

修士論文

電子ビームエネルギー精密測定のための  
アンジュレータ放射光干渉法

Undulator radiation interferometry  
for electron beam energy measurement

東京大学大学院 理学研究科 物理学専攻  
中村哲研究室

西 幸太郎

令和 7 年 (2025 年)

# 目次

|              |  |           |
|--------------|--|-----------|
| <b>第 1 章</b> | <b>導入</b>                                | <b>7</b>  |
| 1.1          | ハイパー核 . . . . .                          | 7         |
| 1.1.1        | ハイペロンとハイパー核 . . . . .                    | 7         |
| 1.1.2        | ハイパー核の自然崩壊 . . . . .                     | 8         |
| 1.1.3        | ハイパー核研究の意義歴史 . . . . .                   | 8         |
| 1.1.4        | ハイパー核質量分光 . . . . .                      | 8         |
|              | ( $\pi^+, K^+$ ) . . . . .               | 9         |
|              | ( $K^-, \pi^-$ ) . . . . .               | 9         |
|              | ( $e, e'K^+$ ) . . . . .                 | 9         |
|              | (原子核乾板実験) . . . . .                      | 9         |
|              | 重イオン衝突実験 . . . . .                       | 9         |
| 1.1.5        | ハイパートライトンパズル . . . . .                   | 9         |
| 1.2          | 崩壊パイ中間子法 . . . . .                       | 9         |
| 1.2.1        | 原理 . . . . .                             | 9         |
|              | マインツマイクロトロン (MAMI) . . . . .             | 10        |
|              | 磁気運動量スペクトロメータ (Spek A, Spek C) . . . . . | 10        |
| 1.2.2        | 系統誤差 . . . . .                           | 11        |
| 1.3          | 電子ビームエネルギー測定 . . . . .                   | 11        |
| 1.3.1        | MAMI における従来手法 . . . . .                  | 11        |
| 1.3.2        | コンプトン後方散乱法 . . . . .                     | 12        |
| 1.3.3        | 偏極電磁石による電子ビームエネルギー測定 . . . . .           | 12        |
| 1.3.4        | アンジュレータ放射光干渉法の開発の経緯 . . . . .            | 12        |
| <b>第 2 章</b> | <b>アンジュレータ放射光干渉法の原理</b>                  | <b>13</b> |
| 2.1          | アンジュレータ放射光 . . . . .                     | 13        |
| 2.2          | アンジュレータ放射光発生 の原理 . . . . .               | 13        |
| 2.2.1        | アンジュレータ放射光 - タンデムアンジュレータ . . . . .       | 13        |
| 2.2.2        | 干渉の原理 . . . . .                          | 14        |
| 2.2.3        | 電子ビームエネルギーと干渉光周期の関係式 . . . . .           | 14        |

|       |                     |    |
|-------|---------------------|----|
| 2.2.4 | 補正 - 放射角度と干渉光周期の関係式 | 15 |
| 2.3   | 光学系                 | 15 |
| 2.3.1 | レイリー・ゾンマーフェルト回折積分   | 15 |
| 2.3.2 | 回折格子とレンズによる分光       | 16 |
| 2.3.3 | 回折格子による平面波化         | 16 |
| 2.3.4 | 電子ビームの集団運動          | 16 |
| 2.3.5 | 撮影画像                | 16 |
| 2.3.6 | モデル関数               | 17 |
| 第 3 章 | MAMI における測定手法       | 18 |
| 3.1   | 装置とセットアップ           | 18 |
| 3.1.1 | マインツマイクロトロン (MAMI)  | 18 |
|       | 電子ビームライン            | 18 |
|       | ビーム調整               | 19 |
| 3.1.2 | アンジュレータ             | 19 |
|       | 磁場制御                | 19 |
|       | 位置制御と読み取り           | 19 |
| 3.1.3 | 分光光学系               | 19 |
|       | スリット                | 19 |
|       | grating             | 19 |
|       | 波長分散レンズ             | 19 |
|       | CMOS カメラ            | 19 |
| 3.2   | データ取得               | 19 |
| 3.2.1 | 分光光学系の波長較正          | 19 |
| 3.2.2 | データ取得               | 20 |
|       | 配線                  | 20 |
| 3.2.3 | 電子ビームエネルギー測定        | 20 |
| 3.2.4 | 弾性散乱実験との同時運用        | 20 |
| 3.2.5 | 下流側アンジュレータによるデータ測定  | 20 |
| 第 4 章 | データ解析               | 21 |
| 4.1   | モデル関数によるフィッティング     | 21 |
| 4.1.1 | 放射光                 | 21 |
| 4.1.2 | フレネル回折              | 21 |
|       | 数値計算上の計算手法          | 22 |
| 4.1.3 | 電子ビームサイズ            | 23 |
| 4.1.4 | 光学系                 | 23 |
| 4.1.5 | パラメータ               | 23 |

|              |                                     |           |
|--------------|-------------------------------------|-----------|
| 4.1.6        | パラメータ較正 . . . . .                   | 23        |
| 4.2          | 統計誤差の見積もり . . . . .                 | 23        |
| 4.3          | 系統誤差の見積もり . . . . .                 | 23        |
| 4.3.1        | 波長依存性 . . . . .                     | 23        |
| 4.3.2        | 位置依存性 . . . . .                     | 24        |
| 4.4          | 画像処理 . . . . .                      | 24        |
| 4.4.1        | 平滑化 . . . . .                       | 24        |
| 4.5          | 下流アンジュレータの解析 . . . . .              | 24        |
| <b>第 5 章</b> | <b>結果</b>                           | <b>25</b> |
| 5.1          | 結果 . . . . .                        | 25        |
| 5.1.1        | 画像処理 . . . . .                      | 25        |
| 5.1.2        | 波長較正 . . . . .                      | 25        |
| 5.1.3        | 単独アンジュレータ . . . . .                 | 25        |
|              | 波長依存性 . . . . .                     | 25        |
|              | 位置依存性 . . . . .                     | 25        |
|              | 放射光および光学系パラメータ . . . . .            | 26        |
| 5.2          | 電子ビームエネルギーの測定結果 . . . . .           | 26        |
|              | . . . . .                           | 26        |
|              | パラメータの統計誤差 . . . . .                | 26        |
| 5.2.1        | 系統誤差 . . . . .                      | 27        |
|              | 波長依存性 . . . . .                     | 27        |
|              | 距離依存性 . . . . .                     | 27        |
|              | エネルギー依存性 . . . . .                  | 27        |
| <b>第 6 章</b> | <b>考察</b>                           | <b>28</b> |
| 6.1          | 考察 . . . . .                        | 28        |
| 6.1.1        | 光学系 . . . . .                       | 28        |
| 6.1.2        | 汎用的な電子ビームエネルギー測定手法としての改善点 . . . . . | 28        |
| 6.1.3        | 原子核実験との同時測定 . . . . .               | 28        |

# 図目次

|     |                  |    |
|-----|------------------|----|
| 2.1 | サンプルの図 . . . . . | 16 |
| 3.1 | レンズ . . . . .    | 20 |

## 表目次

# 第 1 章

## 導入

### 1.1 ハイパー核

本論文は、ドイツ、マインツ大学にある連続電子線加速器マインツマイクロトロン (MAMI) における 200 MeV 領域の電子ビームエネルギー測定について論じる。電子ビームエネルギーの絶対値を  $\delta E/E \sim 10^{-4}$  の精度で測定し、磁気運動量スペクトロメータの系統誤差を  $\delta p/p \sim 10^{-4}$  に抑えることで、過去に我々が測定した  ${}^4_{\Lambda}\text{H}$  における  $\Lambda$  粒子の束縛エネルギーの精度 100 keV から向上させ、ハイパートライトン  ${}^3_{\Lambda}\text{H}$  における  $\Lambda$  束縛エネルギーを 10 keV を切る精度で決定することを目指す。ハイパートライトンにおける  $\Lambda$  束縛エネルギーの決定精度向上は、まだ謎の多い  $\Lambda\text{N}$  相互作用に対しさらなる知見を与える。

本章でははじめにハイパー核とその研究の歴史、ハイパー核生成実験について述べる。次に我々がマインツマイクロトロンにおいて独自に開発した  $\Lambda$  ハイパー核精密質量分光手法である崩壊パイ中間子法とその課題となっている電子ビームエネルギー測定精度の重要性について述べた後、最後に本研究の目的を述べる。

#### 1.1.1 ハイペロンとハイパー核

素粒子の標準理論によれば、自然界の粒子は全てそれ以上分割できない最小単位の粒子（素粒子）からなり、素粒子の間に働く力は、強い力、弱い力、電磁気力、重力の 4 種類の力であると理解されている。素粒子は物質を構成する粒子と力を媒介する粒子に分類でき、さらに物質を構成する粒子は強い相互作用をするクォークと強い相互作用をしないレプトンに分類できる。クォークは表に示すように三代に分類されている。

クォークは単体で存在することはできず、3つ集まったハドロンが2つ集まったメソンの形で存在する。我々の身の回りの物質はハドロンである陽子と中性子からなる原子核と、その周りを囲む電子からなる原子によって構成されている。陽子、中性子は特に通常原子核を構成する意味で核子 (Nucleon) と呼ばれている。

陽子は uud クォーク、中性子は udd クォークからなり、それぞれ電荷 +1 と 0 を持つ。

クォークにはそれぞれアイソスピンと呼ばれる量子数を導入することでスピン演算子と同じ枠組みで扱うことができることが知られている。u クォーク、d クォークはそれぞれアイソスピン  $1/2, -1/2$  を持ち、陽子、中性子は  $+1/2, -1/2$  を持つ。強い相互作用はアイソスピンの  $SU(2)$  空間回転に対してほとんど対称であることが知られている。u,d クォークの  $SU(2)$  対称性に s クォークを加えて拡張した  $SU(3)$  対称性は、u,d クォークに比べて s クォークが比較的重く、疑似的な対称性とみなされている。これら u,d,s クォークからなるバリオンはフレーバー  $SU(3)$  の枠組みにおいて、スピン  $1/2$  のバリオン 8 重項、スピン  $3/2$  のバリオン 10 重項に分類される。

特に s クォークを含むバリオンをハイペロンと呼ぶ。その中でも u,d,s クォークからなる  $\Lambda$  粒子は最も軽い基本的なハイペロンであるとみなされる。

原子核中に陽子や中性子だけでなくハイペロンを含む原子核をハイパー核と呼ぶ。

### 1.1.2 ハイパー核の自然崩壊

$\Lambda$  粒子を例にとると、自由空間では  $\Lambda$  粒子の寿命は  $10^{-10}$  秒の寿命で  $\pi$  中間子を放出して崩壊する。一方で原子核中の  $\Lambda$  粒子はもうひとつの崩壊モードも支配的となる。それが核子 2 つへの崩壊であり、非中間子弱崩壊と呼ばれる。

### 1.1.3 ハイパー核研究の意義歴史

ハイパー核における核力は、通常核子間の核力 (NN 相互作用) に加えてハイペロンと核子の相互作用 (YN 相互作用) を考えることができる。ハイパー核の研究では、この YN 相互作用の知見を得ることが一つの重要なモチベーションとなっている。

YN 相互作用の重要なテーマがハイペロンパズル、荷電対称性の破れ、ハイパートライトンパズルである。ハイペロンが原子核深部のプローブとして NN 相互作用を調べることができる。ハイペロンは核子と異なる粒子であるためパウリの排他律を受けず、深い軌道にも束縛される。この性質を利用して核子を用いた反応では調べることのできない核子間相互作用を調べることができる。

### 1.1.4 ハイパー核質量分光

ハイパー核の質量分光手法は、生成反応や質量分光の方法によって以下のように分類される。ここでは、本研究で用いる崩壊パイ中間子法と比較する観点から述べる。



$(\pi^+, K^+)$

$(K^-, \pi^-)$

$(e, e'K^+)$

(原子核乾板実験)

重イオン衝突実験

### 1.1.5 ハイパートライトンパズル

ハイパー核の中でも最も基本的な束縛系が ${}^3_\Lambda\text{H}$ 、ハイパートライトンである。これは陽子、中性子、 $\Lambda$ 粒子がそれぞれ一つずつからなるハイパー核である。1960年代に原子核乾板や泡箱によって $B_\Lambda = 130 \pm 50(\text{stat.}) \pm 40(\text{syst.}) \text{ keV}$ とされており、この結果が約50年間信じられてきた。100 keV程度の弱い束縛から、 $\Lambda$ 粒子は陽子、中性子に対してハロー構造のような状態であると示唆される。従ってその寿命は自由空間の $\Lambda$ 粒子と同程度であると見積もられる。

これに対して2010年台に重イオン衝突実験が、ハイパートライトンの寿命が予測よりも有意に短いことを示唆する実験結果を次々と報告した。これらの値は $\tau \sim 200 \text{ ps}$ であり、 $B_\Lambda = 130 \text{ keV}$ の結果と整合性のある物理的な解釈はいまだない。この問題をハイパートライトンパズルと呼ぶ。

2020年代にSTAR, ALICEの2つの重イオン衝突実験が報告した結果によれば、それぞれ $B_\Lambda = 102 \pm 63(\text{stat.}) \pm 67(\text{syst.}) \text{ keV}$ ,  $B_\Lambda = 406 \pm 120(\text{stat.}) \pm 110(\text{syst.}) \text{ keV}$ であり、どちらのグループの結果も系統誤差が比較的大きい。

## 1.2 崩壊パイ中間子法

崩壊パイ中間子法は2010年代にドイツのマインツ大学マイクロトロン (MAMI) で我々の研究グループによって開発されたハイパー核の質量分光法である [1]。10 keVを切る高いエネルギー分解能が実証されているため、ハイパートライトンパズルの解明に有効な手法であると期待されている。この章では崩壊パイ中間子法の原理を述べる (1.2.1)。そして高い分解能が実現できる理由と、解決すべき課題について述べる。

### 1.2.1 原理

電子ビームで電磁生成したハイパー核が破砕化し、目的のハイパー核が標的中で静止し2体崩壊する反応を検出する。この時ハイパー核の質量 $m({}^A_\Lambda\text{Z})$ は2体崩壊に注意すると

$$m({}^A_\Lambda\text{Z}) = \sqrt{m({}^A(\text{Z}+1))^2 + p_\pi^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2} \quad (1.2.1)$$

と  $\pi$  中間子の運動量  $p_\pi$  のみで求めることができる。

$\Lambda$  ハイパー核の質量  $m({}_\Lambda^AZ)$  からこのハイパー核における  $\Lambda$  粒子の束縛エネルギー  $B_\Lambda$  は、 $\Lambda$  粒子を除いたコア核の質量  $m_{\text{core}}$  を用いて

$$B_\Lambda = m_{\text{core}} + m_\Lambda - m({}_\Lambda^AZ) \quad (1.2.2)$$

と求めることができる。

ハイパートライトンがパイ中間子を放出する崩壊モードは



であるから、式 (1.2.1)、式 (1.2.2) はそれぞれ

$$m({}_\Lambda^3\text{H}) = \sqrt{m({}^3\text{He})^2 + p_\pi^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2} \quad (1.2.4)$$

$$B_\Lambda = m_{{}^3\text{H}} + m_\Lambda - m({}_\Lambda^3\text{H}) \quad (1.2.5)$$

とかける。 $p_\pi$  を除く  $m({}^3\text{He})$ 、 $m_\pi$ 、 ${}^2\text{H}$  は高精度で求まっているため、 $B_\Lambda$  の決定精度は  $p_\pi$  の不確かさによって決まる。さらに、静止かつ2体崩壊という崩壊の特徴により放出されるパイオンの運動量は単色的である。従って  $p_\pi$  の不確かさは  $p_\pi$  の分解能によってのみ決められる。これが崩壊パイ中間子法が高い質量分解能を実現できる理由である。

### マインツマイクロトロン (MAMI)

MAMI の持つ高分解能運動量スペクトロメータは、過去の  ${}^4_\Lambda\text{He}$  実験によって 130 MeV/c 領域の  $\pi$  粒子に対して 10 keV 以下の高い分解能を実証している。これによって  $m({}_\Lambda^4\text{He})$  や  $B_\Lambda$  も 10 keV 以下のエネルギー分解能で決定可能であった。このような高い分解能は、他のハイパー核質量分光法や重イオン衝突実験では実現できないという点で崩壊パイ中間子法の大きな特徴であると言える。

### 磁気運動量スペクトロメータ (Spek A, Spek C)

ハイパー核の崩壊に伴う  $\pi$  中間子の運動量  $p_\pi$  を測定するためには、MAMI の磁気運動量スペクトロメータを用いる。Spek A, C の2つのスペクトロメータと後段の Kaos スペクトロメータから構成される。Spek A, C では  $\pi$  中間子の運動量を精密に測定するのに対し、Kaos では  $K^+$  を検出することで  $\Lambda$  ハイパー核が生成されたイベントの選択に用いる。運動量測定用の Spek A, C は電磁石と飛跡検出用のドリフトチェンバー、粒子識別用のシンチレーションカウンタとチェレンコフ光検出器から構成されている。入射した荷電粒子は電磁石によって曲げられるが、その曲率は粒子の運動量に依存する。この性質を利用することで、ドリフトチェンバーによる位置測定の結果から入射粒子の運動量を決定する

ことができる。従来実験では運動量分解能が 10 keV 程度と高い精度が実証されている。

### 1.2.2 系統誤差

10 keV を切る高いエネルギー分解能に対して、崩壊パイ中間子法の系統誤差は 100 keV 程度と大きいことが指摘されていた。これは  $p_\pi$  の中心位置決定精度に対する系統誤差が 100 keV 程度あることに由来する。磁気スペクトロメータの絶対値較正として MAMI では電子弾性散乱を利用している。標的の質量を  $m_T$ 、電子質量を  $m_e$ 、入射電子ビームのエネルギーを  $E_{\text{beam}}$  として、標的で弾性散乱された電子の運動量は散乱角  $\theta$  に対して一意に決まり、

$$p'_e = \sqrt{\left( \frac{E_{\text{beam}}}{1 + E_{\text{beam}}/m_T(1 - \cos\theta)} \right)^2 - m_e^2} \quad (1.2.6)$$

と計算できる。散乱角と入射エネルギーに対して弾性散乱のピークから運動量の絶対値を較正する。ハイパー核の崩壊で放出される  $\pi$  の運動量はおよそ 100 - 140 MeV/c の領域にあるため、散乱電子も同程度の運動量であることが望ましい。MAMI の電子線加速器が出せる最低エネルギーである 180, 195 MeV, 210 MeV の 3 種類のエネルギーに対して電子弾性散乱による較正を行っている。

しかしこれまでは 200 MeV 領域の入射電子ビームエネルギー  $E_{\text{beam}}$  の決定精度が  $10^{-3}$  つまり 200 keV 程度と大きかった。式 (1.2.6) からわかるように散乱電子の運動量の決定誤差のオーダーは  $E_{\text{beam}}$  の決定誤差と同程度であり、結果的に運動量較正の精度も 100 keV/c 程度になる。これが 100 keV/c の大きな系統誤差の原因である。 $10^{-4}$  すなわち 20 keV で電子ビームエネルギーを決定することができれば、崩壊パイ中間子法の実験全体の誤差を分可能と同程度の 10 keV に抑制することができると期待される。

## 1.3 電子ビームエネルギー測定

### 1.3.1 MAMI における従来手法

詳細は MAMI 加速器の項目で説明する。MAMI で確立されている電子ビームエネルギー測定手法は、200 MeV 領域の電子ビームエネルギーを直接測定するのではなく、1.2 GeV の電子ビームエネルギーのビームポジションの測定結果を外挿する形で求められている。

### 1.3.2 コンプトン後方散乱法

### 1.3.3 偏極電磁石による電子ビームエネルギー測定

### 1.3.4 アンジュレータ放射光干渉法の開発の経緯

電子弾性散乱に用いる 200 MeV 領域の電子ビームを測定する手法は限られている。我々は 2016 年からアンジュレータによる放射光を用いた電子ビームエネルギー較正手法 (アンジュレータ放射光干渉法) の開発に取り組んできた。[\[2\]](#),[\[3\]](#) 本研究はアンジュレータ放射光干渉法を用いて電子弾性散乱によるスペクトロメータ較正実験を行い、電子ビーム絶対値較正精度を改善することである。

## 第 2 章

# アンジュレータ放射光干渉法の原理

アンジュレータ放射光干渉法の概要を以下の図に示す。初めに 2.2 章でアンジュレータ放射光の発生原理と放射される放射光の性質を述べる。続いて 2.2.2 章で 2 台のアンジュレータを用いることによる干渉の原理を示す。軸上 ( $\theta = 0$ ) 放射の場合と、一般の  $\theta$  におけるエネルギー決定公式を導く。続いて 2.3 章で放射光観測のための光学系による光学処理の原理を示す。最後にこれらの原理をまとめた完全な物理モデルによる関数系の概要を示す。

### 2.1 アンジュレータ放射光

この章ではアンジュレータ放射光の原理を電磁気学に基づいて説明する。また放射光科学においてアンジュレータ放射光がどのように利用されるかを説明する。そして本研究で用いるアンジュレータの較正と干渉の原理を説明する。

### 2.2 アンジュレータ放射光発生原理

アンジュレータの原理を以下に示す。アンジュレータによって発生した周期的磁場中を電子ビームが通過すると、電子が蛇行 (“undulate”) する。磁場による加速度運動に伴いシンクロトロン放射光が発生する。磁場周期と電子ビームエネルギーに依存して、発生する放射光は特定の波長に強いピークを持つ。この特性はアンジュレータの  $K$  値と呼ばれる以下の特徴量によって表現できる。 $K \simeq 1$  の時をアンジュレータと呼び準単色光が得られるが、 $K \gg 1$  の時には広い波長にわたって等間隔にピークを持つような放射光が発生し、このような挿入光源をウィグラーと呼ぶ。アンジュレータ放射光の時間構造は以下に示すようなパルス型であることが知られている。

#### 2.2.1 アンジュレータ放射光 - タンデムアンジュレータ

アンジュレータを電子ビームに沿って 2 つ連結した構成は放射光科学において広く使われている。これらのアンジュレータ間にシケイン電磁石を配置することで遅延を調整する

ことが可能になる。アンジュレータの種類や構成によって位相や偏光状態の異なる様々な形状の放射光を得ることができる。

### 2.2.2 干渉の原理

タンデム型アンジュレータから放射される放射光はダブルパルス型の波形となる。回折格子のそれぞれの格子から散乱された光は格子間隔に比例して遅延された光の干渉となる。そのためダブルパルスの二つのパルスは格子に寄る遅延を受けて干渉できることになる。

### 2.2.3 電子ビームエネルギーと干渉光周期の関係式

ダブルパルスの間隔は以下のような近似で理解することができる。上流のアンジュレータで発生する放射光は電子ビームよりも早く、電子が下流側のアンジュレータに到達した時にはアンジュレータ間の距離に比例した時間差が生じる。

$$\Delta = \frac{1}{2\gamma^2}d \quad (2.2.1)$$

この時間差は放射光の 2 つのパルスの位相差となる。

$$\Phi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda_L} \quad (2.2.2)$$

位相差に対応して干渉光は強めあい、干渉光強度は

$$|\tilde{E}(1 + e^{i\Phi})|^2 = |\tilde{E}|^2(1 + \cos(\Phi)) \quad (2.2.3)$$

$$= |\tilde{E}|^2 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{2\gamma^2\lambda_L}d\right) \right) \quad (2.2.4)$$

これより、 $d$  を変化させると干渉光の位相差が変化し強度が周期的に変動することがわかる。式 (2.2.4) から、アンジュレータ間距離を  $2\gamma^2\lambda_L$  だけ動かした時に 1 周する。この周期を  $\lambda_{osc}$  とおけば  $\gamma$  および電子ビームエネルギーが

$$\gamma = \sqrt{\frac{\lambda_{osc}}{2\lambda_L}} \quad (2.2.5)$$

$$E_{beam} = m_e c^2 \sqrt{\frac{\lambda_{osc}}{2\lambda_L}} \quad (2.2.6)$$

すなわち、干渉光の波長  $\lambda_L$  と、アンジュレータ間距離を変動させた時の干渉光の変動の周期  $\lambda_{osc}$  を精密に測定することで電子ビームエネルギーが精密に測定できる。

#### 2.2.4 補正 - 放射角度と干渉光周期の関係式

式 (2.2.1) は放射光角度が電子ビームと同じとき ( $\theta = 0$ ) の光路差である。電子ビームの軸と放射光の放射角 (近似的に放射光の観測角) を  $\theta$  とおくと、アンジュレータ間の距離  $d$  と  $\theta$  で光路差が  $d(1 - \cos \theta)$  と表される。これと電子ビームの遅延による光路差の両方を考慮した光路差は、

$$\Delta = d \frac{1}{2\gamma^2} + d(1 - \cos \theta) \quad (2.2.7)$$

$$\sim d \left( \frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2} \right) \quad (2.2.8)$$

$$(2.2.9)$$

と表せる。したがって放射光の観測角 ( $\simeq$  放射角) の補正を入れることで干渉光の周期は

$$\lambda_{osc} = \frac{\lambda_L}{\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2}} \quad (2.2.10)$$

となる。

## 2.3 光学系

放射光は光学系を通してカメラで光学的に撮影する。光学系の役割は分光とパルス波形の平面化にある。式 (2.2.6) が示すとおり、電子ビームエネルギーは波長に依存するため  $10^{-4}$  のエネルギー絶対値較正精度を得るために波長決定精度は少なくとも  $10^{-4}$  程度必要となる。またタンデムアンジュレータから放射される放射光は図、式 (??) が示すようにダブルパルス型の波形を持ちこのままでは2つのパルスは干渉を起こさない。そのため平面波化 (フーリエ変換) が必要となる。図 2.1 に光学系の概要を示す。矩形スリットで整形した光波は伝搬に伴って回折を生じる 2.3.1 章。後段には回折格子およびレンズがあり、光波は分光と平面波化 2.3.2, 2.3.3 章を受けカメラに到達する。

### 2.3.1 レイリー・ゾンマーフェルト回折積分

光波の伝搬はマクスウェル方程式に従う。ある平面の波面から別の平面での波面を計算するには、レイリーゾンマーフェルト回折積分が知られている。今回のセットアップにおいては近軸近似を用いることで、スクリーンでの回折パターンを式 (??) によって計算で



図 2.1: サンプルの図

きる。数値計算手法については第3章に記述する。

### 2.3.2 回折格子とレンズによる分光

波面は回折格子で波長ごとに特定の方向に分光される。レンズによって集光することでカメラでは特定の波長が鋭いピークとなるため、高い波長分解能を実現できる。

### 2.3.3 回折格子による平面波化

回折格子は図(??)のようにブレードと呼ばれる溝が掘られている。光波はブレードによって反射されるが、隣り合うブレードから反射される光波は干渉を起こし、平面波となる。このような平面波化はフーリエ変換として理解できる。タンデム型アンジュレータから放射されるダブルパルス型の放射光が回折格子によって平面波化されることで、前後のパルスが干渉を起こす。

### 2.3.4 電子ビームの集団運動

これまでの議論は電子1個の場合について述べたが、実際には電子ビームは多数の電子からなり、放射光もその一つ一つから放射されるパルスの重ね合わせである。そのため、異なる電子から放射されたパルス同士が干渉することも考慮しなければならないが、自己相関の干渉項以外はランダム性から無視できると考えられる。

### 2.3.5 撮影画像

これらの一連の流れを図(??)に示した。放射光がスリットによって回折を受けると、カメラでは2次元の回折パターン構造が得られると推定される。一方で回折格子による分光、平面波化作用は水平方向にのみ作用する。従って画像の横軸は波長に対応し、縦軸の座標は観測角に対応する。



### 2.3.6 モデル関数

モデル関数の概要を示す。放射光関数は、電子ビームとアンジュレータのパラメータを入力としてスリット直前の入射光の振幅および位相を計算する。光学関数は、入射光の位相と振幅を入力としてスクリーンにおける回折光の振幅を計算する。撮影画像を再現する最も確からしいパラメータの組を求めることで、電子ビームのエネルギーが決定できる。

## 第 3 章

# MAMI における測定手法

この章の目的は、実験に用いた装置の性能や使用を詳細に説明することである。また、データ取得の手順を示す。

### 3.1 装置とセットアップ

#### 3.1.1 マインツマイクロトロン (MAMI)

Mainz Microtron(MAMI) はドイツ、マインツ大学が所有する連続電子線加速器施設である。最大エネルギー 1508 MeV の電子ビームを供給する 3 台の RTM(Race Track Microtron) および 1 台の HDSM(Harmonic Double Siided Micrtron) から構成される。ハイパー核生成実験では HDSM を用いて最大エネルギーの 1508 MeV の電子ビームを供給する。スペクトロメータ較正実験では、RTM3 までで加速された 180 MeV から 210 MeV までの電子ビームを用いる。RTM3 ではストリップによる加速の回数によって 15 MeV 間隔でエネルギーを変えることができる。今回、崩壊パイ中間子法で放出される  $\pi$  中間子はおおよそ 130 MeV であり、理想的には同じ運動量の散乱電子によってスペクトロメータ較正を行うことが望ましい。しかしながら MAMI の供給可能な最低エネルギーは 180 MeV であるため、この領域の電子ビームを用いて外挿する形で較正を行っている。

#### 電子ビームライン

200 MeV 領域の電子ビームは X1 ビームラインに供給される。以下に X1 ビームラインの構成を示す。ビーム調整を行う steere 電磁石は RTM3 に設置されている。四重極磁石が配置されている。アンジュレータとビームダンプが配置されている。

---

|      |                   |
|------|-------------------|
| RTM3 | 180 MeV - 210 MeV |
| HDSM | 1508 MeV          |

---

### ビーム調整

まずビームプロファイルモニタを用いてフェイントビームの位置を mm 単位で調整する。続いて、ビーム強度を  $5\ \mu\text{A}$  に上げつつ放射線レベルが基準値よりも低くなるように微調整を行う。この時放射線レベルが安全基準よりも高くなることは、ビームがビームダンプまで輸送されるまでにビームパイプ中心から外れていることを示す。最後にカメラを用いてビームの位置を調整する。スリットに対してビームがずれている場合には回折パターンが上下非対称になる。

### 3.1.2 アンジュレータ

#### 磁場制御

マトリックス型のホールプローブを用いて磁場を測定する。隣り合う電磁石の磁場が影響するため、適切な磁場を得るためには全ての電磁石の電流を同時に調整する必要がある。そのため、測定と電流のチューニングを繰り返し行う。アンジュレータ通過後の電子ビームの方向のずれを最小に抑えることが重要となる。

#### 位置制御と読み取り

可動範囲は 825 mm ステップは 5 cm モータ (レーザを使った何か) で ( $\mu\text{m}$ ) 単位で読み出す。

### 3.1.3 分光光学系

#### スリット

grating

- フーリエ変換
- 分光

#### 波長分散レンズ

#### CMOS カメラ

HAMAMATSU C14440-20UP を用いて画像を撮影する。

## 3.2 データ取得

### 3.2.1 分光光学系の波長較正

波長較正として水銀灯を用いる。400nm 領域には 2 本の輝線があり、このスペクトルを光学系で観測することで 2 つの輝線スペクトルを観測できる。

水銀灯ランプはビームラインから垂直に 5 m の位置に設置されており、ミラーを用いて

| Proforma Invoice     |   | Date                                   | P/O No.:                            | Port Of Location | Port Of Destination |  |
|----------------------|---|--|-------------------------------------|------------------|---------------------|--|
| ALB2207-051          |   | 9/Aug/22                               | /                                   | Changchun,China  | Germany             |  |
| Part No.             | Marks & Descriptions  | Quantity                               | Unit Price                          | Amount           | Remark              |  |
| 1                    | Plano convex cylindrical lens<br>Dimension: 50mm*40mm<br>Edge height: 3mm<br>Focal length:1000mm<br>Double surface polished<br>AR coating@390-410nm | 5                                      | US\$166.00                          | US\$830.00       | /                   |  |
| 2                    | Freight of delivery by FedEx(FROM CHANGCHUN TO GERMANY)   | 1                                      | US\$75.00                           | US\$75.00        |                     |  |
|                      |   |  | Total:                              | US\$905.00       |                     |  |
| SAYTOTALLY           |   | US DOLLARS NINE HUNDRED AND FIVE ONLY. |                                     |                  |                     |  |
| Payment:             |   | 100% prepay                            |                                     |                  |                     |  |
| Paypal Account:      |   |  |                                     |                  |                     |  |
| Shipment: By Express |   |  | Delivery Time:6 weeks after payment |                  |                     |  |
|                      |   |  | Package: Neutral package            |                  |                     |  |

図 3.1: レンズ

電子ビームラインと同じ軌道を通して光学系に導かれる。

輝線スペクトルをガウス関数でフィッティングし、中心位置のピクセルを対応する波長にする。2本のスペクトル以外のピクセルは2本の輝線の波長-ピクセル関係の線形性を仮定して決定する。

### 3.2.2 データ取得

- 指定の位置にアンジュレータが移動する
- カメラによる画像撮影の信号が4回送られる
- 画像撮影が完了するとDAQに信号が送られる
- アンジュレータのモータに次の指定位置の信号が送られる
- アンジュレータが指定位置まで移動する。

### 配線

#### 3.2.3 電子ビームエネルギー測定

ビームラインの切り替え

プロファイルモニタによるビームチューニング

画像によるビームチューニング

#### 3.2.4 弾性散乱実験との同時運用

弾性散乱実験と並行してアンジュレータによる電子ビームエネルギー測定を行った。

#### 3.2.5 下流側アンジュレータによるデータ測定

パラメータ較正を目的として、下流側アンジュレータのみを用いたデータ取得を行う。

## 第 4 章

# データ解析

### 4.1 モデル関数によるフィッティング

#### 4.1.1 放射光

アンジュレータ放射光の振幅は放射角の関数として以下のように計算できることが知られている。詳細を Appendix に示す。また放射光の位相は球面波を仮定する。

#### 4.1.2 フレネル回折

放射光がスリットを通過すると回折を受け、特徴的な縞模様が現れる。回折現象は以下のレイリーゾーンマーフェルト積分によって厳密に計算することができる

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \int_S \cos(ns) U(S) \frac{\exp(iks)}{s} \left( ik - \frac{1}{s} \right) - U(S) \frac{\exp(iks)}{s} \left( ik - \frac{1}{r} \right) \cos(nr) dS \quad (4.1.1)$$

近似①  $k \gg 1/r, k \gg 1/s$  近似②  $\cos(nr) \sim 1, \cos(ns) \sim 1$  近似③ 領域  $S$  において  $r(S) = z = \text{const.}, s(S) = s_0 = \text{const.}$  により式 (4.1.1) は

$$U(P) = -\frac{i}{2\lambda rs} \int_S U(S) \exp ik(r+s) dS \quad (4.1.2)$$

$$U(P) = -\frac{i}{2\lambda rs} \int_S U(S) \exp ikrdS \quad (4.1.3)$$

このような回折現象は伝搬距離によっては近似計算できることが知られている。以下では積分領域  $S$  上の座標を  $x, y$ 、観測点  $P$  の座標を  $x_0, y_0$  と表記する。

$$r = \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (4.1.4)$$

$$= z + \frac{1}{2} \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{z} - \frac{1}{8} \frac{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2}{z^3} + \dots \quad (4.1.5)$$

$[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2 \ll z^3$  が成立するなら

$$U(x_0, y_0) \sim -\frac{i}{2\lambda z s_0} \int (U)(x, y) \exp\left(ik \left\{ z + \frac{1}{2} \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{z} \right\}\right) \quad (4.1.6)$$

#### 数値計算上の計算手法

数値計算を実行する上では数値積分の手法では、伝搬後の  $N$  次元の配列が伝搬前の  $N$  次元配列全ての積分を用いて計算されるため計算量は  $N^2$  となる。このような計算コストの高い計算を避けるために、高速フーリエ変換を用いた計算が一般に用いられている。式 (4.1.2) を再度  $x, y, x_0, y_0$  で書き直すと

$$U(x_0, y_0) \sim \frac{1}{2i\lambda z s} \int_S U(x, y) \exp\left(ik\sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) dx dy \quad (4.1.7)$$

これはカーネル関数  $f(x, y) = \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}$  であるような畳み込みの形で書ける。

$$U(x_0, y_0) \sim (U * f)(x, y) \quad (4.1.8)$$

畳み込みはフーリエ変換を用いることで

$$(U * f)(x, y) = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(f)) \quad (4.1.9)$$

と表せる。

$$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(f)) = \mathcal{F}^{-1}\left(\int f(x)e^{iwx} dx \times \int g(x)e^{iwx} dx\right) \quad (4.1.10)$$

$$= \mathcal{F}^{-1}() \quad (4.1.11)$$

### 4.1.3 電子ビームサイズ

### 4.1.4 光学系

回折格子によって分光された光はレンズによってカメラで収束する

### 4.1.5 パラメータ

求める関数系は放射光関数と光学系関数からなる。パラメータの定義を以下に示す。

- $\gamma$  電子ビームエネルギーのローレンツ因子
- $K$  アンジュレータの  $K$  値
- $z(U2-S)$  下流アンジュレータ-スリット間の距離
- $z(S-C)$  スリット-カメラ間の距離
- $w(S)$  スリットの鉛直方向の長さ
- $y(\text{beam})$  カメラに対するビーム中心の  $y$  座標
- $y(\text{slit})$  カメラに対するスリット中心の  $y$  座標

### 4.1.6 パラメータ較正

アンジュレータひとつのデータの解析について

## 4.2 統計誤差の見積もり

統計誤差の見積もりはブートストラップ法によって行う。ブートストラップ法はデータから復元抽出を行い、その復元抽出データから統計量を計算することで統計量の分布を推定する手法である。下流アンジュレータの位置に関してランダムに復元抽出を複数回を行い、抽出されたデータの集合に対してフィッティングを行う。得られたパラメータの分布から統計誤差を見積もる。

## 4.3 系統誤差の見積もり

波長依存性と位置依存性による系統誤差が主要な誤差要因と考えられる。

### 4.3.1 波長依存性

較正波長 (404.65 nm) におけるエネルギー測定の結果に加えて、同じモデル関数を用いて異なる波長でのデータからエネルギーを求める。異なる波長に対するエネルギーの分布から、モデル関数や装置のもつ波長依存性による系統誤差を見積もる。

### 4.3.2 位置依存性

アンジュレータの位置によるエネルギーの推定値の違いを見積もる。具体的には、アンジュレータの位置を 4 つの区間に分割し、各区間でエネルギーを求める。アンジュレータ位置に対する放射光関数の補正がどの程度の影響を持つかを見積もる。

## 4.4 画像処理

各 run で、アンジュレータが同じ位置にあるときに 4 枚の画像が取得される。これらの 4 枚の画像について、各ピクセルごとに平均値を取り、その値をピクセルの代表値とする。またピクセルの誤差は 4 枚のピクセルの標準偏差とする。周囲のピクセルに対して極端に発光量が多いピクセルはノイズであると判断してマスクし、フィッティングの対象に含まない。

### 4.4.1 平滑化

画像の平滑化が必要な場合には、波長方向にのみ行う。同様にノイズピクセルをマスクしたうえで平均値と標準偏差を計算し、ピクセルの誤差は標準偏差を計算に用いたピクセル数の平方根で割った値 (標準誤差) とする。

## 4.5 下流アンジュレータの解析

下流アンジュレータのみの磁場によって得られるデータから、放射光関数の位置依存性の情報が抽出できる。理想的な条件では、アンジュレータが下流に移動すると以下のような変化が見られると考えられる。

- 振幅の上昇
- 回折パターンの形状の変化

振幅の上昇と回折パターンの形状の変化から、距離のパラメータ  $z(\text{U2-slit}), z(\text{slit-cam}), w(\text{slits})$  の最適値を求めることができる。 $z(\text{U2-slit}), z(\text{slit-cam}), w(\text{slit})$  を固定してフィッティングを行い、適合度がもっとも良いパラメータの組を最適な値として定義する。



## 第 5 章

# 結果

### 5.1 結果

#### 5.1.1 画像処理

各ピクセルの同一位置での 4 枚の画像の平均値と標準偏差の関係を示す。周囲のピクセルの平均値に対する超過の値は以下のような分布となる。

#### 5.1.2 波長較正

水銀灯を用いて波長較正を行った結果の一例を示す。ピーク位置決定精度は 0.1 nm 程度である。

#### 5.1.3 単独アンジュレータ

下流側のアンジュレータのみを用いて取得したデータの解析結果を示す。このデータを用いてパラメータの較正をおこなった。

##### 波長依存性

波長依存性があり長波長側の光量が大きい傾向がある。この傾向は線形の依存性が仮定できる。

##### 位置依存性

アンジュレータの位置に対する依存性があり、アンジュレータが下流に移動するにつれて 3 つの傾向が見られる。

- 回折パターンの振幅が上昇する
- 回折パターンの形状が変化する
- 回折パターンの振幅が周期的に小さく変動する

振幅の上昇と周期的な変動は放射角に対して一様ではない。特にピーク位置を抽出して振幅の変化をみると、ピークごとに異なる上昇率が見られる。これはアンジュレータ位置に対して回折パターンの形状も変化することが影響していると推定できる。一方で回折パターンの振幅はどのピクセルにおいてもほぼ一定であり、その振幅は電子ビームエネルギー 210 MeV の振幅と対応している。偏極電磁石による一定位相の放射との干渉が見えていると考えることができる。実際に一定位相の偏極電磁石放射を仮定してシミュレーションした結果によれば、振幅の傾向は一致する。

### 放射光および光学系パラメータ

回折パターンの形状を決定するパラメータはアンジュレータ - スリット間距離、スリット - カメラ間距離、スリット幅の 3 つである。これに加えて放射光関数の情報も形状を決定する。放射光関数の形状は理論式を仮定し、 $z(\text{U2-slit})$ 、 $z(\text{slit-cam})$ 、 $w(\text{slit})$  の 3 つのパラメータの最適値を決定する。

アンジュレータと光学系の距離に依存して光量に変化する。立体角を考えるとこの光量はスリットからの距離  $r$  に対して  $\frac{1}{r^2}$  に比例すると考えられる。また距離によって振幅が周期的に変動する効果は、偏極電磁石による放射だと考えることができる。このような仮定に基づいて単独アンジュレータのデータをフィットした。

またパラメータを固定した時の適合度の比較の結果を示す。これらの結果からパラメータの値を??と決定した。またパラメータの決定精度は??である。

## 5.2 電子ビームエネルギーの測定結果

2 台のアンジュレータの放射光による干渉パターンの解析結果を示す。下流アンジュレータの位置に対して図が示すように干渉パターンの中心の振幅が周期的に変化する。回折パターンを距離と  $y$  軸の関数としてフィットした結果の例を示す。位置の変化に対しても回折パターンの形状をフィットできていることがわかる。

### パラメータの統計誤差

ブートストラップ法によってフィッティングパラメータの誤差を見積もった。またパラメータ同士の相関係数を計算すると、??が となった。それ以外の相関係数は全て 0.1 以下である。特に  $\gamma$  パラメータの統計誤差は表の通りとなった。このことから電子ビームエネルギーは??の精度で決定できることがわかる。

### 5.2.1 系統誤差

#### 波長依存性

異なる波長でエネルギーを決定し、その結果から波長依存性による系統誤差を見積もった。

#### 距離依存性

下流側アンジュレータの位置を 4 つの区間に分割し、各区間でエネルギーを決定した。これによりフィット関数が持つ位置依存性による系統誤差を見積もることができる。

#### エネルギー依存性

180,195,210 MeV の 3 つのエネルギーの結果を表に示す。

## 第 6 章

# 考察

### 6.1 考察

#### 6.1.1 光学系

回折パターンを決定する要素として放射光関数と光学系関数がある。エネルギーを求めるには放射光の情報が分かれば良いが、今回は放射光関数を仮定している。光学系関数の光学計算は原理的には正確に計算可能である光学系によって、分光された光の情報から入射光の情報を逆演算する系を構築することができれば精度の向上につながる

#### 6.1.2 汎用的な電子ビームエネルギー測定手法としての改善点

#### 6.1.3 原子核実験との同時測定

## 参考文献

- [1] A. Esser, S. Nagao, *et al.* Phys. Rev. Lett. **114**, 232501 (2015).
- [2] P. Klag *et al.* NIM A **910**, 147 (2018).
- [3] P. Klag *et al.* J. Phys.: Conf. Ser. **2482**, 012016 (2023).