

ベクトル公式集

竹田航太

2020 年 8 月 29 日

1 ベクトルの公式

* 随時更新

Theorem 1.1. $\mathbf{u}, \mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ とする. このとき以下が成り立つ.

$$(1) \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{u}) = 0$$

$$(2) \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla^2 \mathbf{u}$$

$$(3) \nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) = (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{v}) + \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

$$(4) \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{u}(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{u}) + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{v}$$

$$(5) \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) = (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

$$(6) \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla^2 \mathbf{u}$$

参考文献

- [1] J.E. Marsden Alexandre J. Chorin. *A mathematical introduction to fluid mechanics*, volume 3. Springer, 1993.