprzednio list dystansów wierzchołków
4. Aż do przydzielenia wszystkich wierzchołków z listy pozostałych wierzchołków wykonuje:
5. Zmianę decyzji, do którego zestawu wierzchołków obecnie będzie przydzielać wierzchołek (aby robić to naprzemiennie)
6. Wyszukuje pierwszy wierzchołek na liście dystansów, który nie został jeszcze przydzielony do żadnego zestawu i przydziela go tam

W skutek zastosowania takiego przydziału uzyskujemy dwa równo-liczne zbiory, oraz zapewniamy, że gdyby ilość badanych wierzchołków była nieparzysta, to zbiory będą różnić się długością najwyżej o 1.

Następnie wykorzystujemy tradycyjny algorytm rozbudowy cyklu na podstawie dwużalu, osobno na obu listach. Wygląda on następująco:

1. Algorytm zaczyna od ścieżki zawierającej wierzchołek startowy podwójnie
2. Dopóki w ścieżce nie znajdują się wszystkie wierzchołki z zadanego mu zestawu powtarza:
3. Dla każdego nieodwiedzonego wierzchołka oblicza koszty jego wstawienia
4. Następnie oblicza żal (dwużal) dla danego wierzchołka
5. Rozbudowuje cykl o wierzchołek z największym obliczonym żalem i zaznacza go jako odwiedzonego
6. Zwraca ścieżkę

2.2 Ulepszenie naszej heurystyki konstrukcyjnej

Ulepszona zostaje przede wszystkim metoda podziału na dwa podproblemy, samo budowanie wciąż odbywa się za pomocą dwużalu, jak poprzednio.

Metoda podziału:

1. Dla zbioru wierzchołków poza `starting_nodes`:
 - (a) Wytnij z macierzy odległości podmacierz `sub_distances` dla tych wierzchołków startowych
 - (b) Zbuduj macierz podobieństwa $similarity[i][j] = 1/(distance[i][j] + \epsilon)$
 - (c) Ustaw $similarity[i][i] = 0$ (brak krawędzi własnych)

- (d) Oblicz znormalizowany Laplasjan macierzy podobieństwa: L
- (e) Wyznacz drugi najmniejszy wektor własny L (wektor Fiedlera)
- (f) Posortuj wierzchołki względem wartości wektora Fiedlera
- (g) Podziel posortowaną listę na pół, względem indeksów

2. Rozwiąż TSP osobno na każdej połowie wierzchołków

2.3 Finalna własna metoda

Finalnie zdecydowaliśmy się zastosować Large Neighbourhood Search na wynikach heurystyki konstrukcyjnej opisanej powyżej. Z racji że z badań wynikało że druga z prezentowanych heurystyk konstrukcyjnych ma mniej stabilne (raz lepsze, raz gorsze) wyniki, to zdecydowaliśmy się aby jako rozwiązanie początkowe wybierać najlepsze spośród jednego całkowicie losowego i 10 generowanych każdą z tych heurystyk.

2.4 Wyniki obliczeniowe dla algorytmów

Algorytm	Best	Avg	Worst	Best Time	Avg Time	Worst Time	Avg Iterations
MSLS	34630	35375.7	35862	235.639	269.287	327.604	-
ILS	31016	31919.8	33193	270.753	270.851	270.946	4977.8
LNS	29690	30559.4	32006	272.054	272.242	272.595	5714.6
HAE +M +LS	29975	30872.7	31499	269.287	269.296	269.306	12946.9
Konstrukcyjna - lab1	30426	32764.1	36894	0.0829609	0.0889215	0.12391	-
Konstrukcyjna - spec	30293	33044.2	36854	0.231492	0.240892	0.277627	-
Konstrukcyjna + LNS	29865	30063.7	30129	260.821	262.142	274.1	5084.6

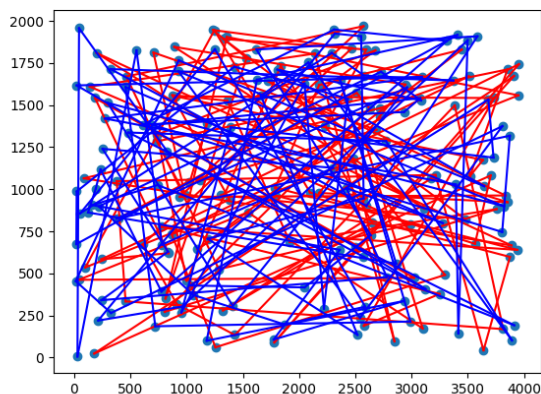
Tabela 1: Wyniki dla kroA200

Algorytm	Best	Avg	Worst	Best Time	Avg Time	Worst Time	Avg Iterations
MSLS	34819	35501.6	36081	256.952	279.947	380.768	-
ILS	31475	32454.2	33343	281.034	281.280	281.655	6057.1
LNS	30092	30770.9	31762	282.524	282.865	283.275	5768.0
HAE +M +LS	30604	31231	31837	279.949	279.959	279.975	12954.5
Konstrukcyjna - lab1	31466	33462.3	36604	0.0833449	0.0880821	0.110299	-
Konstrukcyjna - spec	30525	33952.1	39328	0.230375	0.244698	-	-
Konstrukcyjna + LNS	29876	30029.2	30650	281.464	282.115	292.586	5568.3

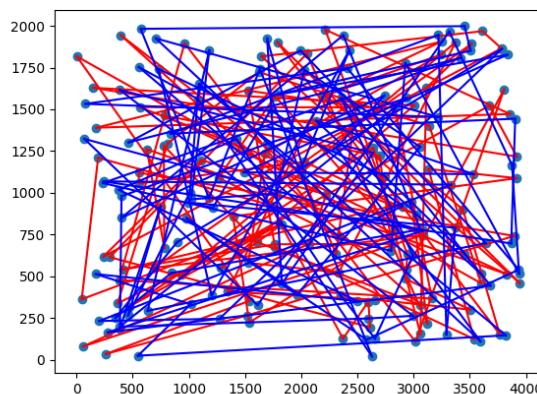
Tabela 2: Wyniki dla kroB200

2.5 Wizualizacje najlepszych wyników

2.5.1 RandomStart

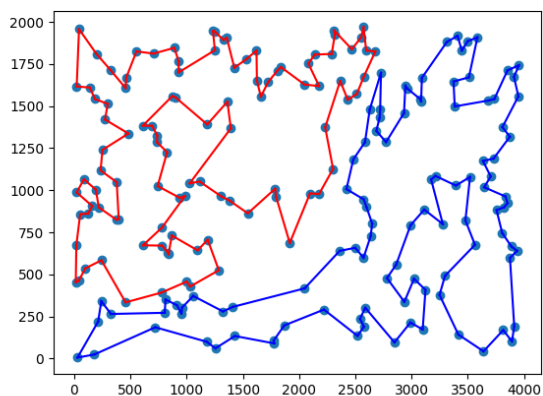


Rysunek 1: kroA200, losowe rozwiązanie

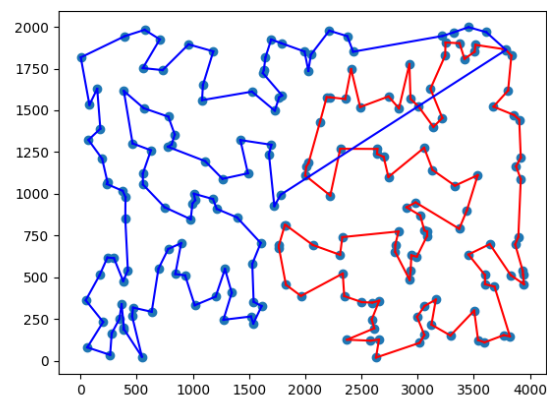


Rysunek 2: kroB200, losowe rozwiązanie

2.5.2 split-lab1

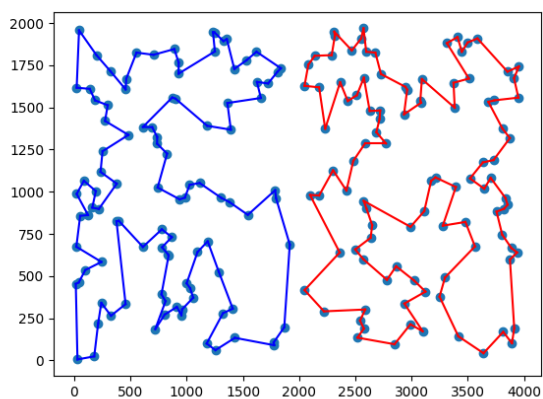


Rysunek 3: kroA200, heurystyka konstrukcyjna z podziałem

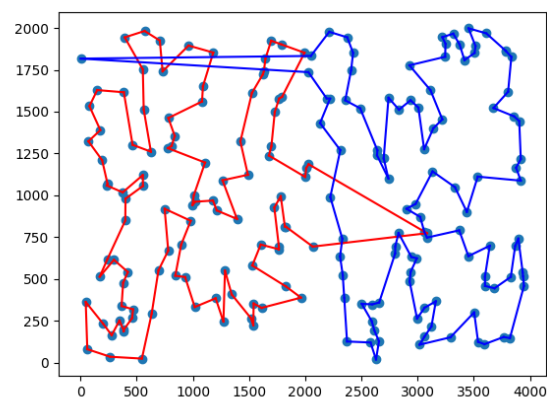


Rysunek 4: kroB200, heurystyka konstrukcyjna z podziałem

2.5.3 spectral-split

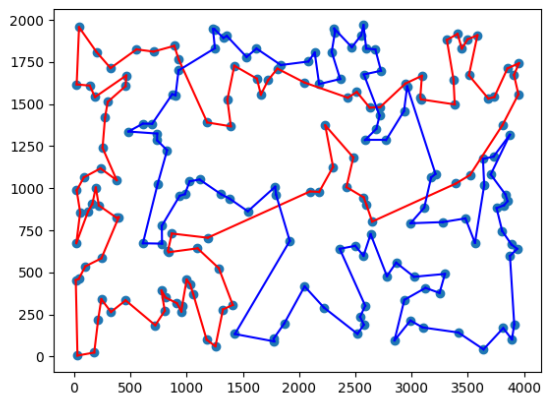


Rysunek 5: kroA200, heurystyka konstrukcyjna z podziałem spektralnym

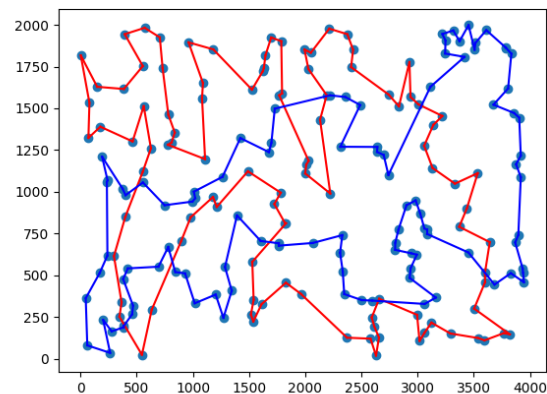


Rysunek 6: kroB200, heurystyka konstrukcyjna z podziałem spektralnym

2.5.4 MSLS

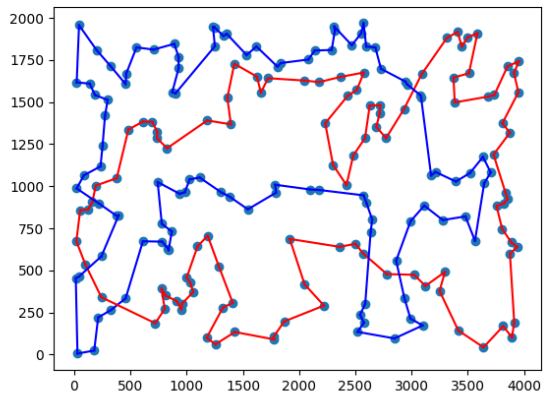


Rysunek 7: kroA200, losowy start

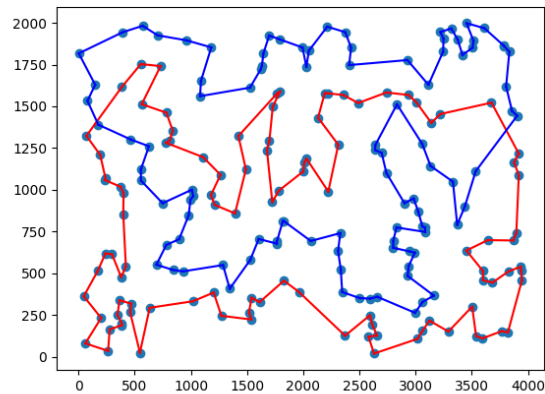


Rysunek 8: kroB200, losowy start

2.5.5 ILS

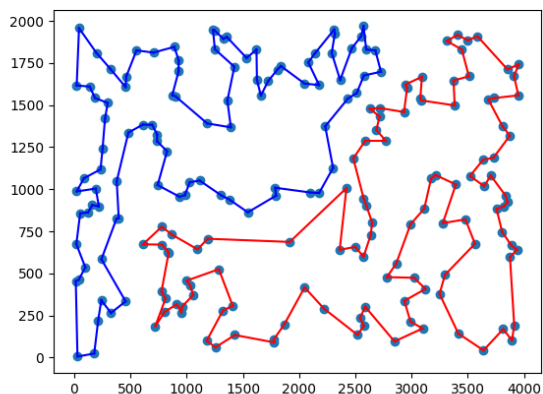


Rysunek 9: kroA200, losowy start

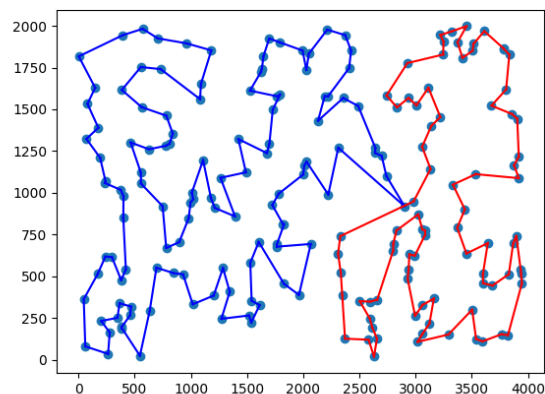


Rysunek 10: kroB200, losowy start

2.5.6 LNS

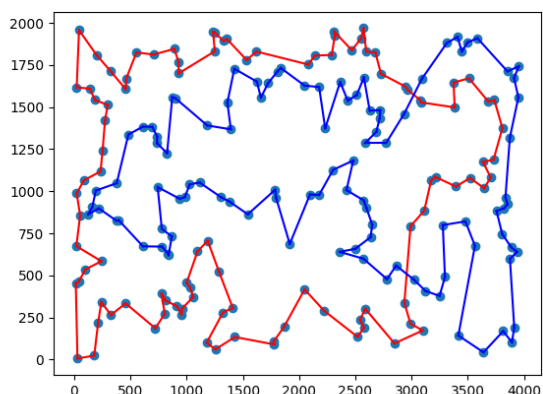


Rysunek 11: kroA200, losowy start

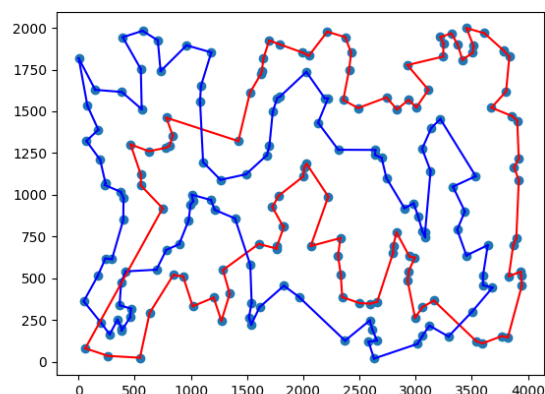


Rysunek 12: kroB200, losowy start

2.5.7 HAE z mutacją i lokalnym przeszukiwaniem

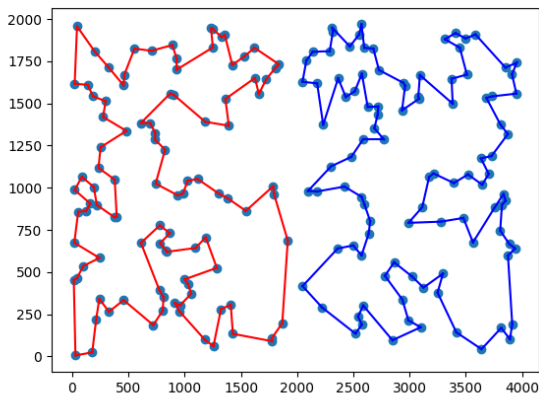


Rysunek 13: kroA200, losowy start

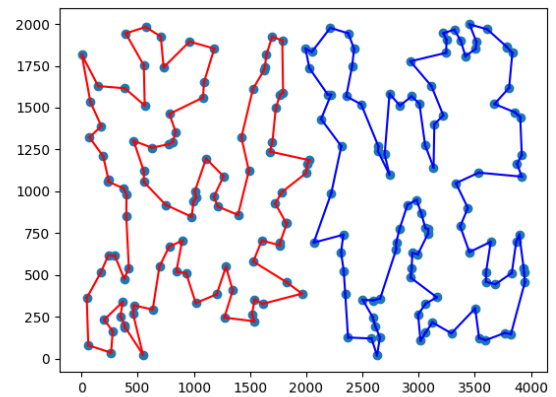


Rysunek 14: kroB200, losowy start

2.5.8 LNS z lepszym startem



Rysunek 15: kroA200, losowy start



Rysunek 16: kroB200, losowy start

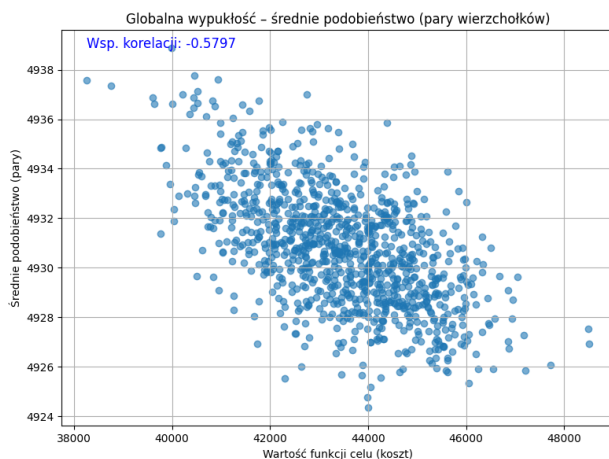
2.6 Wnioski

Zaprojektowana przez nas heurystyka konstrukcyjna wykazuje się niebywałą szybkością jak na jakość otrzymywanych wyników i jest świetną opcją jeśli zależy nam na czasie. W przypadku, gdy dążymy do jak najbardziej dokładnych rozwiązań nie zważając tak na czas, to połączenie jej z LNS daje minimalnie lepsze wyniki niż wcześniej, przy zachowaniu tego samego czasu. Przede wszystkim, znaczną zaletą skorzystania z takiego rozwiązania początkowego jest znacznie szybsze przejście do badania dobrych rozwiązań, zamiast korzystania z lokalnego przeszukiwania aby początkowo takie zbudować. Dodatkowo, sama heurystyka konstrukcyjna potrafi osiągnąć wyniki poniżej 31000, więc potencjalnie najlepszym czasowo rozwiązaniem mogłoby okazać się wielokrotne zastosowanie tej heurystyki konstrukcyjnej i lokalne przeszukiwanie w wersji stromej w celu udoskonalenia tych rozwiązań. Wniosek ten nasuwa się przede wszystkim z obserwowanych wykresów, gdzie widać że kilka małych zamian mogłoby znacznie poprawić jakość rozwiązań, które i tak już są bardzo dobre.

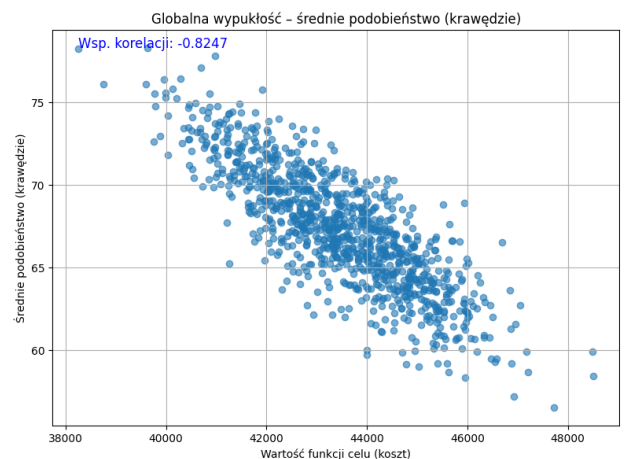
3 Testy globalnej wypukłości

Wygenerowaliśmy 1000 lokalnych optimum dla każdej z analizowanych instancji problemu, za pomocą lokalnego przeszukiwania w wersji zachłannej z losowych rozwiązań początkowych. Obliczyliśmy podobieństwa każdego lokalnego optimum do rozwiązania referencyjnego (bardzo dobrego) oraz średnie podobieństwo do pozostałych lokalnych optimum. Korzystamy z dwóch miar podobieństwa: Liczby par wierzchołków przydzielonych do tego samego cyklu w obu rozwiązaniach oraz z liczby wspólnych krawędzi w rozwiązaniach.

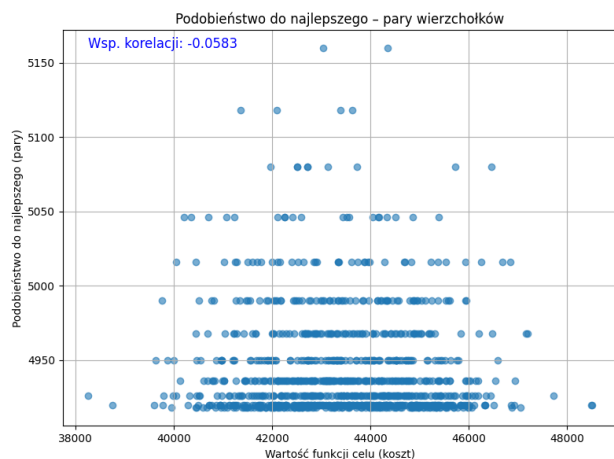
3.1 Wyniki dla instancji kroA200



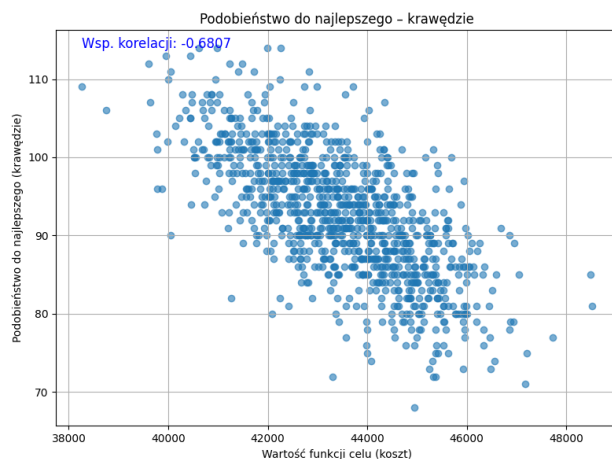
Rysunek 17: podobieństwo parami - kroA



Rysunek 18: podobieństwo krawędziami - kroA

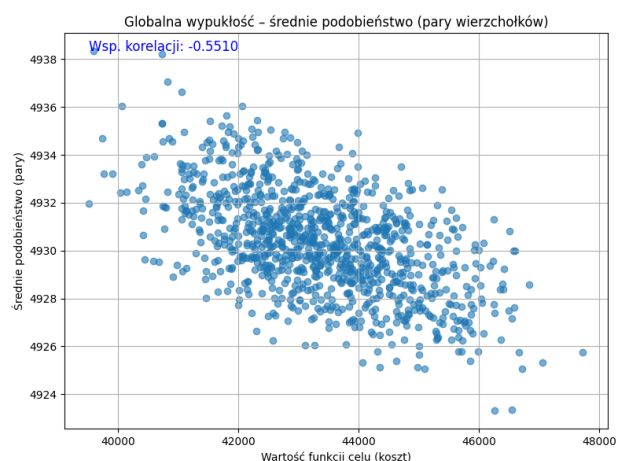


Rysunek 19: podobieństwo parami do najlepszego-kroA

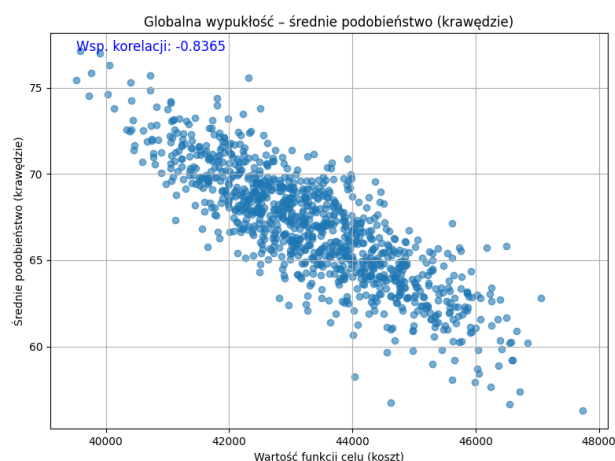


Rysunek 20: podobieństwo krawędziami do najlepszego- kroA

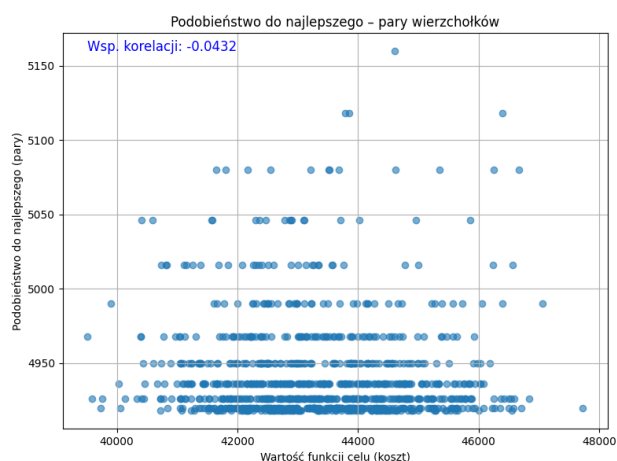
3.2 Wyniki dla instancji kroB200



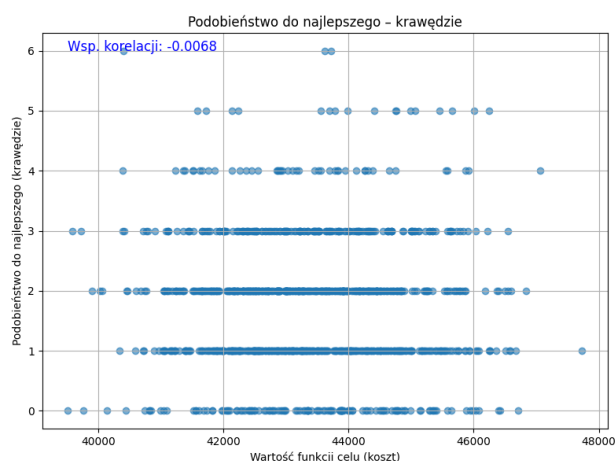
Rysunek 21: podobieństwo parami - kroB



Rysunek 22: podobieństwo krawędziami - kroB



Rysunek 23: podobieństwo parami do najlepszego-kroB



Rysunek 24: podobieństwo krawędziami do najlepszego- kroB

3.3 Wnioski

Na podstawie powyższych eksperymentów można stwierdzić że funkcja wykazuje cechy globalnej wypukłości. Przede wszystkim, przemawia za tym silna ujemna korelacja między wartością funkcji celu, a średnim podo-

bieństwem do innych lokalnych minimów. Miara podobieństwa oparta na krawędziach zdaje się lepiej oddawać strukturę przestrzeni rozwiązań, niż ta oparta na parach wierzchołków (patrzac stricte na siłę korelacji). W ogólności, eksperyment pokazał że dobre rozwiązania są do siebie podobne, co jest zgodne z definicją globalnej wypukłości - choć nie implikuje że wszystkie podobne rozwiązania będą dobre.

4 Link do repozytorium

Kod źródłowy w repozytorium GitHub dostępny pod linkiem: [Repozytorium](#).