

# Wasserstein 距離によるデータ同化

竹田航太

2023 年 1 月 18 日

## 目次

|     |                                       |   |
|-----|---------------------------------------|---|
| 1   | 基礎                                    | 1 |
| 2   | 結果                                    | 1 |
| 2.1 | OT for Variational DA . . . . .       | 1 |
| 2.2 | Ensemble DA with W-distance . . . . . | 1 |

## 1 基礎

OT に関する基礎的な参考文献 [1, 2, 3]

## 2 結果

### 2.1 OT for Variational DA

[4] は状態空間を関数空間で定め、関数間距離に Wasserstein を使った目的関数で変分法を考えた。目的関数の勾配を OT に性質を使って計算した。

分布としてどうかできていない。誤差解析をできないのが課題。最適化問題の Well-posedness (解の一意存在等) がわかっていない。

### 2.2 Ensemble DA with W-distance

[5] は事前分布と観測分布の補完を Wasserstein 距離を用いて定義した。事前分布と観測分布を Dirac 測度で表している。OT 的最適化時にはエントロピー正則化を行なっている。同化後も分布のサポート点数を保つため multinomial sampling scheme を使っているらしい。

観測が分布として得られている必要がある。誤差解析をできていない。補完比率や正則化パラ

メータに対する解析がない.

## 参考文献

- [1] C. Villani. *Topics in optimal transportation*. American Mathematical Soc, 2003.
- [2] JD Benamou and Y Brenier. A computational fluid mechanics solution to the monge-kantorovich mass transfer problem. *NUMERISCHE MATHEMATIK*, 84(3):375–393, JAN 2000.
- [3] Filippo Santambrogio. Optimal transport for applied mathematicians calculus of variations, pdes, and modeling preface. In *OPTIMAL TRANSPORT FOR APPLIED MATHEMATICIANS: CALCULUS OF VARIATIONS, PDES, AND MODELING*, volume 87 of *Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications*, pages VII+. 2015.
- [4] Nelson Feyeux, Arthur Vidard, and Maelle Nodet. Optimal transport for variational data assimilation. *NONLINEAR PROCESSES IN GEOPHYSICS*, 25(1):55–66, JAN 30 2018.
- [5] Sagar K. Tamang, Ardeshir Ebtehaj, Peter J. van Leeuwen, Dongmian Zou, and Gilad Lerman. Ensemble riemannian data assimilation over the wasserstein space. *NONLINEAR PROCESSES IN GEOPHYSICS*, 28(3):295–309, JUL 6 2021.