

修士論文

電子ビームエネルギー精密測定のための
アンジュレータ放射光干渉法

Undulator radiation interferometry
for electron beam energy measurement

東京大学大学院 理学研究科 物理学専攻
中村哲研究室

西 幸太郎

令和 7 年 (2025 年)

目次

第 1 章	導入	7
1.1	ハイパー核	7
1.1.1	ハイペロンとハイパー核	7
1.1.2	ハイパー核の自然崩壊	8
1.1.3	ハイパー核研究の意義歴史	8
1.1.4	ハイパー核質量分光	8
1.1.5	ハイパートライトンパズル	8
1.2	崩壊パイ中間子法	9
1.2.1	原理	9
	マインツマイクロトロン (MAMI)	10
	磁気運動量スペクトロメータ	10
1.2.2	系統誤差	10
1.2.3	電子ビームエネルギー測定的重要性	10
第 2 章	アンジュレータ放射光干渉法の原理	13
2.1	アンジュレータ放射光	13
2.1.1	アンジュレータ放射光 - タンデムアンジュレータ	13
2.1.2	干渉の原理	13
2.1.3	電子ビームエネルギーと干渉光周期の関係式	14
2.1.4	補正 - 放射角度と干渉光周期の関係式	14
2.2	光学系	15
2.2.1	レイリー・ゾンマーフェルト回折積分	16
2.2.2	回折格子とレンズによる分光	16
2.2.3	回折格子による平面波化	16
	撮影画像	16
2.2.4	モデル関数	16
第 3 章	手法	18
3.1	装置	18
3.1.1	マインツマイクロトロン (MAMI)	18

	電子ビームライン	18
	ビーム調整	18
3.1.2	アンジュレータ	18
	磁場制御	18
	位置制御と読み取り	18
3.1.3	分光光学系	18
	スリット	18
	grating	18
	波長分散レンズ	19
	CMOS カメラ	19
3.1.4	分光光学系の較正	19
3.1.5	データ取得	19
	配線	19
3.1.6	電子ビーム測定	19
3.1.7	20
3.1.8	弾性散乱実験との接続	20
3.1.9	単アンジュレータによるデータ測定	20
第 4 章	フィッティング	22
4.1	モデル関数によるフィッティング	22
4.1.1	放射光	22
4.1.2	フレネル回折	22
	数値計算上の計算手法	23
4.1.3	電子ビームサイズ	24
4.1.4	光学系	24
4.1.5	パラメータ	24
4.1.6	パラメータ較正	24
4.1.7	画像処理	24
第 5 章	結果	26
5.1	結果	26
5.1.1	画像処理	26
5.1.2	単アンジュレータ	26
	放射光および光学系パラメータ	26
	距離依存性	26
5.1.3	振動パターン	26
5.1.4	系統誤差	26
	波長依存性	26

	距離依存性	27
	エネルギー依存性	27
第 6 章	考察	29
6.1	考察	29
6.1.1	光学系	29
6.1.2	汎用的な電子ビームエネルギー測定手法としての改善点	29

図目次

1.1	サンプルの図	12
2.1	サンプルの図	15
2.2	サンプルの図	17
3.1	レンズ	19
3.2	サンプルの図	21
4.1	サンプルの図	25
5.1	サンプルの図	28
6.1	サンプルの図	30

表目次

第 1 章

導入

1.1 ハイパー核

本論文は、ドイツ、マインツ大学にある連続電子線加速器マインツマイクロトロン (MAMI) における 200 MeV 領域の電子ビームエネルギー測定について論じる。電子ビームエネルギーの絶対値を $\delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定し、磁気運動量スペクトロメータの系統誤差を $\delta p/p \sim 10^{-4}$ に抑えることで、過去に我々が測定した ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ における Λ 粒子の束縛エネルギーの精度 100 keV から向上させ、ハイパートライトン ${}^3_{\Lambda}\text{H}$ における Λ 束縛エネルギーを 10 keV を切る精度で決定することを目指す。ハイパートライトンにおける Λ 束縛エネルギーの決定精度向上は、 ΛN 相互作用に対しさらなる知見を与える。

本章でははじめにハイパー核とその研究の歴史、ハイパー核生成実験について述べる。次に我々がマインツマイクロトロンにおいて独自に開発した Λ ハイパー核精密質量分光手法である崩壊パイ中間子法とその課題となっている電子ビームエネルギー測定精度の重要性について述べた後、最後に本研究の目的を述べる。

1.1.1 ハイペロンとハイパー核

素粒子の標準理論によれば、自然界の粒子は全てそれ以上分割できない最小単位の粒子 (素粒子) からなり、素粒子の間に働く力は、強い力、弱い力、電磁気力、重力の 4 種類の力であると理解されている。素粒子は物質を構成する粒子と力を媒介する粒子に分類でき、さらに物質を構成する粒子は強い相互作用をするクォークと強い相互作用をしないレプトンに分類できる。クォークは表に示すように三世代に分類されている。

クォークは単体で存在することはできず、3つ集まったハドロンが2つ集まったメソンの形で存在する。我々の身の回りの物質はハドロンである陽子と中性子からなる原子核と、その周りを囲む電子からなる原子によって構成されている。陽子、中性子は特に通常原子核を構成する意味で核子 (Nucleon) と呼ばれている。陽子は uud クォーク、中性子は udd クォークからなり、それぞれ電荷 +1 と 0 を持つ。クォークにはそれぞれアイソスピンと呼ばれる量子数を導入することでスピン演算子と同じ枠組みで扱うことができること

が知られている。u クォーク、d クォークはそれぞれアイソスピン $1/2, -1/2$ を持ち、陽子、中性子は $+1/2, -1/2$ を持つ。強い相互作用はアイソスピンの $SU(2)$ 空間回転に対してほとんど対称であることが知られている。u,d クォークの $SU(2)$ 対称性に s クォークを加えて拡張した $SU(3)$ 対称性は、u,d クォークに比べて s クォークが比較的重く、疑似的な対称性とみなされいてる。これら u,d,s クォークからなるバリオンはフレーバー $SU(3)$ の枠組みにおいて、スピン $1/2$ のバリオン 8 重項、スピン $3/2$ のバリオン 10 重項に分類される。

特に s クォークを含むバリオンをハイペロンと呼ぶ。その中でも u,d,s クォークからなる Λ 粒子は最も軽い基本的なハイペロンであるとみなされる。

原子核中に陽子や中性子だけでなくハイペロンを含む原子核をハイパー核と呼ぶ。

1.1.2 ハイパー核の自然崩壊

Λ 粒子を例にとると、自由空間では Λ 粒子の寿命は 10^{-10} 秒の寿命で π 中間子を放出して崩壊する。一方で原子核中の Λ 粒子はもうひとつの崩壊モードも支配的となる。それが核子 2 つへの崩壊であり、非中間子弱崩壊と呼ばれる。

1.1.3 ハイパー核研究の意義歴史

中性子星内部の YN 相互作用

1.1.4 ハイパー核質量分光

1.1.5 ハイパートライトンパズル

ハイパー核の中でも最も基本的な束縛系が ${}^3_{\Lambda}\text{H}$ 、ハイパートライトンである。これは陽子、中性子、 Λ 粒子がそれぞれ一つずつからなるハイパー核である。1960 年代に原子核乾板や泡箱によって $B_{\Lambda} = 130 \pm 50(\text{stat.}) \pm 40(\text{syst.}) \text{ keV}$ とされており、この結果が約 50 年間信じられてきた。100 keV 程度の弱い束縛から、 Λ 粒子は陽子、中性子に対してハロー構造のような状態であると示唆される。従ってその寿命は自由空間の Λ 粒子と同程度であると見積もられる。

これに対して 2010 年台に重イオン衝突実験が、ハイパートライトンの寿命が予測よりも有意に短いことを示唆する実験結果を次々と報告した。これらの値は $\tau \sim 200 \text{ ps}$ であり、 $B_{\Lambda} = 130 \text{ keV}$ の結果と整合性のある物理的な解釈はいまだない。この問題をハイパートライトンパズルと呼ぶ。

2020 年代に STAR, ALICE の 2 つの重イオン衝突実験が報告した結果によれば、それぞれ $B_{\Lambda} = 102 \pm 63(\text{stat.}) \pm 67(\text{syst.}) \text{ keV}$, $B_{\Lambda} = 406 \pm 120(\text{stat.}) \pm 110(\text{syst.}) \text{ keV}$ であり、どちらのグループの結果も系統誤差が比較的大きい。

1.2 崩壊パイ中間子法

崩壊パイ中間子法は 2010 年代にドイツのマインツ大学マイクロトロン (MAMI) で我々の研究グループによって開発されたハイパー核の質量分光法である。10 keV を切る高いエネルギー分解能が実証されているため、ハイパートライトンパズルの解明に有効な手法であると期待された。この章では崩壊パイ中間子法の原理を述べる。そして高い分解能が実現できる理由と、解決すべき課題について述べる。

1.2.1 原理

電子ビームで生成したハイパー核が破碎化し、目的のハイパー核が標的中で静止し 2 体崩壊する反応を検出する。この時ハイパー核の質量 $m({}_\Lambda^AZ)$ は 2 体崩壊に注意すると

$$m({}_\Lambda^AZ) = \sqrt{m({}^A(Z+1))^2 + p_\pi^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2} \quad (1.2.1)$$

と π 中間子の運動量 p_π のみで求めることができる。

Λ ハイパー核の質量 $m({}_\Lambda^AZ)$ からこのハイパー核における Λ 粒子の束縛エネルギー B_Λ は、 Λ 粒子を除いたコア核の質量 m_{core} を用いて

$$B_\Lambda = m_{\text{core}} + m_\Lambda - m({}_\Lambda^AZ) \quad (1.2.2)$$

と求めることができる。

ハイパートライトンがパイ中間子を放出する崩壊モードは

$${}_\Lambda^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^- \quad (1.2.3)$$

であるから、式 (1.2.1)、式 (1.2.2) はそれぞれ

$$m({}_\Lambda^3\text{H}) = \sqrt{m({}^3\text{He})^2 + p_\pi^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2} \quad (1.2.4)$$

$$B_\Lambda = m_{{}^3\text{H}} + m_\Lambda - m({}_\Lambda^3\text{H}) \quad (1.2.5)$$

とかける。 p_π を除く $m({}^3\text{He})$ 、 m_π 、 ${}^2\text{H}$ は高精度で求まっているため、 B_Λ の決定精度は p_π の不確かさによって決まる。さらに、静止かつ 2 体崩壊という崩壊の特徴により放出されるパイオンの運動量は単色的である。従って p_π の不確かさは p_π の分解能によってのみ決められる。

マインツマイクロトロン (MAMI)

MAMI の持つ高分解能運動量スペクトロメータは、過去の ${}^4_{\Lambda}\text{He}$ 実験によって 130 MeV/c 領域の π 粒子に対して 10 keV 以下の高い分解能を実証している。これによって $m({}^4_{\Lambda}\text{He})$ や B_{λ} も 10 keV 以下のエネルギー分解能で決定可能であった。このような高い分解能は、他のハイパー核質量分光法や重イオン衝突実験では実現できないという点で崩壊パイ中間子法の大きな特徴であると言える。

磁気運動量スペクトロメータ

電磁石とドリフトチェンバー、チェレンコフ光検出器の説明

1.2.2 系統誤差

10 keV を切る高いエネルギー分解能に対して、崩壊パイ中間子法の系統誤差は 100 keV 程度と大きいことが指摘されていた。これは p_{π} の中心位置決定精度に対する系統誤差が 100 keV 程度あることに由来する。磁気スペクトロメータの絶対値較正として MAMI では電子弾性散乱を利用している。標的の質量を m_T 、電子質量を m_e 、入射電子ビームのエネルギーを E_{beam} として、標的で弾性散乱された電子の運動量は散乱角 θ に対して一意に決まり、

$$p'_e = \sqrt{\left(\frac{E_{\text{beam}}}{1 + E_{\text{beam}}/m_T(1 - \cos \theta)}\right)^2 - m_e^2} \quad (1.2.6)$$

と計算できる。散乱角と入射エネルギーに対して弾性散乱のピークから運動量の絶対値を較正する。ハイパー核の崩壊で放出される π の運動量はおおよそ 100 - 140 MeV/c の領域にあるため、散乱電子も同程度の運動量であることが望ましい。MAMI の電子線加速器が出せる最低エネルギーである 180, 195 MeV, 210 MeV の3種類のエネルギーに対して電子弾性散乱による較正を行っている。

しかしこれまでは 200 MeV 領域の入射電子ビームエネルギー E_{beam} の決定精度が 10^{-3} つまり 200 keV 程度と大きかった。これが 100 keV の大きな系統誤差の原因である。 10^{-4} すなわち 20 keV で電子ビームエネルギーを決定することができれば、崩壊パイ中間子法の実験全体の誤差を分可能と同程度の 10 keV に抑制することができると期待される。

1.2.3 電子ビームエネルギー測定的重要性

電子弾性散乱に用いる 200 MeV 領域の電子ビームを測定する手法は限られている。我々は 2016 年からアンジュレータによる放射光を用いた電子ビームエネルギー較正手法

(アンジュレータ放射光干渉法)の開発に取り組んできた。本研究はアンジュレータ放射光干渉法を用いて電子弾性散乱によるスペクトロメータ較正実験を行い、電子ビーム絶対値較正精度を改善することである。



図 1.1: サンプルの図

- a

1. b

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) + \{1\}\Sigma \quad (1.2.7)$$

第2章

アンジュレータ放射光干渉法の原理

アンジュレータ放射光干渉法の概要を以下の図に示す。初めにアンジュレータ放射光の発生原理と放射される放射光の性質を述べる。続いて2台のアンジュレータを用いることによる干渉の原理を示す。軸上 ($\theta = 0$) 放射の場合と、一般の θ におけるエネルギー決定公式を導く。続いて放射光観測のための光学系による工学処理の原理を示す。最後にこれらの原理をまとめた完全な物理モデルによる関数系の概要を示す。

2.1 アンジュレータ放射光

アンジュレータの原理を以下に示す。アンジュレータによって発生した周期的磁場中を電子ビームが通過すると、電子が蛇行 (“undulate”) する。磁場による加速度運動に伴いシンクロトン放射光が発生する。磁場周期と電子ビームエネルギーに依存して、発生する放射光は特定の波長に強いピークを持つ。この特性はアンジュレータの K 値と呼ばれる以下の特徴量によって表現できる。 $K \simeq 1$ の時をアンジュレータと呼び準単色光が得られるが、 $K \gg 1$ の時には広い波長にわたって等間隔にピークを持つような放射光が発生し、このような挿入光源をウィグラーと呼ぶ。アンジュレータ放射光の時間構造は以下に示すようなパルス型であることが知られている。

2.1.1 アンジュレータ放射光 - タンデムアンジュレータ

アンジュレータを電子ビームに沿って2つ連結した構成は放射光科学において広く使われている。これらのアンジュレータ間にシケイン電磁石を配置することで遅延を調整することが可能になる。

2.1.2 干渉の原理

タンデム型アンジュレータから放射される放射光はダブルパルス型の波形となる。回折格子のそれぞれの格子から散乱された光は格子間隔に比例して遅延された光の干渉となる。そのためダブルパルスの二つのパルスは格子に寄る遅延を受けて干渉できることに

なる。

2.1.3 電子ビームエネルギーと干渉光周期の関係式

ダブルパルスの間隔は以下のような近似で理解することができる。上流のアンジュレータで発生する放射光は電子ビームよりも早く、電子が下流側のアンジュレータに到達した時にはアンジュレータ間の距離に比例した時間差が生じる。

$$\Delta = \frac{1}{2\gamma^2}d \quad (2.1.1)$$

この時間差は放射光の 2 つのパルスの位相差となる。

$$\Phi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda_L} \quad (2.1.2)$$

位相差に対応して干渉光は強めあい、干渉光強度は

$$|\tilde{E}(1 + e^{i\Phi})|^2 = |\tilde{E}|^2(1 + \cos(\Phi)) \quad (2.1.3)$$

$$= |\tilde{E}|^2 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{2\gamma^2\lambda_L}d\right) \right) \quad (2.1.4)$$

これより、 d を変化させると干渉光の位相差が変化し強度が周期的に変動することがわかる。式 (2.1.4) から、アンジュレータ間距離を $2\gamma^2\lambda_L$ だけ動かした時に 1 周する。この周期を λ_{osc} とおけば γ および電子ビームエネルギーが

$$\gamma = \sqrt{\frac{\lambda_{osc}}{2\lambda_L}} \quad (2.1.5)$$

$$E_{beam} = m_e c^2 \sqrt{\frac{\lambda_{osc}}{2\lambda_L}} \quad (2.1.6)$$

すなわち、干渉光の波長 λ_L と、アンジュレータ間距離を変動させた時の干渉光の変動の周期 λ_{osc} を精密に測定することで電子ビームエネルギーが精密に測定できる。

2.1.4 補正 - 放射角度と干渉光周期の関係式

式 (2.1.1) は放射光角度が電子ビームの光路差である。電子ビームの軸と放射光の放射角 (近似的に放射光の観測角) を θ とおくと、アンジュレータ間の距離 d と θ で光路差が $d(1 - \cos\theta)$ と表される。これと電子ビームの遅延による光路差の両方を考慮した光路



図 2.1: サンプルの図

差は、

$$\Delta = d \frac{1}{2\gamma^2} + d(1 - \cos \theta) \quad (2.1.7)$$

$$\sim d \left(\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2} \right) \quad (2.1.8)$$

$$(2.1.9)$$

と表せる。したがって放射光の観測角 (\simeq 放射角) の補正を入れることで干渉光の周期は

$$\lambda_{\text{osc}} = \frac{\lambda_L}{\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2}} \quad (2.1.10)$$

となる。

2.2 光学系

放射光は光学系を通してカメラで光学的に撮影する。光学系の役割は分光とパルス波形の平面化にある。式 (2.1.6) が示すとおり、電子ビームエネルギーは波長に依存するため 10^{-4} の絶対値較正精度を得るために波長決定精度は少なくとも 10^{-4} 程度必要となる。またタンデムアンジュレータから放射される放射光は図、式 (??) が示すようにダブルパルス型の波形を持ちこのままでは2つのパルスは干渉を起こさない。そのため平面波化（フーリエ変換）が必要となる。図 2.1 に光学系の概要を示す。矩形スリットで整形した光波は伝搬に従って回折を生じる。後段には回折格子およびレンズがあり、光波は分光と平面波化を受けカメラに到達する。

2.2.1 レイリー・ゾンマーフェルト回折積分

光波の伝搬はマクスウェル方程式に従う。ある平面の波面から別の平面での波面を計算するには、レイリーゾンマーフェルト回折積分が知られている。今回のセットアップにおいては近軸近似を用いることで、スクリーンでの回折パターンを式 (??) によって計算できる。数値計算手法については第3章に記述する。

2.2.2 回折格子とレンズによる分光

波面は回折格子で波長ごとに特定の方向に分光される。レンズによって集光することでカメラでは特定の波長が鋭いピークとなるため、高い波長分解能を実現できる。

2.2.3 回折格子による平面波化

撮影画像

これらの一連の流れを図 (??) に示した。回折格子による分光、平面波化作用は水平方向にのみ作用する。従って画像の横軸は波長に対応し、縦軸の座標は観測角に対応する。

2.2.4 モデル関数

モデル関数の概要を示す。放射光関数は、電子ビームとアンジュレータのパラメータを入力としてスリット直前の入射光の振幅および位相を計算する。光学関数は、入射光の位相と振幅を入力としてスクリーンにおける回折光の振幅を計算する。撮影画像を再現する最も確からしいパラメータの組を求めることで、電子ビームのエネルギーが決定できる。

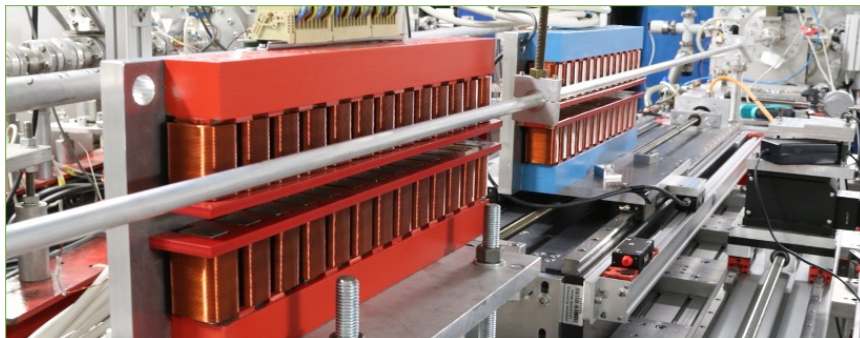


図 2.2: サンプルの図

- a

1. b

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) + \{1\}\Sigma \quad (2.2.1)$$

第 3 章

手法

3.1 装置

3.1.1 マインツマイクロトロン (MAMI)

Mainz Microtron(MAMI) はドイツ、マインツ大学が所有する連続電子線加速器施設である。最大エネルギー 1508 MeV の電子ビームを供給する 3 台の RTM(Race Track Microtron) および 1 台の HDSM(Harmonic Double Siided Micrtron) から構成される。ハイパー核生成実験では HDSM を持ちいて最大エネルギーの 1508 MeV の電子ビームを供給する。スペクトロメータ較正実験では、

電子ビームライン

ビーム調整

3.1.2 アンジュレータ

磁場制御

マトリックス型のホールプローブを用いて磁場を測定する。隣り合う電磁石の磁場が影響するため測定と電流のチューニングを繰り返し行う。アンジュレータ通過後の電子ビームの方向のずれを最小に抑えることが重要となる。

位置制御と読み取り

可動範囲は 825 mm ステップは 5 cm モータ (レーザを使った何か) で (um) 単位で読み出す。

3.1.3 分光光学系

スリット

grating

- フーリエ変換

Proforma Invoice		Date	P/O No.:	Port Of Location	Port Of Destination
ALB2207-051		9/Aug/22	/	Changchun,China	Germany
Part No.	Marks & Descriptions	Quantity	Unit Price	Amount	Remark
1	Plano convex cylindrical lens Dimension: 50mm*40mm Edge height: 3mm Focal length:1000mm Double surface polished AR coating@390-410nm	5	US\$166.00	US\$830.00	/
2	Freight of delivery by FedEx(FROM CHANGCHUN TO GERMANY)	1	US\$75.00	US\$75.00	
			Total:	US\$905.00	
SAYTOTALLY US DOLLARS NINE HUNDRED AND FIVE ONLY.					
Payment: 100% prepay					
Paypal Account:					
Delivery Time:6 weeks after payment					
Shipment: By Express Package: Neutral package					

図 3.1: レンズ

- 分光

波長分散レンズ

CMOS カメラ

3.1.4 分光光学系の較正

波長較正として水銀灯を用いる。400nm 領域には 2 本の輝線があり、このスペクトルを光学系で観測することで 2 つの輝線スペクトルを観測できる。輝線スペクトルをガウス関数でフィッティングし、中心位置のピクセルを対応する波長にする。2 本のスペクトル以外のピクセルは 2 本の輝線の波長 -ピクセル関係の線形性を仮定して決定する。

3.1.5 データ取得

データの取得をスタートすると、指定された位置で 4 枚の写真を撮る。露光時間は 10 秒。指定位置まで移動すると DAQ に信号が送られ、DAQ はカメラにシャッター信号を送信する。

配線

3.1.6 電子ビーム測定

ビームラインの切り替え

プロファイルモニタによるビームチューニング

画像によるビームチューニング

3.1.7

3.1.8 弾性散乱実験との接続

3.1.9 単アンジュレータによるデータ測定

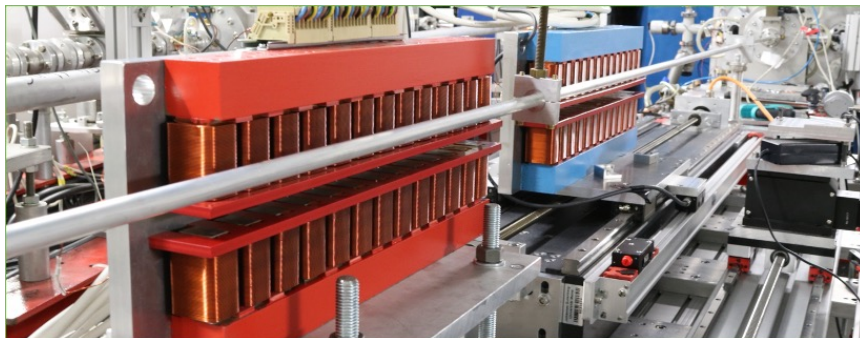


図 3.2: サンプルの図

- a

1. b

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) + \{1\}\Sigma \quad (3.1.1)$$

第 4 章

フィッティング

4.1 モデル関数によるフィッティング

4.1.1 放射光

アンジュレータ放射光の振幅は放射角の関数として以下のように計算できることが知られている。また放射光の位相は球面波を仮定する。

4.1.2 フレネル回折

放射光がスリットを通過すると回折を受け、特徴的な縞模様が現れる。回折現象は以下のレイリーゾンマーフェルト積分によって厳密に計算することができる

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \int_S \cos(ns) U(S) \frac{\exp(iks)}{s} \left(ik - \frac{1}{s} \right) - U(S) \frac{\exp(iks)}{s} \left(ik - \frac{1}{r} \right) \cos(nr) dS \quad (4.1.1)$$

近似① $k \gg 1/r, k \gg 1/s$ 近似② $\cos(nr) \sim 1, \cos(ns) \sim 1$ 近似③ 領域 S において $r(S) = z = \text{const.}, s(S) = s_0 = \text{const.}$ により式 (4.1.1) は

$$U(P) = -\frac{i}{2\lambda rs} \int_S U(S) \exp ik(r+s) dS \quad (4.1.2)$$

$$U(P) = -\frac{i}{2\lambda rs} \int_S U(S) \exp ikrdS \quad (4.1.3)$$

このような回折現象は伝搬距離によっては近似計算できることが知られている。以下では積分領域 S 上の座標を x, y 、観測点 P の座標を x_0, y_0 と表記する。

$$r = \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (4.1.4)$$

$$= z + \frac{1}{2} \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{z} - \frac{1}{8} \frac{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2}{z^3} + \dots \quad (4.1.5)$$

$[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2 \ll z^3$ が成立するなら

$$U(x_0, y_0) \sim -\frac{i}{2\lambda z s_0} \int (U)(x, y) \exp\left(ik \left\{ z + \frac{1}{2} \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{z} \right\}\right) \quad (4.1.6)$$

数値計算上の計算手法

数値計算を実行する上では数値積分の手法では、伝搬後の N 次元の配列が伝搬前の N 次元配列全ての積分を用いて計算されるため計算量は N^2 となる。このような計算コストの高い計算を避けるために、高速フーリエ変換を用いた計算が一般に用いられている。式 (4.1.2) を再度 x, y, x_0, y_0 で書き直すと

$$U(x_0, y_0) \sim \frac{1}{2i\lambda z s} \int_S U(x, y) \exp\left(ik\sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) dx dy \quad (4.1.7)$$

これはカーネル関数 $f(x, y) = \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}$ であるような畳み込みの形で書ける。

$$U(x_0, y_0) \sim (U * f)(x, y) \quad (4.1.8)$$

畳み込みはフーリエ変換を用いることで

$$(U * f)(x, y) = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(f)) \quad (4.1.9)$$

と表せる。

$$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(f)) = \mathcal{F}^{-1}\left(\int f(x)e^{iwx}dx \times \int g(x)e^{iwx}dx\right) \quad (4.1.10)$$

$$= \mathcal{F}^{-1}() \quad (4.1.11)$$

4.1.3 電子ビームサイズ

4.1.4 光学系

回折格子によって分光された光はレンズによってカメラで収束する

4.1.5 パラメータ

求める関数系は放射光関数と光学系関数からなる。パラメータの定義を以下に示す。

- γ 電子ビームエネルギーのローレンツ因子
- K アンジュレータの K 値
- $z(U2-S)$ 下流アンジュレータ-スリット間の距離
- $z(S-C)$ スリット-カメラ間の距離
- $w(S)$ スリットの鉛直方向の長さ
- $y(\text{beam})$ カメラに対するビーム中心の y 座標
- $y(\text{slit})$ カメラに対するスリット中心の y 座標

4.1.6 パラメータ較正

アンジュレータひとつのデータの解析についてアンジュレータ

4.1.7 画像処理

同一条件で 4 枚の画像を撮影し各ピクセルごとに平均値を取るノイジーなピクセルはマスクしてフィッティングの対象に含めない。



図 4.1: サンプルの図

- a

1. b

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) + \{1\}\Sigma \quad (4.1.12)$$

第 5 章

結果

5.1 結果

5.1.1 画像処理

各ピクセルが持つ不定性の結果を示す。

5.1.2 単アンジュレータ

下流側のアンジュレータのみを用いて取得したデータの解析結果を示す。このデータを用いてパラメータの較正をおこなった。

放射光および光学系パラメータ

回折パターンを決定するパラメータはアンジュレータ - スリット間距離、スリット - カメラ間距離、スリット幅の 3 つである。これに加えて放射光関数の情報も形状を決定する。

距離依存性

アンジュレータと光学系の距離に依存して光量に変化する。立体角を考えるとこの光量は距離 r に対して $\frac{1}{r^2}$ に比例する

5.1.3 振動パターン

2 つのアンジュレータの放射光による干渉パターンの振動を解析する。

5.1.4 系統誤差

波長依存性

異なる波長でエネルギーを決定する

距離依存性

下流側アンジュレータの位置を 4 つの区間に分割し、各区間でエネルギーを決定した。
これによりフィット関数が持つ位置依存性による系統誤差を見積もることができる。

エネルギー依存性

180,195,210 MeV の 3 つのエネルギーの結果



図 5.1: サンプルの図

- a

1. b

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) + \{1\}\Sigma \quad (5.1.1)$$

第 6 章

考察

6.1 考察

6.1.1 光学系

回折パターンを決定する要素として放射光関数と光学系関数がある。エネルギーを求めるには放射光の情報が分かれば良いが、今回は放射光関数を仮定している。光学系関数の光学計算は原理的には正確に計算可能である光学系によって、分光された光の情報から入射光の情報を逆演算する系を構築することができれば精度の向上につながる

6.1.2 汎用的な電子ビームエネルギー測定手法としての改善点



図 6.1: サンプルの図

- a

1. b

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) + \{1\}\Sigma \quad (6.1.1)$$