

修士論文

ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の 系統誤差改善に向けた精密磁場測定

Precise magnetic field measurement
for hypernuclear decay pion spectroscopy

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

富田 翔子

平成 28 年

概要

通常原子核は u クォークおよび d クォークで構成される核子すなわち陽子と中性子から成り立っている。 s クォークを含んだバリオンをハイペロンといい、このハイペロンを構成要素に持つ原子核をハイパー核と呼ぶ。ハイペロンは核子と異なる量子数を持つため、核子からパウリの排他律を受けず、原子核内部の構造を調べるためのプローブとしての役割を果たす。またハイパー核は核子およびハイペロンから構成されるバリオン多体系である。核子同士を結び付け原子核を構成する核力は u, d クォークのフレーバー $SU(2)$ 対称性（荷電対称性）に基づいて理解されている。ここに 2 つのクォークと質量が比較的近い s クォークを含めることで、核力をフレーバー $SU(3)$ 対称性に基づいたバリオン間力に拡張でき、これは原子核のより統一的な理解へつながる。

バリオン間力を理解する上でハイペロン-核子間相互作用 (ΛN 相互作用) の研究を進めるることは極めて重要である。 s クォークを含んだ最も軽いバリオンである Λ 粒子と核子間の相互作用に関する研究がこれまで主に、ハイパー核の Λ 粒子束縛エネルギー測定を通して行われてきた。1960 年代に行われたエマルジョン実験では軽い Λ ハイパー核の基底状態における Λ 粒子束縛エネルギーが測定されていった。この一連の実験により、 $A = 4$ 体系のハイパー核である $^4_\Lambda H$ と $^4_\Lambda He$ の Λ 粒子束縛エネルギーにクーロン力の効果では説明できない ~ 350 keV の大きな差（荷電対称性の破れ）があることが指摘され、長年議論の的であった。一方エマルジョン実験から得られた結果は、系統誤差がどの程度が不明瞭であり、独立した手法による新しいデータが待ち望まれていた。

近年 $A = 4$ 体系のハイパー核測定が飛躍的に進み、 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れに対し新たな知見が得られた。我々がドイツマインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI において創始推進してきたハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の成果により、2012 年に行った実験で $^4_\Lambda H$ の基底状態における Λ 粒子束縛エネルギーを 90 keV の精度で決定した。この実験では電子弹性散乱実験を行うことで使用した磁気スペクトロメータの校正を行っており、束縛エネルギーの絶対値の正確度を定量的に示した初めてのデータを得た。一方 90 keV という測定精度は主に MAMI の電子ビームエネルギーの決定精度に起因しており、先に述べた ~ 350 keV の荷電対称性の破れを議論するためには十分とは言えない。そこで MAMI の電子ビームエネルギーを従来より 1 桁良い $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定し、 Λ 粒子束縛エネルギーの決定精度を数 10 keV まで改善することを目指し、MAMI ビームライン上に

設置してある dipole 磁石の精密磁場測定を行った。本論文はこの磁場測定実験についてまとめたものである。

$\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で電子ビームエネルギーを測定するため、今回の磁場測定実験では磁場に対して $30 \mu\text{T}$ 、位置に対しては $400 \mu\text{m}$ の測定精度を目標とした。

磁場測定を行うにあたり、磁場の 3 成分 B_x, B_y, B_z を同時に測定できる 3 軸磁場測定装置を新たに作成した。3 軸磁場測定装置には 3 つのホールプローブが取り付けられており、これらの相対角度および相対位置を測定するための校正実験をそれぞれ東北大学電子光物理学研究センター (ELPH) および MAMI で行った。

作成した 3 軸磁場測定装置をドイツマインツ大学に輸送し、現地で新たに用意した可動ステージなどから成る測定システムと組み合わせ、2016 年 1 月から 2 月にかけ MAMI ビームライン上に設置してある dipole 磁石の精密磁場測定を行った。

得られた磁場測定データの中から、始めに解析に用いる有効な磁場データを選択した。その後 3 軸磁場測定装置で測定した磁場の値を測定点一点における磁場データに変換するため、3 つのホールプローブの相対位置を導出した。次に dipole 磁石の電子ビーム軌道付近の任意の場所における磁場の値を補間して求めた。最終的に今回目標とした測定精度を満たす電子ビーム軌道付近の dipole 磁石の磁場分布を得ることができた。

目次

概要	i
第1章 ハイパー核	1
1.1 ハイペロンとハイパー核	1
1.2 ハイパー核研究の意義	3
1.3 ハイパー核研究の歴史	4
1.4 ハイパー核生成実験	5
1.4.1 (K^-, π^-) 反応	5
1.4.2 (π^+, K^+) 反応	5
1.4.3 ($e, e'K^+$) 反応	6
1.5 ハイパー核の崩壊	8
1.6 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れ (CSB)	9
1.7 本研究の目的	10
第2章 MAMI におけるハイパー核崩壊パイ中間子分光実験	13
2.1 ($e, e'K^+$) 反応によるハイパー核電磁生成	13
2.2 ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験	17
2.3 ハイパー核の質量絶対値の校正	19
2.4 実験装置	22
2.4.1 MAMI (Mainz Microtron)	22
2.4.2 A1 Hall	25
2.5 ${}_{\Lambda}^4 H$ の Λ 粒子束縛エネルギー測定結果	36
第3章 電子ビームエネルギー測定のための精密磁場測定	39
3.1 電子ビームエネルギー測定の原理	39
3.2 従来の電子ビームエネルギー決定方法	40
3.3 精密磁場測定実験のアイディア	42
3.4 精密磁場測定実験のデザイン	44
3.4.1 考案した精密磁場測定実験のセットアップ	44

3.4.2	要求した測定精度	46
第 4 章	3 軸磁場測定装置の作成と校正実験	51
4.1	3 軸磁場測定装置	51
4.1.1	ホールプローブとテスラメータ	51
4.1.2	3 軸磁場測定装置のデザイン	53
4.2	1 軸回転台	56
4.3	ELPH における 3 軸磁場測定装置の校正実験	61
4.4	校正実験の解析	68
4.4.1	3 つのホールプローブの相対角度	69
4.4.2	プラナーホール効果	78
第 5 章	MAMI で行った精密磁場測定	80
5.1	実験セットアップ	80
5.2	磁場測定	90
5.2.1	磁場強度のコイル電流依存性	94
5.2.2	円柱ピン周辺の磁場測定	94
5.2.3	NMR プローブ周辺の磁場測定	96
5.2.4	電子ビーム軌道付近の精密磁場測定	99
5.2.5	フォトダイオードの取り外し	99
第 6 章	磁場データの解析	102
6.1	磁場測定データの解析手順	102
6.2	有効なデータの選別	103
6.3	3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブの相対位置	105
6.4	補間	109
6.4.1	ラグランジュ補間	109
6.4.2	スpline補間	110
6.4.3	データ点を用いた補間方法	111
6.4.4	補間による誤差の見積もり	113
6.5	精密磁場測定から得られた dipole 磁石の磁場分布	121
第 7 章	まとめと考察	123
謝辞		126
付録 A	3 軸磁場測定装置と 1 軸回転台	128
A.1	3 軸磁場測定装置の形状測定	128
A.2	1 軸回転台の回転精度	129

付録 B	Pin <i>xy</i> search	131
付録 C	NMR を用いた絶対値校正	133
C.1	NMR プローブ設置場所の見積もり	133
C.2	NMR プローブ感度領域における磁場の値の外挿	138
C.3	磁場測定時の 3 軸磁場測定装置の角度の導出	139
付録 D	補間	140
付録 E	dipole 磁石内部の磁場分布	142
参考文献		143

表目次

1.1	クオークモデル	1
1.2	ハイペロンの特徴	3
2.1	^9Be 標的で生成されるハイパー核およびその崩壊モード	19
2.2	MAMI のメインパラメータ	22
2.3	ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験で用いた標的	28
2.4	Spek-A、Spek-C の各パラメータ	29
2.5	Kaos の各パラメータ	31
2.6	TOF wall における各粒子の飛行時間	34
2.7	2012 年の実験における p_{π^-} の系統誤差	38
4.1	Group3 Technology 社製のホールプローブおよびテスラメータを合わせた系全体としての仕様	51
4.2	2000 系 Al-Cu 系合金の化学成分	54
4.3	5000 系 Al-Mg 系合金の化学成分	54
4.4	3 軸磁場測定装置に取り付けたミラーの仕様	55
4.5	3 つのホールプローブの相対位置 (デザイン値)	56
4.6	真鍮 C2600(七三黄銅) の化学成分	58
4.7	1 軸回転台の作成に使用した部品	58
4.8	ELPH で使用した NMR	65
4.9	2 種類の NMR の仕様	65
4.10	校正実験で取得したデータセット	67
4.11	RGB3 色それぞれの画像によるレーザー反射光の y 座標の比較	73
4.12	max search から得られた結果	74
4.13	max search から決めた各ホールプローブの補正パラメータ	76
4.14	測定から得られた 3 つのホールプローブの相対角度	76
5.1	MetroLab 社製 NMR プローブ No.3 の仕様	82
5.2	使用したフォトダイオードの仕様	84

5.3	使用した xyz 軸用ステッピングモーター	85
5.4	YAG:Ce の物理的特徴	88
5.5	YAG:Ce 発光の特徴	88
5.6	MAMI における精密磁場測定のデータセット	93
6.1	B_y プローブが検出した円柱ピンの中心	106
6.2	B_x および B_z プローブが検出した円柱ピンの中心位置 (x, z 座標)	108
6.3	磁場データから得られたホールプローブの x, z 方向の相対位置	108
6.4	与えた式 (6.4) 中のパラメータ	118
6.5	精密磁場測定の誤差	121
C.1	3 軸磁場測定装置底面と NMR プローブの高さ中心との距離	135
C.2	各ホールプローブが NMR プローブの感度領域と同じ位置になるときの可動ステージの値	138

図目次

1.1	バリオン 8 重項 (スピン 1/2)	2
1.2	ハイパー核生成に用いられる主な反応の素過程のファインマンダイアグラム	6
1.3	DWIA 理論計算から得られた $^{12}\text{C}(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)\Lambda^{12}\text{B}$ 反応による $\Lambda^{12}\text{B}$ 基底状態の生成断面積と K^+ 中間子散乱角の相関	8
1.4	^3H および ^3He の核子束縛エネルギー B	9
1.5	ΛN 相互作用における $A=4$ 体系での荷電対称性の破れ	11
1.6	本研究で磁場分布を精密に測定した dipole 磁石	12
2.1	$(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)$ 反応の概略図	14
2.2	Virtual photon flux の散乱電子角度依存性	16
2.3	$p(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)\Lambda$ 反応の微分断面積	16
2.4	ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の概念図	17
2.5	弾性散乱した電子のエネルギーと散乱角度の相関	20
2.6	sieve collimator を用いた電子散乱角度の補正	21
2.7	連続電子線加速器施設 MAMI のフロアマップ	23
2.8	RTM の模式図	24
2.9	HDSM の構造	24
2.10	A1 Hall 概観図	26
2.11	A1 Hall 各実験装置の配置	27
2.12	標的とスペクトロメータのセットアップ (2012 年実験)	28
2.13	標的システム	28
2.14	Spek-A に設置された磁石	30
2.15	Spek-A の検出器群	30
2.16	Kaos のセットアップ	32
2.17	Kaos 検出器群の最上流部に設置した lead wall	33
2.18	AC1 の構造	34
2.19	AC2 の構造	35
2.20	2014 年実験における AC2 の性能	36

2.21	${}^4_{\Lambda}\text{H}$ の弱崩壊により放出された π^- の運動量	37
3.1	磁場中における荷電粒子の運動	40
3.2	RTM3 180° 偏向磁石における軌道半径 R_{73} の測定	41
3.3	PTRACE による E_{73} から E_n への外挿	42
3.4	電子ビーム運動量導出の概念図	43
3.5	精密磁場測定実験のデザイン	44
3.6	3 軸磁場測定装置で磁場データを取得した位置と電子ビームの通った位置の 結び付け	45
3.7	フォトダイオードと 3 軸磁場測定装置の取り付け位置の関連付け	46
3.8	3 つのホールプローブの相対角度導出の原理	47
3.9	プラナーホール効果	49
3.10	3 つのホールプローブの相対位置導出の原理	50
4.1	使用した MPT-141(Group3 Technology) ホールプローブ	52
4.2	使用した DTM-151(Group3 Technology) テスラメータ	52
4.3	3 軸磁場測定装置	55
4.4	3 軸磁場測定装置の構造	56
4.5	1 軸回転台の外観および磁石内部に設置したときの様子	57
4.6	回転ステージ(シグマ光機、KSP-406M)	59
4.7	ペアリング	59
4.8	ウォームギヤ	60
4.9	3 軸磁場測定装置の校正実験のセットアップ	61
4.10	キャリブレーション用磁石として使用した ELPH 第二実験室内の dipole 磁石	62
4.11	キャリブレーション用磁石における座標系	63
4.12	キャリブレーション用磁石の磁場分布	64
4.13	レーザー墨出し器を用いた高さ調整	66
4.14	Screen2 に映った 1 軸回転台上のミラー(Mirror2)からの反射光	66
4.15	レーザー反射光からの角度の導出	69
4.16	RGB 3 色の輝度に分けて見たレーザー反射光	70
4.17	手順 1: レーザー反射光の中心位置を決めるフィッティング	71
4.18	手順 2: 方眼紙の目盛りのフィッティング	72
4.19	手順 3: px 単位から mm 単位への変換	72
4.20	RGB の 3 色に分けて見たレーザー墨出し器からのレーザー光	73
4.21	レーザー墨出し器のレーザー光の高さの決定	74
4.22	各ホールプローブで磁場の値が最大になる位置	75
4.23	B_y プローブを基準とした 3 軸磁場測定装置上での座標系への変換	77

4.24	3つのホールプローブの相対角度の図示	77
4.25	900 mT の磁場中で観測したプラナーホール効果	78
5.1	精密磁場測定の実験セットアップ	81
5.2	磁場測定を行った dipole 磁石の仕様	82
5.3	NMR プローブの概念図	82
5.4	dipole 磁石内部に設置した NMR プローブ	83
5.5	3軸磁場測定装置を固定したシャフト	84
5.6	使用したフォトダイオード	84
5.7	xyz 軸可動ステージ	85
5.8	xyz 軸可動ステージのコントローラーおよび固定した土台	86
5.9	位置の基準として使用したレーザー	87
5.10	レファレンスレーザー屈折用ミラー ホルダー	87
5.11	磁石内部に設置したミラー ホルダー	88
5.12	使用した YAG ミラー	88
5.13	YAG モニター	89
5.14	YAG モニターから得られたビームとレーザーの写真	89
5.15	MAMI 磁場測定におけるデータ収集のフローチャート	91
5.16	dipole 磁石の磁場が安定するまでの時間	91
5.17	Dipole 磁石の安定性	92
5.18	磁石のコイルに流した電流と磁場強度の相関	94
5.19	円柱ピンの上面 zx 平面の測定から得られた磁場分布	95
5.20	B_z プローブの磁場分布の解釈	95
5.21	磁場の絶対値校正のために行った NMR プローブ周辺の磁場測定	97
5.22	NMR プローブ周辺の磁場分布	98
5.23	精密磁場測定におけるデータ測定点	99
5.24	フォトダイオードの磁性の影響の検証	100
5.25	フォトダイオード磁性の測定結果	101
6.1	データの選別	104
6.2	フィッティングに用いた関数	105
6.3	フィッティング結果の検証	106
6.4	B_y プローブから得られた磁場分布のフィッティング	106
6.5	B_z プローブから得られた磁場分布のフィッティング手順	107
6.6	B_x プローブおよび B_z プローブの中心位置	108
6.7	スプライン補間	110
6.8	電子ビーム軌道付近の任意の場所における磁場の値の補間方法	112

6.9	x, y, z 方向に対する 1 次元の補間	113
6.10	データ点の間で補間結果の違いを調べた位置	114
6.11	補間結果の違いを調べた dipole 磁石の 3 領域	115
6.12	実データから得られた dipole 磁石の各領域ごとの補間結果の違い	116
6.13	磁気双極子を用いたモデル分布の作成	117
6.14	実データを再現するように作成したモデル分布	117
6.15	モデル分布による補間結果の違いの検証	119
6.16	モデル分布から求めたフリンジ領域での補間結果	120
6.17	電子ビームが磁場のある領域を通過する長さ	121
6.18	dipole 磁石の磁場分布 (B_y 成分)	122
A.1	3 軸磁場測定装置の形状測定	128
A.2	歯車の形状	129
A.3	ウォームホイールの形状測定	130
B.1	円柱ピンの側面 xy 平面の測定から得られた磁場分布	131
C.1	NMR プローブの y 方向の位置の決定	134
C.2	考慮したカメラの傾き	134
C.3	xz 平面上で NMR プローブの設置位置を求めるために写真を撮影した場所	135
C.4	手順 1: 写真を撮影した角度の導出	136
C.5	手順 2: 3 軸磁場測定装置のエッジと NMR プローブのエッジの距離	137
C.6	手順 3: 星印 2 から見た場合の NMR プローブの位置	137
C.7	手順 4: 2 つの位置から得た円の交点	138
C.8	NMR プローブ感度領域の位置決定	139
D.1	モデル分布の 2 次導関数と補間結果の真の値との差の相関	141
E.1	dipole 磁石内部の磁場分布	142

第1章

ハイパー核

本論文は、ドイツマインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI のビームライン上に設置された dipole 磁石の精密磁場測定について論じるものである。精密磁場測定から電子ビームエネルギーを $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で求め、過去に我々がハイパー核崩壊パイ中間子分光実験により測定した $^4_{\Lambda}\text{H}$ の Λ 粒子束縛エネルギー B_Λ を従来より 1 衡良い精度で決定することを目指す。 B_Λ の決定精度向上は、 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れに対し更なる知見を与える。

本章では始めにハイパー核についてとその研究の意義・歴史、ハイパー核生成実験について述べる。次にハイパー核崩壊パイ中間子分光実験で注目しているハイパー核の崩壊、また本研究のモチベーションとなった ΛN 相互作用における荷電対称性の破れについて触れた後、最後に本研究の目的を記述する。

1.1 ハイペロンとハイパー核

自然界には強い力、弱い力、電磁気力、重力の 4 つの力が存在し、我々の身の回りの物質は素粒子によって構成されている。現在、これらの振る舞いは標準理論により理解されている。表 1.1 に標準理論模型における物質を構成する素粒子の一覧を示す。物質を構成する素粒子は、強い相互作用するクォークと強い相互作用しないレプトンの大きく 2 つに分類でき、それぞれ 3 世代で構成されている。

表 1.1 クォークモデル

	第一世代	第二世代	第三世代	電荷	スピン
クォーク	u	c	t	+2/3e	1/2
	d	s	b	-1/3e	1/2
レプトン	e	μ	τ	-e	1/2
	ν_e	ν_μ	ν_τ	0	1/2

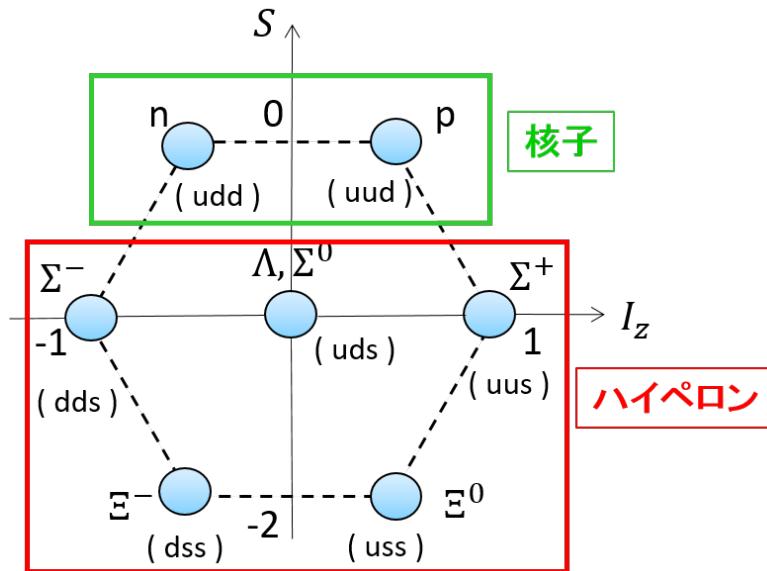


図 1.1 バリオン 8 重項 (スピン 1/2)。横軸はアイソスピンの z 成分、縦軸はストレンジネスを表す。

クォークを単体で取り出すことはできず、現実にはグルーオンを介した強い相互作用によりハドロンが構成される。ハドロンのうち、クォーク 3 つから構成されスピンが半整数の粒子をバリオン、クォークと反クォーク対から構成されスピンが整数の粒子をメソンと呼ぶ。前者はフェルミオン、後者はボゾンである。

通常核子である陽子および中性子はそれぞれ uud , udd を構成子クォークとするバリオンである。核子同士を結び付け原子核を形作る核力は、アップクォーク (u) とダウンクォーク (d) の 2 種類のクォークの入れ替えに対する対称性すなわちフレーバー $SU(2)$ 対称性（荷電対称性）に基づいて理解されている。 u クォークと d クウォークにストレンジクォーク (s) を加え拡張したものがフレーバー $SU(3)$ 対称性である。強い相互作用において、 u クォーク および d クウォークの約 $300 \text{ MeV}/c^2$ という構成子質量は、約 $450 \text{ MeV}/c^2$ の s クウォークと質量が近く、この 3 種類のクウォークの入れ替えに対する対称性を考えることができる。これにより核力はフレーバー $SU(3)$ 対称性に基づいたバリオン間力に拡張できる。なお表 1.1 に示したチャームクウォーク (c) やトップクウォーク (t)、ボトムクウォーク (b) は、 u, d, s クウォークに比べ質量が大きく、フレーバー $SU(3)$ の枠組みでは記述できない。

u, d, s クウォークから成るバリオンはフレーバー $SU(3)$ の枠組みにおいて、スピン 1/2 の粒子がバリオン 8 重項を、スピン 3/2 の粒子がバリオン 10 重項を組む。バリオン 8 重項について、横軸にアイソスピンの z 成分、縦軸にストレンジネスを取って分類したものを図 1.1 に示した。

図 1.1 に示した粒子のうち、 s クウォークを含んだバリオンをハイペロンという。ハイペロンの中で、最も軽い粒子は Λ 粒子である。表 1.2 に図 1.1 におけるストレンジネス $S = -1$ のハイペロンの特徴をまとめた。

ハイペロンを含んだ原子核をハイパー核と呼ぶ。表 1.2 に示した約 10^{-10} 秒という寿命は、

表 1.2 ハイペロンの特徴 [1]

ハイペロン	質量 (MeV/c ²)	寿命 (second)	主な崩壊モード	分岐比 (%)
Λ	1115.683(6)	$2.632(20) \times 10^{-10}$	$p + \pi^-$	63.9(5)
			$n + \pi^0$	35.8(5)
Σ^0	1192.642(24)	$7.4(7) \times 10^{-20}$	$\Lambda + \gamma$	100
Σ^+	1189.37(7)	$0.8018(26) \times 10^{-10}$	$p + \pi^0$	51.57(30)
			$n + \pi^+$	48.31(30)
Σ^-	1197.449(30)	$1.479(11) \times 10^{-10}$	$n + \pi^-$	99.848(5)

ハイペロンが原子核内に束縛されるには十分な時間であり、この間ハイペロンは核子と並んで原子核の構成要素とみなすことができる。現在、 Λ 粒子を 1 つ含んだ Λ ハイパー核が約 40 種類、 Λ 粒子を 2 つ含んだダブル Λ ハイパー核が 3 種類発見されている。 Σ ハイパー核については $\frac{4}{\Sigma} \text{He}$ の 1 種類が発見されている。

1.2 ハイパー核研究の意義

ここではハイパー核研究を行う意義について記述する。

前節で述べたように、強い相互作用において s クォークは u, d クォークと質量が近く、これら 3 種類の入れ替えに対する対称性を考えることができる。ハイパー核はハイペロンを構成要素に持つ原子核すなわち s クォークを含む原子核であり、フレーバー SU(2) 対称性に基づいた核力をフレーバー SU(3) 対称性に基づいたバリオン間力へ拡張できるようになる。

フレーバー SU(3) 対称性に基づいたバリオン間力において、以下の 3 つの相互作用、核子–核子間相互作用 (NN 相互作用)、核子–ハイペロン相互作用 (YN 相互作用)、ハイペロン–ハイペロン相互作用 (YY 相互作用) を考えることができる。このうち NN 相互作用については通常の核子同士の散乱実験により研究できるため、実験データが豊富に存在している。一方 YN 相互作用の場合、表 1.2 に示したように寿命が短いためハイペロンビームの生成が容易ではなく散乱実験のデータが乏しいが、先にも述べたようにハイペロンが原子核の構成要素となるには十分な長さの寿命である。したがってハイパー核を生成し、その生成時や崩壊時に放出される粒子のエネルギーと運動量を測定するハイパー核分光実験を行うことでハイパー核の性質を調べることができ、YN 相互作用の知見を得ることができる。

近年では、 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れ (Charge Symmetry Breaking, CSB) や ΛN - ΣN カップリングといった YN 相互作用に関する研究が実験と理論の両面から進められている。1.6 節では、本研究のモチベーションともなった CSB について述べる。

さらにハイパー核研究を行う意義として、ハイペロンが原子核深部のプローブとしての役割を果たすことが挙げられる。原子核内部の構造を調べるために、通常の核子を用いようとする

とパウリの排他律による制約を受ける。しかし量子数の異なるハイペロンは、原子核内の核子からパウリの排他律を受けず、原子核内の深い軌道にも束縛される。ハイペロンが核内に持ち込まれたことによる原子核の性質の変化を測定したり、核内におけるハイペロンの性質変化にアプローチすることも可能である。

ここまで記したように、s クォークまで含めたハイパー核研究はバリオン多体系をより深く理解するために極めて重要である。

1.3 ハイパー核研究の歴史

ハイパー核が初めて観測されたのは、1952 年のことである [2]。気球により写真乾板を上空に打ち上げ、宇宙線と乾板中の原子核との反応によりハイパー核を生成した（エマルジョン実験）。以後 1960 年代までは、ハイパー核研究は主に宇宙線を用いたエマルジョン実験により行われ、 $A \leq 15$ までの軽いハイパー核の基底状態における Λ 粒子束縛エネルギーが測定された [3]。

1970 年代に入ると、加速器の技術が向上してハイパー核を人工的に生成することが可能となり、CERN(Conseil European pour la Recherche Nucleaire) や BNL(Brookheaven National Laboratory) において K^- 中間子ビームを用いたカウンター実験が行われた。とりわけ (K^-, π^-) 反応分光実験では、従来のエマルジョン実験では困難であった Λ 粒子が p 軌道に束縛された状態を測定することに成功した。一方で、 (K^-, π^-) 反応は運動量移行が小さいという特徴から、深い束縛状態のハイパー核の観測が難しかった。

1980 年代になると、BNL や KEK(高エネルギー加速器研究機構) において (π^+, K^+) 反応によるカウンター実験が行われるようになった。 (π^+, K^+) 反応はそれまで用いられてきた (K^-, π^-) 反応に比べ反応断面積が小さくなるものの、入射ビームである π^+ 中間子ビームの強度を上げることでこの点をカバーできるため、同程度の収量を得ることができた。さらに (π^+, K^+) 反応は反応による運動量移行が大きく、反応した核子に比べ Λ 粒子が深い軌道に束縛された状態を観測しやすい。KEK において大立体角の K^+ 中間子検出器 SKS(Superconducting Kaon Spectrometer) を用いて行われた (π^+, K^+) 反応分光実験では、 Λ ハイパー核のエネルギー準位を 2 MeV (FWHM) 程度のエネルギー分解能で測定することに成功し、さらに $^{208}\Lambda$ Pb までの広い質量領域でハイパー核のエネルギー準位測定が行われた [4]。

2000 年頃には、ゲルマニウム検出器を用いたハイパー核 γ 線分光実験が確立した [5]。ハイパー核 γ 線分光実験では、励起状態のハイパー核が脱励起する際に放出される γ 線のエネルギーを測定する。このエネルギーを数 keV という高分解能で測定できるようになったことで、ハイパー核の詳細なレベル構造の測定が大きく進展した。

上記で述べた K^+ 、 π^+ 中間子ビーム を用いたハイパー核生成実験では、陽子ビームから生成した 2 次ビームを用いる。1.4 節で詳しく述べるが、2 次ビームの場合ハイパー核分光実験におけるエネルギー分解能がこれまで 1.5 MeV(FWHM) 程度に制約された。2000 年代に入

り、1次ビームである電子ビームを用いた $(e, e' K^+)$ 反応によるハイパー核生成実験が、米国ジェファーソン研究所 (JLab) にある電子線加速器施設 CEBAF (Continuous Electron Beam Accelerator Facility) において初めて行われた。2000年に行われた実験では、1 MeV を切る高い分解能のハイパー核質量スペクトルを得ることに成功し [6]、 $(e, e' K^+)$ 反応を用いたハイパー核分光実験が確立した。

その後、2008年にドイツマインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI (Mainz Microtron) がアップグレードされ、最大約 1.5 GeV までの電子ビームが供給可能となった。これにより、CEBAF に加えて MAMI でも $(e, e' K^+)$ 反応によるハイペロン生成実験が実現した。2012年には電子線を用いた新しいハイパー核分光実験が行われ、 ${}^4_{\Lambda}H$ の Λ 粒子束縛エネルギーを 90 keV の精度で決定することに成功した [7]。この実験の詳細については、1.7節以降で記述する。

1.4 ハイパー核生成実験

実験によりハイパー核を生成する際は、これまで述べてきた主に 3つの反応、 (K^-, π^-) 反応、 (π^+, K^+) 反応、 $(e, e' K^+)$ 反応が用いられる。これら 3つの反応によるハイパー核分光実験では入射粒子、散乱粒子の質量・運動量および標的原子核の質量からミッシングマスを計算しハイパー核の質量を求める。本節ではこの 3つの反応の特徴をまとめる。

始めに Λ 粒子生成の場合の素過程のファインマンダイアグラムを図 1.2 に示す。 Λ ハイパー核はこれらの素過程によりできた Λ 粒子が原子核内に束縛されることで生成される。

1.4.1 (K^-, π^-) 反応

(K^-, π^-) 反応は図 1.2(a) に示すようにクォーク交換反応である。他の 2つの反応と比較して、 s クォークを生成する必要がないため、 Λ 粒子の生成断面積が mb/sr 程度と大きい。またこの反応は発熱反応であり、 K^- 中間子が止まった状態でも反応が起こる。これを $(K_{\text{stop}}^-, \pi^-)$ 反応といい、 K^- 中間子ビームの運動量を測定しなくてもよい、また ~ 250 MeV/c 程度の運動量移行をもつといった特徴が挙げられる。

K^- 中間子が運動中の場合の in-flight (K^-, π^-) 反応では、 π^- 中間子の散乱角度が 0° だと生成 Λ 粒子への運動量移行が 0 になる magic momentum (入射 K^- 中間子の運動量 ~ 500 MeV/c) が存在する。このときは反応した核子(中性子)と同じ軌道に Λ 粒子が束縛された状態 (substitutional state) のハイパー核が主に生成される。

1.4.2 (π^+, K^+) 反応

(π^+, K^+) 反応は核内で d クォークと \bar{d} クォークが対消滅し s クォークと \bar{s} クォークが対生成する反応である (図 1.2(b))。 (K^-, π^-) 反応と比べ、 Λ 粒子の生成断面積は数 $100 \mu\text{b}/\text{sr}$ と約 1 枠小さくなるが、1.3 節でも述べたように入射 π^+ ビームの強度を上げることで収量

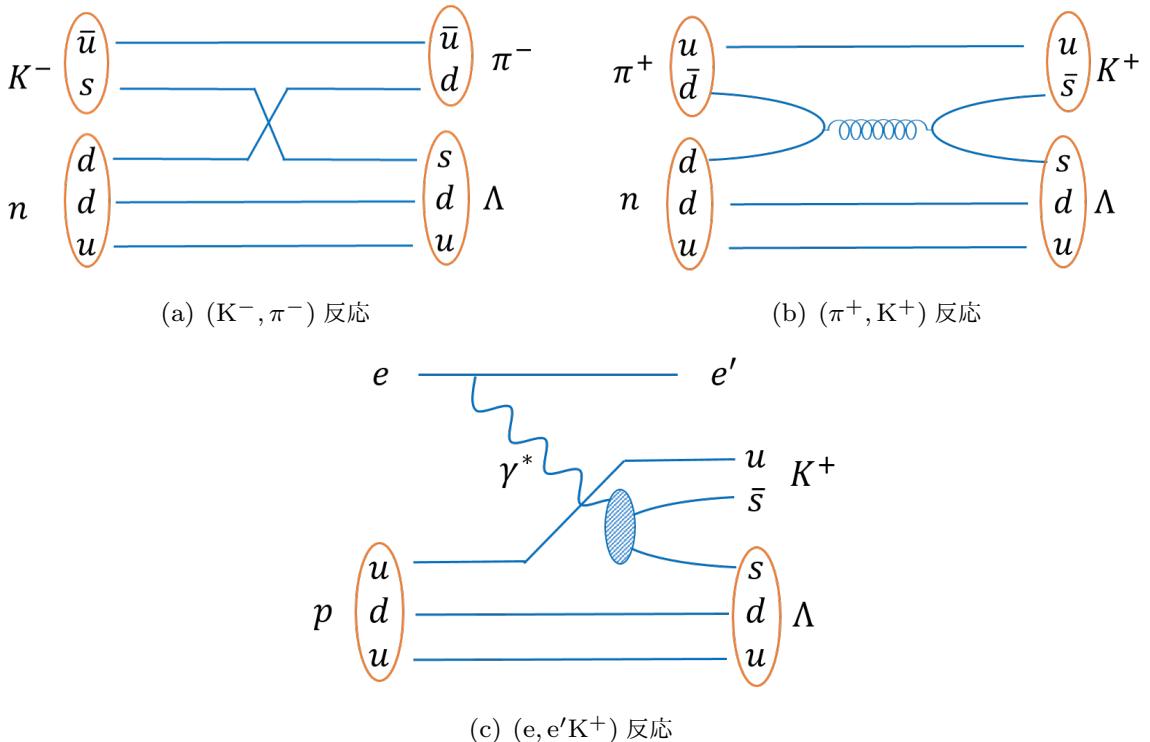


図 1.2 ハイパー核生成に用いられる主な反応の素過程のファインマンダイアグラム

の問題は解決できる。さらに (K^-, π^-) 反応とは異なり運動量移行が大きい反応であるため ($\sim 400 \text{ MeV}/c$)、 Λ 粒子は反応した核子とは異なる軌道角運動量の状態に束縛されやすく、深い束縛状態のハイパー核も観測しやすい。また (π^+, K^+) 反応は吸熱反応であり、 Λ 粒子生成しきい値 ($\sim 900 \text{ MeV}/c$) が存在する。

1.4.3 $(e, e' K^+)$ 反応

$(e, e' K^+)$ 反応では電子ビームを用いて、図 1.2(c) のように仮想光子を介して s クォークと \bar{s} クォークが生成される。電磁相互作用による反応であり、 Λ 粒子の生成断面積は $\sim 100 \text{ nb/sr}$ と先に述べた 2 つの反応よりも 3 枠から 4 枠程小さいが、これは高い電子ビーム強度によりカバーできる。またこの反応は (π^+, K^+) 反応と同様吸熱反応であり、 Λ 粒子への運動量移行が大きいことからハイペロンが深く束縛されたハイパー核を観測しやすい。

(K^-, π^-) 反応および (π^+, K^+) 反応とは異なる $(e, e' K^+)$ 反応の特徴として次の 4 つが挙げられる。

- $p \rightarrow \Lambda$ への変換

$(e, e' K^+)$ 反応では、陽子が Λ 粒子に変換される。 (K^-, π^-) 反応および (π^+, K^+) 反応の場合は中性子が Λ 粒子に変換されるため、それぞれで同じ標的を用いるとアイソスピックの異なるハイパー核を生成できる。これにより 1.6 節で述べる荷電対称性の破れといった、鏡映ハイパー核の研究が可能となる。

- 質量絶対値の校正が可能

陽子が Λ 粒子に変換される反応であり、陽子標的を用いることで素過程により生成される Λ 、 Σ^0 粒子を質量スペクトル上にピークとして観測できる。 Λ 、 Σ^0 粒子の質量は、表 1.2 に示したように 10 keV 程度の高精度で測定されており、この結果から質量絶対値の校正を行うことができる。一方で中性子を Λ 粒子に変換する (K^-, π^-) 反応、 (π^+, K^+) 反応の場合、中性子標的が存在しないため、 $(e, e' K^+)$ 反応と同じ手法で絶対値校正ができない。このため数多くの Λ ハイパー核の質量は、エマルジョン実験により得られた ^{12}C の基底状態における Λ 粒子束縛エネルギー $B_\Lambda = 10.76 \pm 0.19$ MeV[8] を基準に校正されている。

- 入射ビームが 1 次ビーム

$(e, e' K^+)$ 反応の利点として、入射電子ビームが 1 次ビームであることが挙げられる。 (K^-, π^-) 反応および (π^+, K^+) 反応では入射ビームとして、1 次陽子ビームから生成された 2 次中間子ビームを用いるが、この場合ビーム強度が最大でも $\sim 10^7$ Hz 程度に限られる。このため十分な収量を得るには、標的を数 g/cm² 程度の厚さにする必要がある。また 2 次ビームの運動量測定も必須であるため、標的の手前に検出器が必要である。入射中間子ビームの運動量測定によるエネルギー損失や、生成された粒子の標的中のエネルギー損失の影響により、 (π^+, K^+) 反応のエネルギー分解能は最も良い場合でも 1.5 MeV 程度 (FWHM) に制限される。一方で、 $(e, e' K^+)$ 反応で用いる入射電子ビームは 1 次ビームであり、この強度は $\sim 10^{14}$ Hz 程度と中間子ビームよりはるかに大きい。したがって、 (K^-, π^-) 反応や (π^+, K^+) 反応と比べて、標的の厚さを 1 衍程度薄くでき (~ 100 mg/cm²)、生成粒子の標的中のエネルギー損失を抑えることができる。さらに我々が実験を行っている MAMI 加速器施設や CEBAF で供給されている電子ビームは、運動量が一定の質の良いビームであり ($\Delta p/p < 10^{-4}$)、さらにビームの広がりが $\sigma \sim 100$ μm オーダーの非常に細いビームである。ゆえに入射電子ビームの運動量および標的における入射位置や角度を、エネルギー損失するような検出器を置いて測定する必要がない。以上のことから、 $(e, e' K^+)$ 反応によるハイパー核分光実験では 350 keV(FWHM) 程度のエネルギー分解能まで達成できる。

- Λ 粒子の spin-flip と spin-non flip 状態の生成断面積が同程度

(K^-, π^-) 反応および (π^+, K^+) 反応の場合、入射ビームである K^-, π^+ 中間子のスピンは 0 であるため、ビームに対し 0° の方向で見ると Λ 粒子のスピン反転は起こらない。一方、 $(e, e' K^+)$ 反応を媒介する仮想光子はスピン 1 を持つため、生成断面積の大きくなる 0° 方向においても、反応した核子に対してスピンが反転した Λ 粒子を生成できる。

図 1.3 には DWIA 理論計算から得られた $^{12}\text{C}(e, e' K^+)_{\Lambda}^{12}\text{B}$ 反応の断面積と K^+ 中間子散乱角の相関を示した [8]。生成された K^+ 中間子は前方に放出されやすく、またスピンが反転した状態 (spin-flip) と非反転の状態 (spin-non flip) の生成断面積が同程度であることが読み取れる。

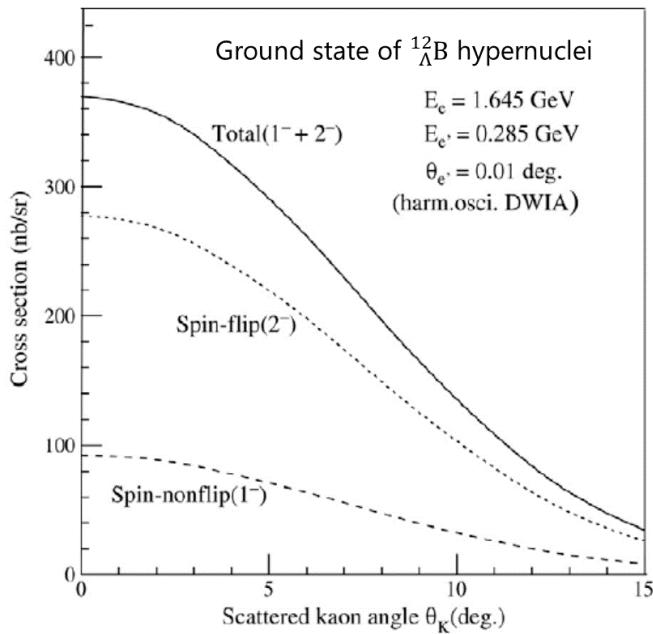


図 1.3 DWIA 理論計算から得られた $^{12}\text{C}(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)^{12}_\Lambda\text{B}$ 反応による $^{12}_\Lambda\text{B}$ 基底状態の生成断面積と K^+ 中間子散乱角の相関 [8]。入射電子ビーム $E_e = 1.645$ [GeV]、散乱電子の角度 $\theta_e = 0.01$ [deg] の場合の計算結果を示している。

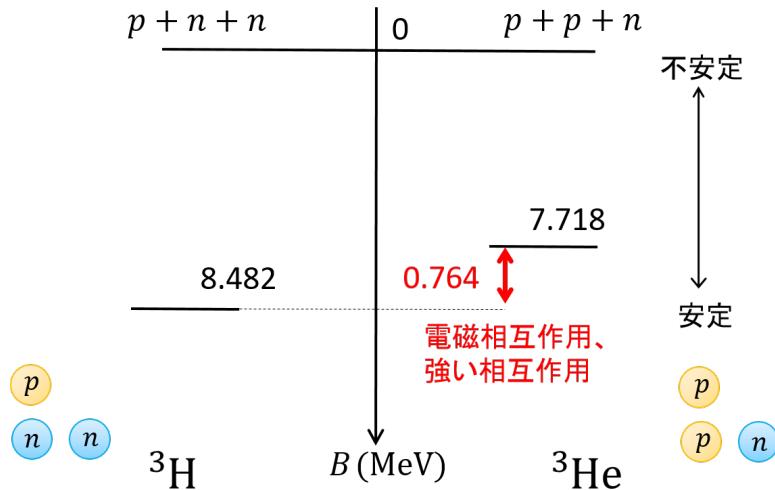
このように仮想光子がスピン 1 を持つため、 $(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)$ 反応では様々な状態のハイパー核を生成できるが、同時に多くの状態が生成されるためその各々を分離できるよう高分解能であることが求められる。

1.5 ハイパー核の崩壊

我々が $(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)$ 反応分光実験と並行して行っているハイパー核崩壊パイ中間子分光実験は、生成された Λ ハイパー核が弱い相互作用により崩壊するイベントを観測対象としている。MAMI におけるハイパー核崩壊パイ中間子分光実験では、 $(\text{e}, \text{e}'\text{K}^+)$ 反応を用いてハイパー核を電磁生成しているが、生成過程と並んでハイパー核の崩壊について理解することも必須である。そこで本節ではハイパー核の崩壊に触れる。

表 1.2 に示したように、自由空間において Λ 粒子は 10^{-10} 秒程度の時間で π 中間子を放出して崩壊する。これは中間子弱崩壊と呼ばれる。このとき π 中間子と共に放出される核子は ~ 100 MeV/c 程度の運動量をもつ。

Λ 粒子が原子核に束縛されている場合、中間子弱崩壊で放出された核子はフェルミ運動量 (~ 250 MeV/c) より小さい運動量しか持たず、原子核内でフェルミ運動している核子からパウリの排他律を受け、フェルミ面より下の核内の軌道に入ることができない。このため原子核内の Λ 粒子では中間子弱崩壊が起こりにくくなる。その一方でハイパー核内の Λ 粒子は、式 (1.1) に示したような中間子を放出しない非中間子弱崩壊が主な崩壊モードとなる。

図 1.4 ${}^3\text{H}$ および ${}^3\text{He}$ の核子束縛エネルギー B 

上式で N は核子を表す。この崩壊では放出される核子の運動量は $\sim 400 \text{ MeV}/c$ とフェルミ運動量より大きく、核子はフェルミ面を越えて核外へと放出される。質量数の大きい原子核ほど核内の軌道は核子で埋まり、中間子弱崩壊が起こっても放出される核子が入り込める軌道が制限されるため、非中間子弱崩壊がメインとなる。しかし軽いハイパー核では、中間子を放出して崩壊するモードは重いハイパー核と比べれば起こりやすくなり、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験ではこのイベントを観測している。

1.6 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れ (CSB)

ここでは本研究のモチベーションとなった ΛN 相互作用における荷電対称性の破れ (CSB)について記述する。

1.1 節でも触れたように荷電対称性は核力を理解する上で基本となる概念である。NN 相互作用において陽子一陽子 (pp) 間に働く力と中性子一中性子 (nn) 間に働く力はクーロン力の効果を除いてほぼ等しく、両者の差は荷電対称性の破れとしてこれまで研究が行われてきた。とりわけ核子数が少なく高い精度で理論計算可能な質量数 $A = 3$ の鏡映核 (${}^3\text{H}$ と ${}^3\text{He}$) の研究から、NN 相互作用における荷電対称性の破れは $\sim \text{keV}$ の精度で理解されている。

図 1.4 に示した値は ${}^3\text{H}$ および ${}^3\text{He}$ 原子核における核子の束縛エネルギーである。 ${}^3\text{H}$ の質量 $M_{{}^3\text{H}} = 2808.921 \text{ MeV}/c^2$ と ${}^3\text{He}$ の質量 $M_{{}^3\text{He}} = 2808.391 \text{ MeV}/c^2$ から [9]、構成している核子の質量を差し引いて計算した [10]。ここでこれら原子核の質量の誤差は $\sim 2 \text{ eV}$ と小さいので無視した。両者の束縛エネルギーの差は $\Delta B = B({}^3\text{H}) - B({}^3\text{He}) = 764 \text{ keV}$ であり、この差は様々な理論計算 [11, 12, 13] により考察されている。どの計算においても $\sim 690 \text{ keV}$

が電磁相互作用による寄与、 ~ 70 keV が u, d クォークの質量の差に起因する強い相互作用による寄与と考えられており、 \sim keV の精度で荷電対称性の破れは説明できているといえる。

一方 ΛN 相互作用においても Λ 粒子は電荷を持たないため、 Λp 間と Λn 間に NN 相互作用の場合と同様の荷電対称性が成り立つと考えられてきた。ところが ^3H および ^3He 原子核に Λ 粒子を加えた $A = 4$ 体系のハイパー核 ($_{\Lambda}^4\text{H}$ と $_{\Lambda}^4\text{He}$) においてエマルジョン実験の結果から、基底状態 (0^+ state) の Λ 粒子束縛エネルギーに $\Delta B_{\Lambda}^4(0_{\text{g.s.}}^+) = B_{\Lambda}(_{\Lambda}^4\text{H}) - B_{\Lambda}(_{\Lambda}^4\text{He}) = -350 \pm 50$ keV の差があることが指摘されていた [14]。同様に 1^+ 励起状態においても $\Delta B_{\Lambda}^4(1_{\text{exc.}}^+) = -290 \pm 60$ keV の差が得られていた [15]。これら Λ 粒子束縛エネルギーの差にクーロン力の効果は含まれず、上記で示した ~ 350 keV は、 ^3H および ^3He の強い相互作用に起因する束縛エネルギーの差 ~ 70 keV と比較して大きな値であり、 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れとして長年議論の的であった。一方エマルジョン実験から得られた結果は系統誤差が不明瞭であり、独立した手法による新しいデータが待ち望まれていた。

近年 $A = 4$ 体系における鏡映ハイパー核の測定が飛躍的に進み、 ΛN 相互作用に対する新たな知見が得られた。2012 年我々が MAMI で行ったハイパー核崩壊パイ中間子分光実験において、 $_{\Lambda}^4\text{H}$ の基底状態における Λ 粒子束縛エネルギーを $B_{\Lambda} = 2.12 \pm 0.01$ (stat.) ± 0.09 (sys.) MeV と決定した [7]。また J-PARC で行われたハイパー核 γ 線分光実験では、 $_{\Lambda}^4\text{He}$ が 1^+ 励起状態から 0^+ 基底状態へ遷移する際の γ 線のエネルギーを $E_{\gamma} = 1.406 \pm 0.002$ (stat.) ± 0.002 (sys.) MeV と決定した [18] (図 1.5 に赤字で示した数値)。これらの結果から基底状態の束縛エネルギーの差は $\Delta B_{\Lambda}^4(0_{\text{g.s.}}^+) = -270 \pm 90$ keV と得られる。この差はエマルジョン実験から得られた 350 keV より小さいものの、依然として $A = 4$ 体系のハイパー核基底状態における大きな荷電対称性の破れを支持する結果である。また $_{\Lambda}^4\text{He}$ の基底状態をエマルジョン実験のデータをもとに考えると、 1^+ 励起状態の方が基底状態よりも B_{Λ} の差が $\Delta B_{\Lambda}^4(1_{\text{exc.}}^+) = 0.03 \pm 0.05$ MeV と小さいことから (図 1.5)、 ΛN 相互作用における荷電対称性の破れがスピン依存性をもつことも示唆される。

いずれにしても ΛN 相互作用の荷電対称性の破れは依然として理解が不十分であり、今後も実験および理論の両面からのアプローチが必要である。今後 J-PARC において、 $_{\Lambda}^4\text{H}$ が 1^+ 励起状態から 0^+ 基底状態へ遷移する際に放出される γ 線のエネルギーを測定する実験が予定されている。また J-Lab において $(e, e'K^+)$ 反応により生成した $_{\Lambda}^4\text{H}$ の 1^+ 励起状態を測定することも可能である。 $_{\Lambda}^4\text{He}$ の基底状態についても実験データが待ち望まれている。

1.7 本研究の目的

2012 年我々はドイツマインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI-C において、電子線を用いた新しいハイパー核分光実験であるハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を確立し、その際 $_{\Lambda}^4\text{H}$ の Λ 粒子束縛エネルギー B_{Λ} を式 (1.2) に示したように決定した [7]。

$$B_{\Lambda} = 2.12 \pm 0.01 \text{ (stat.)} \pm 0.09 \text{ (sys.) MeV.} \quad (1.2)$$

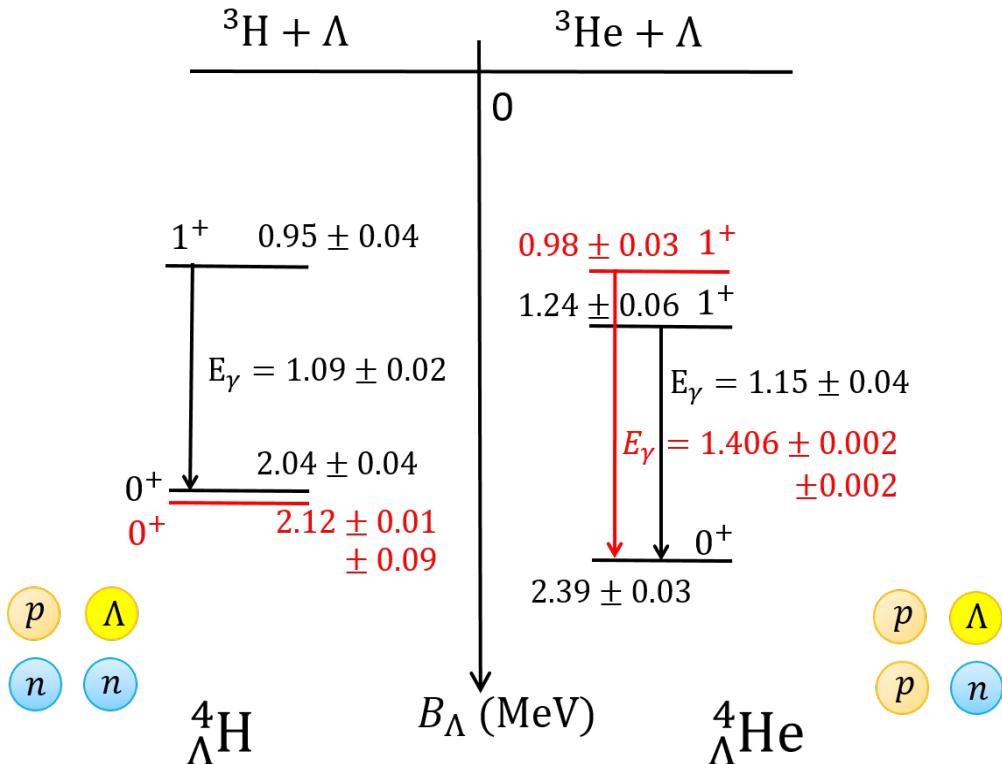


図 1.5 ΛN 相互作用における $A=4$ 体系での荷電対称性の破れ。黒字で示した ${}^4\text{H}$ と ${}^4\text{He}$ の基底状態 (0^+ state) における B_Λ はエマルジョン実験から得られた結果であり [14]、350 keV に相当する荷電対称性の破れがみられる。また励起状態 (1^+ state) の測定も行われており ${}^4\text{H}$ が脱励起する際の γ 線のエネルギーについては 3 つの測定結果の平均を記している [15, 16, 17]。 ${}^4\text{He}$ の 1^+ state からの脱励起による γ 線については過去に NaI 検出器を用いて測定されており、その結果を黒字で記した [15]。近年 $A=4$ 体系のハイパー核の測定が飛躍的に進み、赤字の数値が MAMI で測定された ${}^4\text{H}$ の基底状態の結果 [7] および J-PARC において測定された ${}^4\text{He}$ の γ 線エネルギー [18] を表している。この両者から基底状態の束縛エネルギーの差は 270 keV と計算でき、依然として荷電対称性の破れを支持する結果が得られている。

2014 年には 2012 年の実験をアップグレードし、より高統計の実験を行い、2012 年の結果と誤差の範囲内で一致する結果を得た [19]。

2.5 節で詳細を述べるが、この Λ 束縛エネルギーの測定精度すなわち上式 (1.2) の系統誤差はスペクトロメータの校正精度に起因している。スペクトロメータの校正是電子弹性散乱実験を用いて行っているため、MAMI の電子ビームエネルギーの決定精度が束縛エネルギーの測定精度に影響する。1.6 節で述べた $A = 4$ 体系の ΛN 相互作用における荷電対称性の破れ ~ 270 keV を議論するにあたり、式 (1.2) に示した 90 keV の測定精度は十分とは言えない。そこで電子ビームエネルギーを従来より 1 桁良い精度である $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ で測定し、 Λ 粒子束縛エネルギーの決定精度を数 10 keV まで改善することを目指し、我々は MAMI ビームライン上に設置されている dipole 磁石の精密磁場測定を行った (図 1.6)。本論文はこの磁場測定実験についてまとめたものである。

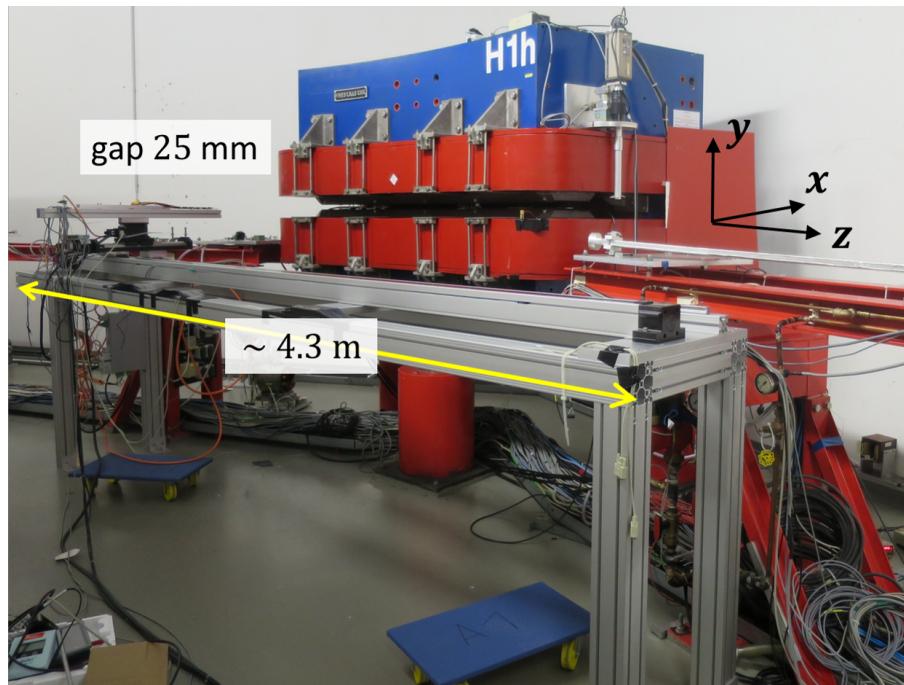


図 1.6 本研究で磁場分布を精密に測定した dipole 磁石。ビームライン上に設置され、我々がハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行った実験ホール (A1 Hall、2.4.2 節) 直前の場所に位置する。磁場測定の際には、dipole 磁石の正面に xyz 軸可動ステージを設置し、新たに作成した 3 軸磁場測定装置を用いて約 9000 点の磁場データを取得した。

第 2 章では我々がこれまで進めてきたハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の詳細について述べる。第 3 章では本研究で行った精密磁場測定により電子ビームエネルギーを $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定する原理を説明する。精密磁場測定を行うにあたり今回新たに作成した 3 軸磁場測定装置について第 4 章で述べた後、2016 年 1 月から 2 月にかけて MAMI で行った精密磁場測定の詳細を第 5 章に記述する。第 6 章で解析について述べた後、最後に今回の精密磁場測定結果について考察する。

第2章

MAMI における ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験

我々東北大学とドイツマインツ大学を中心とする国際共同実験グループは、マインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI-Cにおいて2011年よりハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を創始推進してきた。本章では始めに本実験の原理について述べた後、MAMI 加速器施設およびハイパー核崩壊パイ中間子分光実験で用いた実験装置について述べる。その後2012年に行った実験により得られた $^4_{\Lambda}\text{H}$ の Λ 粒子束縛エネルギーの結果についてまとめる。

2.1 $(e, e'K^+)$ 反応によるハイパー核電磁生成

前章でも記述したように MAMI におけるハイパー核崩壊パイ中間子分光実験では、ハイパー核を電子ビームを用いた $(e, e'K^+)$ 反応により生成している。ハイパー核を生成する上で、 $(e, e'K^+)$ 反応の素過程を理解することは極めて重要である。1.4節において $(e, e'K^+)$ 反応の特徴をまとめたが、ここではハイパー核電磁生成の詳細について記述する。

図 1.2(c) のファインマンダイアグラムにも示したように、 Λ 粒子が生成される場合の $(e, e'K^+)$ 反応の素過程は次式(2.1)のように表される。

$$e + p \rightarrow e' + K^+ + \Lambda. \quad (2.1)$$

図 2.1 に反応の概略図を示した。入射した電子が散乱されることにより仮想光子が放出される。このときの入射軸に対する電子の散乱角を θ_e とする。入射電子と散乱電子の運動量ベクトルで作る平面は散乱平面と呼ばれる。放出された仮想光子は標的原子核中の陽子に吸収され、電磁相互作用により K^+ 中間子と Λ 粒子が生成される。仮想光子の運動量ベクトルに対するそれぞれの散乱角を θ_{K^+} 、 θ_Λ とし、 K^+ 中間子と Λ 粒子の運動量ベクトルで作られる平面を反応平面と定義する。反応平面と散乱平面のなす角は ϕ_K と表することにする。

入射電子、散乱電子、標的原子核（陽子）、生成される K^+ 中間子および Λ 粒子の重心系に

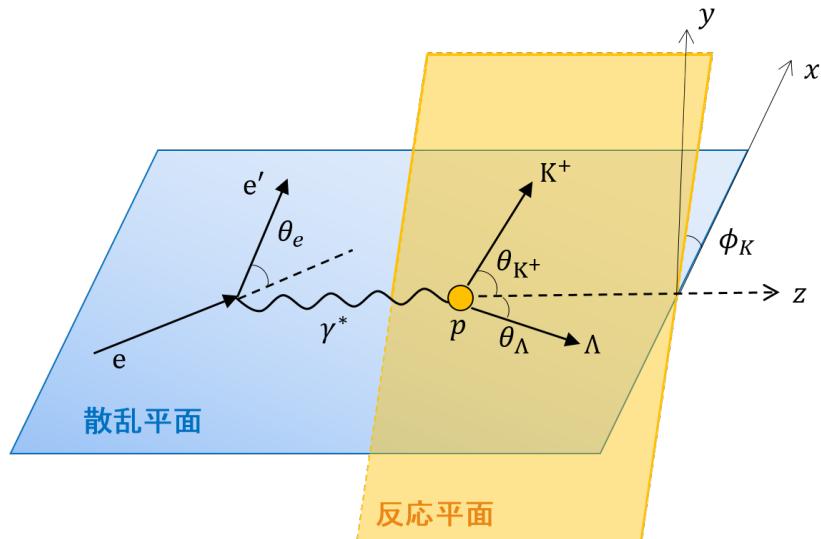


図 2.1 $(e, e' K^+)$ 反応の概略図。入射電子の散乱により放出された仮想光子は標的原子核中の陽子と電磁相互作用し、 K^+ 中間子と Λ 粒子が生成される。入射電子の散乱角を θ_e としたとき、入射電子と散乱電子の運動量ベクトルで張られる平面を散乱平面と呼ぶ。一方 K^+ 中間子と Λ 粒子の運動量ベクトルで作られる平面は反応平面と呼ばれる。この 2 つの平面のなす角度は ϕ_K と定義した。

おける 4 元運動量を以下のように定義する。

$$P_e = (E_e, \vec{p}_e), \quad P_p = (m_p, \vec{0}), \quad (2.2)$$

$$P_{e'} = (E_{e'}, \vec{p}_{e'}), \quad P_K = (E_K, \vec{p}_K), \quad P_\Lambda = (E_\Lambda, \vec{p}_\Lambda). \quad (2.3)$$

ただし上式では光速 $c = 1$ の単位系を用い、また標的原子核中の核子は静止しているとした。このとき電磁相互作用を媒介する仮想光子の 4 元運動量 $q = (\omega, \vec{q})$ は式 (2.4) のように入射電子と散乱電子の差として表すことができ、

$$\omega = E_e - E_{e'}, \quad \vec{q} = \vec{p}_e - \vec{p}_{e'}, \quad (2.4)$$

さらに 4 元運動量の 2 乗 Q^2 は以下のように計算できる。ただし計算の途中過程で電子の質量を無視した。

$$\begin{aligned} Q^2 &= -q^2 \\ &= 2(E_e E_{e'} - m_e^2 - |\vec{p}_e| |\vec{p}_{e'}| \cos \theta_e) \\ &\simeq 2E_e E_{e'} (1 - \cos \theta_e) \\ &= 4E_e E_{e'} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

ここまで定義してきた物理量を用いて、 $(e, e' K^+)$ 反応による Λ ハイパー核の生成確率を考える。

素過程 $p(e, e'K^+)\Lambda$ 反応の微分断面積は、式 (2.6) のように virtual photon flux Γ および (γ^*, K^+) 反応の微分断面積の積で記述でき [8]、

$$\frac{d^3\sigma}{d\omega d\Omega'_e d\Omega_K} = \Gamma \frac{d\sigma_\gamma^*}{d\Omega_K}, \quad (2.6)$$

(γ^*, K^+) 反応の微分断面積は、式 (2.7) のように書き下せる。

$$\frac{d\sigma_\gamma^*}{d\Omega_K} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} + \epsilon_L \frac{d\sigma_L}{d\Omega_K} + \epsilon \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K} \cos 2\phi_K + \sqrt{2\epsilon_L(1+\epsilon)} \frac{d\sigma_{LT}}{d\Omega_K} \cos \phi_K \quad (2.7)$$

ここで式 (2.7) 中の σ_T 、 σ_L 、 σ_{TT} 、 σ_{LT} は仮想光子の各偏極成分ごとの断面積を表し、それぞれ横波成分 (transverse)、縦波成分 (longitudinal)、偏極成分 (polarization)、干渉成分 (interference) に対応する。 ϵ および ϵ_L はそれぞれ仮想光子偏極の横波、縦波成分であり次のように書ける。

$$\epsilon = \left(1 + \frac{2|\vec{q}|^2}{Q^2} \tan^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \right)^{-1}, \quad \epsilon_L = \frac{Q^2}{\omega^2} \epsilon \quad (2.8)$$

式 (2.5) から、 $\theta_e \rightarrow 0$ つまり $Q^2 \rightarrow 0$ の極限では、縦波成分が消えて横波成分のみ残る。これはすなわち実光子を見ていることに対応する。

virtual photon flux Γ は 1 電子当たりの仮想光子の強度を表す。実験室系において、電磁相互作用の結合定数 α 、仮想光子の偏極横波成分 ϵ を用いて、

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2\pi^2 Q^2} \frac{E_\gamma}{1-\epsilon} \frac{E_{e'}}{E_e}, \quad (2.9)$$

と記述でき、散乱電子の散乱角度 θ_e に対し前方にピークを持つ (図 2.2)。

なお式 (2.9) 中の E_γ は実験室系における仮想光子のエネルギーを表し、式 (2.10) のように記述できる。

$$E_\gamma = \omega - \frac{Q^2}{2m_p}. \quad (2.10)$$

これまで光子ビームを用いた素過程 $p(\gamma, K^+)\Lambda$ による K^+ 中間子の生成断面積は、ELSA の SAPHIR 検出器や JLab の CLAS 検出器を用いて幅広い角度およびエネルギー領域で測定してきた。

図 2.3 は、不变エネルギー $\sqrt{s} \sim 1.84$ GeV における重心系での K^+ 中間子の光生成微分断面積をプロットしたものであり、実線および点線はアイソバーモデルや Regge による理論計算の結果を示している [10]。 K^+ 中間子の生成断面積も virtual photon flux の場合と同様、

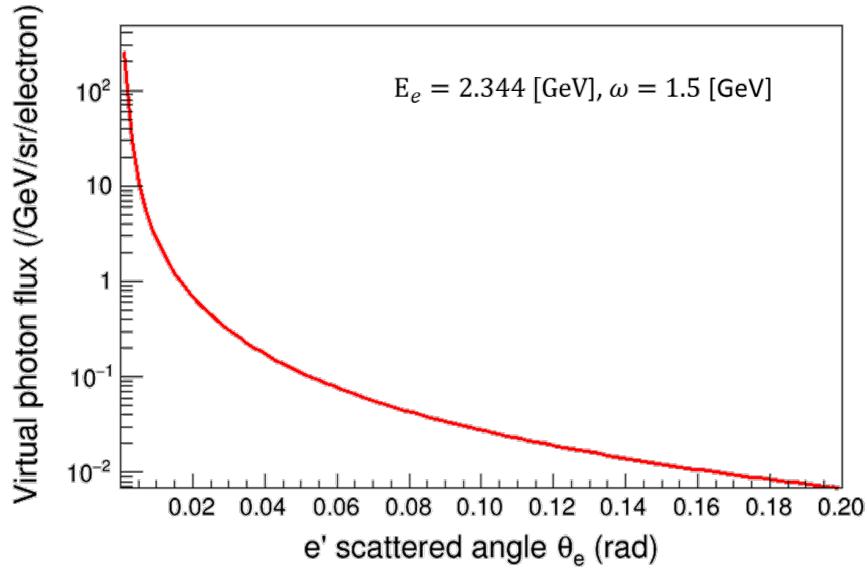


図 2.2 Virtual photon flux の散乱電子角度依存性。式 (2.9) から JLab E05-115 実験 [20] の際のセットアップである入射電子ビーム $E_e = 2.344$ [GeV] の場合の Virtual photon flux を計算した。

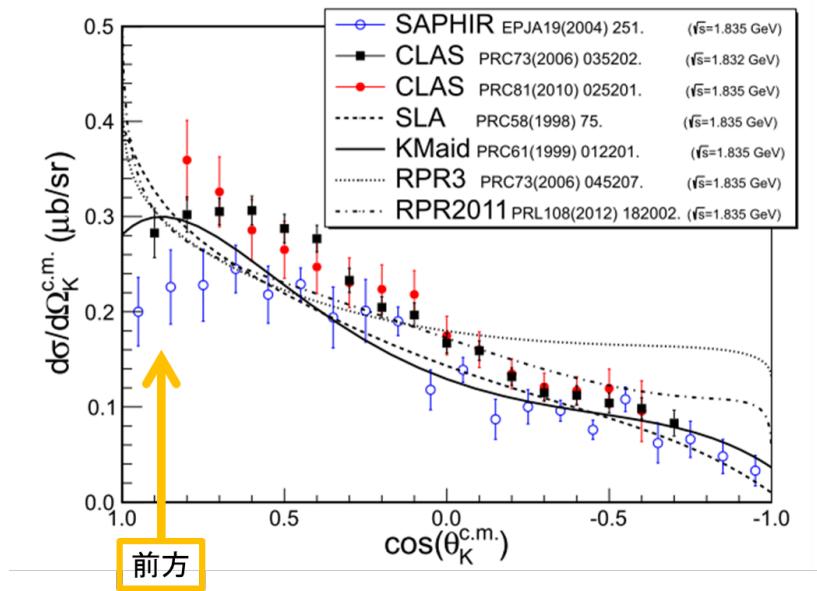


図 2.3 $p(\gamma, K^+) \Lambda$ 反応の微分断面積 [10]。3 つの実験で測定された微分断面積をデータ点としてプロットし、理論計算により得られた分布を実線及び点線で示している。 $\cos(\theta_K^{c.m.}) \sim 1$ の超前方付近では測定データが限られており、理論計算の不一致も見られる。

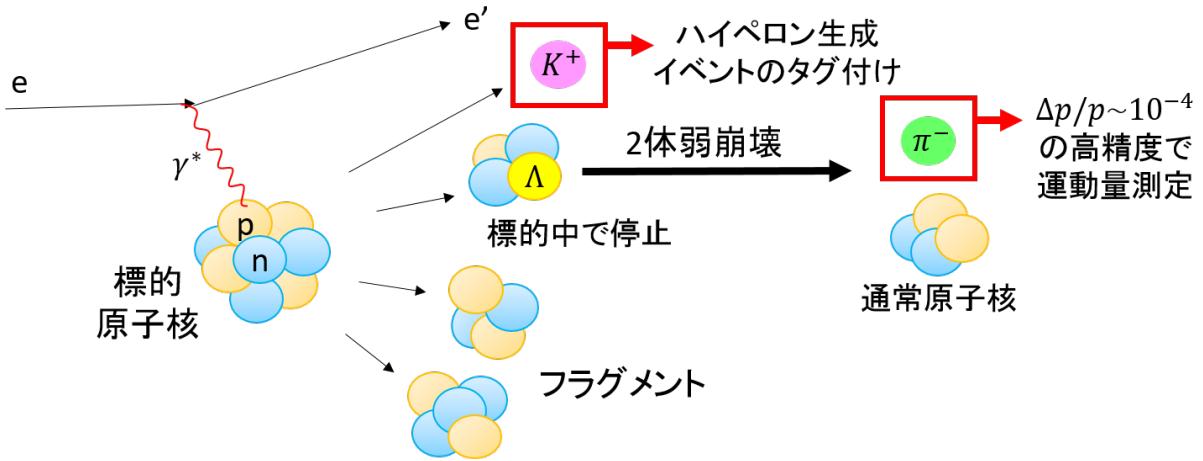


図 2.4 ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の概念図。入射電子から放出された仮想光子を介して Λ 粒子が生成される。このとき同時に放出される K^+ 中間子をタグ付けすることでハイペロン生成イベントを同定する。本実験では生成されたハイパー核およびハイパーフラグメントの中でも、標的中でエネルギーを失って静止しその後 2 体に弱崩壊するハイパー核を観測している。静止したハイパー核から放出される π^- 中間子は単一の運動量を持ち、この運動量を高分解能のスペクトロメータでとらえることでハイパー核の質量を再構成する。

入射電子ビームの方向に対し前方で最大となる。前方すなわち散乱電子の角度 $\theta_e \rightarrow 0$ の極限では、仮想光子は実光子とみなすことができる。しかし実光子による光生成の断面積は、図 2.3 に示したように $\cos(\theta_{K^{*m}}^c) \sim 1$ の超前方付近で理論計算との不一致が見られ、今後更なる実験データが待ち望まれている。

2.2 ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験

本節ではハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の原理について記述する。

始めにこの実験の概念図を図 2.4 に示した。先にも述べたように MAMI におけるハイパー核崩壊パイ中間子分光実験では、入射電子ビームからの仮想光子を介して Λ ハイパー核を電磁生成している。このとき生成されるハイパー核には、標的から直接生成されたものと、図 2.4 に示したように破碎した標的原子核に Λ 粒子が束縛して生成されたハイパーフラグメントがある。

生成されたハイパー核の中には標的中でエネルギーを失い静止して、弱い相互作用により通常核と π^- 中間子の 2 体に崩壊するものがある。このとき放出される π^- 中間子は運動学的に決まる単一の運動量を持ち、この運動量を高精度で測定することで、式 (2.11) からハイパー核の基底状態の質量絶対値 M_{HYP} を再構成する。

$$M_{\text{HYP}} = \sqrt{M_{\text{ncl}}^2 + p_{\pi^-}^2} + \sqrt{M_{\pi^-}^2 + p_{\pi^-}^2}. \quad (2.11)$$

式(2.11)中の M_{ncl} および M_{π^-} はそれぞれ通常原子核の質量、 π^- 中間子の質量を表す。なおここで光速は $c = 1$ とした。 ${}^4_{\Lambda}\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^-$ の2体崩壊の場合、 ${}^4\text{He}$ の質量は0.06 eV[9]、 π^- 中間子の質量は0.35 keV[1]の非常に良い精度で知られている。また、この反応で放出される π^- 中間子の運動量 p_{π^-} は $\sim 100 \text{ MeV}/c$ 程度と低い。したがって運動量分解能 $\Delta p/p \sim 10^{-4}$ のスペクトロメータを用いればハイパー核の質量絶対値を $\sim 10 \text{ keV}/c^2(\text{rms})$ の幅で決めることが可能となる。この際質量絶対値の決定に極めて重要になるのが π^- 中間子を検出しているスペクトロメータの運動量校正であるが、これについては次の2.3節で詳しく述べる。

上記で得られたハイパー核の質量絶対値から、束縛されている Λ 粒子の束縛エネルギー B_Λ を以下の式(2.12)により決定できる。

$$-B_\Lambda = M_{\text{HYP}} - (M_\Lambda + M_{\text{core}}), \quad (2.12)$$

M_{HYP} は得られたハイパー核の質量、 M_Λ 、 M_{core} はそれぞれ Λ 粒子および Λ 粒子が束縛されているコア核の質量である。

この実験ではハイペロン生成を伴わずに生成された π^- 中間子によるバックグラウンドを抑制するため、入射電子ビームに対し前方に設置した別のスペクトロメータで Λ 粒子と同時に生成される K^+ 中間子を測定している。この方法の場合ハイペロン生成イベントを全て検出することになり、測定したいハイパー核の崩壊によるイベントと原子核に束縛されなかった準自由ハイペロン(Λ 、 Σ^0 、 Σ^-)の崩壊によるイベントを原理的に区別できない。しかしこの実験で注目しているのは標的中で停止したハイパー核のイベントであり、このとき放出される π^- 中間子の運動量は一意に決まるため单一のピークとして観測できる。一方準自由ハイペロンの場合ビーム方向にブーストした状態で崩壊するため、放出される π^- 中間子の運動量は前方方向に片寄った連続分布となる。このように観測される分布が異なることから、両者のイベントは弁別可能である。また準自由ハイペロンによるバックグラウンドについては、ビーム前方を避けるように π^- 中間子スペクトロメータの設置角度を最適化することで、ある程度抑制可能である。2014年に行ったハイパー核崩壊パイ中間子分光実験はこの準自由ハイペロンによるバックグラウンド抑制を目的の1つとして行った[21]。

本節の始めにも触れたが、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の特徴の一つとして標的 A_Z と同じ質量数のハイパー核 ${}^A_\Lambda(Z-1)$ だけでなく、標的原子核が反応の運動量移行により破碎し、破碎した原子核に Λ 粒子が束縛されたハイパーフラグメントも観測対象になることが挙げられる。したがって1種類の標的を用いて複数種類のハイパー核を生成できる。しかしこの場合どのハイパー核の2体弱崩壊により放出された π^- 中間子かを同定する必要がある。ハイパー核の同定には、過去にエマルジョン実験で測定された Λ 粒子の束縛エネルギーのデータが使われている。このエマルジョン実験の結果とハイパー核の崩壊先の娘核の質量および Λ 粒子、 π^- 中間子の質量の情報から、各ハイパー核ごとに放出される π^- 中間子の運動量を計算できる。

表 2.1 ${}^9\text{Be}$ 標的で生成されうるハイパー核およびその崩壊モード [1, 3, 9, 10]。備考欄の * 印は、ハイパー核の崩壊先の娘核の寿命が ${}^4\text{Li}$, ${}^5\text{Li}$ の場合 10^{-22} 秒程度、 ${}^8\text{Be}$ の場合 10^{-17} 秒程度と非常に短く、この実験では測定が困難であるハイパー核を示している。また ** 印はハイパー核のコア核が束縛しないものを表す。

ハイパー核	崩壊モード	p_{π^-} (MeV/c)	備考
${}^3_\Lambda\text{H}$	${}^3\text{He} + \pi^-$	114.37	
${}^4_\Lambda\text{H}$	${}^4\text{He} + \pi^-$	133.03	
${}^4_\Lambda\text{He}$	${}^4\text{Li} + \pi^-$	98.17	*
${}^5_\Lambda\text{He}$	${}^5\text{Li} + \pi^-$	99.26	*
${}^6_\Lambda\text{H}$	${}^6\text{He} + \pi^-$	135.27	**
${}^6_\Lambda\text{He}$	${}^6\text{Li} + \pi^-$	108.48	**
${}^6_\Lambda\text{Li}$	${}^6\text{Be} + \pi^-$	-	p_{π^-} 報告データなし
${}^7_\Lambda\text{He}$	${}^7\text{Li} + \pi^-$	114.77	
${}^7_\Lambda\text{Li}$	${}^7\text{B} + \pi^-$	108.11	
${}^8_\Lambda\text{He}$	${}^8\text{Li} + \pi^-$	116.47	
${}^8_\Lambda\text{Li}$	${}^8\text{Be} + \pi^-$	124.20	*
${}^9_\Lambda\text{Li}$	${}^9\text{Be} + \pi^-$	121.31	

2012 年および 2014 年に行った実験では、天然存在比が高くまた室温中で固体であり取り扱いが容易である ${}^9\text{Be}$ をハイパー核生成のメイン標的として用いた。表 2.1 に ${}^9\text{Be}$ 標的で生成されうるハイパー核、その崩壊モードおよび放出される π^- 中間子運動量の一覧をまとめた [10]。

表 2.1 に示した p_{π^-} の値と実際に実験で得られた π^- 中間子の運動量スペクトラムを比較し生成されたハイパー核を同定する。なお表 2.1 の p_{π^-} の値の中には ${}^3_\Lambda\text{H}$ と ${}^7_\Lambda\text{He}$ のように、近い運動量の π^- 中間子を放出するハイパー核も存在する。この場合両者の質量数が異なるため、例えば ${}^6\text{Li}$ を標的として用いた場合、質量数 7 の ${}^7_\Lambda\text{He}$ は生成されない。このようにしてイベントは弁別できる。

2012 年および 2014 年の実験では、ともに ${}^4_\Lambda\text{H}$ から放出された π^- 中間子の単一の運動量をピークとして観測することに成功した。

2.3 ハイパー核の質量絶対値の校正

前節で述べた通り、本実験では式 (2.11) から生成されたハイパー核の質量絶対値を決めることが可能であるが、そのためには π^- 中間子を測定している磁気スペクトロメータの運動量校正が必須である。我々はこの運動量校正を ${}^{12}\text{C}$ 標的および ${}^{181}\text{Ta}$ 標的を用いた電子弹性散乱実験により行った [10]。

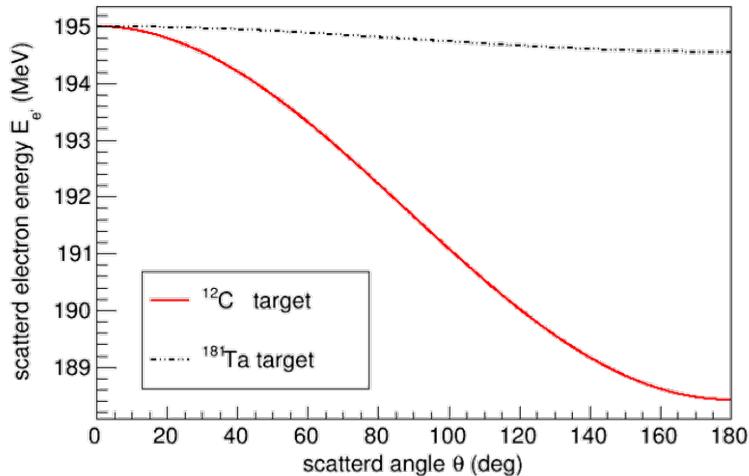


図 2.5 弹性散乱した電子のエネルギーと散乱角度の相関。入射電子ビームのエネルギー $E_e = 195$ [MeV] として ^{12}C 標的および ^{181}Ta 標的を用いた場合の分布を式 (2.13) から計算した。

電子弹性散乱実験では電子ビームを標的に入射し、散乱された電子の運動量を π^- 中間子スペクトロメータで測定する。一方散乱された電子のエネルギー $E_{e'}$ は運動学的に以下の式 (2.13) から一意に決まる。

$$E_{e'} = \frac{E_e}{1 + \frac{E_e}{M_{\text{tar}}} (1 - \cos \theta)} \quad (2.13)$$

E_e は入射電子ビームのエネルギー、 M_{tar} は電子と弾性散乱した標的原子核の質量、 θ は電子の散乱角である。なお電子の質量は標的原子核の質量に比べ十分小さいとして無視した。 ^{12}C 標的および ^{181}Ta 標的を用いた場合の散乱電子のエネルギー $E_{e'}$ を散乱角 θ の関数として図 2.5 に載せた。

式 (2.13) からも分かるように、質量数の大きい ^{181}Ta 標的を用いることで散乱角度の不定性の影響を小さくできる。また ^{181}Ta の天然存在比は 99.988% と非常に高く、入射した電子が不純物として含まれる他の同位体と弾性散乱した場合の効果を最小限にできる。以上の理由からスペクトロメータの運動量校正には ^{181}Ta 標的を用いた。一方 ^{12}C 標的との電子弹性散乱実験では、励起状態の複数のピークを観測することができる。したがって ^{12}C 標的は、使用しているスペクトロメータがとらえている運動量に対し線形性をもつか確かめるために使用した。

電子の質量 m_e を考慮し、式 (2.13) から計算した散乱電子の運動量 $p_{e'}^{\text{calc}}$ と π^- 中間子スペクトロメータがとらえた散乱電子の運動量 $p_{e'}^{\text{measured}}$ の差 Δp は次のように書ける。

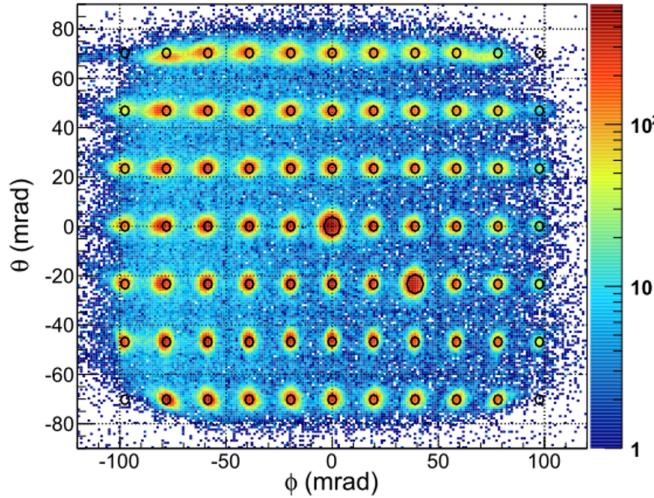


図 2.6 sieve collimator を用いた電子散乱角度の補正 [10]。2014 年電子弹性散乱実験で得られた Spek-A 側の散乱電子の標的における角度分布を示した。縦軸 θ は dispersive 方向の角度、横軸 ϕ は non-dispersive 方向の角度である。また黒線はデザイン上のコリメータの穴の位置を表している。

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_{e'}^{\text{calc}} - p_{e'}^{\text{measured}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{E_e}{1 + \frac{E_e}{M_{\text{tar}}} (1 - \cos \theta)} \right)^2 - m_e^2} - p_{e'}^{\text{measured}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここからスペクトロメータ固有の補正ファクターを決める。なお補正にあたっては以下の点も考慮している。

• 電子の散乱角度の補正

電子弹性散乱実験では、ビーム方向に対し π^- 中間子スペクトロメータを設置した角度に散乱されてくる電子をとらえる。1 イベントごとにより高い精度で電子の散乱角度を決定するため、穴の開いた sieve collimator を π^- 中間子スペクトロメータの入り口に設置し、角度補正を行った。

図 2.6 は、sieve collimator を設置した場合の標的における散乱電子の角度分布を示している [10]。黒線はデザイン上のコリメータの穴の位置を表しており、散乱電子の分布は ~ 3 mrad の精度で穴の位置を再現している。これは $1 \text{ keV}/c$ の精度で運動量補正を行えることに対応する。

• 測定した電子の ^{181}Ta 標的中のエネルギー損失

入射電子が散乱するまでに標的中で失ったエネルギーおよび散乱後の標的中の電子のエネルギー損失を標的の厚みから計算し、 $p_{e'}^{\text{measured}}$ の補正を行った。

上記の解析まで含めると、式 (2.13) における電子の散乱角度、標的原子核の質量および測

表 2.2 MAMI のメインパラメータ [23, 24]

	MAMI-B (RTM3)	MAMI-C (HDSM)
最大エネルギー	855.1 MeV	1508 MeV
最大強度	100 μ A	100 μ A
周回数	90	43
偏向磁石の磁場	1.28 T	0.95 – 1.53 T
周波数	2.45 GHz	2.45/4.9 GHz
エネルギー幅 (1σ)	13 keV	110 keV
水平方向エミッタス	$13\pi \mu\text{m}\cdot\text{mrad}$	$27\pi \mu\text{m}\cdot\text{mrad}$
垂直方向エミッタス	$0.84\pi \mu\text{m}\cdot\text{mrad}$	$1.2\pi \mu\text{m}\cdot\text{mrad}$

定した散乱電子の運動量 $p_{e'}^{\text{measured}}$ は十分な精度で値が得られている。しかし入射電子ビームのエネルギー E_e については、電子弹性散乱実験で用いたビームエネルギー 195 MeV に対し 0.16 MeV の不定性がある。このビームエネルギーによる誤差が、式 (1.2) で示した Λ 粒子束縛エネルギー B_Λ の系統誤差に最も大きく寄与している。誤差の各項目については 2.5 節で改めて記述する。

2.4 実験装置

本節ではハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行った連続電子線加速器施設 MAMI および実験ホール (A1 Hall) に設置してある実験装置について記述する。

2.4.1 MAMI (Mainz Microtron)

MAMI(Mainz Microtron) はドイツマインツ大学が所有する連続電子線加速器施設である。過去に順次拡張され、最大エネルギー 1508 MeV の電子ビームを供給可能な MAMI-C は、3.5 MeV の入射線形加速器 (injector linac)、3 つの RTM (Race Track Microtron)[22] および HDSM (Harmonic Double Sided Microtron)[23] から構成されている。855 MeV 以下のエネルギーの電子ビームは HDSM を除いた MAMI-B から供給される。MAMI のフロアマップを図 2.7 に、MAMI の主なパラメータを表 2.2 に示した。

MAMI-B は、原子核物理における同時計測実験を始めとして幅広いエネルギー領域の実験を実現するため、1975 年頃から建設の計画がスタートした。その後建設が進み少しづつビームの到達エネルギーを上げながら、最終的に 1990 年に最大エネルギー 855 MeV に達し運用が開始された。

粒子加速器の基本原理は電場と磁場を用いて荷電粒子を加速させることである。高電圧を印加しその電場中で粒子を加速させる方法が最も単純であるが、数 100 kV より高い電圧をかけ

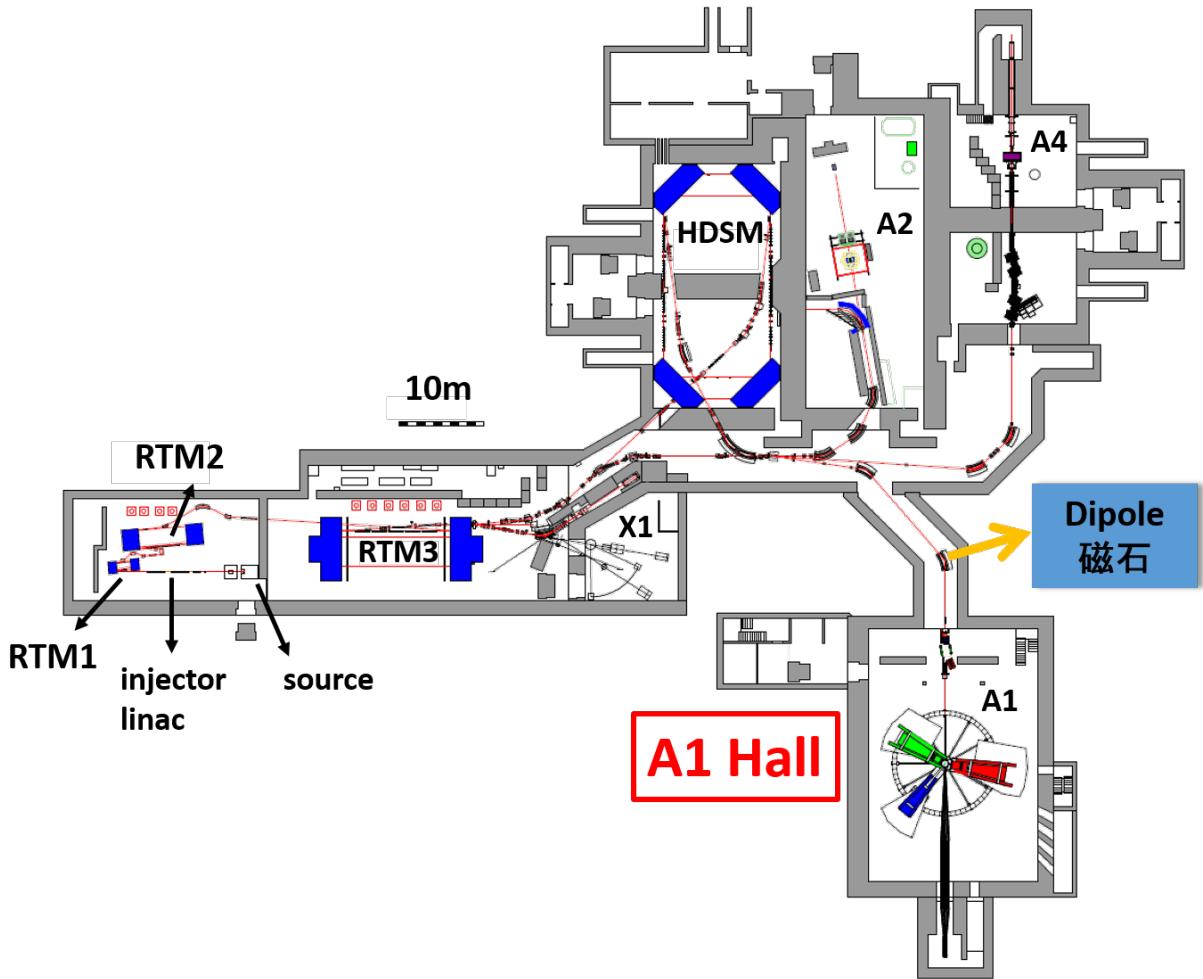


図 2.7 連続電子線加速器施設 MAMI のフロアマップ [26]。Source から入射された電子ビームは injector linac を通り、RTM1、RTM2、RTM3 の 3 つのマイクロトロンおよび HDSM を経て最大エネルギー 1508 MeV まで加速され、最終的に我々がハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行った A1 Hall まで輸送される。本研究で精密磁場測定を行った dipole 磁石は A1 Hall 直前の場所に位置する。

ると電極間の気体中で放電が発生する確率が急激に増加するため、加速できるエネルギーに限界がある。より高エネルギーに到達するためにマイクロ波を用いて直線上で粒子の加速を行っているのが高周波線形加速器である。一般に線形加速器のエネルギー利得は 1 mあたり数 MeV 程度であり、距離を伸ばすほど到達エネルギーを上げることができるが、1 GeV を超えるエネルギーまで上げようすると km オーダーの長さを要する。そこで MAMI では偏向磁石と線形加速器を組み合わせた RTM を用いて電子の加速を行っている。図 2.8 に RTM の模式図を示す。

RTM に入射したビームは設置された 1 台の線形加速器で周回軌道ごとに繰り返し加速される。線形加速器の両端に設置した 2 つの 180° 偏向磁石における軌道半径がビームエネルギーに応じて徐々に大きくなることから、このように 1 台の線形加速器でビームを繰り返し加速することが可能となる。RTM3 に設置されている線形加速器の長さは 8.9 m であり、MAMI-B

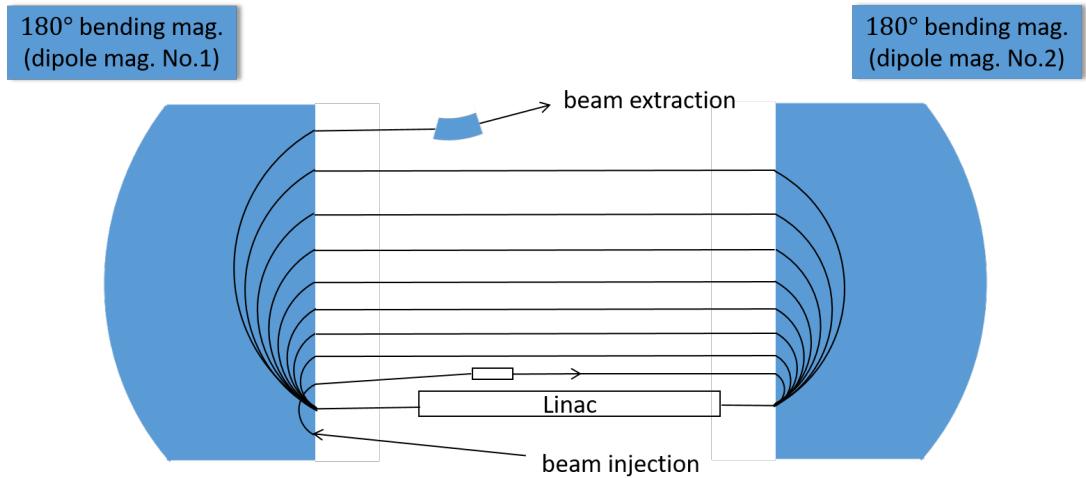


図 2.8 RTM の模式図。RTM は 2 台の 180° 偏向磁石と 1 台の線形加速器から構成される。入射したビームは周回軌道ごとに線形加速器で加速されていく。

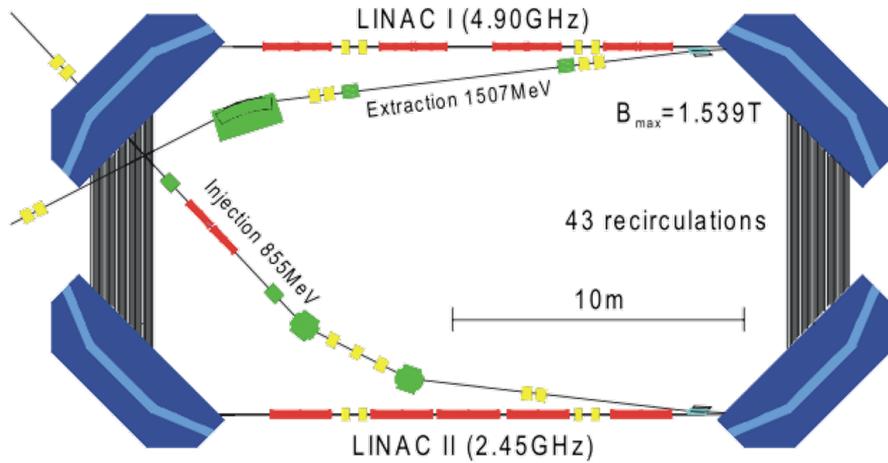


図 2.9 HDSM の構造 [25]。4 台の 90° 偏向磁石と 2 台の線形加速器から成る HDSM は RTM3 の後段に 2006 年新しく建設された。MAMI-B で加速された電子ビームをさらに 1.5 GeV まで加速できる。

ではビームの周回数を調整することで 180 – 855 MeV の間のエネルギーのビームを供給できる。

さらに高エネルギーの電子ビームを用いた原子核物理および素粒子分野の実験を可能にするため、2006 年既存の MAMI-B に加えて HDSM が新たに建設され、1.5 GeV までのビームを供給できる MAMI-C の運用が始まった。HDSM は図 2.9 のように 2 組の 90° 偏向磁石と 2 台の線形加速器から成る。

1.5 GeV まで電子を加速する場合 MAMI-B の RTM と同じ機構を用いようとすると、計算上 2200 トンの 180° 偏向磁石が 2 つ必要であった。この重さの磁石を MAMI の既存の施設内に設置することは非現実的であり、180° 偏向磁石を 2 つの 90° 偏向磁石に置き換えた HDSM

がデザインされた。HDSMにおいて1台あたりの90°偏向磁石の質量は250トンであり、1台あたり450トンの180°偏向磁石を用いたRTM3と同程度の磁石の質量で1.5 GeVまでのビームの加速を可能にした。

2.4.2 A1 Hall

続いて我々がハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行った実験ホールA1 Hallについて述べる。

A1 Hallの概観と実験ホール内の各検出器の配置を図2.10および図2.11に示した。MAMIで加速された電子ビームは、ビームラインを通ってA1 Hallに設置した標的に照射される。標的周りには反応により生成された各粒子を検出する4台のスペクトロメータ、Spek-A、Spek-B、Spek-C、Kaosが設置されている。Spek-A、Spek-B、Spek-Cは磁場により荷電粒子を垂直方向に偏向することにより運動量測定するスペクトロメータであり、運動量分解能 $\Delta p/p \sim 10^{-4}$ をもつ。本実験ではハイパー核の弱崩壊により放出された π^- 中間子の運動量をSpek-AおよびSpek-Cを用いて測定した。またKaosはハイペロン生成イベントを同定するために設置した K^+ 中間子用スペクトロメータである2.1節で述べたように K^+ 中間子の生成断面積はビーム前方で最大となることから、入射ビームに対し $\sim 0^\circ$ の方向に配置した。

図2.12は図2.11における標的周りの配置を拡大したものである。2012年の実験では入射電子ビームに対して標的を 54° 傾けた。これは入射電子ビームに対しては標的を実効的に厚くし収量を上げ、ハイパー核の弱崩壊により生じた π^- 中間子に対しては標的中のエネルギー損失を最小限にできるように配置したものである。Spek-A、Spek-Cについては2.2節で述べた準自由ハイペロンによるバックグラウンド抑制のため、ビーム軸に対し $+91^\circ$ 、 -126° の角度で設置した。

以下ではA1 Hallに設置してある各検出器について説明する。

2.4.2.1 標的

2012年および2014年に行った実験ではハイパー核生成のメイン標的として厚さ $125\ \mu m$ の 9Be を用いた。また π^- 中間子スペクトロメータ運動量校正のための電子弾性散乱実験では、2.3節でも説明したように厚さ $6\ \mu m$ の ${}^{181}Ta$ 標的および厚さ $200\ \mu m$ ${}^{12}C$ 標的を使用した。この他に電子ビームの位置、スポットサイズを確認するため、電子ビームに対して発光する Al_2O_3 標的を用意した。使用した標的を表2.3にまとめた。

これらの標的を、図2.13に示したアルミニウム製の標的フレームに設置し、フレームを上下に動かすことで標的を変更した。

標的フレームは回転角度および位置を調整できる駆動装置に取り付け、実験中はA1 Hallの外からGUIコントローラーで制御した。A1 Hall内の壁に描かれたマーカー及びビームラインを基準にして、標的位置は $< 1\ mm$ の精度で調整可能である。

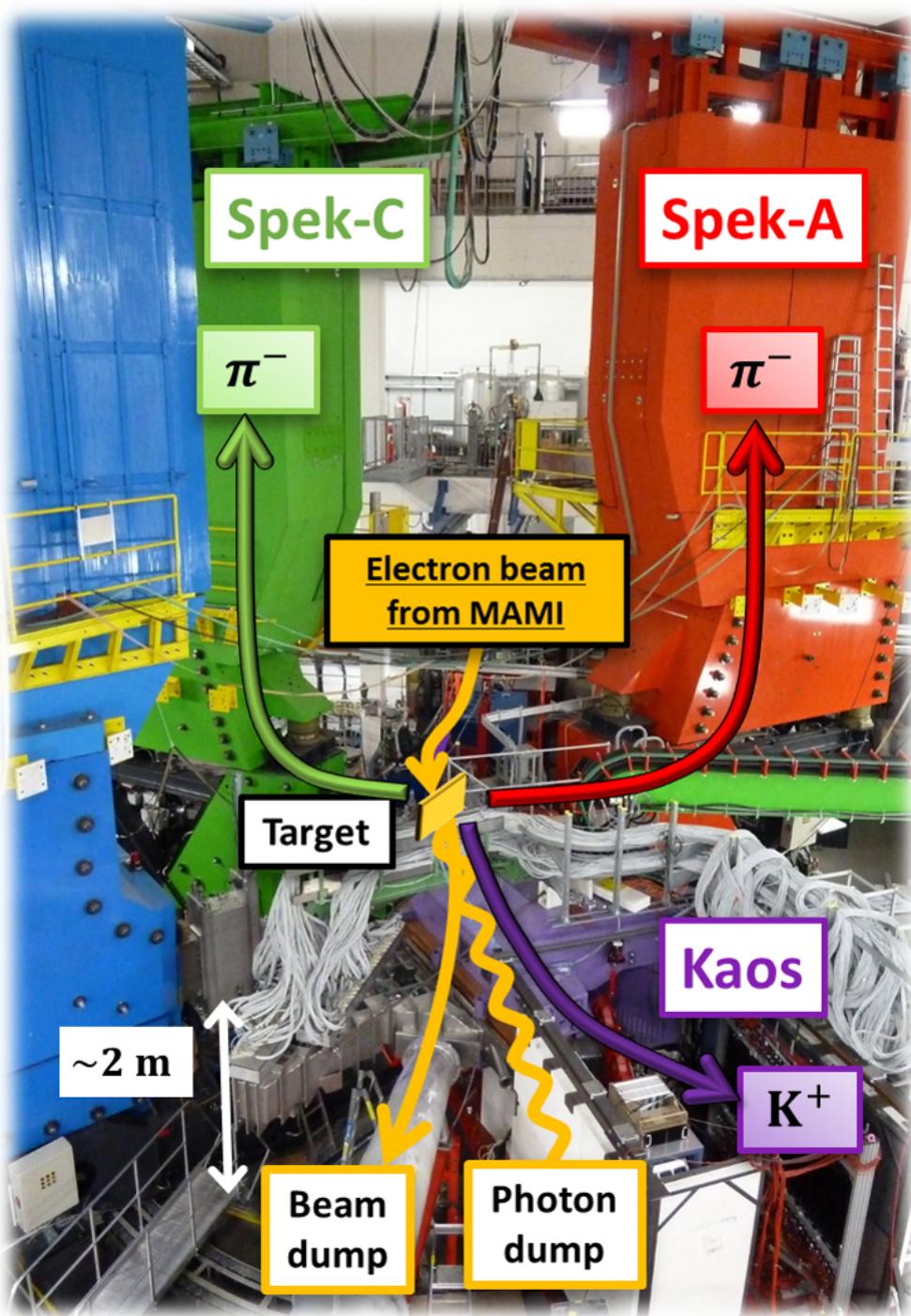


図 2.10 A1 Hall 概観図。MAMI で加速された電子ビームがビームラインを通って A1 Hall に設置した標的に照射される。本実験では $(e, e' K^+)$ 反応により電磁生成されたハイパー核が弱崩壊して放出される π^- 中間子の運動量を Spek-A および Spek-C で測定した。また収量をできる限り増やすため超前方に設置した Kaos スペクトロメータで K^+ 中間子を検出し、ハイペロンイベントを同定した。標的中で反応しなかった電子は beam dump へ輸送され、生成された光子は photon dump で吸収される。

。

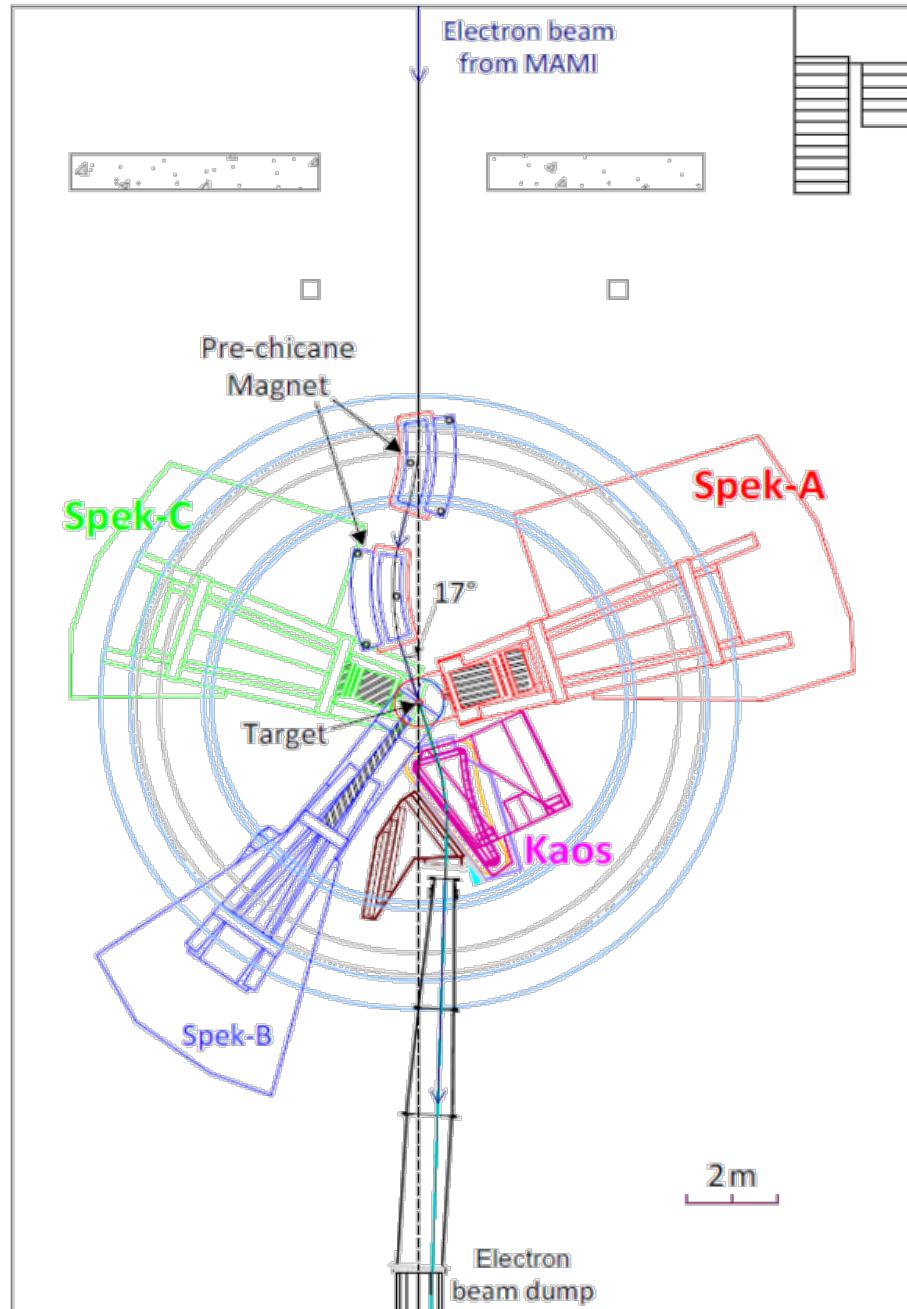


図 2.11 A1 Hall 各実験装置の配置 [10]。輸送された電子ビームは標的手前で Pre-chicane Magnet により 17° 曲げられ標的に照射される。Kaos に設置された dipole 磁石を考慮し、あらかじめ電子ビームの軌道を曲げておくことで標的に当たったが反応しなかった電子と生成された光子を beam dump および photon dump へ輸送できる。標的はハイパー核の収量が最大になるように入射ビームに対し傾けて設置し、Spek-A、Spek-C はビーム後方にセットした。

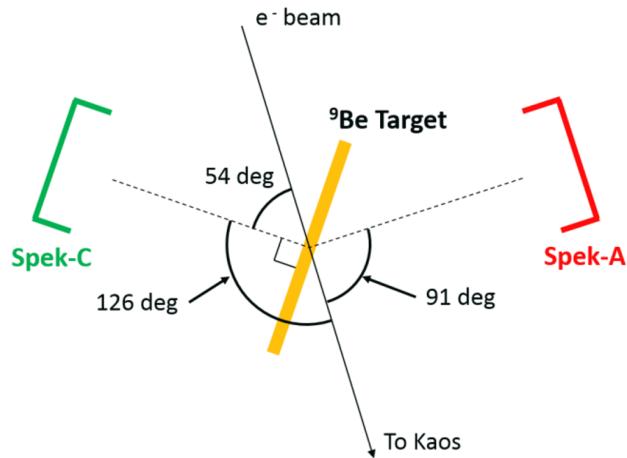


図 2.12 標的とスペクトロメータのセットアップ (2012 年実験)[10]。標的はビーム軸に対して 54° 傾けて設置した。また Spek-A、Spek-C はそれぞれビーム軸に対し $+91^\circ$ 、 -126° とビーム後方に設置した。

表 2.3 ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験で用いた標的

標的	厚さ	密度	備考
^{9}Be	125/250 μm	1.848 g/cm^3	
^{181}Ta	6 μm	16.6 g/cm^3	運動量校正用
^{12}C	200 μm	2.25 g/cm^3	運動量校正用
Al_2O_3	2 mm	—	ビーム位置モニター用

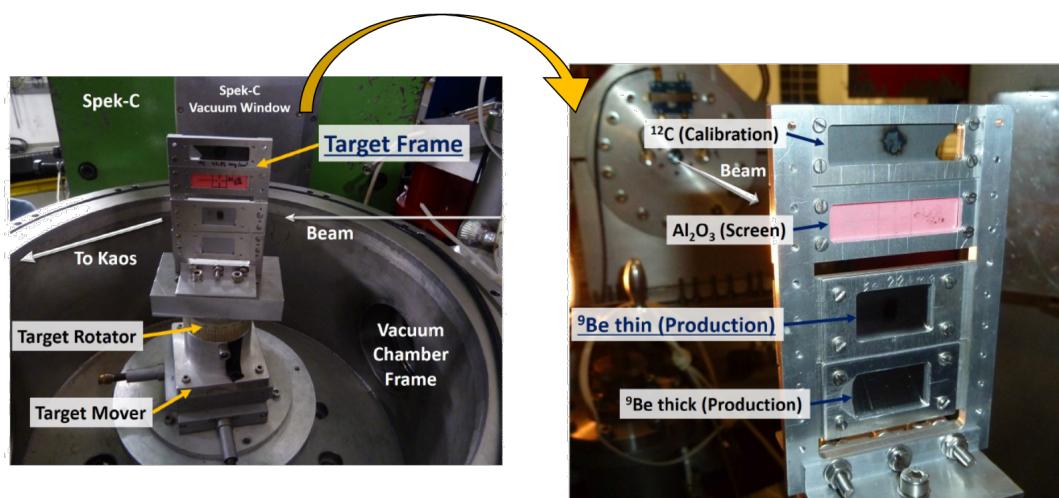


図 2.13 標的システム [10]。ビームを照射する標的は Mover を動かしてセットし、標的の角度は Rotator により調整した。

表 2.4 Spek-A、Spek-C の各パラメータ [26]

パラメータ	Spek-A	Spek-C
電磁石の構成	QSDD	QSDD
最大運動量	735 MeV/c	551 MeV/c
立体角	28 msr	28 msr
運動量アクセプタンス	±10 %	±12.5 %
角度アクセプタンス (dispersive)	±70 mrad	±70 mrad
角度アクセプタンス (non-dispersive)	±100 mrad	±100 mrad
focal plane 設置角度	45°	45°
focal plane までの中心軌道長	10.75 m	8.53 m
運動量分解能 $\Delta p/p$	10^{-4}	10^{-4}
標的における角度分解能	3 mrad	3 mrad
標的における位置分解能	3-5 mm	3-5 mm

2.4.2.2 π^- 中間子スペクトロメータ (Spek-A、Spek-C)

ハイパー核の崩壊により放出された π^- 中間子は 2 つのスペクトロメータ Spek-A と Spek-C を用いて検出した。Spek-A および Spek-C は入射粒子を磁場で垂直方向に曲げ粒子の運動量を測定する装置であり、それぞれ 4 つの磁石 QSDD(四極-六極-双極-双極) と一連の検出器群から構成されている。それぞれのスペクトロメータの各パラメータを表 2.4 にまとめた。また Spek-A に設置された磁石の構造を図 2.14 に、検出器群を図 2.15 に示した。Spek-C も同様の構造をもつ。磁場の安定性をモニターするため、磁石ギャップ内には NMR プローブが設置されている。このうち Spek-C の最上流側の双極磁石には、NMR の読み値が一定になるように磁場の値をコントロールできる補正回路が用意されている。

スペクトロメータの検出器群は、粒子の飛跡を検出する 4 層の VDC(Vertical Drift Chamber)、2 層のシンチレーションカウンター、GC(Gas Cherenkov) 検出器から成る。

VDC (Vertical Drift Chamber)

粒子の軌跡を再構成するため、focal plane 上に 4 層で構成された VDC が設置されている。4 層のうちの 2 層は non-dispersive 方向 (x 方向) に沿ってワイヤーが 5 mm 間隔で張られ、残り 2 層は x 方向に対し 40° 傾いた状態で張られている。ワイヤーはそれぞれ接地され、cathod 面には約 -6500 V の電圧がかけられている。アルゴンイソブタン (50:50) のガス中で動作させる。dispersive 方向に対しては 100 μm (rms)、non-dispersive 方向に対しては 300 μm (rms) の位置分解能が得られている。

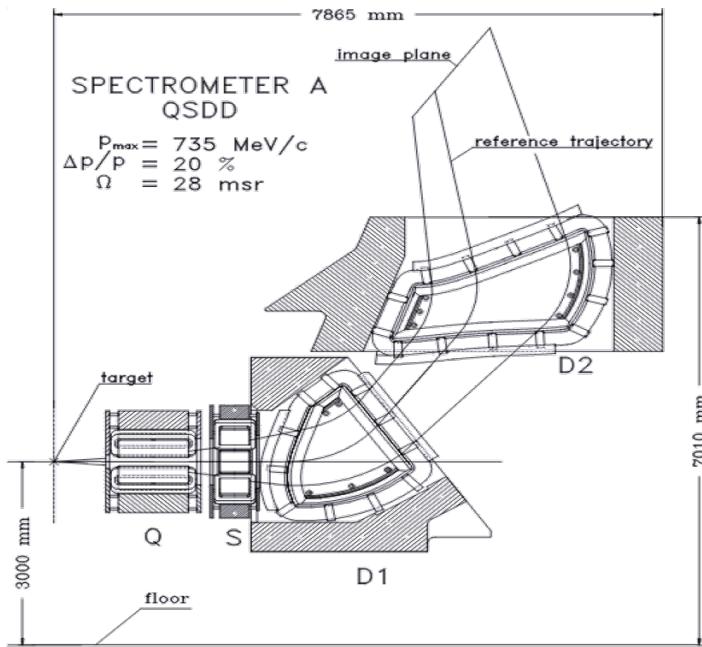


図 2.14 Spek-A に設置された磁石 [26]。4 つの磁石 QSDD(四極-六極-双極-双極) から構成されている。

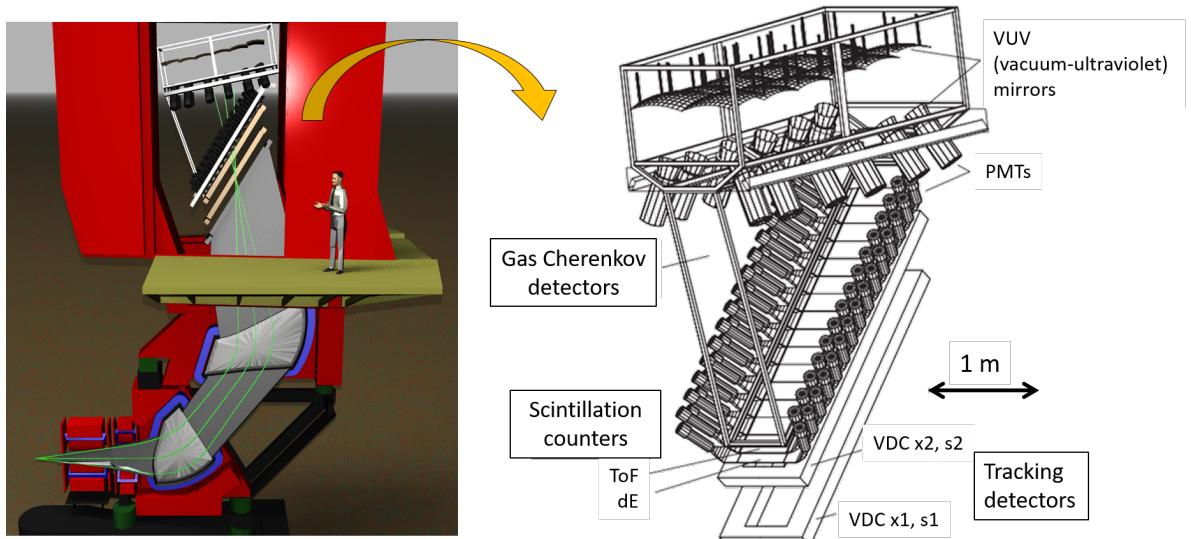


図 2.15 Spek-A の検出器群 [26]

シンチレーションカウンター

シンチレーションカウンターはセグメント化された 2 層のプラスチックシンチレータから成る。それぞれの層において 1 セグメント $45^W \times 16^L \text{ cm}^2$ のシンチレータが 15 個並び、各シンチレータは両端に取り付けた 2 本の PMT (photomultiplier tube) で読み出される。1 層目 (dE) のシンチレータは厚さ 3 mm で粒子のエネルギー損失を測定するために用いた。10 mm 厚の 2 層目 (ToF) のシンチレータは粒子の飛行時間測定用として用いた。

表 2.5 Kaos の各パラメータ [10]

立体角	17 msr
運動量アクセプタンス	±25 %
角度アクセプタンス (dispersive)	±185 mrad
角度アクセプタンス (non-dispersive)	±20 mrad
中心軌道長	6.4 m
運動量分解能 $\Delta p/p$	10^{-3}

GC(Gas Cherenkov) 検出器

スペクトロメータ内には負の電荷をもった π^- , μ^- , e^- が入ってくる。このうち e^- を π^- , μ^- から弁別するため GC 検出器を設置している。

荷電粒子は物質中の光速を越える速度になるとチェレンコフ光を放出する。チェレンコフ光を出す条件は物質の屈折率 n を用いて式 (2.15) のように与えられる。

$$\beta > 1/n. \quad (2.15)$$

この GC 検出器では発光体として屈折率 $n = 1.0013$ の C_4F_{10} ガスを使用している。したがって粒子の速度が $\beta_{th} = 1/1.0013 \sim 0.9987$ を超えるとチェレンコフ光が放出される。これを運動量のしきい値に換算すると電子の場合は $10 \text{ MeV}/c$ 、 π^- 中間子の場合は $2700 \text{ MeV}/c$ となる。本実験で測定対象としている π^- 中間子の運動量は $2700 \text{ MeV}/c$ を大きく下回り、チェレンコフ光が検出されたイベントを除去することで π^- 中間子と電子を区別できる。なお放出されたチェレンコフ光は VUV (vacuum-ultraviolet) ミラーを用いて反射させ、設置した PMT で検出した。

2.4.2.3 K^+ 中間子スペクトロメータ (Kaos)

Kaos はハイペロン生成イベントを同定するため、ビーム方向に対し超前方に設置した K^+ 中間子用スペクトロメータである。Kaos の中心軌道長は $\sim 6.4 \text{ m}$ と表 2.4 に示した Spek-A、Spek-C の場合よりも短く、寿命が短い K^+ 中間子 ($c\tau \sim 3.7 \text{ m}$) の検出に適している。また運動量アクセプタンスが広く K^+ 中間子の収量も大きい。Kaos の主なパラメータを表 2.5 に Kaos のセットアップを図 2.16 に示した。

Kaos は dipole 磁石一つとその後段に設置された検出器群から構成される。入射ビームに対し 0° の方向に位置し、タグする K^+ 中間子以外に入射電子ビーム、電子ビームの制動放射による光子、標的からの散乱電子が同時に Kaos 方向へ飛んでくるため、dipole 磁石にはこれらを分ける 4 つの出口が設けられている。また dipole 磁石の磁場は内部に設置したホールプローブで常時モニターしている。

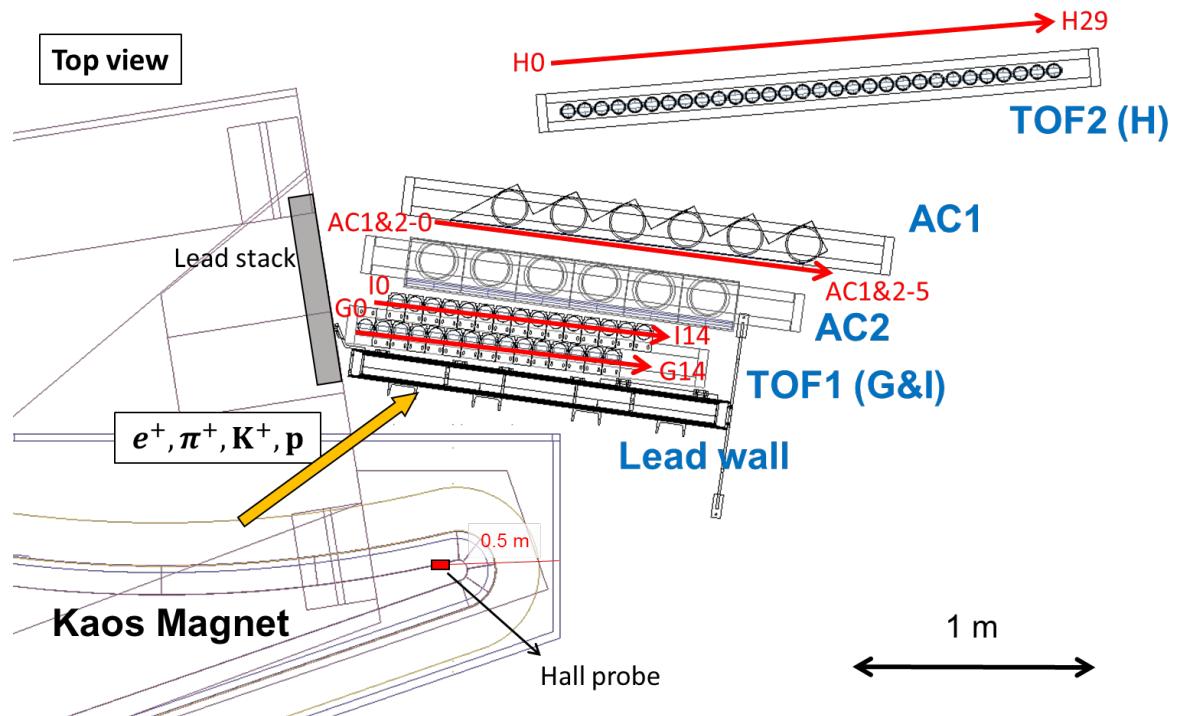


図 2.16 Kaos のセットアップ。粒子識別を行い K^+ 中間子を同定するため、dipole 磁石の後方には e^+ を抑制する鉛ウォール (Lead wall)、2 層のシンチレーションカウンター (G, I wall)、2 層のエアロジェルチェレンコフカウンター (AC1, AC2)、1 層のシンチレーションカウンター (H wall) を上流から順に配置した。また dipole 磁石のヨークの端に鉛ブロックを積み重ね (Lead stack)、すき間から混入する粒子をブロックした。

非常に高い強度の入射電子ビームを用いる本実験では、 0° に設置した Kaos に膨大な量の e^+ , π^+ , p がバックグラウンドとして混入する。電子ビーム強度 $20 \mu\text{A}$ のもとで Kaos の全イベントレートは 40 MHz を超えることが予想され、この中から K^+ 中間子を効率良く識別するため上流側から順に、鉛ウォール (Lead wall)、シンチレーションカウンター (TOF wall)、エアロジェルチェレンコフカウンター (AC1, AC2) を設置した。なお図 2.16 に示した赤字の数字は各検出器におけるセグメント番号を表しており、低運動量側から 0 番として番号をつけた。

Lead wall

バックグラウンドの中でもとりわけ深刻なものが標的での電子陽電子シャワーによる e^+ である。 e^- および e^+ の場合他の荷電粒子より質量が小さく、数 100 MeV より高いエネルギー領域では制動放射がエネルギー損失の主要な要因となる。制動放射によるエネルギー損失は物質の原子番号 Z の 2 乗に比例することから [27]、 Z の大きい鉛 ($Z = 82$) で作成した Lead wall は検出器群の最上流部で e^+ を止める役割を担う。なお Lead wall を設置することで多重散乱の影響により Kaos スペクトロメータの運動量分解能は悪化する。しかし本実験で Kaos はハイペロン生成イベントをタグ付けするために使用され、最終的なハイパー核のエネルギー分解

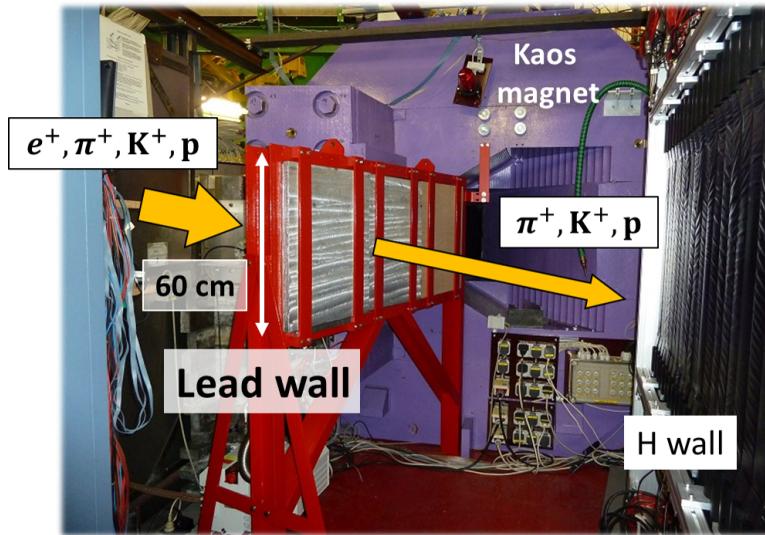


図 2.17 Kaos 検出器群の最上流部に設置した lead wall

能には影響しない。

Kaos に設置した Lead wall を図 2.17 に示した。Lead wall は低運動量側から順に 10 cm、12 cm、14 cm の厚さであり、また Kaos magnet の出口に対し 8° 傾けた状態で設置した [10]。

TOF(Time Of Flight) wall

Kaos 検出器群には粒子の飛行時間測定、エネルギー損失測定およびデータ収集のトリガー作成のため 3 層のシンチレーションカウンターを設置した。上流側から順に G wall、I wall、H wall と名付けてある。

G、I wall は 15 個のプラスチックシンチレータ (BC408、Bicron) から成り、1 つあたりのサイズは $470^H \times 20^T \times 75^W$ mm³ である。それぞれのプラスチックシンチレータは両端に設置した PMT (Hamamatsu R1828) で読み出した。セグメント間の不感領域をなくすため、G wall と I wall は半セグメント分だけずらして設置した。

H wall は 30 個のプラスチックシンチレータで構成され、Kaos magnet の focal plane 上に配置した。1 つのシンチレータのサイズは $580^H \times 20^T \times 70^W$ mm³ である。プラスチックシンチレータおよび PMT は G wall と同じものを使用した。高運動量側で粒子の飛行距離を増やすために、G、I wall は Kaos magnet 出口に対して -7.11° 、H wall は $+4.76^\circ$ 傾けた。

1.0 GeV/c の運動量の p , K^+ , π^+ を TOF wall で検出した場合、おおまかにそれぞれの飛行時間は以下の表 2.6 のように計算できる。なおこのとき飛行距離は 2.0 m とした。

TOF wall の時間分解能は $\sigma \sim 200$ psec 程度であり、デザイン上飛行時間から K^+ と π^+ , p との分離を行えるが、さらに十分な識別を行うため Kaos 検出器群には以下に記述するエアロジェルチェレンコフカウンターを設置した。

表 2.6 TOF wall における各粒子の飛行時間。飛行距離 $L = 2.0$ [mm]、粒子の運動量 $p = 1.0$ [GeV/c] として計算した。

粒子	質量 (MeV/c ²)	飛行時間 (nsec)
p	938.2	9.1
K^+	493.7	7.4
π^+	139.6	6.7

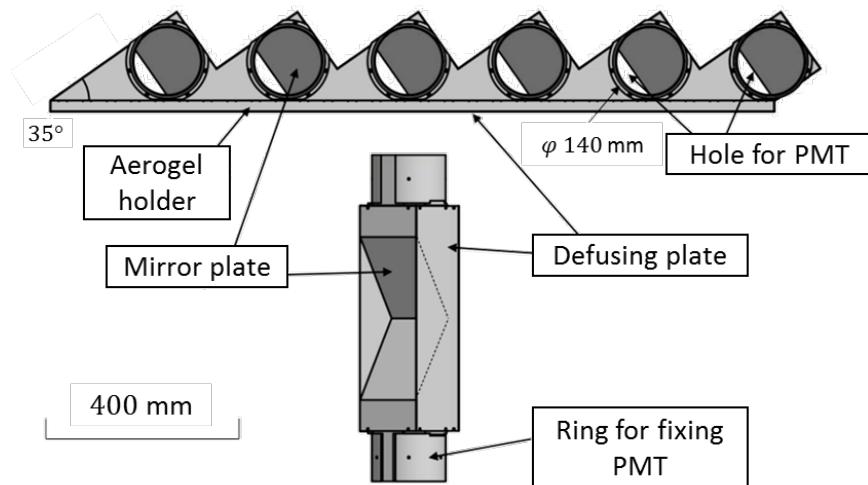


図 2.18 AC1 の構造

AC(Aerogel Cherenkov) Counters

K^+ 中間子と π^+ 中間子の識別を行うことを目的として Kaos 検出器群には 2 層のエアロジエルチェレンコフカウンターを設置した。使用したエアロジエルの屈折率は $n = 1.055$ であり、式 (2.15) を用いてチェレンコフ光が放出されるしきい値を計算すると $\beta_{th} \sim 0.9479$ となる。運動量で考えた場合、 π^+ 中間子、 K^+ 中間子のしきい値はそれぞれ ~ 420 MeV/c、 ~ 1470 MeV/c となる。

2 層のエアロジエルチェレンコフカウンターは下流側から順に AC1、AC2 と名付けてあり、それぞれ図 2.18、図 2.19 に示したように異なる構造をもつ。

AC1 は 2011 年に Kaos にインストールした鏡面反射型タイプのエアロジエルチェレンコフカウンターである。エアロジエル内で発生したチェレンコフ光は図 2.18 のように取り付けられた鏡に反射されて、上下に設置してある PMT で検出される。AC1 に取り付けられたエアロジエルの有効面積は $466^H \times 1490^W$ mm²、厚さは 30 mm である。粒子は $\sim 45^\circ$ 傾いて AC1 に入射するので、実際に粒子がエアロジエル中を通過する距離は実際の厚さの $\sqrt{2} \sim 1.4$ となる。これによりチェレンコフ光の光量を増やしている。

AC1 は 6 つにセグメント化されている。低運動量側では π^+ 中間子の速度が小さくな

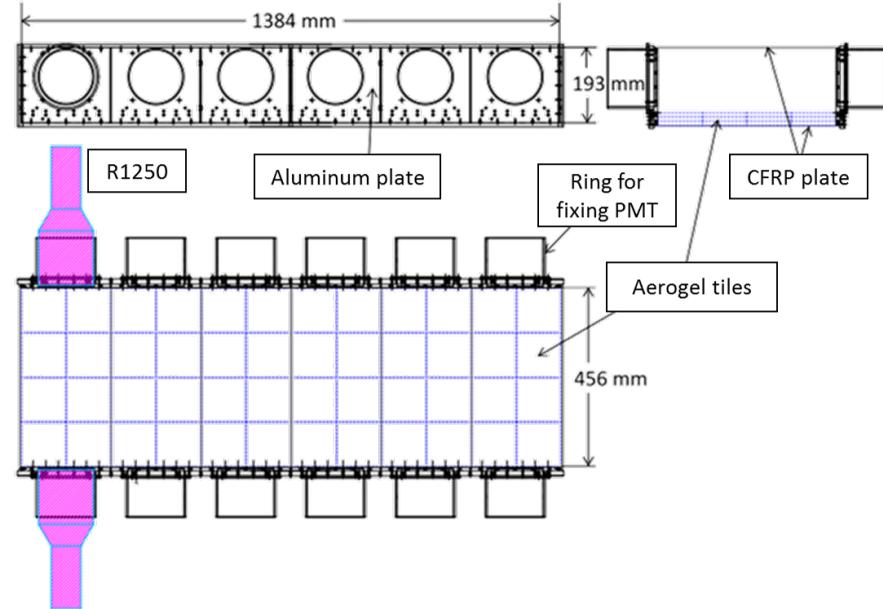


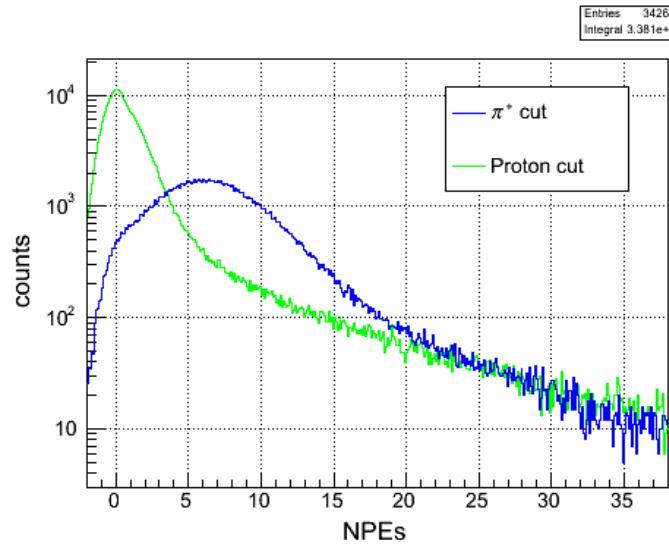
図 2.19 AC2 の構造

り、チェレンコフ光の光量が小さくなることから、カソード面にバイアルカリを使用した量子効率の高い PMT(Hamamatsu, R877-100) を用いた。高運動量側の 3 つの PMT には Hamamatsu の R1250 を使用した。

AC2 は AC1 に加えて 2012 年の実験から新たに設置した乱反射タイプのエアロジエルチェレンコフカウンターである。AC1 と比較して荷電粒子の多重散乱および制動放射による電子陽電子シャワーの影響が小さくなるように設計した。

AC2 エアロジエルの有効面積は $456^H \times 1384^W \text{ mm}^2$ である。粒子が通過する領域のフレームは厚さ 0.4 mm の CFRP (carbon-fiber-reinforced plastic) で製作した。0.1 mm 厚の 3 層の PTFE (polytetrafluoroethylene) シートでフレームを覆い、これを発生したチェレンコフ光の反射材として使用した。エアロジエルの厚さは 30 mm であるが、AC1 の場合と同様粒子はエアロジエル面に対し $\sim 45^\circ$ 傾いて入射することから、実効的な厚みは ~ 1.4 倍となる。AC2 の場合も 6 つのセグメントから構成され、各セグメントの上下で 5" PMT (Hamamatsu R1250) を用いて読み出しを行った。

2014 年に行った実験において AC2 で観測した NPE (Number of Photoelectrons) の分布および AC2 の性能を図 2.20 に示した。TOF wall のデータから得られたエネルギー損失と速度の 2 次元分布から粒子識別を行い、陽子および π^+ 中間子を選択した。図 2.20(a) のグラフから、チェレンコフ光を放出する π^+ 中間子の分布は $\text{NPE} = 6$ 付近にピークを持つが、陽子の場合、 $\text{NPE} = 0$ 付近に分布のピークがある。



(a) AC2 で観測した NPE (Number of Photoelectrons)

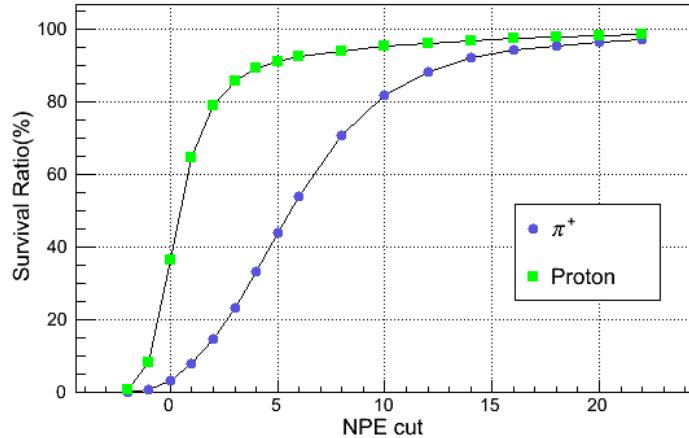
(b) AC2 π^+ 検出効率

図 2.20 2014 年実験における AC2 の性能。図 (b) に示した検出効率について、縦軸の Survival Ratio は以下の式から計算した。

$$\text{Survival Ratio}(\%) = (\text{Entries with NPE cut}) / (\text{Entries without NPE cut})$$

2.5 ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ の Λ 粒子束縛エネルギー測定結果

前節で述べた実験装置を用いて、我々はハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行った。2012 年に行った実験では生成された ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ が標的中で停止し、2 体に弱崩壊する際に放出された π^- 中間子の単一の運動量をピークとして観測することに成功し、この実験手法を確立した。

図 2.21 が Spek-C で観測した π^- 中間子の運動量スペクトラムである。緑色に塗りつぶされたイベントは、Kaos と Spek-C においてそれぞれ K^+ 中間子と π^- 中間子が同時に計測されたイベントを表している。このうち $\sim 133 \text{ MeV}/c$ にピークとして観測したものが停止した

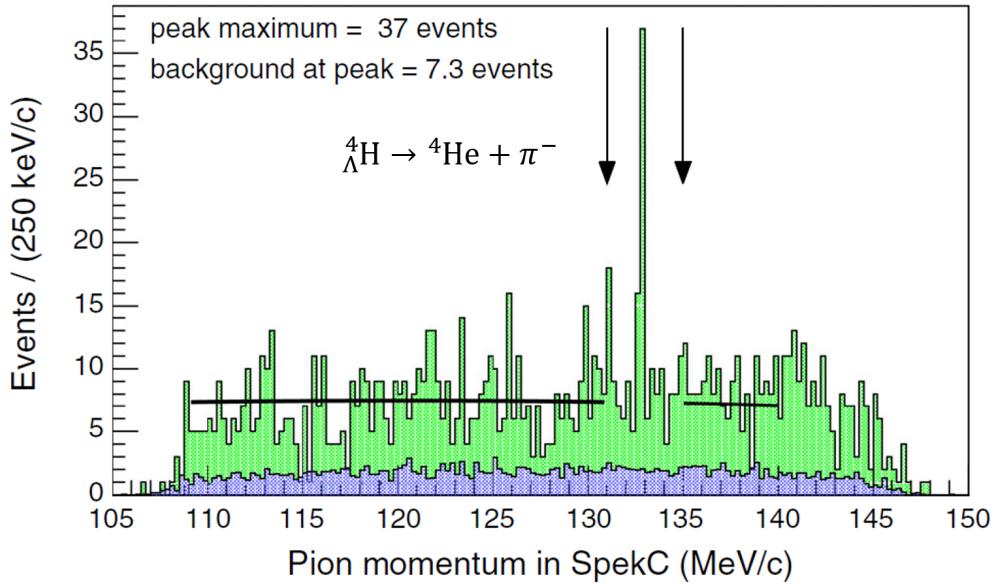


図 2.21 $^4\Lambda$ H の弱崩壊により放出された π^- の運動量 [7]。Spek-C において観測した π^- の運動量を示した。生成された $^4\Lambda$ H が標的中でエネルギーを失って停止し、2 体に弱崩壊したことで放出された π^- の運動量をピークとして観測することに成功した。

$^4\Lambda$ H からの崩壊パイ中間子のイベントである。この分布にバックグラウンドとして含まれるイベントには 2 種類あり、一つは 2.2 節で述べた準自由ハイペロンによるイベントである。もう一つは図 2.21 の青色で塗りつぶした Kaos と Spek-C によるアクシデンタルバックグラウンドである。

バックグラウンドを考慮し、 $^4\Lambda$ H のイベントによるピークをランダウ関数を畳み込んだガウス関数および線形関数を用いてフィッティングした結果、ピーク位置を

$$p_{\pi^-} = 132.92 \pm 0.02(\text{stat.}) \pm 0.12(\text{sys.}) \text{ MeV}/c, \quad (2.16)$$

と決定した [10]。

このピーク運動量の値を正確に決定する上で、 π^- 中間子スペクトロメータ Spek-A, Spek-C の運動量校正は 2.3 節で述べたように電子弹性散乱実験により行った。運動量校正を含め、式 (2.16) の結果に含まれる系統誤差を表 2.7 に示した。このうち寄与の大きい 3 点について以下で記述する。

- 運動量校正実験における電子ビームエネルギー不定性

π^- 中間子スペクトロメータの運動量校正を行った電子弹性散乱実験において、入射電子ビームのエネルギーには 160 keV の誤差があった (3.2 節)。このエネルギーの不定性を式 (2.14) から散乱電子の運動量の不定性に変換すると 160 keV/c となる。ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験では Spek-C の中心運動量を 125 MeV/c にセットしたが、運動量校正のための ^{181}Ta 標的を用いた電子弹性散乱実験では 195 – 208 MeV/c とし

表 2.7 Hyper2012 実験における p_{π^-} の 系統誤差 [10]

運動量校正実験における ビームエネルギー不定性	110 keV/c
π^- 中間子スペクトロメータの設置角度	< 10 keV
ビーム位置	< 10 keV
標的中でのエネルギー損失による補正	< 10 keV
磁場の安定性	40 keV/c
スペクトロメータの運動量線形性	50 keV/c
total	120 keV/c

た。この違いを考慮し、崩壊パイ中間子の運動量に対してはビームエネルギーに起因する運動量誤差を $160 \times 133 / ((195 + 208)/2) = 110 \text{ keV}/c$ と見積もった。

● 磁場の安定性

2.4.2.2 節で触れたように、Spek-C の上流側双極磁石には補正回路が取り付けられているが、実験の最初の期間中にこの補正回路が動作しなかった。そのため NMR で測定していた磁場変動の $\Delta B = 0.10 \text{ mT}$ を考慮し ($\Delta B/B = 0.30\%$)、ここから崩壊パイ中間子の運動量の不定性として $133 \text{ MeV}/c \times 0.30\% = 40 \text{ keV}/c$ を見積もった。

● スペクトロメータの運動量線形性

入射電子ビームのエネルギーを変化させ、 ^{181}Ta および ^{12}C の基底状態と励起状態を測定し、スペクトロメータの運動量線形性を確認した。表 2.7 の数値では、 ^{181}Ta と ^{12}C 標的を用いたデータで、励起エネルギーのピーク位置が 50 keV 異なっていたことから、運動量線形性の誤差として 50 keV/c を見積もった。

これらの各系統誤差の項目の 2 乗和から平方根を取り、最終的な系統誤差を $120 \text{ keV}/c$ と決定した。

上記で説明した系統誤差のうち、磁場の安定度については補正回路により、またスペクトロメータの運動量校正については様々な電子ビームエネルギーを利用したより詳細な電子弹性散乱実験により、改善済みである。

残った項目は電子弹性散乱実験における電子ビームエネルギーの不正確さである。そこで本研究において MAMI の最終段、A1 Hall 直前に位置する dipole 磁石の精密磁場測定を行い、ビームエネルギーを従来より 1 桁良い $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定することを目指した。ビームエネルギーの測定精度向上により、 Λ 粒子束縛エネルギーの決定精度を現在の 90 keV から数 10 keV まで改善できる。次章より本論文の主題である精密磁場測定について記述する。

第3章

電子ビームエネルギー測定のための精密磁場測定

MAMI の電子ビームエネルギーを従来より 1 枠良い $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定することを目的とし、本研究において MAMI のビームライン上に設置してある dipole 磁石の精密磁場測定を行った。ビームエネルギーの測定精度向上により、前章で述べた $^4_{\Lambda}\text{H}$ の Λ 粒子束縛エネルギーの系統誤差を数 10 keV まで改善することを目指す。

精密磁場測定にあたり今回新たに磁場の 3 成分 B_x , B_y , B_z を同時に測定できる 3 軸磁場測定装置を作成した。作成した 3 軸磁場測定装置をドイツマインツ大学に輸送し、現地でビームライン上の dipole 磁石の磁場データを収集した。

本章では始めに電子ビームエネルギー測定の原理を説明する。次に従来の電子ビームエネルギー決定方法についてまとめた後、今回行った精密磁場測定実験のアイディアおよび要求した測定精度について説明する。精密磁場測定実験で用いた各実験装置については第 4 章および第 5 章で記述する。

3.1 電子ビームエネルギー測定の原理

磁場中を運動する荷電粒子はローレンツ力を受ける。いま電子が一様な磁場分布をもつ dipole 磁石の中を図 3.1 のように運動している場合を考える。進行方向に対し垂直な磁場 B を感じ、曲率半径 r で円運動する電子の相対論的な運動方程式は式 (3.1) のように書ける。

$$m_e \gamma \frac{(\beta c)^2}{r} = e \beta c B. \quad (3.1)$$

ここで m_e は電子の質量、 γ は $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ で定義されるローレンツファクター、 βc は電子の速度 (c は光速)、 e は素電荷である。今回電子ビームのエネルギーは 200 MeV 程度であり、電子がほぼ光速 c ($\beta \simeq 1$) で運動する場合を考えている。このとき電子ビームの運動量 p_e を $m_e \gamma \beta c$ とおくと、運動量 p_e 、磁場 B 、曲率半径 r の間に式 (3.2) に示した関係式が成り立

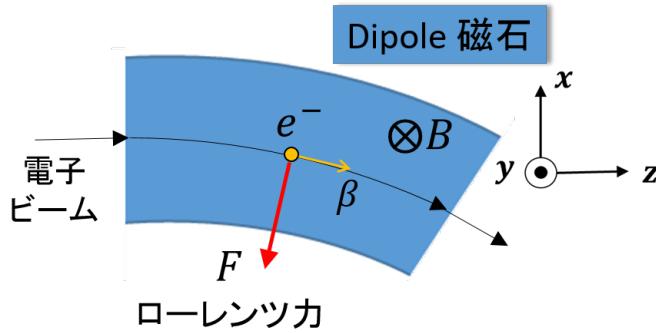


図 3.1 磁場中における荷電粒子の運動

つ。ただし光速の値を $c = 2.9979 \times 10^8$ m/s として代入した。

$$\frac{p_e}{[\text{GeV}/c]} = 0.29979 \frac{B}{[\text{T}]} \frac{r}{[\text{m}]} \quad (3.2)$$

ここまで議論では、図 3.1 に示したように電子ビームが通過する dipole 磁石内部の磁場は一様であり、電子が進行方向に対し垂直な方向に感じる磁場は常に同じ B であると仮定した。しかし実際の dipole 磁石の磁場分布は完全に一様ではなく、磁場は位置依存性を持つ。このため電子ビームの軌道が変わると、電子が dipole 磁石内部およびフリンジ領域を通過する過程で感じる磁場が変化する。したがって電子ビームの運動量 p_e を正確に得るために、dipole 磁石の電子ビーム軌道付近の磁場分布および電子ビームの通った位置を十分な精度で知る必要がある。電子ビームの運動量を測定できれば、電子の質量を考慮し電子ビームのエネルギーを求めることができる。

今回行った精密磁場測定実験のアイディアと実験デザインについては、それぞれ 3.3 節と 3.4 節で説明する。

3.2 従来の電子ビームエネルギー決定方法

本節では MAMI の電子ビームエネルギーがこれまでどのように決定してきたかについて説明する。

図 3.2 は、2.4.1 節で述べた MAMI 加速器施設の RTM3 を構成する 2 台の 180° 偏向磁石のうちの一方と、電子ビームの 73 周目の周回軌道を示したものである。RTM3 の周回軌道（最大 90 周）のうち（表 2.2）、73 周目の軌道上にはビームポジションモニターが設置されている。MAMI ではこの磁石における電子ビームの軌道半径 R_{73} を測定し、得られたビームエネルギー E_{73} （~727 MeV）から、MAMI すでに確立された粒子トラッキングプログラム PTRACE[28] を用いて n 周目のビームエネルギー E_n を外挿により求めている。

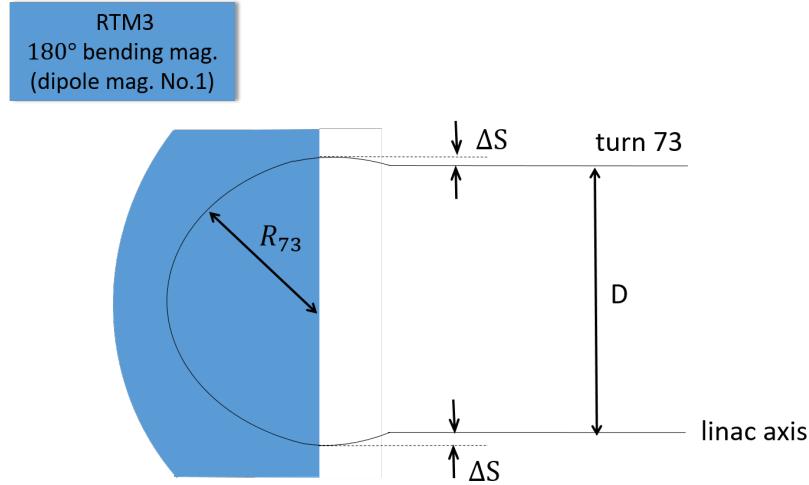


図 3.2 RTM3 180° 偏向磁石における軌道半径 R_{73} の測定。ビームポジションモニターが設置してある 73 周目における電子ビームの軌道半径 R_{73} を測定し、ビームエネルギー E_{73} を得る。

図 3.2 に示した距離 D は、73 周目に設置されたビームポジションモニター上の中心と線形加速器上の軸 (linac axis) との距離を表し、この距離は十分な精度で測定されている。 ΔS は PTRACE から計算したビーム軌道とビームポジションモニターを用いて測定した実際の軌道との差である。この 2 つの変数から、73 周における軌道半径を $R_{73} = D/2 + \Delta S$ と決定する。

式 (3.1) においてビームのエネルギーを $E_e = m_e \gamma c^2$ とおくと、測定した軌道半径からビームエネルギー E_{73} は式 (3.3) から求められる。なおここで電子ビームのエネルギーは $E_{73} \sim 727$ MeV の場合を考えており、 $\beta \sim 1$ と近似した。

$$E_{73} = \frac{ec}{\beta} BR_{73} \\ \simeq ecBR_{73} \quad (3.3)$$

180° 偏向磁石内部の磁場は NMR を用いた測定で、 10^{-4} の正確さで分かっている。また PTRACE の計算から生じる誤差が $\sigma \Delta S = 0.1$ mm、距離 D の測定誤差が 0.43 mm と見積もられている。これら全ての誤差を考慮して $E_{73} \sim 727$ MeV におけるエネルギー誤差は $\sigma E_{73} = 120$ keV となっている [29]。

軌道半径の測定により得られた E_{73} から、PTRACE に基づいてすべての周回軌道におけるビームエネルギーが計算できる。PTRACE の計算から得られたビームエネルギー E_n と E_{73} の差を縦軸に、73 を基準とした周回軌道の数を横軸に取ったプロットを図 3.3 に示した。

得られたプロットを 3 次関数でフィッティングし、さらに測定した RTM3 の 180° 偏向磁石の磁場の値で補正をかけ、最終的な n 周目のビームエネルギー E_n が決定されている。外挿した周回軌道 n 周目のビームエネルギー E_n の誤差は一律で $\sigma E_n = 160$ keV と見積もられて

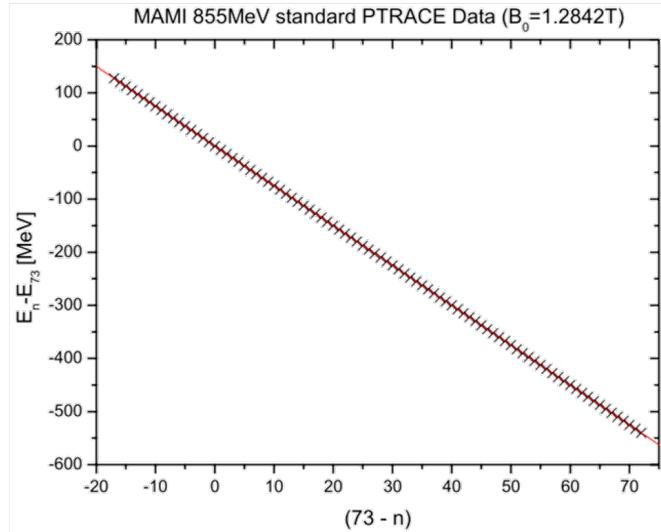


図 3.3 PTRACE による E_{73} からの E_n への外挿 [29]

いる [30]。

3.3 精密磁場測定実験のアイディア

前節で説明した従来の方法では、 π^- 中間子スペクトロメータ運動量校正のための電子弾性散乱実験において、電子ビームエネルギーの決定精度が 195 MeV のエネルギーに対し 160 keV (rms) に限られてしまう。そこで従来より 1 桁良い $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ すなわち数 10 keV の精度でビームエネルギーを測定することを目指し本研究において、MAMI ビームライン上に設置してある dipole 磁石を用いた精密磁場測定実験を考案した。図 3.4 が電子ビームの運動量導出の概念図である。

3.1 節で述べたように、電子ビームの運動量を測定するためには電子ビーム軌道付近の dipole 磁石の磁場分布および電子ビームの通った位置の情報が必要である。dipole 磁石の磁場マップを作成するため、dipole 磁石内部およびフリンジ領域の電子ビーム軌道付近において磁場の 3 成分 B_x, B_y, B_z の精密測定を行うことにした。また電子ビームの通過位置を測定するため、図 3.4 に示したように dipole 磁石の前後に計 4 台のビームモニターを設置した。

電子ビームの運動量を決定する方法の 1 つとして以下が挙げられる。図 3.4 に示すように、dipole 磁石上流側 2 台のビームモニターから得られたビーム軌道と磁場測定により得られた磁場マップを用いて、コンピュータ上で電子の軌道を計算する。このときインプットするビーム運動量として p_{input} を仮定し、その結果輸送した電子の軌道が図 3.4 の黄色線で示したように得られたとする。磁石下流側に設置したビームモニターから得られたビーム軌道と黄色線で描いたビーム軌道とのずれを $\Delta l_1, \Delta l_2$ とおく。インプットするビーム運動量の値を変えていき、 $L^2 = \Delta l_1^2 + \Delta l_2^2$ が最小となるようなインプット運動量 p_{input}^{\min} を探す。

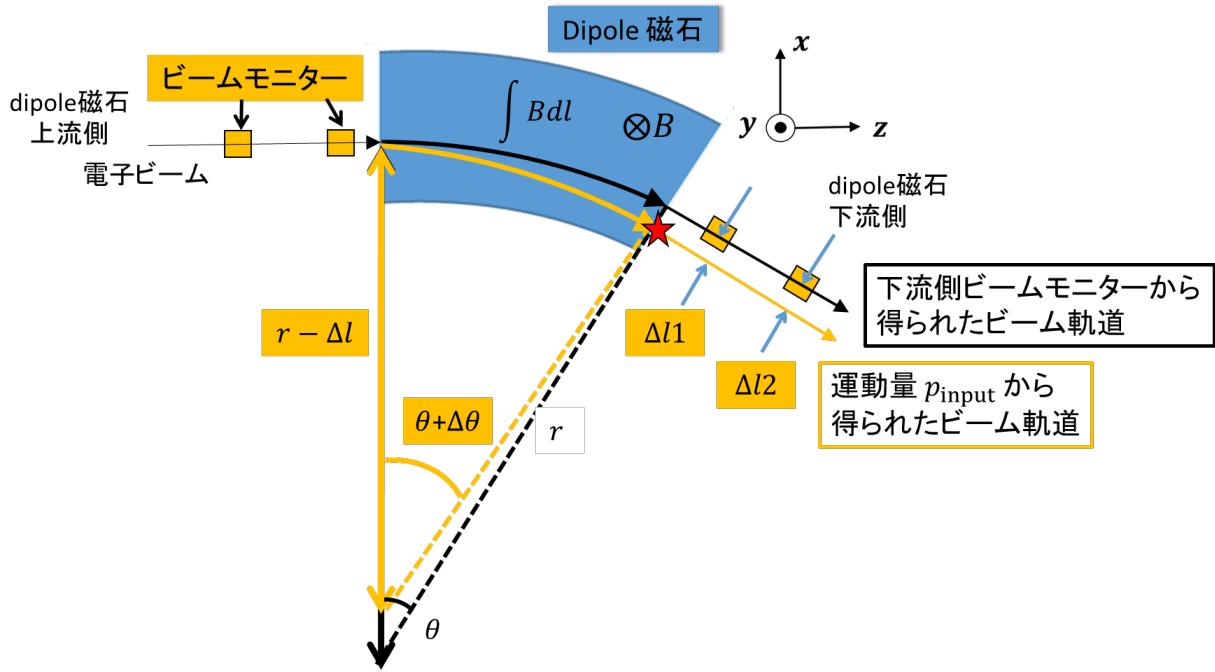


図 3.4 電子ビーム運動量導出の概念図。電子ビームの運動量を得るために電子ビーム軌道付近の磁場マップおよび電子ビームの通った位置の情報が必要である。本研究で行った磁場測定実験において、磁場マップを得るため電子ビーム軌道付近の精密磁場測定を行った。また dipole 磁石の前後に設置したビームモニターを用いて、磁石前後の電子ビームの位置を測定した。得られた dipole 磁石上流側のビーム位置および磁場マップを用いてコンピュータ上で電子の軌道を計算する。インプットする電子ビーム運動量を p_{input} としたとき、輸送した電子が描く軌道を黄色線で示した。黄色線で描いた軌道と磁石下流側に設置したビームモニターから得られたビーム軌道（黒線）との差を $\Delta l_1, \Delta l_2$ とおき、 $L^2 = \Delta l_1^2 + \Delta l_2^2$ が最小となるインプット運動量 p_{input}^{\min} を探す。

ここまで述べてきた方法で電子ビーム運動量を測定可能な磁石として、MAMI の最終段に設置してある dipole 磁石を選択した（図 2.7 の MAMI フロアマップ）。この dipole 磁石は、我々がハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行う A1 Hall 直前の場所に位置し、標的に照射される直前で電子ビームエネルギーを測定できるというメリットがある。また dipole 磁石周辺には磁場測定を行うための十分なスペースがあり、長さ 4 m 程度の可動ステージを設置することができた。さらにビームパイプへのアクセスも容易であった。

次節では、上記で説明した方法で電子ビームの運動量測定を実現するために考案した精密磁場測定実験のデザインについて説明する。

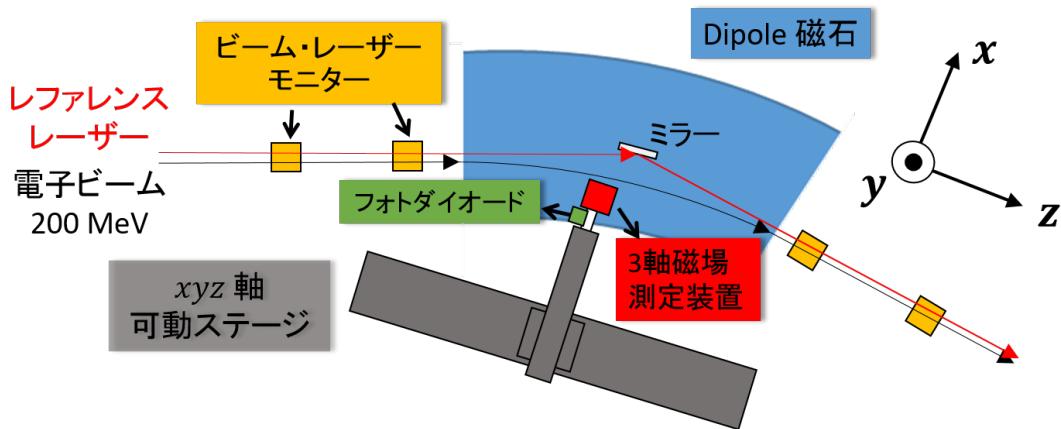


図 3.5 精密磁場測定実験のデザイン

3.4 精密磁場測定実験のデザイン

3.4.1 考案した精密磁場測定実験のセットアップ

$\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で電子ビームのエネルギーを測定するため、図 3.5 に示したような精密磁場測定実験のセットアップを考案した。磁場測定システムは以下で構成される。

- 3 軸磁場測定装置
磁場の 3 成分 B_x , B_y , B_z を同時に測定する。
- xyz 軸可動ステージ
3 軸磁場測定装置を 3 軸方向に対し駆動させる。
- レファレンスレーザー
位置の基準となるレーザー光。3 軸磁場測定装置で磁場を測定した位置と電子ビームの通った位置を結び付ける。
- フォトダイオード
3 軸磁場測定装置とレファレンスレーザーの位置を結び付ける。
- ビーム・レーザーモニター
電子ビームの通った位置とレファレンスレーザーの位置を測定し、両者の相対位置を求める。

今回磁場測定を行った dipole 磁石は、ギャップ幅が 25 mm と非常に狭く、磁場の絶対値に対し B_y 成分が主成分である。したがって得られた磁場マップから電子ビームエネルギーを導出する際は、磁場の B_y 成分が最も重要になる。一方で電子ビームの軌道は必ずしも dipole 磁石のミッドプレーン上にあるとは限らず、 B_x , B_z 成分の寄与も受ける。またこの dipole 磁石の精密な磁場測定を行うのは今回が初めてであり、本精密磁場測定実験では磁石内部だけでな

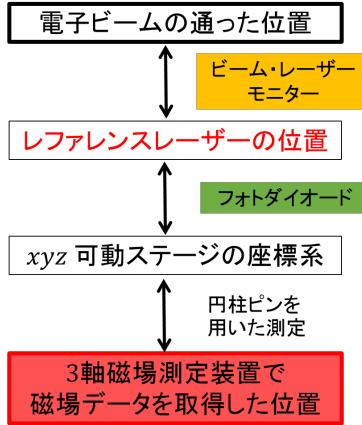


図 3.6 3 軸磁場測定装置で磁場データを取得した位置と電子ビームの通った位置の結び付け

くフリンジ領域も含めて詳細な磁場分布を得ることを目的の一つとした。以上より B_y 成分だけでなく B_x, B_z 成分を含めた磁場の 3 成分を精密に測定することにした。このため本研究において磁場の 3 成分を同時に測定できる 3 軸磁場測定装置を新たに作成することにした。作成した 3 軸磁場測定装置を用いて、dipole 磁石の電子ビーム軌道付近の磁場測定を行い、得られた磁場データから磁場マップを作成する。

電子ビームのエネルギーを求めるためには、dipole 磁石の磁場マップ上の座標系で電子ビームが通った位置を知っていなければならない。すなわち 3 軸磁場測定装置で磁場を測定した位置とビームモニターで測定した電子ビームの通過位置を結び付ける必要がある。そこでビーム軌道に沿うように位置の基準となるレーザー光（図 3.5 のレファレンスレーザー）を用意し、両者を結び付けることにした。以下でその方法を説明する。

図 3.6 に示したように、3 軸磁場測定装置で磁場データを取得した位置および電子ビームの通った位置はすべて xyz 可動ステージの座標系で考える。電子ビームの通った位置を xyz 可動ステージ座標系での位置に変換するため、まず dipole 磁石の前後に設置したビーム・レーザーモニターを用いて、電子ビームの通った位置およびレファレンスレーザーの位置を測定する。ビーム・レーザーモニターの詳細については 5.1 節の YAG モニターの部分で説明するが、この測定により電子ビームとレファレンスレーザーの相対位置が分かる。

次にレファレンスレーザーの位置は 3 軸磁場測定装置直近に取り付けたフォトダイオードを用いて測定する。フォトダイオードの取付位置と 3 軸磁場測定装置との距離を求めるため、円柱形のピンを使用した測定を行う。図 3.7 が測定の概略である。円柱形のピンの側面には 2 本の貫通した穴を開ける。この貫通した 2 本の穴に図 3.7(a) のように 2 本のレーザー光を入射させ、フォトダイオードを用いて xyz 可動ステージの座標系でレーザー光の位置を読み取る（図 3.7(a) 黒色×印）。入射させた 1 本のレーザー光に対し、黒色の×印を少なくとも 2 点測定すれば直線が一意に決まる。この測定を 2 本のレーザー光に対して行うことで、フォトダイオードが読み取った円柱ピンの中心位置（赤色の×印）を xyz 可動ステージの座標系で決定できる。一方、図 3.7(b) のように 3 軸磁場測定装置を円柱ピンの上面、xz 平面上で動かし、

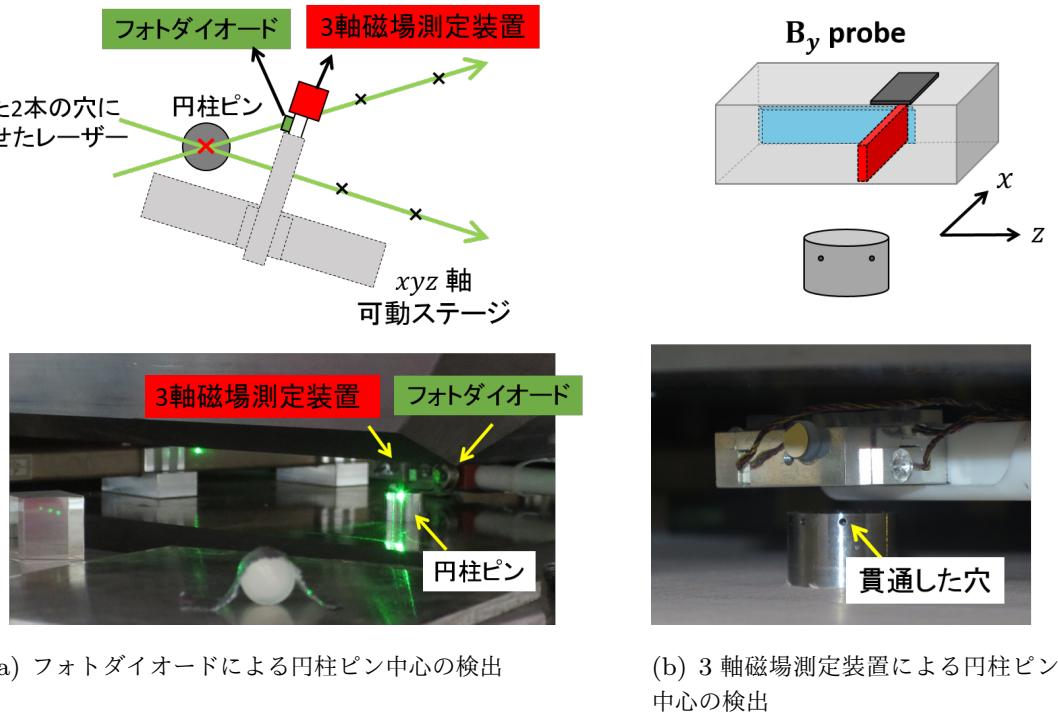


図 3.7 フォトダイオードと 3 軸磁場測定装置の取り付け位置の関連付け

B_y プローブの磁場の値が最大になる位置から（実際に得られた分布：図 5.19(b))、3 軸磁場測定装置が検出した円柱ピンの中心を xyz 可動ステージの座標系で得る。この図 3.7(a) および (b) に示した測定からフォトダイオードと 3 軸磁場測定装置 (B_y プローブ) との距離を求める。

以上のことにより、ビームモニターで測定した電子ビームの位置と 3 軸磁場測定装置で磁場データを取得した位置を結び付ける。これにより磁場測定データから作成した電子ビーム軌道付近の磁場マップ上でビームの通った位置が分かる。ここから 3.3 節で説明した方法で電子ビームの運動量を得ることができる。

3.4.2 要求した測定精度

本節では $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で電子ビームエネルギーを測定するために見積もった、磁場と位置に対する測定精度について説明する。

本研究で精密磁場測定を行った dipole 磁石の軌道半径は ~ 4 m である。今回測定した電子ビームのエネルギーは ~ 200 MeV であり、このとき磁場の絶対値が ~ 300 mT となるよう dipole 磁石を励磁した。式 (3.2) から今回の磁場測定では磁場について 300 mT に対する 10^{-4} である $30 \mu\text{T}$ 、位置については 4 m に対する 10^{-4} である $400 \mu\text{m}$ を目標精度として測定を行った。なおここで示した磁場に対する測定精度 $30 \mu\text{T}$ は、地磁気 ($\sim 50 \mu\text{T}$) よりも小さい。したがって地磁気の影響も考慮して磁場測定を行う必要がある。4.1.1 節でも述べるが、今回の磁場測定では地磁気を含んだ磁場の 3 成分を測定することにした。電子ビームは地磁気

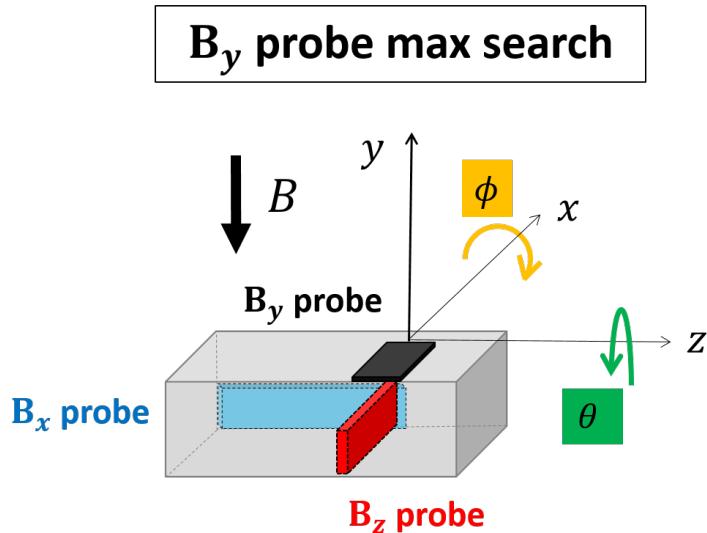


図 3.8 3 つのホールプローブの相対角度導出の原理。 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たす一様磁場中で 3 軸磁場測定装置を θ および ϕ の 2 軸方向に対し回転させ、ホールプローブの磁場の値が最大になる位置を調べた。図では B_y プローブに対し磁場の値が最大になるときの角度 θ_{\max} 、 ϕ_{\max} を探している。

のある領域を通過するため、地磁気を含んだ dipole 磁石の磁場マップを作成し電子ビームの運動量を計算する。

本研究で新たに作成した 3 軸磁場測定装置には、3 つのホールプローブを取り付けた。3 軸磁場測定装置を用いて得られた磁場データは最終的に、測定点一点における磁場の 3 成分 B_x, B_y, B_z に変換する。このとき 3 軸磁場測定装置に取り付けたホールプローブの互いの相対角度および相対位置の情報が必須である。デザイン上 3 つのホールプローブは互いに直交するよう配置した。しかし取り付けによる誤差の影響で、実際には 3 つのホールプローブの相対角度は 90° からずれている可能性がある。またホールプローブの相対位置についても取り付けにより、デザイン値とずれる可能性がある。したがって作成した 3 軸磁場測定装置の校正実験を行うことにした。

相対角度については東北大学電子光物理学研究センター (ELPH) で測定を行い、相対位置については MAMI で磁場測定を行った際に合わせてデータを取得した。以下でそれぞれの測定のアイディアを説明する。

相対角度測定

相対角度を測定する校正実験では、要求精度 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たす一様磁場中で 3 軸磁場測定装置を θ, ϕ の 2 軸方向に対し回転させ、ホールプローブの磁場の値が最大になる位置を θ および ϕ が張る 2 次元平面内で探した (図 4.22、max search)。この測定を 3 つのホールプローブに対して行い、それぞれのホールプローブで磁場が最大になる方向から互いの相対角度を割り出した。

上記の測定を行うためには、磁場中で3軸磁場測定装置を細かい角度で回転させることのできる機構が必要となる。そこで3軸磁場測定装置用の1軸回転台を新たに製作した。1軸回転台の作成およびデザインの詳細については次章の4.2節で説明する。

相対角度測定を行った校正実験では以下の4点を考慮した。

1. 取り付けた3つのホールプローブが完全に固定されていること
2. 3軸磁場測定装置の回転角度を高精度で測定すること
3. 3軸磁場測定装置が回転する領域で磁場の値の変化が
 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ の範囲以内であること
4. プラナーホール効果の影響が分かっていること

一点目については次章の4.1.2節で固定方法等を述べることにし、以下ではホールプローブが完全に固定されているという前提の下で議論する。

二点目について、今回行った校正実験では回転角度を高精度で測定するためレーザーシステムを用いた。作成した3軸磁場測定装置に鏡を取り付け(図4.3)、その鏡にレーザー光を当て、レーザーの反射光の位置を測定することで回転角度を導出した。3軸磁場測定装置に取り付けるミラーの表面に凹凸があれば、観測するレーザー反射光もその影響を受ける。したがってミラーについては平面度の高いものを使用した。

三点目の磁場の安定性については、校正実験で用いた磁石の磁場測定を行い、磁石内部で $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たす安定領域を探した。

最後にプラナーホール効果について説明する。ホールプローブはホール効果の原理を利用した磁場測定装置であり、プローブ面の法線方向の磁場に対して感度をもつ。しかし実際にはプローブ面の法線方向だけでなく、水平方向に対しても回転角度に依存した磁場が検出される。これをプラナーホール効果という[31]。プラナーホール効果の影響も考慮すると、ホールプローブが検出する実際の磁場 B_{measured} は、図3.9で定義した座標系のもとで式(3.4)のように表される。

$$B_{\text{measured}} = B \cos \theta + p_H (B \sin \theta)^2 \sin 2\phi \quad (3.4)$$

θ はホールプローブ面の法線方向と磁場のなす角度であり、式(3.4)中の第1項目 $B \cos \theta$ がホール効果による磁場を表す。一方プラナーホール効果による磁場は、式中の第2項目でプラナーホール係数 p_H を用いて表現され、プローブ面に対して水平方向の磁場 $B \sin \theta$ の2乗と回転角 2ϕ に依存する。先にも触れたように今回磁場測定を行ったdipole磁石はギャップが25mmと非常に狭く、磁場の絶対値に対し B_y 成分が主である。またホールプローブごとに決まるプラナーホール係数 p_H について、我々の実験グループが2002年に行った K^+ 中間子用スペクトロメータHKS(High resolution Kaon Spectrometer)の磁場測定から、 $p_H \sim 10^{-2}$ という結果を得ている[34]。今回使用したホールプローブはこのときと同じタイプのプローブである。 B_x, B_z 成分の大きさが B_y 成分の大きさの1/100程度であると仮定すると、MAMIの

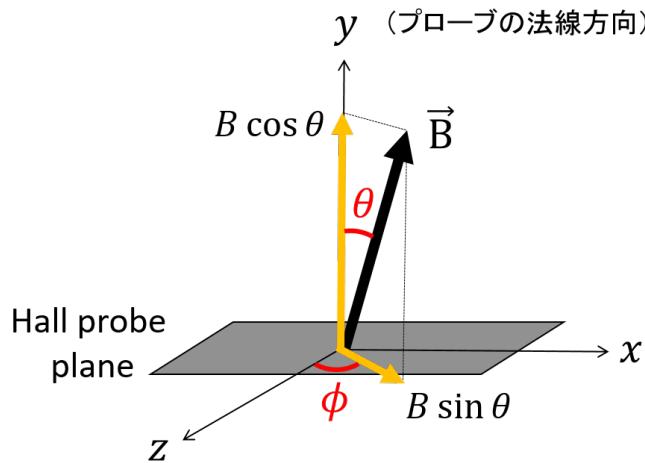


図 3.9 プラナーホール効果。ホールプローブはプローブ面の垂直方向の磁場（ホール効果による磁場）だけでなく、プローブ面の水平方向に対しても回転角度に依存した磁場を検出する。

磁場測定において、 B_y プローブが検出する磁場のプラナーホール効果による影響は、式 (3.4) よりプローブの水平方向の磁場 $B \sin \theta$ の 2 乗とホールプラナー係数を考慮して、 $B \cos \theta$ に対し $\sim (1/100)^2 \times 10^{-2} = 10^{-6}$ 程度と考えられる。これは目標とした測定精度 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ より十分小さく、プラナーホール効果は今回の磁場測定では大きな影響を与えるないと予想されるが、ELPH で行った相対角度測定の校正実験の際に合わせてプラナーホール効果についても測定した。測定結果については第 4 章 4.4 節で記述する。

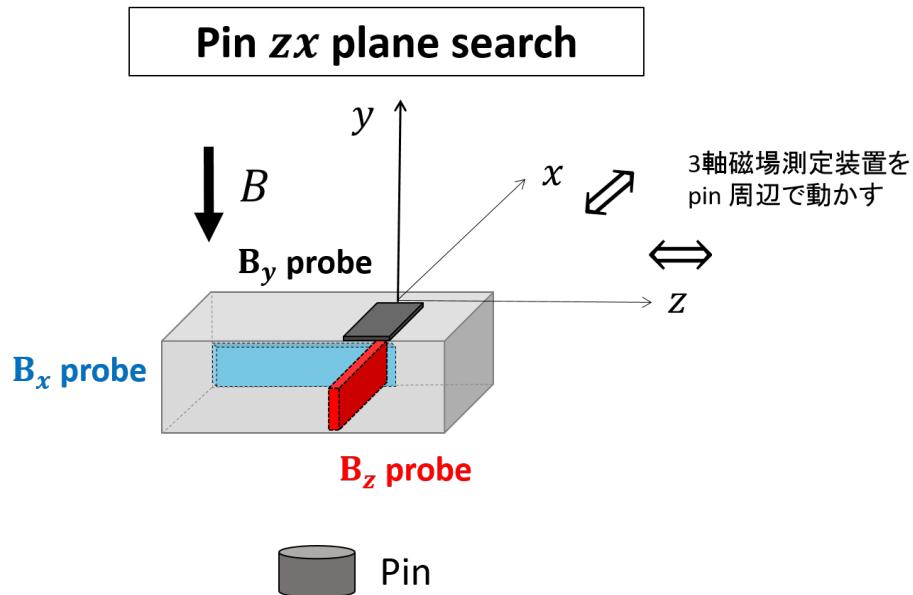


図 3.10 3 つのホールプローブの相対位置導出の原理。図では円柱ピンの上面側で、 y 方向の高さは変えずに zx 平面内で 3 軸磁場測定装置を動かして磁場測定を行っている。 zx 平面での測定で得られた B_x 、 B_y 、 B_z プローブの各磁場分布から、3 つのホールプローブの互いの z および x 方向の相対距離が求められる。

相対位置測定

3 つのホールプローブの相対位置を測定する校正実験では、図 3.10 のように鉄製の円柱形のピンを用いた磁場測定を行った。磁場中に設置した円柱ピンの周辺で 3 軸磁場測定装置を動かして磁場データを収集し、得られた B_x 、 B_y 、 B_z プローブの各磁場分布から互いの相対距離を求ることにした。円柱ピンを用いた磁場測定とその解析の詳細については第 5 章の 5.2 節および第 6 章の 6.3 節で記述する。

第4章

3軸磁場測定装置の作成と校正実験

本章では MAMI で精密磁場測定を行うために作成した 3 軸磁場測定装置および 3 軸磁場測定装置校正のために合わせて作成した 1 軸回転台の詳細を説明する。その後この両者を用いて東北大学電子光理学研究センター (ELPH) にて行った角度校正実験およびその解析結果について記述する。

4.1 3 軸磁場測定装置

4.1.1 ホールプローブとテスラメータ

3 軸磁場測定装置は、Group3 Technology 社製の MPT-141-10S のホールプローブを 3 つ使用して作成した。ホールプローブの概念図とその仕様を図 4.1 に示す。なおホールプローブの感度領域 (sensitive area) に対し図 4.1(a) の黒矢印の向きに磁場がある場合、ホールプローブは正の磁場の値を返す。

ホールプローブがとらえた各成分の磁場の値は、同じく Group3 Technology 社製のテスラメータ DTM-151 を用いて読み出した (図 4.2)。ホールプローブとテスラメータを合わせた系全体としての測定精度を表 4.1 にまとめた [33]。記載した分解能はテスラメータを DC mode、digital filtering ON の設定で使用したときの数値である。表 4.1 に示した分解能は、3.4.2 節で述べた磁場の目標精度 $30 \mu\text{T}$ を十分満たしている。

表 4.1 Group3 Technology 社製のホールプローブおよびテスラメータを合わせた系全体としての仕様 [33]

	display resolution	serial/GPIB resolution
0.3 T range	$1 \mu\text{T}$	$0.1 \mu\text{T}$
0.6 T range	$2 \mu\text{T}$	$1 \mu\text{T}$
1.2 T range	$4 \mu\text{T}$	$1 \mu\text{T}$

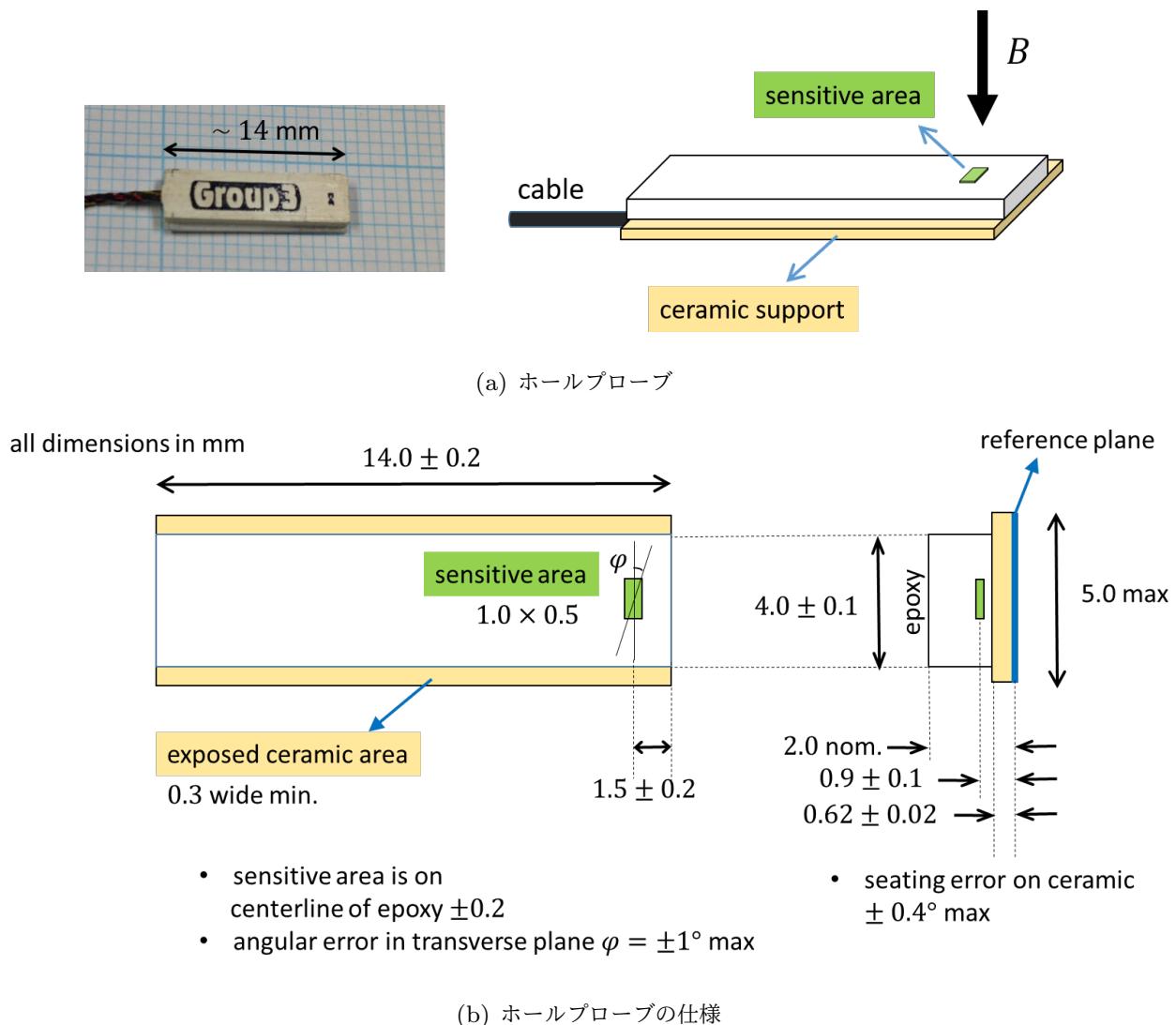


図 4.1 使用した MPT-141(Group3 Technology) ホールプローブ [33]

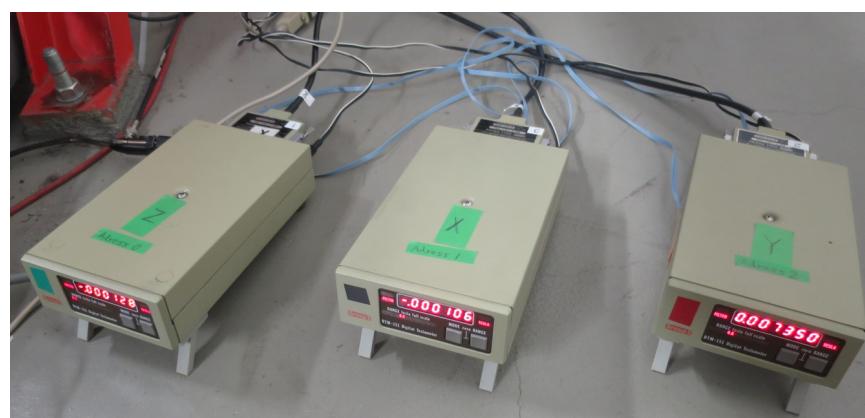


図 4.2 使用した DTM-151(Group3 Technology) テスラメータ

なおホールプローブから得られた磁場の値は、最終的に磁場測定の際に dipole 磁石内部に設置した NMR を用いて絶対値校正した。

また 3.4.2 節で述べたように、今回の磁場測定実験では地磁気の影響を考慮して測定を行う必要がある。したがって磁場測定の開始前にホールプローブのオフセットを決める作業を行った。ホールプローブをミュークルで覆い、地磁気を遮蔽した状態でテスラメータの示す磁場の値がゼロとなるようにセットした。

4.1.2 3 軸磁場測定装置のデザイン

次に、3 つのホールプローブを取り付けるためにデザインしたアルミニウム合金の直方体について述べる。

磁場測定の要求精度である $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を達成するためには、ホールプローブを取り付ける物質として非磁性体のものを選ぶ必要がある。すなわち 3 軸磁場測定装置を磁場中に置いても、装置そのものの影響による磁場の値の変化が $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ 以内に収まる物質を選ばなければならない。今回は非磁性体の金属として、加工性にも優れたアルミニウムを使用した。なおアルミニウムの熱膨張率は、1 m、1 K あたり $20 \mu\text{m}$ 程度である。今回作成した直方体の大きさは 2 cm 程度であり、温度が 1°C 変化しても直方体の大きさの変化は $0.2 \mu\text{m}$ 程度に収まる。したがって取り付けたホールプローブの位置は、要求精度の範囲でアルミニウムの熱膨張の影響を受けない。

一般的に使用されているアルミニウムは純アルミニウムまたはアルミニウム合金である。純アルミニウムは純度 99 % 以上のアルミニウムを指し、アルミニウム合金の場合には複数種類の元素が添加され、含まれる元素の割合に応じて様々な種類に分類されている。

今回 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ の精度を満たす磁場測定を行うため、3 軸磁場測定装置に使用する材料の候補として A2219、A2017、A5052 の 3 種類のアルミニウム合金を選んだ。A2219 は、2002 年に JLab の HKS に設置した 2 台の四重極磁石と 1 台の双極磁石の磁場測定を行った際使用したアルミニウム合金である [34]。A2017 および A5052 はいずれも用途が広く手に入りやすいアルミニウム合金であり、また鉄の含有率も低かったため候補として合わせて選択した。以下に 3 つのアルミニウム合金、2000 系のアルミニウム合金 A2017、A2219 および 5000 系のアルミニウム合金 A5052 についてその特徴および化学成分についてまとめた。

- 2000 系 アルミニウム一銅 (Al-Cu) 系合金

主要な添加元素が銅 (Cu: ~ 5%)、強度が高く機械的性質や切削性に優れる。

ジュラルミン (A2017)、超ジュラルミン (A2024) が代表的である。銅を多く含むので耐食性は悪い。表 4.2 に今回使用した A2017、A2219 の化学成分を載せた [35, 36]。

表 4.2 2000 系 Al-Cu 系合金の化学成分 [35, 36]

種類	化学成分 (%)									
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Cr	Ti	その他	Al
A2017	0.20~0.8	0.7	3.5 ~ 4.5	0.40~1.0	0.40~0.8	0.25	0.10	-	Zr+Ti 0.20	残部
A2219	0.20	0.30	5.8~6.8	0.20~0.40	0.02	0.10	-	0.02~0.10		残部

• 5000 系 アルミニウムマグネシウム (Al-Mg) 系合金

アルミニウムの耐食性を劣化させずに強度を上げるために、マグネシウムを多く添加した合金である。加工性に優れ幅広い用途がある。A5052 が 5000 系の代表的な合金として挙げられ、強度はアルミニウム合金全体の中で中程度である。表 4.3 に A5052 の化学成分を載せた [35]。

表 4.3 5000 系 Al-Mg 系合金の化学成分 [35]

種類	化学成分 (%)									
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Cr	Ti	その他	Al
A5052	0.25	0.40	0.10	0.10	2.2~2.8	0.10	0.15~0.35	-		残部

これら 3 種類のアルミニウム合金を磁場中に設置した NMR プローブの上に直接置き、NMR の示す磁場の値を確認した結果、 $\Delta B/B \sim 10^{-5}$ の範囲で値の変化は見られなかった。そこで 3 種類の中で最も鉄の含有率が低い、A2219 を用いて 3 軸磁場測定装置を作成することにした。

デザインした 3 軸磁場測定装置を図 4.3 に、その構造の詳細を図 4.4 に示す。

磁場測定を行った MAMI ビームライン上の dipole 磁石のギャップは 25 mm と非常に狭い。高さを変えて測定を行うことを考慮し、3 軸磁場測定装置の高さは 8.5 mm にデザインした。ホールプローブの配置については、感度領域 (sensitive area) の中心線の一つが 3 つのホールプローブで共通となるように設計した (図 4.4 の共通軸)。

A2219 の直方体に取り付けた 3 つのホールプローブは動くことがないようにそれぞれ固定する必要がある。そこでまずホールプローブのサイズに合うように直方体に溝を作成した (図 4.4)。作った 3 か所の溝にホールプローブをはめ込み、それぞれ治具と非磁性のポリカーボネート製のネジ (ミスミ社製、CSPCSPC-PC-M2-5) を用いて固定した。 B_y プローブについてはアクリル製の治具をホールプローブの上からかぶせて取り付けた。 B_x プローブについては、校正実験の際にこのプローブがついている面を 1 軸回転台に取り付ける必要があったため、アクリルではなく A2219 を使って作成した治具を用いた。 B_z プローブについても A2219 で作成した L 字型の治具でホールプローブを押し付けて固定した。図 4.4 の青色で示した部分が治具に相当する。

また直方体の表面には図 4.3(a) のように直径 $\phi = 5$ [mm] のミラー (中央精機、SMR-5EA)

表 4.4 3 軸磁場測定装置に取り付けたミラーの仕様 (中央精機、SMR-5EA)[37]

外径 (mm)	板厚 (mm)	材質	材質(熱膨張係数)	基盤面精度	平行度
$\phi 5.0 + 0.0 / - 0.20$	2 ± 0.20	合成石英	$0.55 \times 10^{-6} / ^\circ C$	$\lambda/10 (@632.8 \text{ nm})$	$< 30'' (0.15 \text{ mrad})$

を 3 つ取り付けた。校正実験の際にこのミラーにレーザー光を当て、その反射光を見ることで 3 軸磁場測定装置そのものの角度を測定した。校正実験の詳細のセットアップについては 4.3 節で述べる。使用したミラーの仕様について以下の表 4.4 にまとめた。ミラーは基盤面精度の高いものを選択した。

上記以外に、MAMI で dipole 磁石の磁場測定を行う際、3 軸磁場測定装置を取り付けるシャフトが必要になる (5.1 節)。シャフトと装置を接続できるよう装置の側面に 2 か所ねじ穴を作成した。

最後に取り付けたホールプローブの相対位置について記す。3.4.2 節で述べたように 3 軸磁場測定装置から得られた磁場の値は、ホールプローブの互いの相対位置を考慮して最終的に測定点一点における磁場の値に変換する。3 つのホールプローブのデザイン上の相対位置は、図 4.1(b) に示したホールプローブ感度領域 (sensitive area) の中心位置から決まる。表 4.5 に B_y プローブを基準とした B_x および B_z プローブの相対位置を示した。ただし表中の計算結果は図 4.1(b) に示した仕様の誤差のみを含み、値の正負は B_y プローブの感度領域の中心を原点に取った時の図 4.3(b) に示した座標系に基づいて決めた。

第 6 章磁場データの解析の 6.3 節において、このデザイン値と円柱ピン周辺での磁場測定データから得られた相対位置を比較して考察する。

ここまで作成した 3 軸磁場測定装置の詳細について述べた。第 3 章の 3.4.2 節で説明したよ

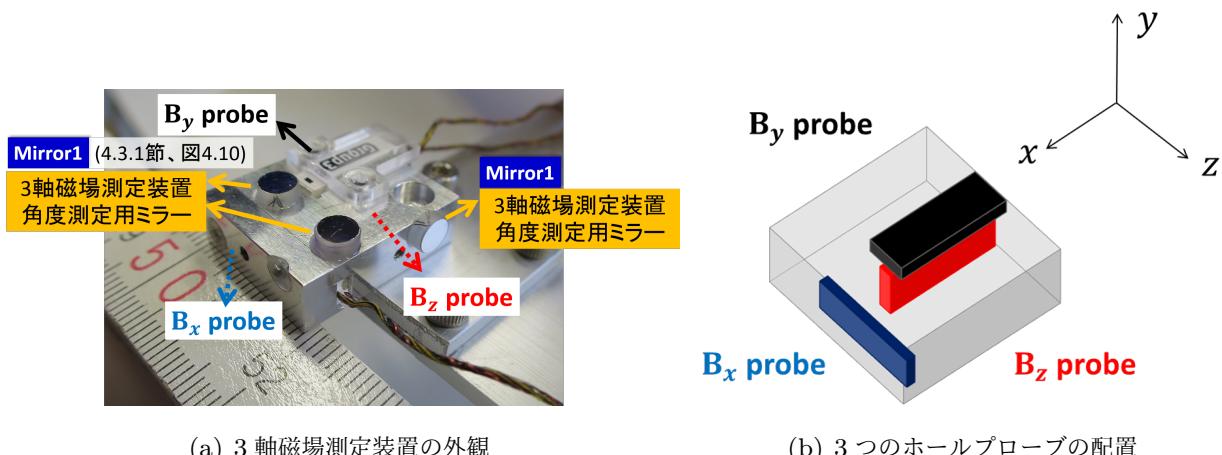


図 4.3 3 軸磁場測定装置。A2219 アルミニウム合金の直方体に 3 つのホールプローブを (b) に示したように配置した。また表面には 3 軸磁場測定装置そのものの回転角度をレーザーシステムにより測定するため (4.3 節)、ミラーを 3 つ取り付けた。

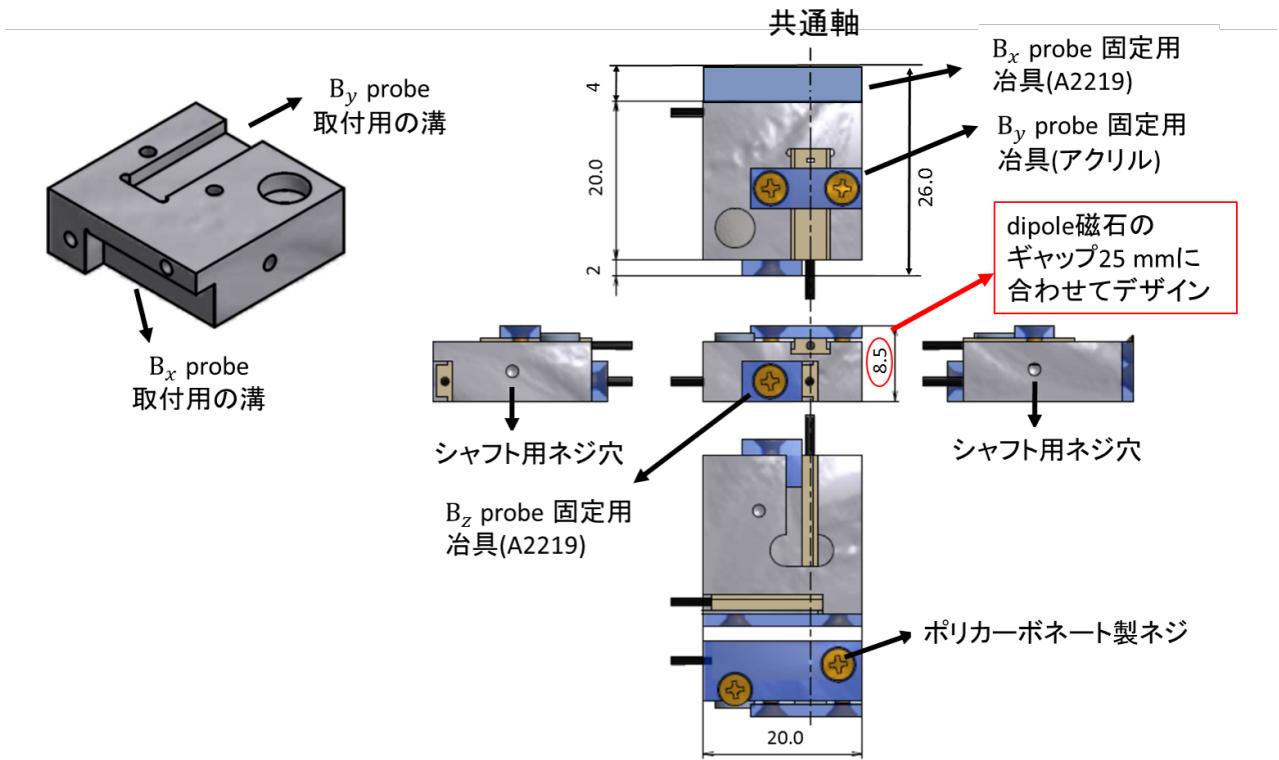


図 4.4 3 軸磁場測定装置の構造。 $20 \times 20 \times 7.5 \text{ mm}^3$ のサイズの A2219 直方体に、図 4.1 に示したホールプローブのサイズに合う溝を 3 か所作成し (左上図) ホールプローブを取り付けた。ホールプローブ固定用治具を含めた全体のサイズは $20 \times 26 \times 8.5 \text{ mm}^3$ である。

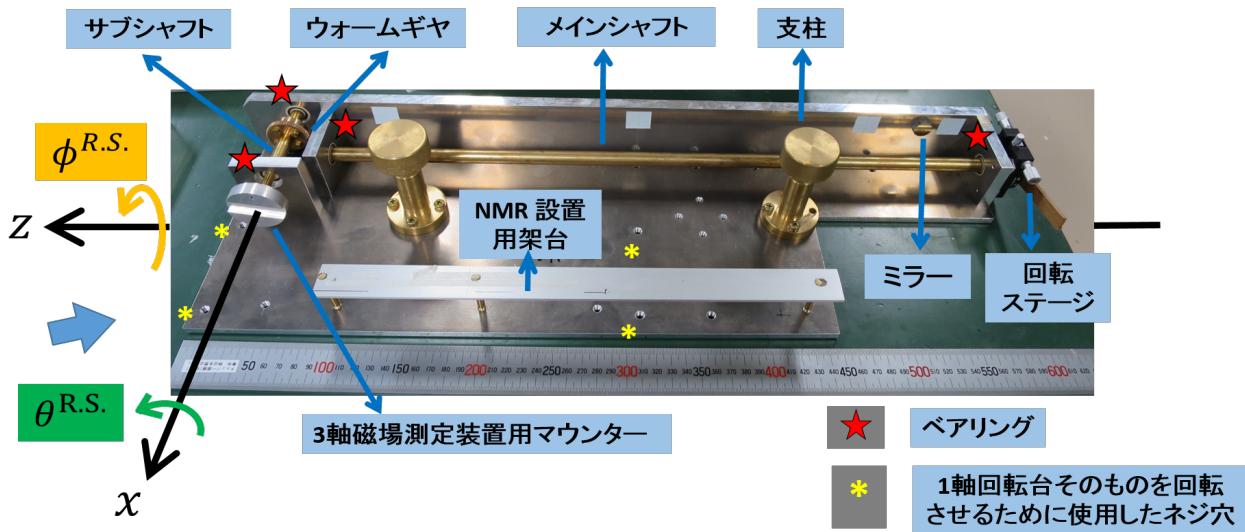
表 4.5 3 つのホールプローブの相対位置 (デザイン値)。 B_y プローブを基準としたときの B_x および B_z プローブの相対位置を示した。設計上 z 軸を 3 つのホールプローブの共通軸とした。

	x [mm]	y [mm]	z [mm]
B_x probe	$+5.9 \pm 0.2$	-4.4 ± 0.2	0.0 ± 0.3
B_z probe	0.0 ± 0.2	-4.4 ± 0.2	0.0 ± 0.2

うに、作成した 3 軸磁場測定装置にはホールプローブの取付けによる誤差も含まれることからホールプローブの相対角度および相対位置を測定するための校正実験を行った。相対角度を測定するためには、3 軸磁場測定装置を細かい角度で回転させることのできる駆動装置が必要となる。そこで次節では 3 軸磁場測定装置用の 1 軸回転台の詳細について説明する。

4.2 1 軸回転台

本節では 3 軸磁場測定装置の校正実験のために作成した 1 軸回転台について記述する。始めに図 4.5 に作成した 1 軸回転台の外観と、校正実験の際 ELPH のキャリブレーション用磁



ELPH キャリブレーション用磁石(4.3.2 節)設置時に
方向から撮影した1軸回転台

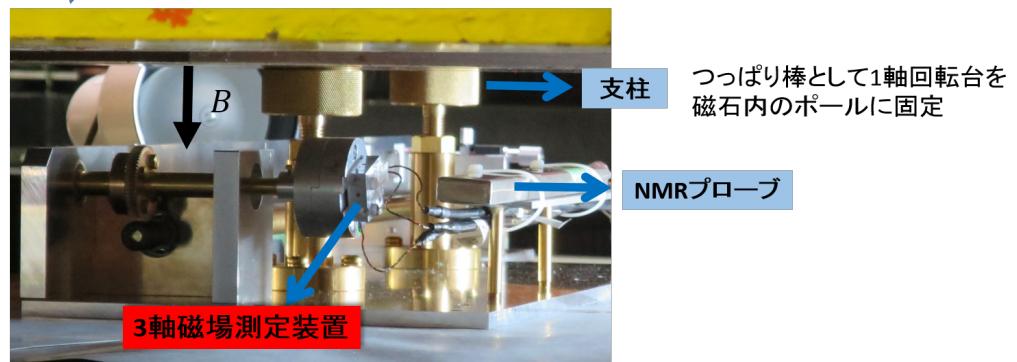


図 4.5 1軸回転台の外観および磁石内部に設置したときの様子。回転ステージを回すことでシャフトおよびウォームギヤを通じて3軸磁場測定装置に回転が伝わる。

石(次節)に設置していた時の様子を示す。

1軸回転台は磁場中で3軸磁場測定装置を細かい角度で回転させることのできる回転装置である。図4.5の右側の回転ステージを回すことで、メインシャフト、ウォームギヤおよびサブシャフトを通じてマウンターに設置した3軸磁場測定装置に回転が伝わる仕組みになっている。支柱は校正実験を行う際に磁石内部で1軸回転台を固定するために取り付けたもので、つっぱり棒としての役割を果たす(図4.5)。また1軸回転台の側壁に取り付けたミラーは1軸回転台そのものの角度をモニターするために使用した。作成した1軸回転台は1軸に対してしか回転させることができないが(図4.5のサブシャフト、x軸方向の回転 $\theta^{R.S.}$)、校正実験の際には3軸磁場測定装置を2軸方向に対し回転させる必要がある。したがって2軸目の回転では1軸回転台そのものを土台ごと回転させた(図4.5のz軸方向の回転 $\phi^{R.S.}$)。この土台ごとの回転は、1軸回転台の土台に開けたネジ穴にネジを通して、ネジの回し具合を調整することで実現した。なお校正実験で3軸磁場測定装置を回転させた角度は、2方向いずれの回転の場合も回転軸に対し±1°程度である。

なお1軸回転台作成にあたり事前に、校正実験に使用したキャリブレーション用磁石の磁場測定を行った。キャリブレーション用磁石の安定領域を探し、その位置に3軸磁場測定装置を配置できるよう1軸回転台をデザインするためである。詳細については4.3節で述べる。

3軸磁場測定装置の場合と同様、1軸回転台に使用する材料は非磁性体であることが必須である。1軸回転台の土台、側壁および3軸磁場測定装置用マウンターにはすでに磁場中で $\Delta B/B \sim 10^{-5}$ のオーダーで非磁性であることを確認済みであったアルミニウム合金A2017を使用した。1軸回転台そのものの回転には、非磁性の金属であるチタン製のネジ（モノタロウ、TB97-0612）を用いた。また1軸回転台を支えるための支柱および回転を伝えるメインシャフトとサブシャフトには真鍮C2600を使用した。真鍮C2600の化学成分を表4.6に示す。

表4.6 真鍮C2600(七三黄銅)の化学成分 [38]

種類	化学成分 (%)				
	Cu	Pb	Fe	Zn	その他
C2600	68.5 ~ 71.5	0.05	0.05	残部	-

この他に1軸回転台に使用した主な部品の型番等を表4.7にまとめた。それぞれの部品の役割およびその仕様等について順に記述する。

表4.7 1軸回転台の作成に使用した部品

部品	メーカー	型番
θ軸粗微動ステージ	シグマ光機	KSP-406M
プラスチックベアリング $\phi 10$	鹿島化学金属	UKB6800PKPT-A (内径 $\phi 10$ mm、外径 19 mm)
プラスチックベアリング $\phi 8$	鹿島化学金属	UKB698PKPT-A (内径 $\phi 8$ mm、外径 19 mm)
ウォーム	小原歯車工業	SW0.5-R1 (真鍮製)
ウォームホイール	小原歯車工業	BG0.5-60R1(真鍮製)

回転ステージ

図4.5中の回転ステージとして使用したものがθ軸粗微動ステージである(図4.6)。この回転ステージにメインシャフトを接続し回転を伝えた。粗動の場合ステージを360°回転させることができ、目盛りの最小読み取り値は2°である。微動の場合、取り付けられたマイクロメータを用いて±5°の範囲でステージを回転できる。マイクロメータの最小読み取り値は約1'24.2''(約0.023°)[39]である。

ベアリング

ベアリングは摩擦を減らし、なめらかな回転運動を実現するための機械部品の一つである。軸受とも呼ばれ、回転する軸と接して荷重を担い回転軸を支える役割を果たす。転がり軸受と

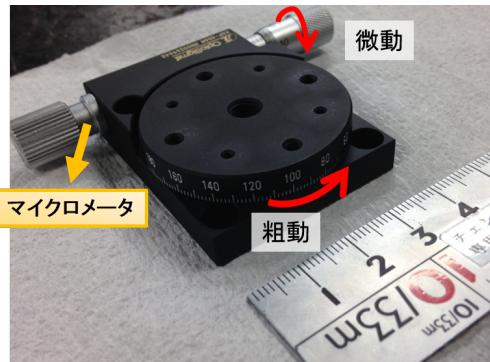
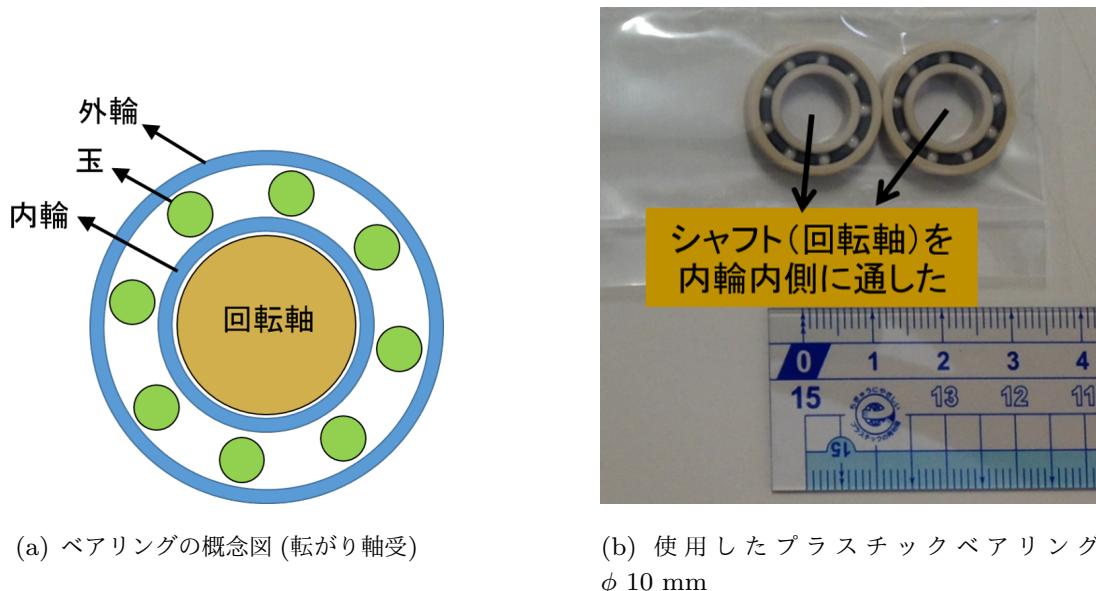


図 4.6 回転ステージ(シグマ光機、KSP-406M)。粗動の場合は 2° ごとにつけられた目盛りを用いてステージを1周 360° 回転できる。微動の場合は回転ステージ上部に取り付けられたマイクロメータを用いて、 $\pm 5^\circ$ の範囲を約 0.023° ごとに回転させられる。



(a) ベアリングの概念図(転がり軸受)

(b) 使用したプラスチックベアリング
 $\phi 10\text{ mm}$

図 4.7 ベアリング

滑り軸受の大きく2種類に分類され、今回は摩擦の小さい転がり軸受を使用した。

転がり軸受の概念図を図 4.7(a) に示す。内輪と外輪の間に玉が入ることで摩擦が減り、内輪の内側に取り付けた回転軸をなめらかに回転できる。

1軸回転台には図 4.5 の赤色の星印で示した計4か所に非磁性体であるプラスチック製のベアリングを取り付けた。

ウォームギヤ

ねじ状の歯車であるウォームとそれにかみ合うウォームホイールを組み合わせた機構をウォームギヤと呼ぶ。ウォームを回転させることでウォームホイールの歯が送られ回転が伝達される。ウォームギヤは回転を $1/10 \sim 1/100$ 程度と大きく減速させたい場合によく利用される。

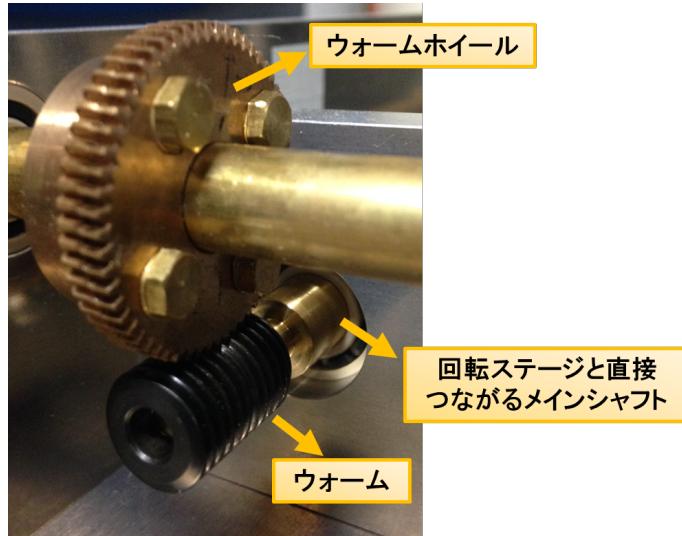


図 4.8 ウォームギヤ。ねじ状の歯車であるウォームおよびウォームホイールから成る。1軸回転台には歯が 60 個ついたウォームホイールを使用し、減速比 1/60 で回転ステージの回転を 3 軸磁場測定装置に伝達した。

ウォームギヤを含め歯車を用いた機構には、回転がスムーズに伝達するようにかみ合っている歯面の間に遊びが設けられている。これをバックラッシュという。バックラッシュが大きすぎるとかみ合っている互いの歯の間に余計な隙間ができ、がたつきが生まれる。これは回転精度に直結する。したがって余計なバックラッシュが生まれないようにするために、1軸回転台に取り付けたウォームギヤにおいては 2 枚のウォームホイールをずらして重ね、その状態でウォームとかみ合わせた。

今回の 1 軸回転台作成にあたっては、60 の歯をもつウォームホイールを使用した。回転ステージを 1 周回転させるとメインシャフトを通じてウォームも 1 周回転し、これに伴ってウォームホイールの歯が 1 つ進む。このとき 3 軸磁場測定装置には、サブシャフトを通じて $360^\circ / 60[\text{歯}] = 6^\circ$ 分の回転が伝わる。

本研究で 1 軸回転台を使用した際には、回転ステージの粗動を利用した。先に述べたように粗動の場合の回転ステージの最小目盛りは 2° である。目盛りの読み取り精度が 1° であると仮定すると、原理的には 3 軸磁場測定装置を以下のように約 0.3 [mrad] の精度で回転可能である。

$$\frac{6^\circ}{360^\circ} \times \frac{\pi}{180^\circ} \times 1000 \simeq 0.29 \text{ [mrad]}$$

しかし実際にはウォームホイールの 1 歯 1 歯の形状誤差の影響等により、上記の精度で 3 軸磁場測定装置を回転させることはできず、1 軸回転台そのものの回転角度の校正が必要となる。詳細については A.2 に記述した。

4.3 ELPH における 3 軸磁場測定装置の校正実験

前節で説明した 1 軸回転台を用いて 2015 年 12 月、ELPH において 3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブの相対角度を測定する校正実験を行った。本校正実験では 3.4.2 で述べたように、3 軸磁場測定装置を一様磁場中で 2 軸方向に対して回転させ磁場の値が最大になる方向をそれぞれのホールプローブについて調べ (max search)、互いの相対角度を割り出した。またプランーホール効果の影響を調べるために、3 軸磁場測定装置を一様磁場中で 360° 回転させ、3 つのホールプローブからの磁場データを記録した (360° search)。本節ではその詳細を記述する。

■実験セットアップ

本校正実験では、ELPH の第 2 実験室に設置してある Sweep magnet を校正用の磁石として使用した。図 4.9 が相対角度測定実験のセットアップである。

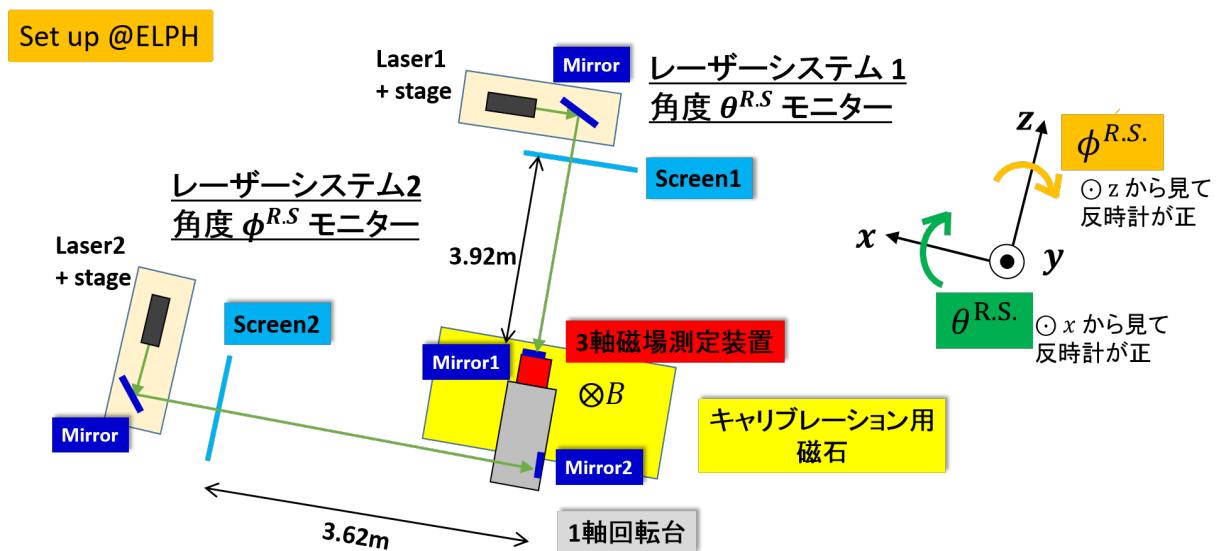


図 4.9 3 軸磁場測定装置の校正実験のセットアップ。キャリブレーション用磁石内部の磁場が安定した領域に 3 軸磁場測定装置を設置し、この安定領域において 3 軸磁場測定装置を回転させ、それぞれのホールプローブからの磁場の値を記録した。ホールプローブの相対角度を測定した max search では、3 軸磁場測定装置を x 軸周りの $\theta^{R.S.}$ 方向および z 軸周りの $\phi^{R.S.}$ 方向に回転させた。プランーホール効果を調べるために 360° search では x 軸周りの $\theta^{R.S.}$ 方向に 3 軸磁場測定装置を 1 回転させた。2 方向の回転角度を求めるため、2 つのレーザーシステムを用意した。

1 軸回転台に取り付けた 3 軸磁場測定装置をキャリブレーション用磁石内の磁場が安定する領域に設置し、この状態で 3 軸磁場測定装置を回転させ磁場データの収集を行った。3.4.2 節で述べたように 3 つのホールプローブの相対角度測定 (max search) では、3 軸磁場測定装置を 2 軸方向に対し回転させた。1 軸目の $\theta^{R.S.}$ 方向は、図 4.5 の 1 軸回転台の外観にも示した

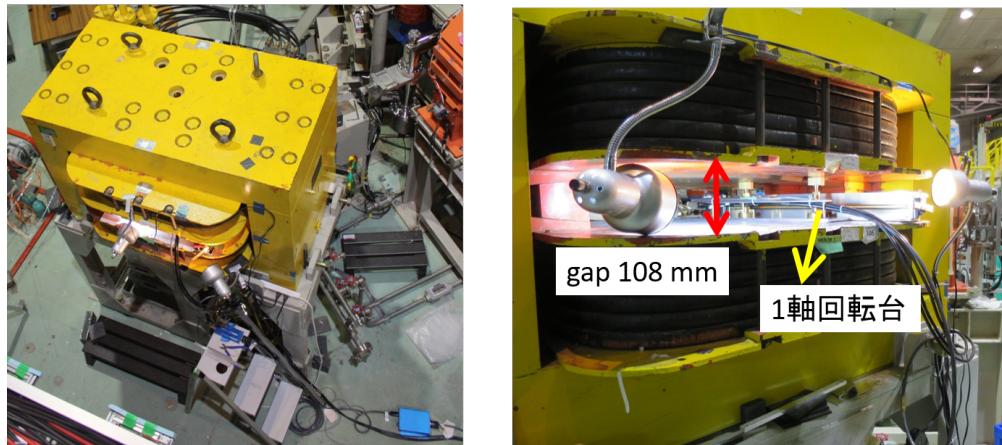


図 4.10 キャリブレーション用磁石として使用した ELPH 第二実験室内の dipole 磁石。1 軸回転台はこの 108 mm のギャップに入るように設計した。

ように 1 軸回転台の回転ステージを用いて回転させ、 $\odot x$ 方向から見て反時計回りを正の向きとした。回転角度 $\theta^{R,S}$ は回転ステージの目盛りから読み取ることができるが、より高精度で回転角度を決定できるようレーザーシステムを用意した。図 4.9 のレーザーシステム 1 は Laser1、3 軸磁場測定装置上の Mirror1、Screen1 から構成され、Laser1 から照射したレーザー光を Mirror1 に当て、その反射光を Screen1 で観測することで $\theta^{R,S}$ を求めることができる。なおデザインの都合上、3 軸磁場測定装置を取り付ける向きによって Laser1 からのレーザー光が Mirror1 に当たらない場合があった。この場合は回転ステージの目盛りの値から回転角度を求めた。

2 軸目の $\phi^{R,S}$ 方向の回転は 1 軸回転台を土台から傾けることで実現した(図 4.5)。このときの回転角度 $\phi^{R,S}$ は図 4.9 のレーザーシステム 2 を用いて求めた。レーザーシステム 2 は Laser2、1 軸回転台上の Mirror2、Screen2 から成り、Laser2 からのレーザー光を Mirror2 に当てその反射光を Screen2 で観測し、 $\phi^{R,S}$ を導出した。なお $\phi^{R,S}$ は $\odot z$ 方向から見て反時計回りを正の向きとした。なお回転角度はレーザー墨出し器からのレーザー光を高さの基準として求めた。角度導出の詳細については 4.4 節で述べる。

またプラナーホール効果の影響を調べた 360° search では、3 軸磁場測定装置を $\theta^{R,S}$ 方向に 1 回転させた。

次に本校正実験で使用した各実験装置についてまとめる。

キャリブレーション用磁石

今回キャリブレーション用磁石として用いた磁石は、ELPH 第二実験室内に設置してある Sweep magnet である。Sweep magnet は光子ビームから生成される e^+e^- 対を抑制するために標的手前に設置された dipole 磁石であり、デザイン上 300 A の電流で約 1.1 T の磁場を生成できる。磁石のギャップは 108 mm であり、校正実験のために作成した 1 軸回転台はこのギャップ内に入るように設計した。

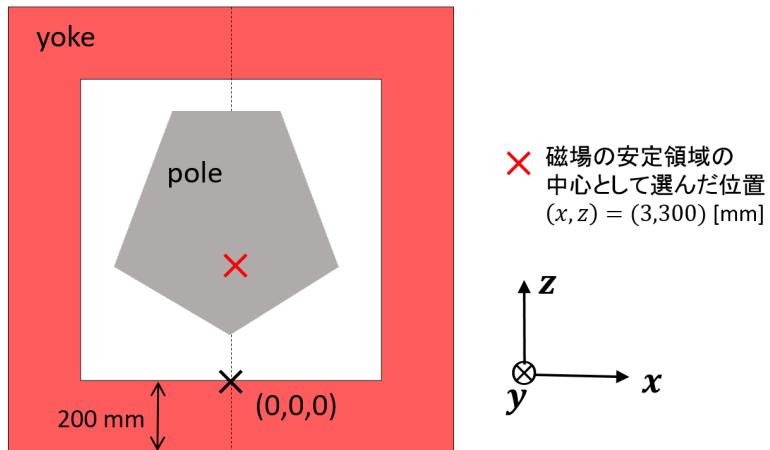


図 4.11 キャリブレーション用磁石における座標系。図 4.9 に示した校正実験における座標系とは異なる。磁石内部に方眼紙を貼り×印を座標の原点に取って、ギャップ内部の約 100 点の位置で磁場測定を行った。磁場測定の結果から赤色の×印で示した位置を安定領域の中心位置として選んだ。

Calibration magnet のギャップ内部において $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ で磁場が安定した領域を探すため、1 軸回転台設計の段階で Calibration magnet を約 0.95 T に励磁し NMR プローブを用いて磁場測定を行った。磁場の値はギャップ内部で 10 mm 間隔に測定し、約 100 点分のデータを取得した。磁石の励磁には KIKUSUI 社製の電源 (PAT60-133T) を用い、このとき 266.0 A の電流を流した。電源の安定性の影響で NMR プローブで読み出した磁場の値が 1 μT のオーダーで揺らいでいた。したがって本磁場測定においては 10 μT のオーダーまで磁場の値を読み取ることにした。このときの磁場の絶対値は ~1 T であり、10 μT までの読み取りは要求精度である $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たしている。キャリブレーション用磁石における座標系を図 4.11 に、磁場測定により得られた磁場分布を図 4.12 に示した。座標の原点は図 4.11 の ×印の位置に取った。y 座標についてはキャリブレーション用磁石下側のポール面を $y = 0$ に取った。なお図 4.9 に示した校正実験における座標系とキャリブレーション用磁石の磁場測定を行った際の座標系は異なる。

図 4.12 の左側の縦軸には NMR プローブで実際に得られた磁場の値を示し、右側には 0.9454 T で磁場の値を規格化したときの目盛りを載せた。0.9454 T に対し $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たす範囲で磁場の値が安定している領域を緑色の線で囲んだ。3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブは、同じ 1 点ではなく互いに相対距離を持つためこの 3 つのホールプローブが回転する範囲で磁場の値が安定している必要がある。

磁場測定により得られた分布から 1 軸回転台のデザインも考慮して、 $(x, z) = (3, 300) [\text{mm}]$ を中心とした ±15 mm の領域を安定領域として選んだ (図 4.11 の赤色×印)。なお 1 軸回転台に 3 軸磁場測定装置を取り付けると 3 軸磁場測定装置の中心は、 $y = -51.5 [\text{mm}]$ に位置し、高さ方向についても安定した領域に設置した。

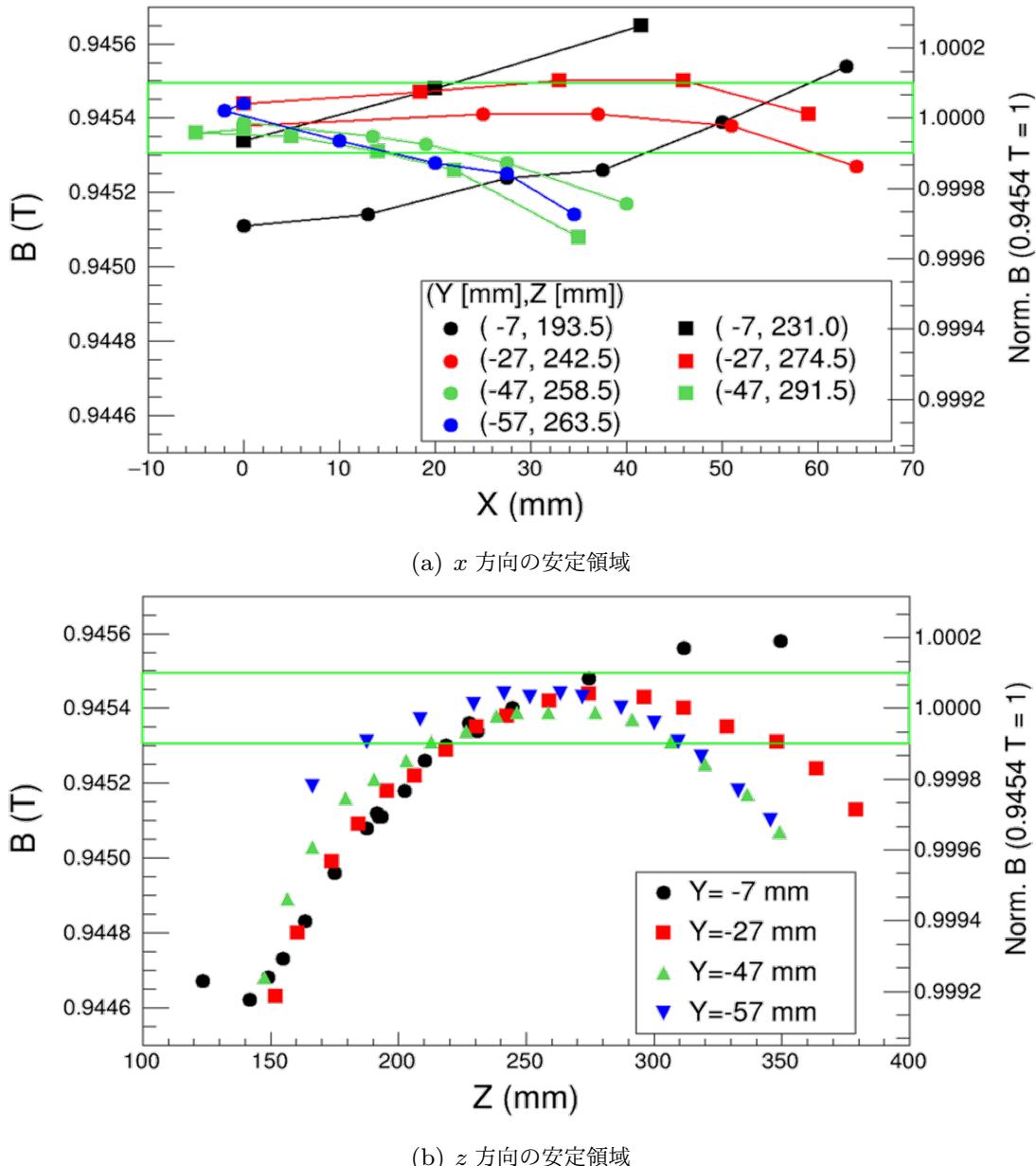


図4.12 キャリブレーション用磁石の磁場分布。左側の縦軸はNMRプローブの読み値を表し、右側は0.9454 Tで規格化した目盛りを示している。緑色の線で囲んだ領域が0.9454 Tに対し $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たす。

NMR

NMRとはNuclear Magnetic Resonance（核磁気共鳴）の略であり、磁場中で核スピンの共鳴現象を観測することで磁場の絶対値を測定できる装置である。外部磁場中に原子核を置くと、原子核のエネルギー準位は2つに分裂する。これをゼーマン分裂と呼ぶ。この2つの状態のエネルギー差は外部磁場の大きさに比例する。したがって2つの状態を遷移する過程で吸収・放出されるエネルギーを観測することで、外部磁場の絶対値を測定することができる。

キャリブレーション用磁石の磁場測定および3軸磁場測定装置の校正実験では、表4.8に記

した 2 種類の NMR を使用した。両者で異なる NMR を使用したのは、MetroLab 社製のプローブ No.5 が校正実験を行った際の磁場の絶対値 ~ 300 mT に対応していなかったためである。

表 4.8 ELPH で使用した NMR

	メーカー	テスラメータ	プローブ	測定可能範囲
Calib mag. 磁場測定	MetroLab	PT2025	probe No.5	0.70-2.1 T
校正実験	エコー電子	EFM-3000AX	製造番号 #12118、#12119	約 0.09-約 2 T

またそれぞれの NMR の仕様を表 4.9 にまとめた。なお MetroLab 社製の NMR テスラメータは MAMI で精密磁場測定を行った際にも使用した。

表 4.9 2 種類の NMR の仕様 [42]。エコー電子社製 NMR の要求される磁場一様性について、1 方向に対して考えると 100 ppm に対応する。

	MetroLab	エコー電子
サンプル試料	^1H	^1H
感度領域（直径 × 長さ）	$4 \times 4.5 \text{ mm}^2$	$3 \times 4 \text{ mm}^2$
要求される磁場一様性	$250 - 600 \text{ ppm/cm}$	$1 \times 10^{-4}/\text{cc}$
分解能	$0.1 \mu\text{T}$	$1 \mu\text{T}$

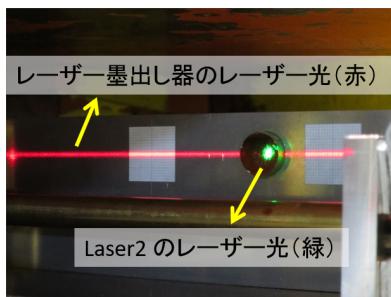
レーザー墨出し器

図 4.9 に示した Laser1、Laser2 の設置および 3 軸磁場測定装置の回転角度導出のため、レーザー墨出し器を用いて高さの基準となるレーザー光を用意した。

Laser2 は以下の手順で設置を行った。なお Laser1 の設置手順も同様である。始めに 3 軸磁場測定装置を取り付けた状態で 1 軸回転台をキャリブレーション用磁石内部に設置し(図 4.9)、レーザー墨出し器のレーザー光（赤色）が 1 軸回転台上の Mirror2 の中心付近に来るようレーザー墨出し器の高さを合わせた(図 4.13 手順 1)。次に Laser2 のレーザー光（緑色）がレーザー墨出し器のレーザー光と同じ高さになるようにセットした(図 4.13 手順 2)。最後に Screen2 上の Laser2 からの入射レーザー光が通過する位置に貫通する穴を開けた(図 4.13 手順 3)。設置した Laser2 のレーザー光を 1 軸回転台上の Mirror2 に照射し(図 4.13 手順 1)、レーザー墨出し器のレーザー光と $< 1 \text{ mm}$ の精度で高さが合っていることを確認した。このレーザー墨出し器からのレーザー光を高さの基準として、Screen2 に映ったレーザー反射光の位置から 1 軸回転台の回転角度 $\phi^{R,S}$ を導出した。

使用したレーザー墨出し器は、タジマ社製の高輝度レーザー墨出し器 GT4R-XI である [43]。レーザー光は赤色でその波長は 635 nm、水平ライン精度は 10 m で $\pm 1 \text{ mm}$ であった。

手順1: 1軸回転台上のMirror2とレーザー墨出し器の高さを合わせる



手順2: レーザー墨出し器とLaser2の高さを合わせる(レーザーシステム2上のミラー、図4.10)



手順3: Screen2上のLaser2からの入射レーザー光が通過する位置に貫通する穴を開けた

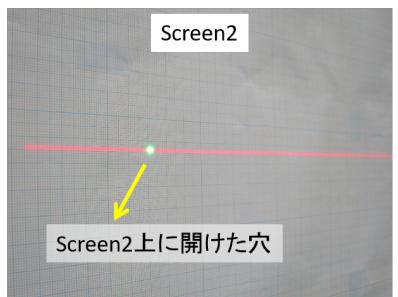


図 4.13 レーザー墨出し器を用いた高さ調整

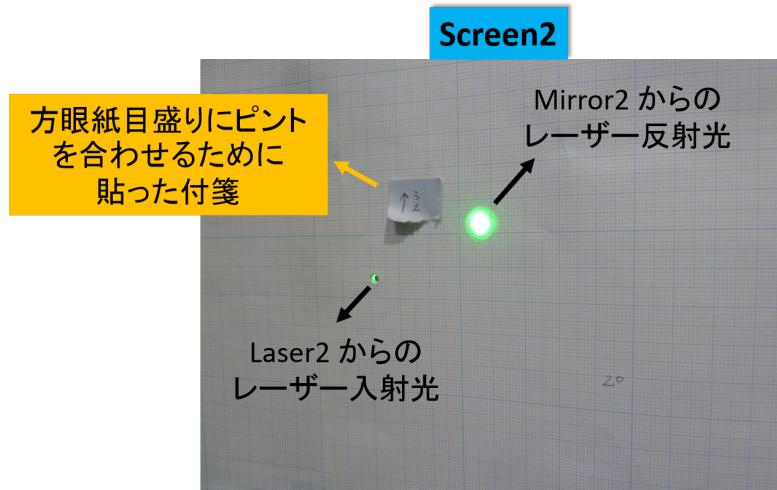


図 4.14 Screen2 に映った 1 軸回転台上のミラー (Mirror2) からの反射光。図 4.13 手順 3 でも述べたように、Laser2 からのレーザー入射光を通すため、Screen2 上には穴を上げた。

レーザー (Laser1、Laser2)

3 軸磁場測定装置の回転角度 $\theta^{R.S}$ および $\phi^{R.S}$ をモニターするために使用したレーザー (Laser1、Laser2) は、コクヨ社製のレーザーポインター (ELP-G30) の 2 本である。レーザー光は緑色 (波長 $\lambda = 532 \text{ nm}$) であり、距離 3 m におけるビーム径は約 5 mm である [44]。

Screen

図 4.9 に示した Screen1、Screen2 は A4 の方眼紙を厚紙に貼り合わせて作成した。Screen2 で実際に観測したレーザー反射光を図 4.14 に載せた。方眼紙の目盛りにカメラのピントを合わせるため、方眼紙上に付箋を貼って写真を撮影した。3 軸磁場測定装置を回転させるごとにレーザー反射光の写真を撮影し、それぞれの写真について画像解析を行って反射光の中心位置を決定した。画像解析の詳細については次の 4.4 節で詳細を述べる。

カメラ

回転ステージおよびレーザー墨出し器からのレーザー光の撮影には、Canon 社製の Canon PowerShot S120 を使用した。MAMI における磁場測定の際も、dipole 磁石ギャップ内部に設

置した NMR プローブの位置を見積るためにこのカメラを用いて写真を撮影した。Screen1、Screen2 に映ったレーザー反射光の撮影にはそれぞれ、Canon 社製の Canon EOS Kiss X2、Panasonic 社製の DMC-TZ10 のカメラを使用した。

■データ収集

前節で述べた実験セットアップのもと 3 軸磁場測定装置の校正実験を行った。校正実験では先にも述べたように、3 軸磁場測定装置を 2 軸方向に対して回転させ磁場の値が最大になる位置を探す max search と、3 軸磁場測定装置を 1 回転させプラナーホール効果について調べる 360° search の 2 種類の測定を行った。

max search では MAMI で磁場測定した際の磁場の絶対値と大まかに同じになるよう、キャリブレーション用磁石を約 300 mT に励磁した。またプラナーホール効果は磁場の大きさに比例してその影響が大きくなることから、360° search では磁場を約 900 mT にして測定を行った。表 4.10 に取得したデータをまとめた。なお max search については $B_x \rightarrow B_z \rightarrow B_y$ プローブの順に行った。また表には磁場の値を取得した際のホールプローブテスラメータの設定レンジについても合わせて記した。 B_z プローブ max search の途中でテスラメータのレンジを 1.2 T から 0.6 T レンジに変更した。

表 4.10 校正実験で取得したデータセット

Dataset	磁場の値	テスラメータ		備考
		行った測定	設定レンジ	
Set 1	300mT	B_x probe max search	1.2 T	
Set 2	300mT	B_z probe max search	0.6 T	B_x プローブ max search の状態から 3 軸磁場測定装置を 回転ステージで 90° 回転
Set 3	300mT	B_y probe max search	0.6 T	3 軸磁場測定装置の面替え
Set 4	900mT	360° search	1.2 T	B_z プローブのプラナーホール効果の測定

続いて 2 種類の測定についてデータ取得の手順を記す。なお max search、360° search いずれの場合も、3 つのホールプローブからの磁場の値は 3 軸磁場測定装置を回転させるごとにテスラメータのディスプレイに表示された値をカメラで撮影し記録した。またホールプローブの値と共に NMR プローブからの磁場の値も合わせて記録した。

max search

1. 3 軸磁場測定装置を $\theta^{R.S.}$ 方向 (1 軸回転台の回転ステージを用いた回転) に約 6 mrad ($\sim 0.3^\circ$) 回転させる
2. テスラメータに表示される磁場の値が安定するまでの間に (~ 30 sec)、Screen1、

Screen2 に映ったレーザー反射光をカメラで撮影する。

3. テスラメータに表示された磁場の値をカメラで撮影する。
4. 1. から 3. の手順を 6 回繰り返し、 $\phi^{R.S.}$ 一定の状態で合計で 2° ($\sim 0.3^\circ \times 6$ 回) 程度 3 軸磁場測定装置を回す。
5. 次に $\phi^{R.S.}$ 方向 (1 軸回転台の土台からの回転) に回転させる。1 回あたりの $\phi^{R.S.}$ 方向の回転角度は $\theta^{R.S.}$ 同様 6 mrad ($\sim 0.3^\circ$) 程度である。この状態で 4. の手順を繰り返す。
6. $\phi^{R.S.}$ 方向は 7 回動かし、合計で 2° ($\sim 0.3^\circ \times 7$ 回) 程度回転させる。

上記の手順を踏んで、1 つのホールプローブあたり 42 点の磁場データを取得した。ただし B_z プローブの max search を行ったデータセット Set2 では、データ取得の途中でホールプローブテスラメータの設定レンジを 1.2 T レンジから 0.6 T レンジに変更した。このため 1.2 T レンジで取得した最初の 6 点分のデータは解析には用いず、 B_z プローブのデータ点は全部で 36 点である。

このデータから $\theta^{R.S.}$ 、 $\phi^{R.S.}$ の 2 次元平面上で磁場の値が最大になるときの角度を求めた。なお表 4.10 の備考欄に示したように、max search を行うホールプローブを B_x プローブから B_z プローブに変えた際 (Set1 → Set2) は 3 軸磁場測定装置が 90° 回転するよう、1 軸回転台の回転ステージを 15 周分回転させた。また B_z プローブから B_y プローブに変える際 (Set2 → Set3) は、1 軸回転台に取り付ける 3 軸磁場測定装置の面を 90° 変えた。

360° search

360° search では、 $\theta^{R.S.}$ 方向に対し 3 軸磁場測定装置を 1 回転させた。なおこの測定で回転角度 $\theta^{R.S.}$ は回転ステージの目盛りの値から得た。

1. 1 軸回転台の回転ステージを 1 回転させる。ウォームホイールの歯数が 60 であることから、回転ステージの 1 回転は 3 軸磁場測定装置の約 6° の回転に対応する。
2. テスラメータのディスプレイ上の磁場の値が安定したら (~ 30 sec 後)、磁場の値をカメラで撮影する。
3. 1. から 3. の手順を 60 回繰り返し、3 軸磁場測定装置を 360° 回転させる。

以上の手順で 360° search のデータは 60 点取得した。

4.4 校正実験の解析

前節で述べた max search のデータセットを用いて 3 つのホールプローブの相対角度を求めた。本節ではその解析の詳細について述べる。また 360° search のデータから得たプランホール効果の影響についても記述する。

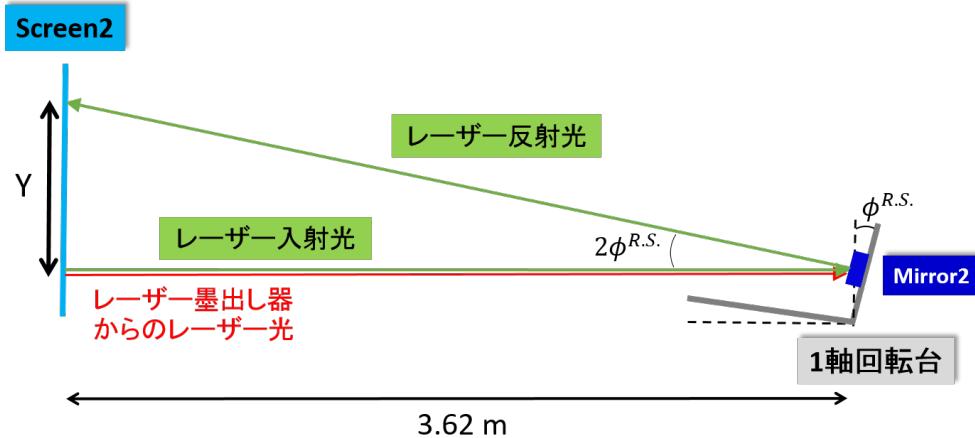


図 4.15 レーザー反射光からの角度の導出。レーザー墨出し器からのレーザー光を高さの基準としてレーザー反射光の高さ Y を画像解析により決定した。1 軸回転台 (Rotation System) の回転角度 $\phi^{R.S.}$ は Screen2 と Mirror2 の距離 3.62 m を用いて $\phi^{R.S.} = \frac{1}{2} \arctan(Y/3.62[m])$ から得られる。

4.4.1 3つのホールプローブの相対角度

始めに 3 つのホールプローブの相対角度を導出するにあたって行った解析手順をまとめ、その後それぞれの手順の詳細を説明する。

1. Screen2 で撮影した写真からレーザー反射光の中心位置を画像解析により求め、回転角度 $\phi^{R.S.}$ を導出する
2. $\theta^{R.S.}$ と $\phi^{R.S.}$ がなす 2 次元平面上で、 B_x, B_y, B_z プローブそれぞれについて、磁場の値が最大になる角度 $\theta_{\max}^{R.S.}, \phi_{\max}^{R.S.}$ をフィッティングにより決定する
3. B_y プローブを基準としたときの B_x, B_z プローブの取り付け角度を求める

$\theta^{R.S.}$ 方向の角度について、本論文で述べる解析では 4.3 節で述べたレーザーシステムによる角度導出は行わず、1 軸回転台の回転ステージの目盛りから角度を決めた。Screen1 でとらえたレーザー反射光からの回転角度決定は今後の課題である。

1. $\phi^{R.S.}$ 方向の回転角度の導出

図 4.15 に回転角度 $\phi^{R.S.}$ 導出の原理を示した。Laser2 から照射された緑色のレーザー光は 1 軸回転台の側壁に設置した Mirror2 に当たる。1 軸回転台を傾けていない場合 (図 4.15 の点線)、Mirror2 からのレーザー反射光は、理想的に Screen2 上でレーザー墨出し器から照射された赤色のレーザー光と同じ高さに観測される。一方 1 軸回転台が傾くとレーザー反射光は Screen2 上で、レーザー墨出し器のレーザー光から高さ Y 離れた位置に観測される。Screen2 と Mirror2 は 3.62 m 離れていることから、このときの回転角度 $\phi^{R.S.}$ は式 (4.1) から決定で

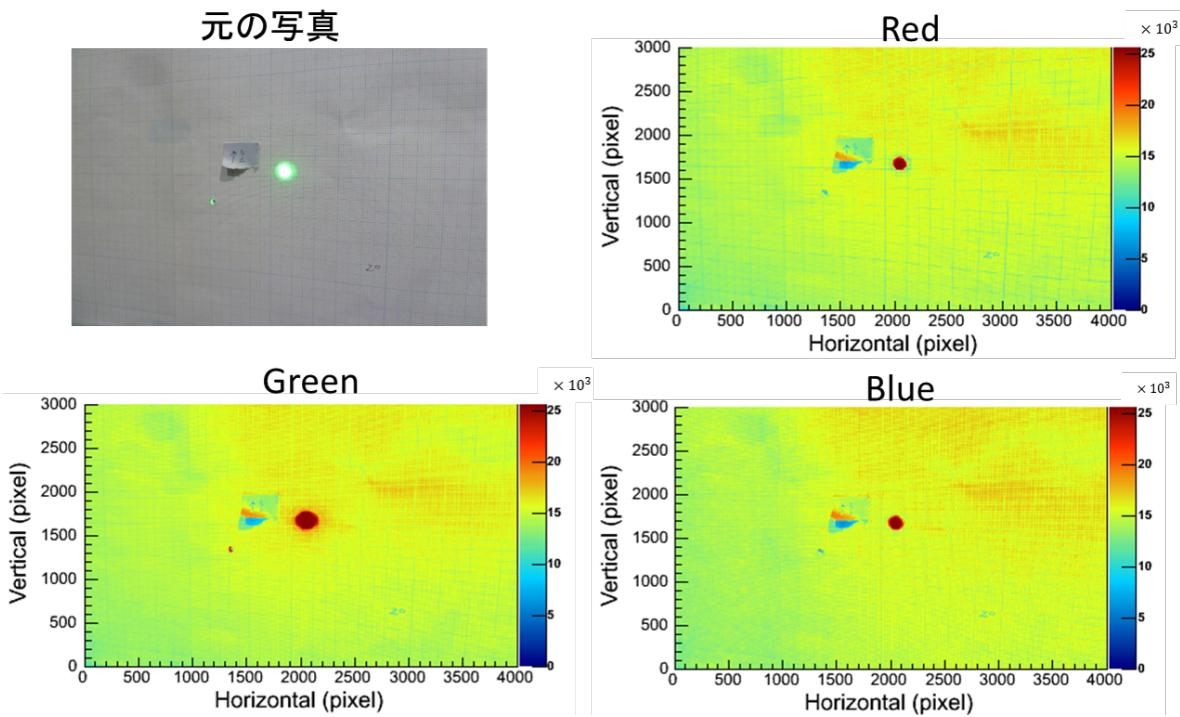


図 4.16 RGB3 色の輝度に分けて見たレーザー反射光。元の写真を 3 色に分けてみたときの画像の色は、それぞれ Red, Green, Blue の輝度に対応する。

きる。

$$\phi^{R.S} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{Y}{3.62 \text{ [m]}}\right), \quad (4.1)$$

次にレーザー反射光の高さ Y を求めるために行った画像解析について記述する。撮影した写真のサイズは縦方向 (Vertical) が 3000 px、横方向 (Horizontal) が 4000 px である。レーザー反射光が大まかに写真の中央付近に映るよう Screen2 の撮影を行ったことから、この画像解析において写真のゆがみは考慮しなかった。

一般にカメラで撮影されたカラー写真では、光の 3 原色の各色 R(Red, 赤)、G(Green, 緑)、B(Blue, 青) の輝度のバランスにより色が表現されている。今回使用した Laser2 からのレーザー光は緑色、Screen2 の方眼紙の目盛りは青色であった。レーザー光を Green の輝度で見た場合および方眼紙の目盛りを Blue の輝度で見た場合に、それぞれピークがよりはっきり見えるか否か確認するため、撮影した Screen2 のカラー写真を RGB の 3 色に分けた（図 4.16）。

その結果レーザー光の部分については、RGB のいずれの色で見た場合も輝度の値が飽和しており、3 色に大きな違いがないことが分かった。RGB 3 色のフィッティング結果の違いについてはこの後説明するが、画像をどの色で見た場合でも要求精度には影響しなかった。

以降の解析は次の手順に従って進めた。

1. RGB の 3 色に分けた画像でレーザー反射光が映る領域 400 px を選択し、*x* 方向および

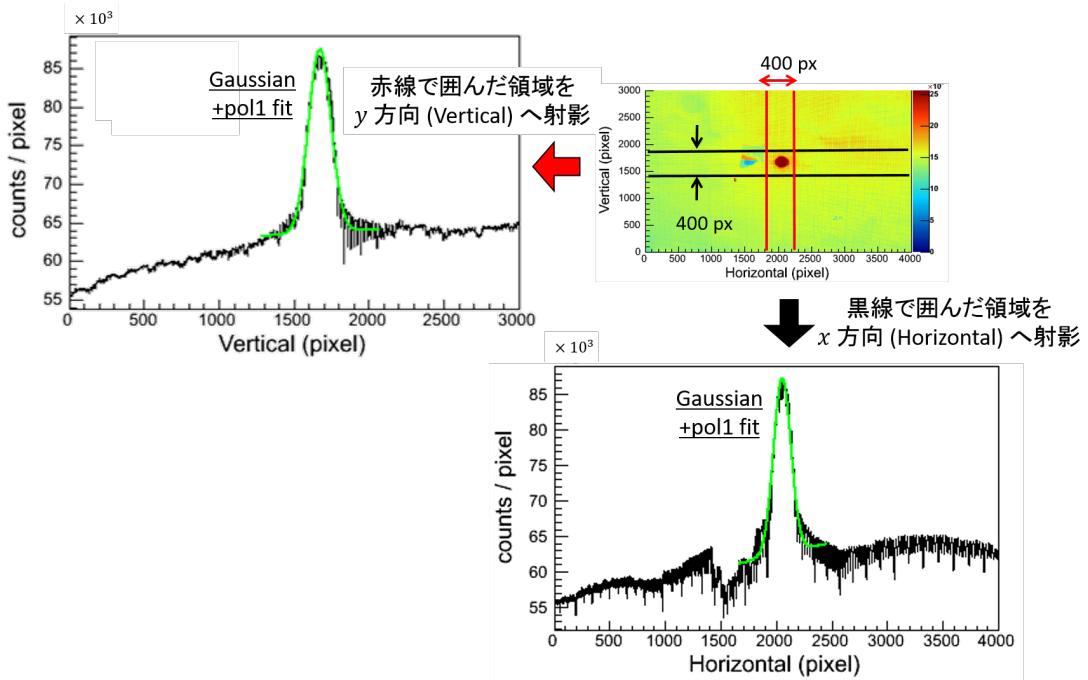


図 4.17 手順 1: レーザー反射光の中心位置を決めるフィッティング。図では Green で見た時の画像を x, y 方向に射影した。射影した図の縦軸 Count 数は Green の輝度に対応しており、明るく見える緑色のレーザー反射光は輝度が高く、図で示したようなピークを作る。このピークをガウス関数と 1 次関数の和で定義した関数でフィットし、レーザー反射光の中心位置を決定した。

y 方向に射影した。それぞれの方向でレーザー反射光が作るピークをガウス関数と 1 次関数の和で定義した関数でフィットし、px 単位でレーザーの中心位置を得た。Green の輝度で見た写真のフィッティングを図 4.17 に載せた。

2. 今度は手順 1. で得られたレーザー位置を中心として ± 10 px のより狭い領域を選択し、写真を改めて x, y 方向それぞれに射影した。Green の輝度で見た場合の分布を図 4.18 に載せた。細い線状に見えるへこみ 1 つ 1 つが方眼紙の 1 mm 単位の目盛りに対応する。レーザー反射光の作るピークの前後でそれぞれ 3 か所、合計 6 つの目盛りをフィッティングした。1 つ 1 つの目盛りのフィッティングにはガウス関数と 1 次関数の和で表される関数を用いた。
3. 手順 2. でフィッティングした目盛りの実際の座標を写真から読み取り、写真上の距離 (px) と実際の距離 (mm) の相関を 2 次関数でフィッティングした。図 4.19 には、図 4.18 に示した y 方向 (Vertical) のスケールを示した。図 4.19 の右側は、6 点のデータ点とフィットして得られた 2 次関数との残差を示している。
4. 手順 3. で得られた 2 次関数を用いてレーザー反射光の中心の x, y 座標を mm 単位で求めた。

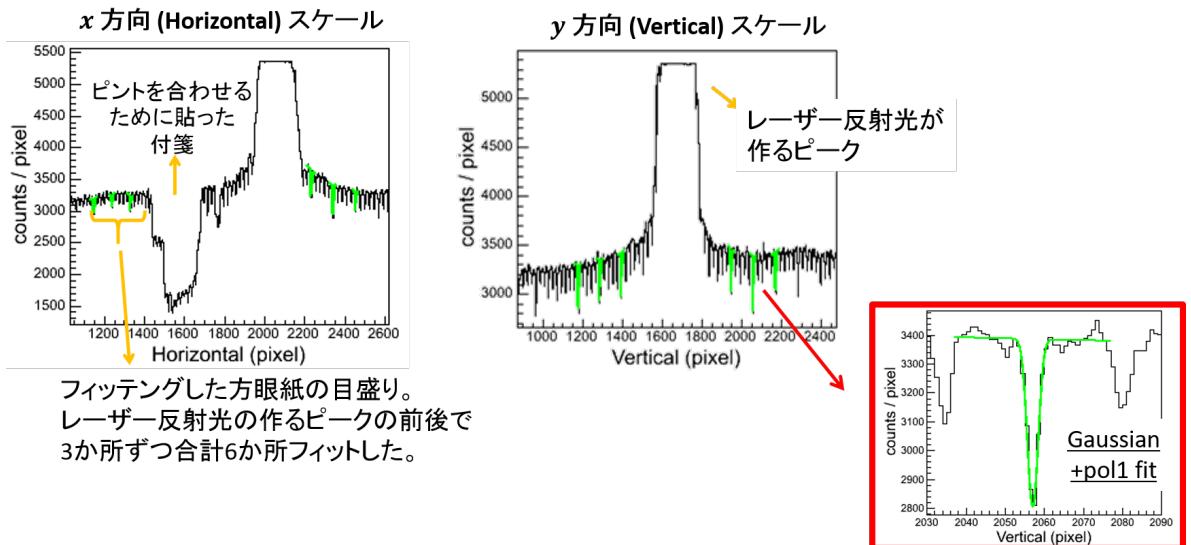


図 4.18 手順 2: 方眼紙の目盛りのフィッティング。レーザー反射光とは異なり、付箋や方眼紙の目盛りの部分は輝度が下がり、示した分布のようにレーザー反射光とは逆向きのピークを作る。

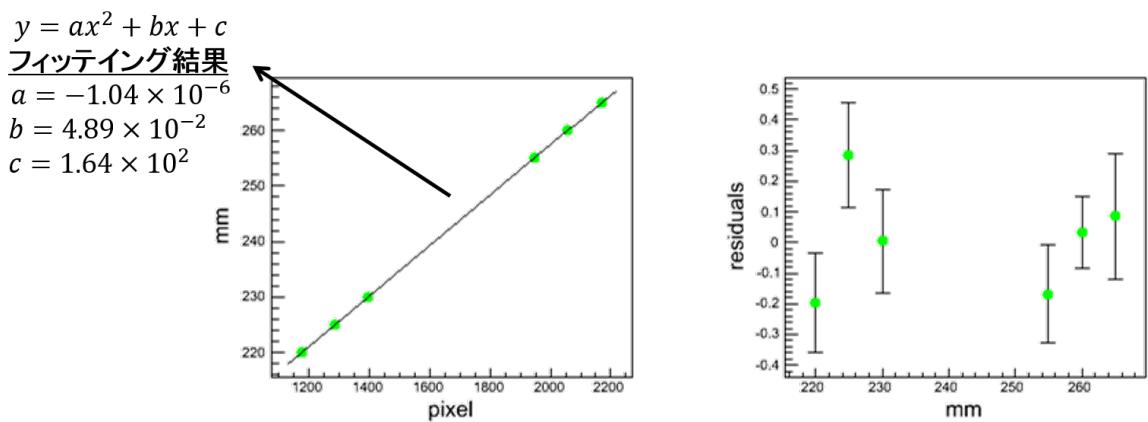


図 4.19 手順 3: px 単位から mm 単位への変換。左側のグラフはフィットして得られた方眼紙の目盛りのピーク位置 (px 単位) と写真から読み取った実際の座標 (mm 単位) の相関を示している。このグラフを 2 次関数でフィッティングした。6 点のデータ点とフィッティングして得られた 2 次関数との残差を右側のグラフに示した。

Red、Green、Blue それぞれの画像に対し上記の手順を踏み、レーザー反射光の中心位置を求めた。表 4.11 には得られた *y* 方向 (Vertical) の中心位置の結果を載せた。なおこの解析ではレーザー反射光および方眼紙の目盛りのフィッティングは同じ色の写真を用い、両者の色の組合せは変えなかった。

表 4.11 の結果を比較すると、レーザー反射光の *y* 方向の中心位置の違いは 0.01 mm ($10\text{ }\mu\text{m}$) であった。他のレーザー反射光の写真を試した場合でも、RGB3 色の画像で得られた中心位置の違いは最大で $\sim 100\text{ }\mu\text{m}$ であった。ここから Screen2 と Mirror2 が $\sim 4\text{ m}$ 離れているとし

表 4.11 RGB3 色それぞれの画像によるレーザー反射光の y 座標の比較

	Red	Green	Blue
y (px)	1675.21 ± 0.13	1675.26 ± 0.11	1675.42 ± 0.13
y (mm)	242.82 ± 0.01	242.81 ± 0.01	242.82 ± 0.01

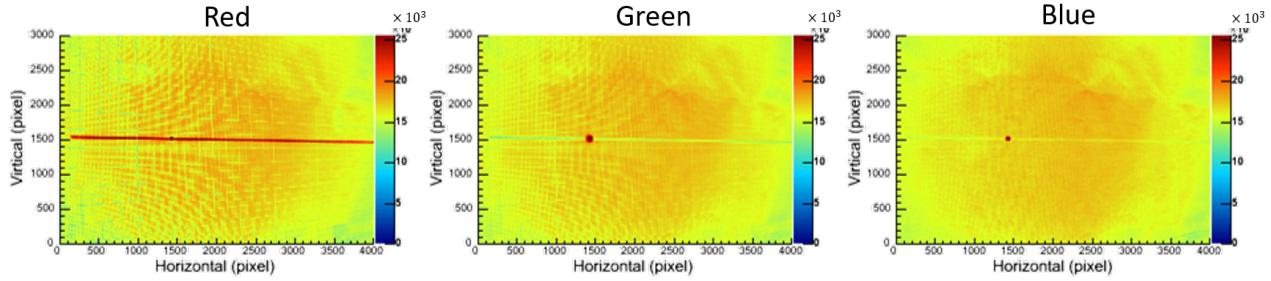


図 4.20 RGB の 3 色に分けて見たレーザー墨出し器からのレーザー光

て、画像解析による $\phi^{R.S.}$ の系統誤差を ~ 0.03 mrad と見積もった。

続いて $\phi^{R.S.}$ 導出にあたり高さの基準としたレーザー墨出し器のレーザー光（赤色）の位置を求めるため、Screen2 上で撮影したレーザー墨出し器のレーザー光の写真を RGB の 3 色の輝度に分けた。図 4.20 に示したように、Red の輝度を見た画像のみ赤色のレーザー光の水平ラインがはっきりと見えた。そこでこの Red の写真を全領域について y 方向 (Vertical 方向) に射影し、ガウス関数と 2 次関数の和で表される関数でフィットした（図 4.21(a))。またレーザー反射光の場合と同様、図 4.21(b) のように方眼紙の目盛りもフィットし、レーザー墨出し器のレーザー光の高さを求めた。

レーザー反射光の Screen2 方眼紙上での y 座標とレーザー墨出し器の高さの差が図 4.15 の距離 Y に相当し、式 (4.1) から角度 $\phi^{R.S.}$ を求めた。

2. 各ホールプローブについて磁場の値が最大になる $\theta_{\max}^{R.S.}$ 、 $\phi_{\max}^{R.S.}$ を求める

手順 1. のレーザー反射光の画像解析から回転角度 $\phi^{R.S.}$ が求まった。この結果を用いて、 $\theta^{R.S.}$ 、 $\phi^{R.S.}$ が張る 2 次元平面内で磁場の値が最大になる位置をフィッティングにより決定した（図 4.22）。なおフィッティングに用いた関数は 5 つのパラメータを用意した 2 次元の cos 関数、

$$y = p0 \times \cos((x - p1) \cdot p2) \times \cos((y - p3) \cdot p4), \quad (4.2)$$

である。

各ホールプローブについてパラメータ $p0$ (max field)、 $p1$ ($\theta^{R.S.}$)、 $p3$ ($\phi^{R.S.}$) の結果を表 4.12 にまとめた。なお max search は、前節のデータ収集の部分で述べたように $B_x \rightarrow B_z \rightarrow B_y$ プローブの順に行った。

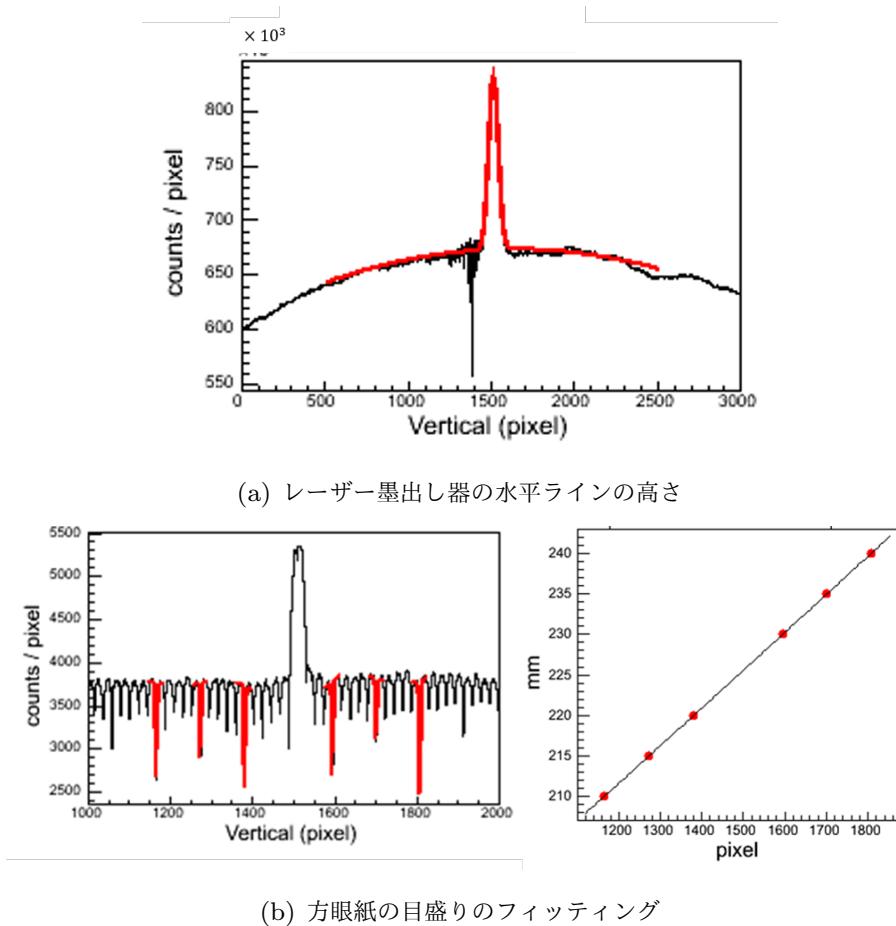


図 4.21 レーザー墨出し器のレーザー光の高さの決定

表 4.12 max search から得られた結果。フィッティング結果には統計誤差のみを含む。

probe	max field (mT)	$\theta^{R.S.}$ (mrad)	$\phi^{R.S.}$ (mrad)
B_x	300.503 ± 0.001	95.10 ± 0.20	-10.29 ± 0.34
B_y	300.543 ± 0.001	1683.19 ± 0.16	3.88 ± 0.23
B_z	300.337 ± 0.001	1659.47 ± 0.18	-10.46 ± 0.31

得られた結果は、 $\theta^{R.S.}$ の基準を 1 軸回転台の回転ステージの目盛り 0 に、 $\phi^{R.S.}$ の基準を 1 軸回転台の土台がキャリブレーション用磁石のポール面と平行な場合にそれぞれ取っている。またこのフィッティングには統計誤差のみを含み、系統誤差については考慮していない。

続いてフィッティングにより得られた max field ($p0$) の値と NMR の値を用いて、各ホールプローブについて磁場の絶対値校正を行うための補正パラメータを決定した。max field の値は、ホールプローブ面が磁場の方向に対し垂直になった場合の磁場の値を表しており、これは磁場の絶対値に対応する。この値と 1 軸回転台上に設置した NMR プローブの磁場の値から、式 (4.4) で定義される各ホールプローブの補正パラメータ f を求めた。誤差伝搬についても合わせて式 (4.4) に示した。

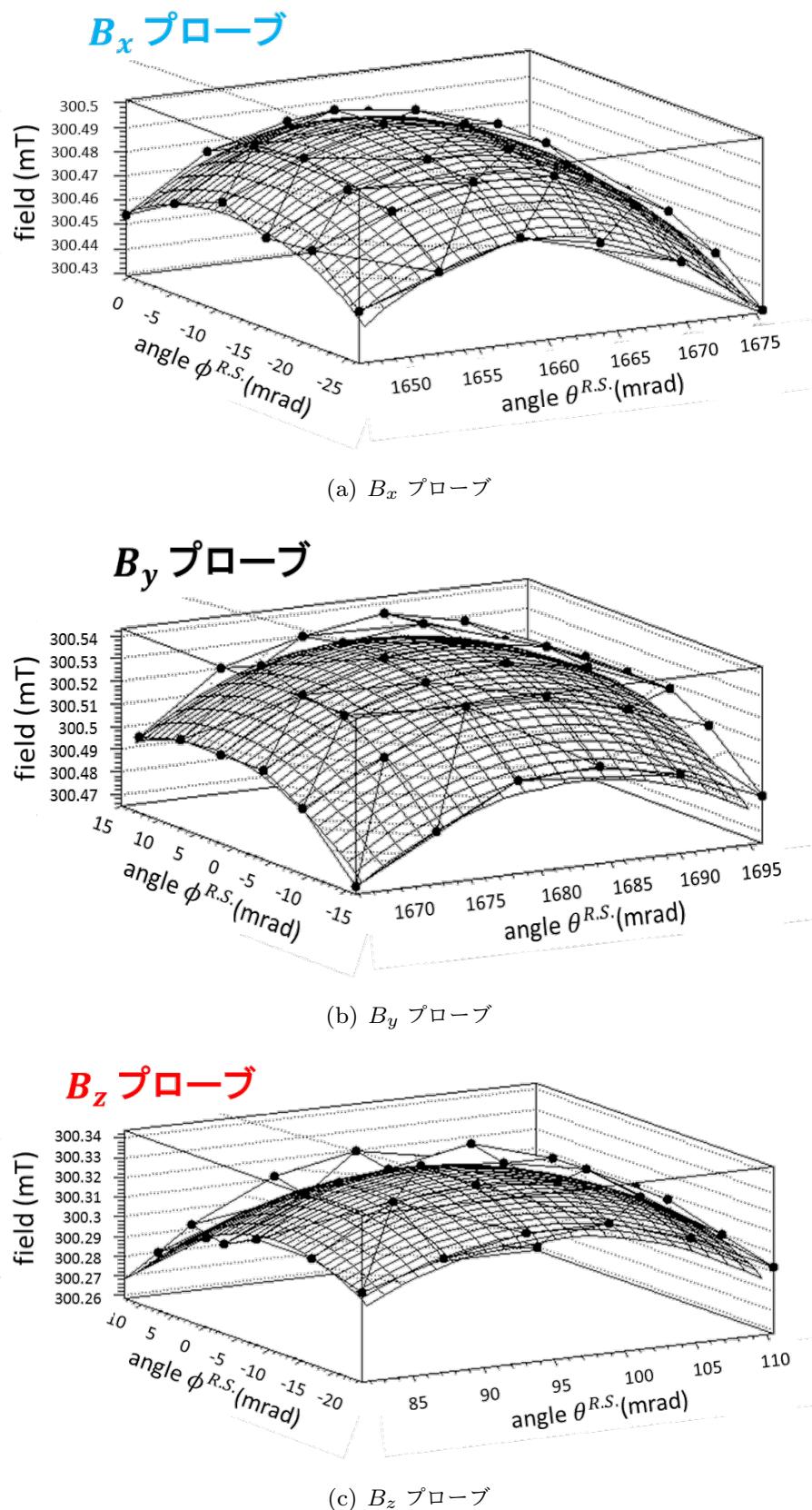


図 4.22 各ホールプローブで磁場の値が最大になる位置

表 4.13 max search から決めた各ホールプローブの補正パラメータ

probe	NMR readout (mT)	補正パラメータ f	測定時の テスラメータ設定レンジ
B_x	300.586 ± 0.002	0.999724 ± 0.000007	1.2 T
B_y	300.592 ± 0.003	0.999837 ± 0.000011	0.6 T
B_z	300.589 ± 0.002	0.999162 ± 0.000007	0.6 T

表 4.14 測定から得られた 3 つのホールプローブの相対角度

probe	$\theta^{h.p.}$	$\phi^{h.p.}$
B_y	0	0
B_x	1574.24 ± 0.41 mrad	1666.67 ± 0.21 mrad
B_z	90.20 ± 0.02 deg	95.49 ± 0.01 deg
	1468.96 ± 0.35 mrad	-3052.64 ± 0.18 mrad
	84.17 ± 0.02 deg	-174.90 ± 0.01 deg

$$f = \frac{B_{\text{Hall}}}{B_{\text{NMR}}}, \quad (4.3)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\Delta B_{\text{NMR}}}{B_{\text{NMR}}}\right)^2 + \left(\frac{B_{\text{Hall}}}{B_{\text{NMR}}}^2 \Delta B_{\text{Hall}}\right)^2}. \quad (4.4)$$

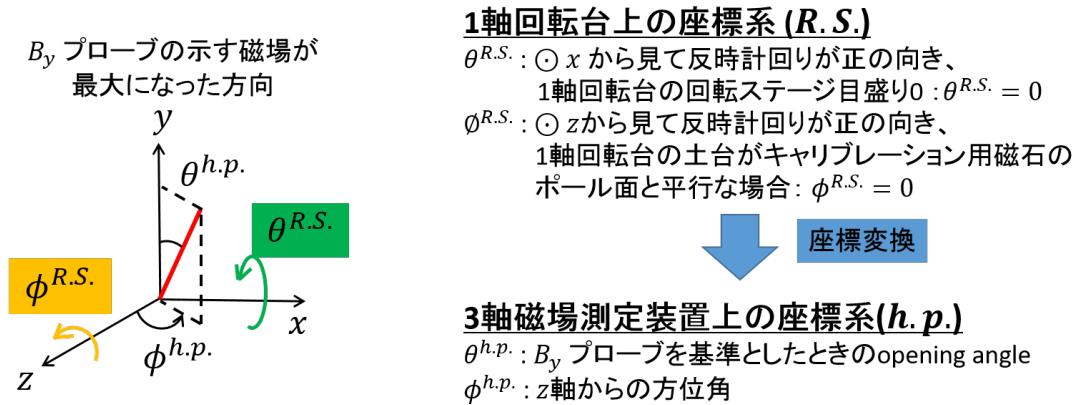
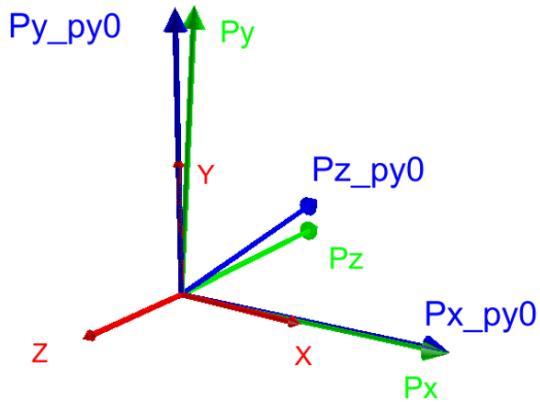
NMR プローブの値とともに得られた補正パラメータを表 4.13 にまとめた。式 (4.4) 中の $\Delta B_{\text{Hall}}, \Delta B_{\text{NMR}}$ はそれぞれ表 4.12、表 4.13 に示した誤差を表す。

表 4.13 に示した NMR の値は各ホールプローブで max search を行っていた際の平均の値である (B_x, B_y プローブは 42 点分、 B_z プローブは 36 点分のデータの平均値)。NMR の読み値のふらつきを $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2}$ から計算し、表 4.13 に誤差として載せた。

3. B_y プローブを基準とした 3 つのホールプローブの相対角度

手順 2. の結果を用いて 3 つホールプローブの相対角度を導出した。先にも述べたように表 4.12 に示した結果は、1 軸回転台の回転ステージの目盛り 0 を $\theta^{R.S.} = 0$ に、1 軸回転台の土台がキャリブレーション用磁石のポール面と平行な場合を $\phi^{R.S.} = 0$ に取っている。ここから座標変換を行い（図 4.23）、 B_y プローブの磁場の値が最大になる方向を基準に取った場合の B_x, B_z プローブの取り付け角度を求めた。得られたホールプローブの相対角度の結果を表 4.14 に、ベクトルとして図示したものを図 4.24 に載せた。なお 90° が $\pi/2 \times 1000 \sim 1570$ mrad に対応する。

得られた結果と B_x, B_z プローブの取付け角度のデザイン値 $(\theta_x^{h.p.}, \phi_x^{h.p.}) = (90^\circ, 90^\circ)$, $(\theta_z^{h.p.}, \phi_z^{h.p.}) = (90^\circ, -180^\circ)$ とを比較すると、最大約 6° ずれた結果が得られた。

図 4.23 B_y プローブを基準とした 3 軸磁場測定装置上の座標系への変換図 4.24 測定から得られた 3 つのホールプローブの相対角度の図示。 $\theta^{R.S.} = \phi^{R.S.} = 0$ の 1 軸回転台上の座標系（赤い軸）で見たとき、3 つのホールプローブの磁場の値が最大になる方向を緑色で描いた軸に示した。 B_z プローブは右手系に対し 180° 反転した方向に取り付けた。青色の軸（下の添え字に $py0$ がついたもの）が B_y プローブを基準とした 3 軸磁場測定装置上の座標系でみたときの B_x, B_z プローブの方向を表している。

デザイン値から 6° ずれた原因として、以下が有力である。表 4.10 に示したデータセット Set2 と Set3 の間で、1 軸回転台に取り付けた 3 軸磁場測定装置の面をホールプローブを取り付けた直方体からホールプローブを固定している治具に変更している。この治具と直方体の取り付け角度が 90° からずれていたことから、このような測定結果が得られたと考えられる。MAMI における dipole 磁石の磁場測定ではこの 3 軸磁場測定装置を用いたが、上述のように B_x, B_z プローブの取り付け角度に不定性があるため、本論文の解析では B_y プローブから得られた磁場データを用いて MAMI の dipole 磁石の磁場分布を求めた。

今後、ホールプローブの相対角度を改めて測り直す際には、面の付替えの前後で 3 軸磁場測定装置の取り付け角度をレーザーシステムを使ってモニターできるよう、3 軸磁場測定装置の表面に取り付けるミラーの配置を工夫する必要がある。面の取付角度を常時モニターしておけば、3 軸磁場測定装置の 1 軸回転台への取付けの再現性についても確認することができる。

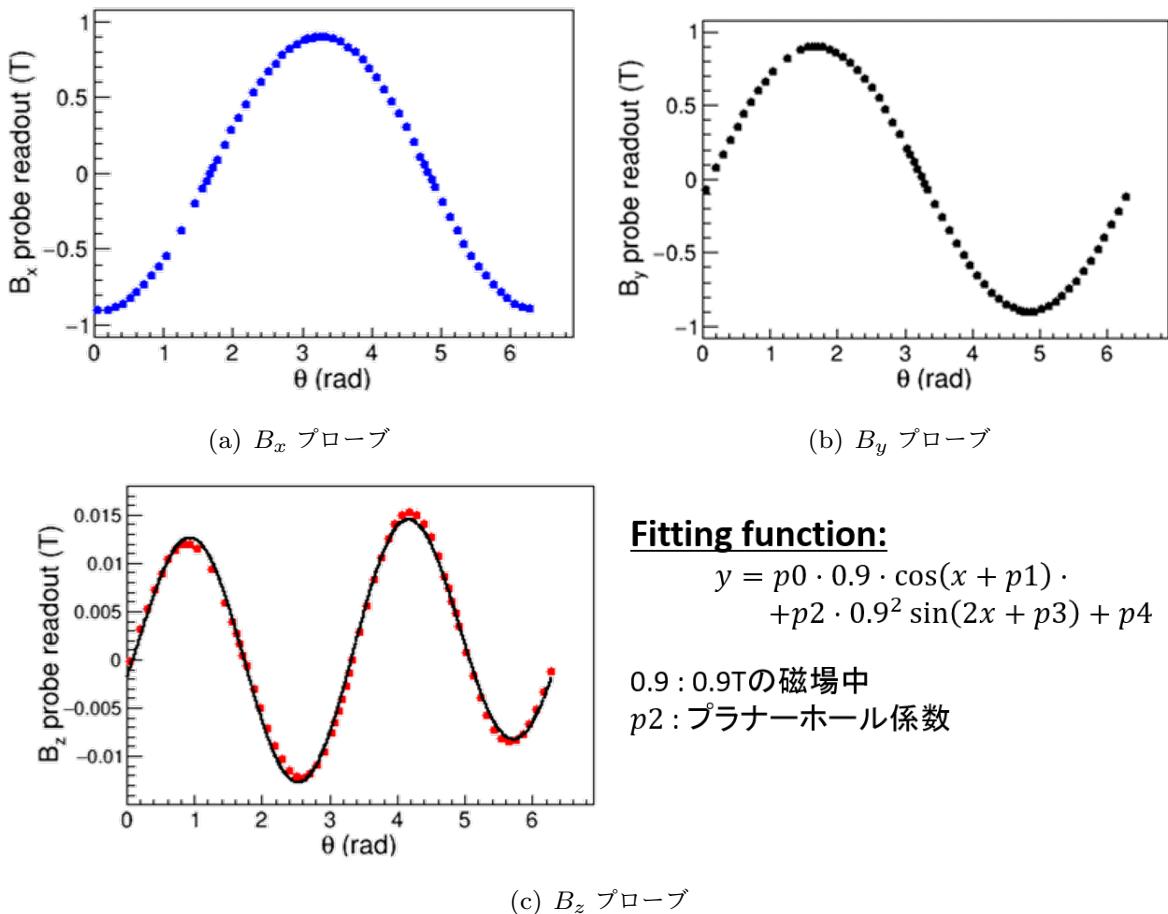


図 4.25 900 mT の磁場中で観測したプラナーホール効果

4.4.2 プラナーホール効果

本節では 360° search の測定で得られたデータから、プラナーホール効果の影響について説明する。

今回行った測定では ~ 900 mT の磁場中で、 B_z プローブ面の法線ベクトルが磁場に対して垂直となるように 3 軸磁場測定装置を $\theta^{R.S.}$ 方向に 1 回転させた。プラナーホール効果の影響が全くなれば、理想的には B_z プローブの示す磁場の値は回転角度 $\theta^{R.S.}$ に依らず、常にゼロとなることが期待される。

360° search の結果、3 つのホールプローブについてそれぞれ図 4.25 に示した分布が得られた。 B_x, B_y プローブについては角度 $\theta^{R.S.}$ に依存したホール効果による磁場分布を得た。一方 B_z プローブについては、ホール効果による磁場の大きさの 1/100 程度であるものの、式 (3.4) に示した水平方向の回転角度 $\phi^{R.S.}$ に依存した磁場分布を得た。

B_z プローブから得られた磁場分布をパラメータを 5 つ用意した関数 (図 4.25(c)) に示した関

数)でフィッティングし、 B_z プローブのプラナーホール係数を次のように決定した。

$$p_H = 0.0148 \pm 0.0001 \quad (4.5)$$

同じタイプの B_y プローブのプラナーホール係数についても、 B_z プローブと同程度 ($p_H \sim 10^{-2}$) の大きさであると考えられる。したがって 3.4.2 節で説明したように、今回の磁場測定ではプラナーホール効果の影響は考慮しなくとも磁場の要求精度を満たせるといえる。

第 5 章

MAMI で行った精密磁場測定

作成した 3 軸磁場測定装置をドイツマインツ大学へ輸送し、現地で 2016 年 1 月から 2 月にかけ MAMI ビームライン上に設置してある dipole 磁石の精密磁場測定を行った。本章では精密磁場測定実験の詳細について述べる。

5.1 実験セットアップ

3.3 節で述べたように $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で電子ビームエネルギーを測定するためには、dipole 磁石の電子ビーム軌道付近の精密な磁場マップおよびビームの通った位置を正確に測定する必要がある。そこで図 5.1 に示した実験セットアップのもと dipole 磁石の精密磁場測定を行った。

作成した 3 軸磁場測定装置を 3 軸方向に駆動できる xyz 軸可動ステージに取り付け、dipole 磁石内部およびフリンジ領域で磁場データを収集した。磁石のギャップは 25 mm と非常に狭く、磁石内部の磁場は安定していたことからビームパイプの通る周辺を中心に測定し、フリンジ領域は 5 mm 間隔でデータを取得した。データ収集の詳細については 5.2 節で説明する。またホールプローブの磁場の値の絶対値校正および dipole 磁石の安定性をモニターするため、NMR が動作する程度に磁場が安定した磁石内部の領域に NMR プローブを設置した。

位置の基準としてビーム上流から照射したレファレンスレーザーは、dipole 磁石内に設置したミラーで反射させ下流側まで送った。レファレンスレーザーの位置を 3 軸磁場測定装置直近に設置したフォトダイオードを使って測定した。電子ビームとレファレンスレーザーの相対位置は、dipole 磁石の前後に設置した計 4 台の YAG モニターを用いて測定した。精密磁場測定実験のアイディアについては 3.3 節で説明した通りである。

以下では使用した各実験装置について記述する。

■Dipole 磁石

今回精密磁場測定を行った磁石は MAMI の最終段、A1 Hall 手前に設置された dipole 磁石である。MAMI で加速された電子ビームを 30° 曲げて A1 Hall に輸送する役割を果たす

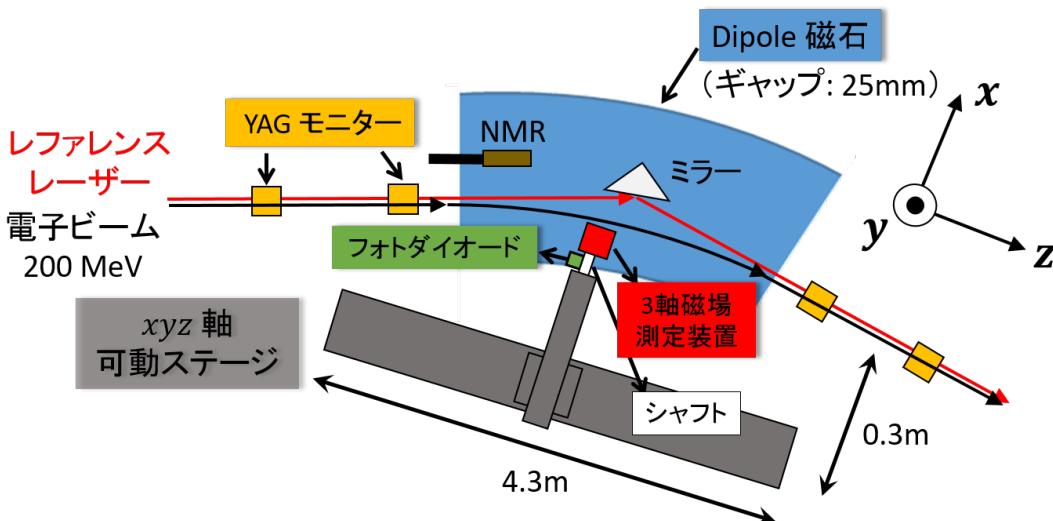


図 5.1 精密磁場測定の実験セットアップ。精密磁場測定は、作成した 3 軸磁場測定装置を 3 軸方向に駆動できる xyz 軸可動ステージ取り付け、dipole 磁石の内部およびフリンジ領域に対して行った。3 軸磁場測定装置から得られた磁場の絶対値校正を行うため、磁石内部には NMR プローブを設置した。ビーム上流側からは位置の基準としたレーザー光(レファレンスレーザー)を照射し、このレーザーを用いて 3 軸磁場測定装置で磁場を測定した位置とビームの通った位置を結びつけた。ビーム位置は dipole 磁石の前後 2 か所ずつに設置した YAG モニターを用いて測定した。

(図 5.2)。ギャップサイズは 25 mm、軌道半径は ~ 4 m である。 π^- 中間子スペクトロメータ運動量校正のための電子弾性散乱実験では、入射電子ビームのエネルギーを 195 MeV としたが、このとき dipole 磁石のコイルには 60.8 A の電流を流し、磁場の値が ~ 250 mT のもとでオペレーションさせた。電子ビームエネルギーを 15 MeV 変化させるためにはコイルに流す電流は ~ 5 A 変える必要がある。

■NMR

dipole 磁石内部に設置した NMR は、ホールプローブの絶対値校正および dipole 磁石の安定性をモニターする役割を果たす。使用した NMR は MetroLab 社製のもので、プローブには測定レンジが 0.17 から 0.52 T の No.3 を、テスラメータには ELPH の校正実験で使用したタイプと同じ PT2025 を用いた。NMR プローブ No.3 の概念図とその仕様を図 5.3 と表 5.1 に載せた。

NMR プローブはアルミニウムで作成したホルダーに固定し、図 5.1 のセットアップ図に描いたように電子ビーム軌道付近の磁場測定の妨げにならないよう磁石のギャップ奥側に設置した(図 5.4)。また磁場測定期間中 NMR からの磁場の値は、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行った際に使用した既存の A1 Hall データ収集システムに組み込んで読み出し、値は約 90 秒ごとに出力させた。

なお dipole 磁石内部における NMR プローブの設置場所は、設置中に撮影した複数枚の写

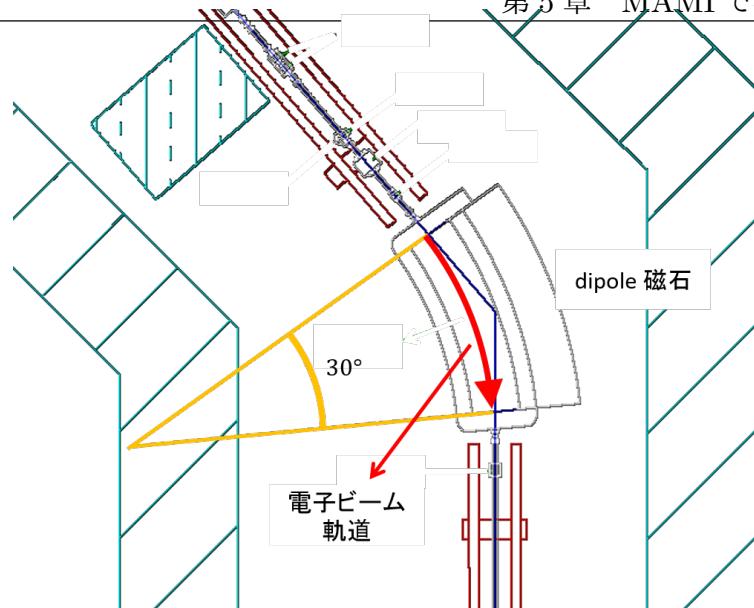


図 5.2 磁場測定を行った dipole 磁石の仕様。dipole 磁石中の電子ビームの軌道を赤線で示した。

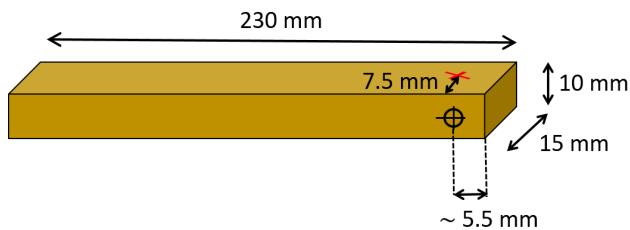


図 5.3 NMR プローブの概念図。プローブには表面には感度領域の位置を表す十字の印が描かれており、感度領域の中心は十字の印から 7.5 mm 離れた赤色の×印の位置にある。

表 5.1 MetroLab 社製 NMR プローブ No.3 の仕様 [42]

測定範囲	0.17 - 0.52 T
サンプル試料	^1H
感度領域（直径 × 長さ）	$4 \times 4.5 \text{ mm}^2$
要求される磁場一様性	1200 - 1400 ppm/cm
分解能	0.1 μT

真を組み合わせて決定した。図 5.3 に示した NMR プローブの仕様から、プローブの感度領域の位置を見積もった。詳細については C.1 節で記述する。

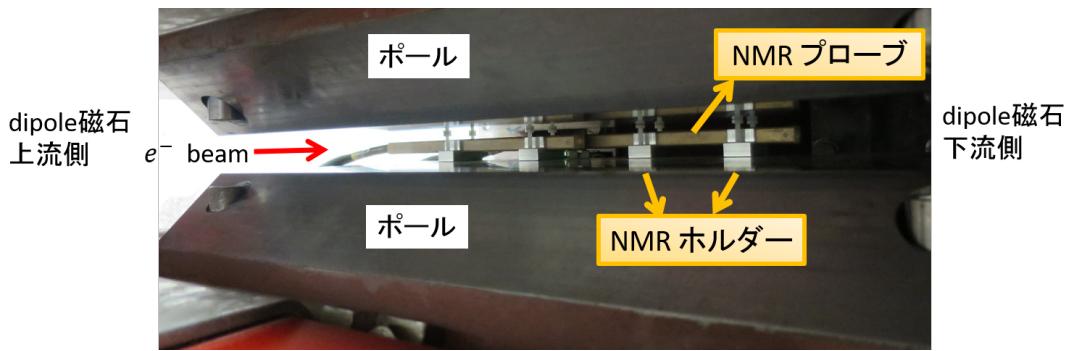


図 5.4 dipole 磁石内部に設置した NMR プローブ。NMR プローブはアルミニウムで製作した NMR ホルダーに固定し、電子ビーム軌道付近の磁場測定の妨げにならないよう、磁石内部の奥側に設置した。

■xyz 軸可動ステージに取り付けた実験装置

図 5.1 に示したように、xyz 軸可動ステージには磁場の 3 成分を測定する 3 軸磁場測定装置、3 軸磁場測定装置を固定するシャフトおよびフォトダイオードを取り付けた。3 軸磁場測定装置についてはその詳細を前章で説明した。以下では 3 軸磁場測定装置を取り付けたシャフト、フォトダイオードおよび可動ステージについて説明する。

3 軸磁場測定装置取付用シャフト

dipole 磁石の磁場測定を行うためには、3 軸磁場測定装置を固定するための治具が必要となる。そこで長さ 300 mm、直径 ϕ 15 mm のシャフトを作成した。図 5.5 に示したように 3 軸磁場測定装置はシャフトの先端に固定し、フォトダイオードはシャフト先端から \sim 30 mm の位置に取り付けた。シャフトは取り付けた 3 軸磁場測定装置の重みでたわむことが予想された。また可動ステージを動かすたびにシャフトが振動し、この影響でホールプローブの磁場の値が安定しない恐れがあった。したがってこれらのたわみおよび振動を最小限に抑えられるよう、シャフトの材質として強度が高くかつ非磁性であるセラミックを選択した。

フォトダイオード

レファレンスレーザーの位置を xyz 可動ステージを用いて測定するため、シャフト上の 3 軸磁場測定装置から \sim 30 mm 離れた位置にフォトダイオードを取り付けた。使用したフォトダイオードは API (Advanced Photonix Inc.) 社製の Red Enhanced Quad Cell Silicon Photodiode, 型番 SD 197-23-21-041 である。フォトダイオードの外観を図 5.6 の左側の写真に、その仕様を表 5.2 にまとめた [45]。

フォトダイオードの感度領域にレーザー光を当て、このとき出力されるフォトダイオードの電圧を測定することでレーザー光の位置を精密に測定できる。

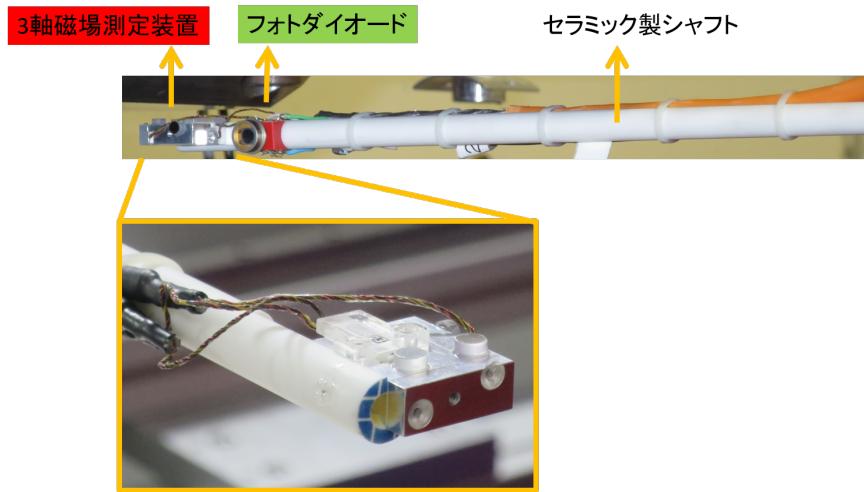


図 5.5 3 軸磁場測定装置を固定したシャフト。3 軸磁場測定装置およびフォトダイオードを取り付けたシャフトの材質には、非磁性でありかつ強度の高いセラミックを用いた。

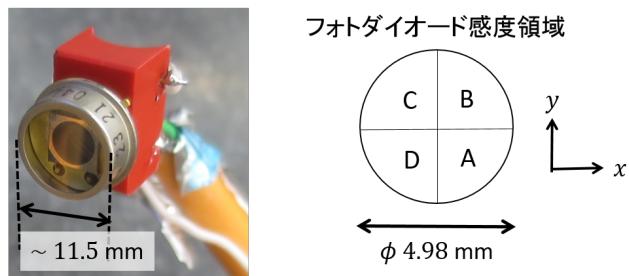


図 5.6 使用したフォトダイオード。中に埋め込まれたフォトダイオードの感度領域の大きさは直径 $\phi 4.98$ mm であり、右側の図に示したように 4 つのセルに分割されている。フォトダイオードからは水平方向 (x 方向) に対応する電圧 $(A + B) - (C + D)$ 、垂直方向 (y 方向) に対応する電圧 $(B + C) - (A + D)$ および 4 つのセルの電圧の和 $A + B + C + D$ が outputされる。これらの電圧の値を変換してレーザー光の位置の情報が得られる。

表 5.2 使用したフォトダイオードの仕様 [45]

色-強調	赤
波長領域	350 – 1100 nm
ダークカレント (5V に対し)	1.4 nA (標準) 7.5 nA (最大)
動作温度	-40°C – +125°C

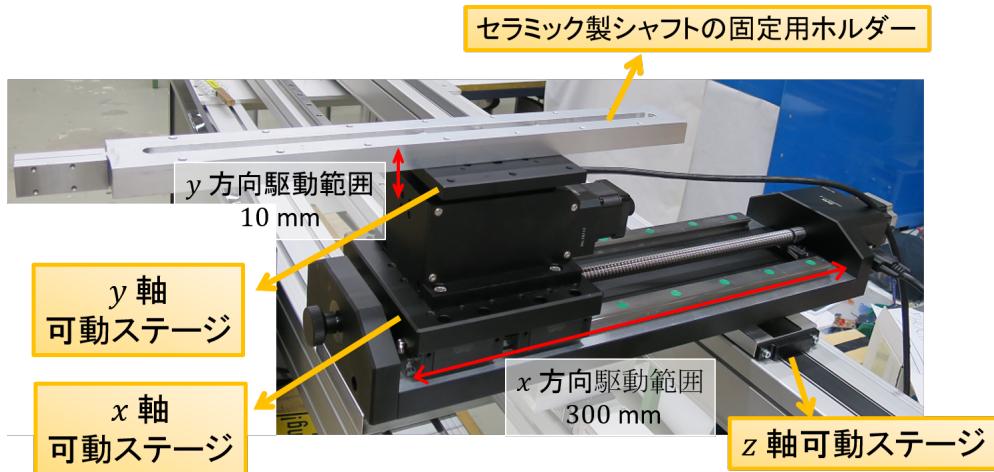


図 5.7 xyz 軸可動ステージ

表 5.3 使用した xyz 軸用ステッピングモーター [46, 47, 48]

軸	メーカー	型番	コントローラー	駆動領域	再現性
x	Zolix	PSA300-11-X	SC300-2B	300 mm	< 3 μm
y	Zolix	KSAV1010-ZF	SC300-2B	10 mm	< 5 μm
z	Rexroth	MSK060C-0600-NN-M1-UG0-NNNN	HCS02.1E-W0028-A-03-NNNN	3000 mm	—

xyz 軸可動ステージ

3 軸磁場測定装置は x, y, z の 3 方向に対して駆動できるよう、図 5.7 に示したように 3 つのステッピングモーターを使用した xyz 軸可動ステージに取り付けた。各方向に対し使用したステッピングモーターの仕様等を表 5.3 にまとめた。

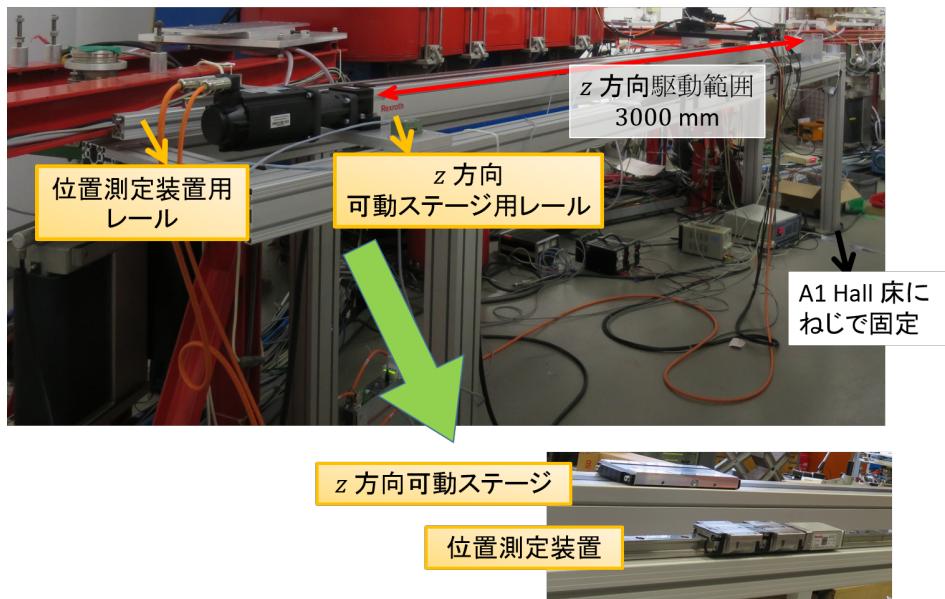
y 軸可動ステージの上部には、3 軸磁場測定装置を取り付けたセラミック製のシャフトを固定するホルダーを設置した。ホルダーの材質はアルミニウムである。

x, y 方向については Zolix 社製の共通のコントローラーを使用した(図 5.8(a))。それぞれのステッピングモーターで、1 ステップのサイズは $x_{\text{step}} = 2.5 \mu\text{m}$, $y_{\text{step}} = 0.23 \mu\text{m}$ であり、解析の際はこの値を用いて位置の情報をステップ数から mm 単位に直した。また表 5.3 に示したようにステッピングモーターの位置の再現性はそれぞれ $3 \mu\text{m}$, $5 \mu\text{m}$ である。

一方 z 方向については表 5.3 に示したステッピングモーターを用いて駆動させたが、可動ステージの位置は Rexroth 社製の位置測定システム(型番: IMS2I-KWD-020-FNS-C1-P-SS-0-L-11-A 100-D)を使って測定した[49]。この位置測定装置により、 z 方向の位置は $1 \mu\text{m}$ の精度で測定できる。 z 方向のステッピングモーターは可動用と位置測定用に 2 本のレールおよび支柱から成る土台に固定した。土台そのものは A1 Hall の床に開けたねじ穴を用いてねじで固定した(図 5.7(b))。

(a) xy 方向のコントローラー

Zsteppingmotor.png

(b) z 軸可動ステージを固定した土台図 5.8 xyz 軸可動ステージのコントローラーおよび固定した土台

■レファレンスレーザー

電子ビームの通った位置と3軸磁場測定装置で測定した位置を結びつけるために用意したレーザー光(レファレンスレーザー)は、レーザーダイオードおよびLaser Drive INC.社製のレーザーダイオードドライバーSDL800を用いて出力させた(図5.9(a))。またこのレーザー光を絞りレーザーのスポットサイズを調整するため、THORLABS社製の半導体レーザーコリメート用チューブLTN330-Aを使用した(図5.9(b))。

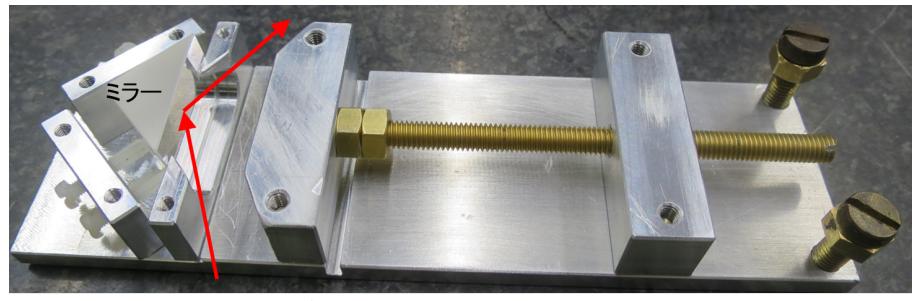
ビーム上流側から照射したレーザーをビーム軌道に沿ってdipole磁石の下流側に送るためには、レーザー光の軌道をdipole磁石内部で変える必要がある。そこで磁石内部にレーザーを屈折させるためのミラーを設置した。図5.10がミラーを設置するために作成したミラーホルダーの外観である。ミラーホルダーが動けば、位置の基準となるレファレンスレーザーの位置も変わってしまう。したがって取り付けたつっぱり棒用のねじ(図5.10)を用いて、dipole



(a) 使用したレーザーダイオードドライバー (SDL800)

(b) レーザー光を絞るために用いたコリメータ

図 5.9 位置の基準として使用したレーザー



レファレンスレーザーの軌道

図 5.10 レファレンスレーザー屈折用ミラーホルダー

磁石のポール上部にミラーholdderを完全に固定した(図 5.11)。

■YAG モニター

電子ビームの通った位置とレファレンスレーザーの位置関係を測定するため、dipole 磁石の前後 2 か所ずつに合計 4 台の YAG モニターを設置した(図 5.1 実験セットアップ図)。YAG モニター内部には電子ビームが通ると発光する YAG ミラーをセットした。YAG とは Yttrium Aluminum Garnet の略であり、時間応答が早く、電子顕微鏡や電子、X 線の imaging screen としても利用されているシンチレータである。使用した YAG ミラーはセリウムでドープされた YAG:Ce と呼ばれる物質でできており、Crytur 社製の型番 SKB-10B を使用した。YAG:Ce の物理的特徴と発光の特徴を表 5.4 と表 5.5 にまとめた[50]。

使用したミラーは直径 20 mm で 1 mm 間隔の目盛りがついている(図 5.12)。この目盛りを用いて電子ビームとレファレンスレーザーの相対距離を mm 単位で求めることができる。

YAG ミラーは図 5.13 に示したように、電子ビームおよびレファレンスレーザーに対し 45° 傾けた状態で YAG モニター内部にセットした。傾けた YAG ミラーで反射したレーザー光を YAG モニター上部に設置した CCD(Charged Coupled Device) カメラで撮影した。また全く



図 5.11 磁石内部に設置したミラーホルダー

表 5.4 YAG:Ce の物理的特徴 [50]

密度	4.57 g/cm ³
反射率	1.82
融点	1970°C
熱膨張率	0.8-0.9 × 10 ⁻⁵ /K

表 5.5 YAG:Ce 発光の特徴 [50]

波長 (最大)	550 nm
崩壊定数	70 ns
afterglow	< 0.005% @6 ms
放射長 (511 keV)	3.5 cm

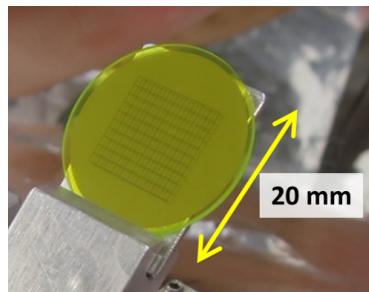


図 5.12 使用した YAG ミラー。ミラーは Crytur 社製の型番 SKB-10B の製品を使用した。ミラー表面には 1 mm 間隔の目盛りがついており、撮影した画像に映った目盛りを用いてレファレンスレーザーとビームの相対距離を mm 単位で求めることができる。

同じセットアップのもと、弱い電子ビーム (faint beam) を YAG ミラーに当て YAG:Ce のシンチレーション光を CCD カメラで撮影した。

ビーム最上流側に設置した YAG モニターで撮影した電子ビームおよびレーザーの画像を図 5.14 に載せた。2 つの写真共に、図 5.12 に載せた YAG ミラーについている目盛りのラインを確認できた。第 4 章 4.4 節で説明したレーザー反射光の中心位置導出の場合と同様に、YAG モニターで得られた写真を画像解析し、電子ビームおよびレファレンスレーザーのそれぞれの中心位置を px 単位で求める。さらに写真に写った目盛りもフィッティングすることで両者の相対位置を px 単位から mm 単位に変換できる。

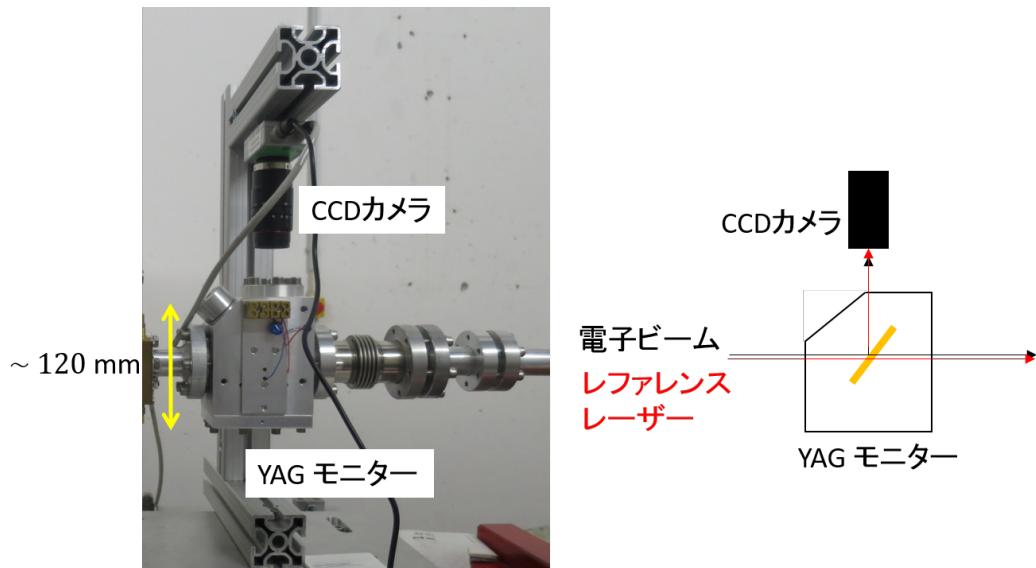


図 5.13 YAG モニター。レファレンスレーザーが YAG ミラーで反射した光を YAG モニター上部に設置した CCD カメラで撮影した。また同じセットアップで、電子ビームによる YAG のシンチレーション光を撮影した。



(a) 電子ビームの通った位置

(b) レーザーの位置

図 5.14 YAG モニターから得られたビームとレーザーの写真。最上流側の YAG モニターにおいて、上部に設置した CCD カメラ (図 5.13) で撮影した画像である。写真のサイズはともにそれぞれ縦方向 1200 px、横方向が 1600 px である。それぞれの写真について画像解析を行いビームとレーザーの中心位置を決定する。その後写真に写った目盛りを用いてビームと基準となるレーザーの相対距離を求める。

■データ収集

3軸磁場測定装置、可動ステージ、フォトダイオードから得られたデータは、データ収集用PC(Windows)を使用して読み出した(RS-232c)。以下が磁場測定データとして記録した項目である。

磁場測定データ

- 測定日時
- 3軸磁場測定装置の3つのホールプローブから得られた磁場の値
- xyz可動ステージの位置
- フォトダイオードの電圧

本磁場測定実験において新たに磁場測定データ収集のための手動のシステムをデータ収集用PC上に構築した。可動ステージの駆動およびデータの記録は自動クリックシステムAutoIt[51]を用いて行った。基本的な磁場測定データ収集の流れは以下のとおりである。

1. 可動ステージを動かす
2. ホールプローブの磁場の値が安定するまで約30秒待つ
3. 磁場測定データを記録する

またデータ収集後に有効なデータを選別するため(6.2節)、磁場測定データとは独立に1秒ごとに全てのデータを記録した(連続データ)。これらのデータ収集のフローチャートを図5.15に示した。

5.2 磁場測定

前節で述べた実験セットアップのもと、dipole磁石の精密磁場測定を行った。精密磁場測定では、dipole磁石の磁場マップを作成するため、dipole磁石の電子ビーム軌道付近の磁場データを収集した。また3軸磁場測定装置に取り付けたホールプローブの位置校正を行うためのデータ、NMRを用いた絶対値校正を行うためのデータ、dipole磁石の磁場強度依存性を測定するためのデータも取得した。さらに電子ビームの通った位置および位置の基準としたレファレンスレーザーの位置をYAGモニターを用いて測定した。レファレンスレーザーと3軸磁場測定装置の距離を結び付けるため、フォトダイオードを使用した測定も行った。本節では精密磁場測定実験で取得したこれらのデータの詳細を説明する。

始めにNMRのデータから得られたdipole磁石の安定性について記す。

図5.16に示したようにこのdipole磁石は、コイルに流す電流の値を変えてから磁場の値が安定するまでに90分程度の時間を要する。実際の磁場測定ではコイルの電流値変更から約30分経過後にデータ取得を開始した。図5.16をもとに述べたdipole磁石の安定性は、 $3\ \mu\text{T}$ 以内の範囲での議論であり、今回の磁場に対する要求精度を考慮すれば、30分経過後のデータ

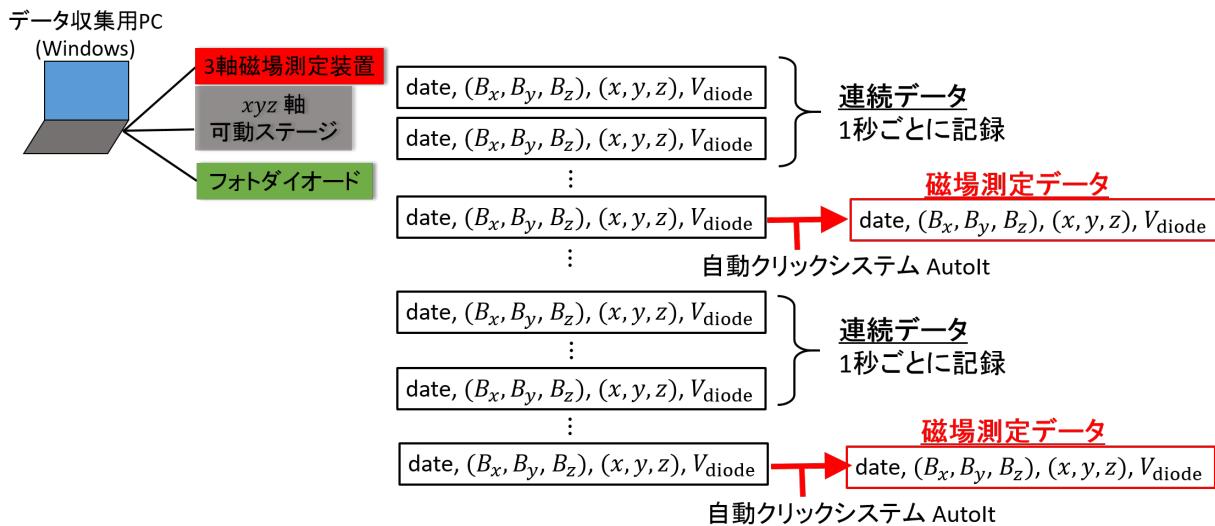


図 5.15 MAMI 磁場測定におけるデータ収集のフローチャート。データ収集用の Windows PC を用いて 3 軸磁場測定装置のホールプローブ、xyz 可動ステージ、フォトダイオードの読み出しを行った。可動ステージを動かし、ホールプローブの磁場の値が安定するまで 30 秒程度待った後、磁場測定データを記録した。可動ステージの駆動および磁場測定データの記録は、データ収集用 PC 上で自動クリックシステム AutoIt を用いて行った。磁場測定データとは独立に、連続データとして常時 1 秒ごとに、全てのデータを記録した。

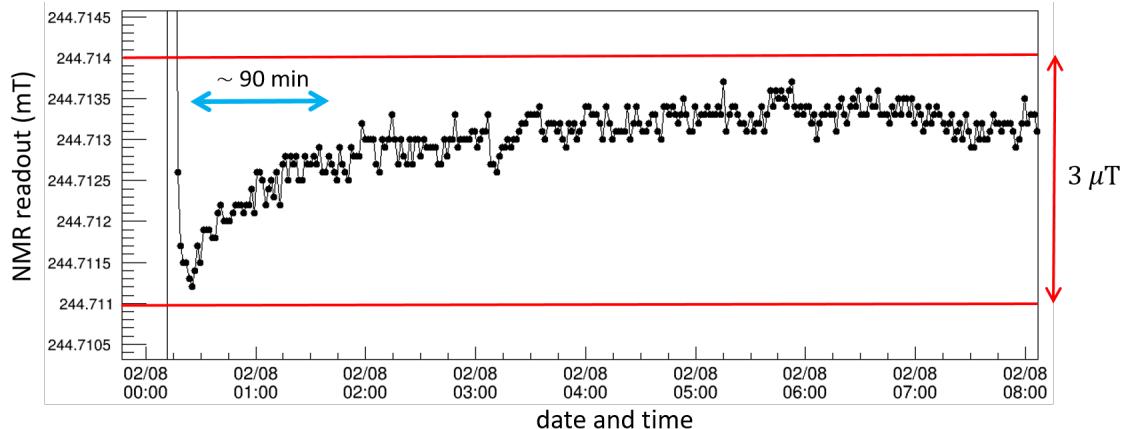


図 5.16 dipole 磁石の磁場が安定するまでの時間。コイルに流す電流の値を変更してから、dipole 磁石の磁場の値が安定するまでに 90 分程度の時間を要することが分かる。

取得開始は問題ないといえる。なお今回の磁場測定において、dipole 磁石のコイルに電流を流す際は磁石のヒステリシスを考慮し、常に設定したい値より高い電流を流した後、電流値を設定値まで下げた。

次に磁場データを収集した期間中の NMR の磁場の読み値を図 5.17 に載せた。コイルに電流を流す電源の安定性の影響で値にゆらぎはあるものの、dipole 磁石の磁場は ~ 240 mT に対し最大でも $8 \mu\text{T}$ 以内の範囲で安定しており、要求精度である $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を十分満た

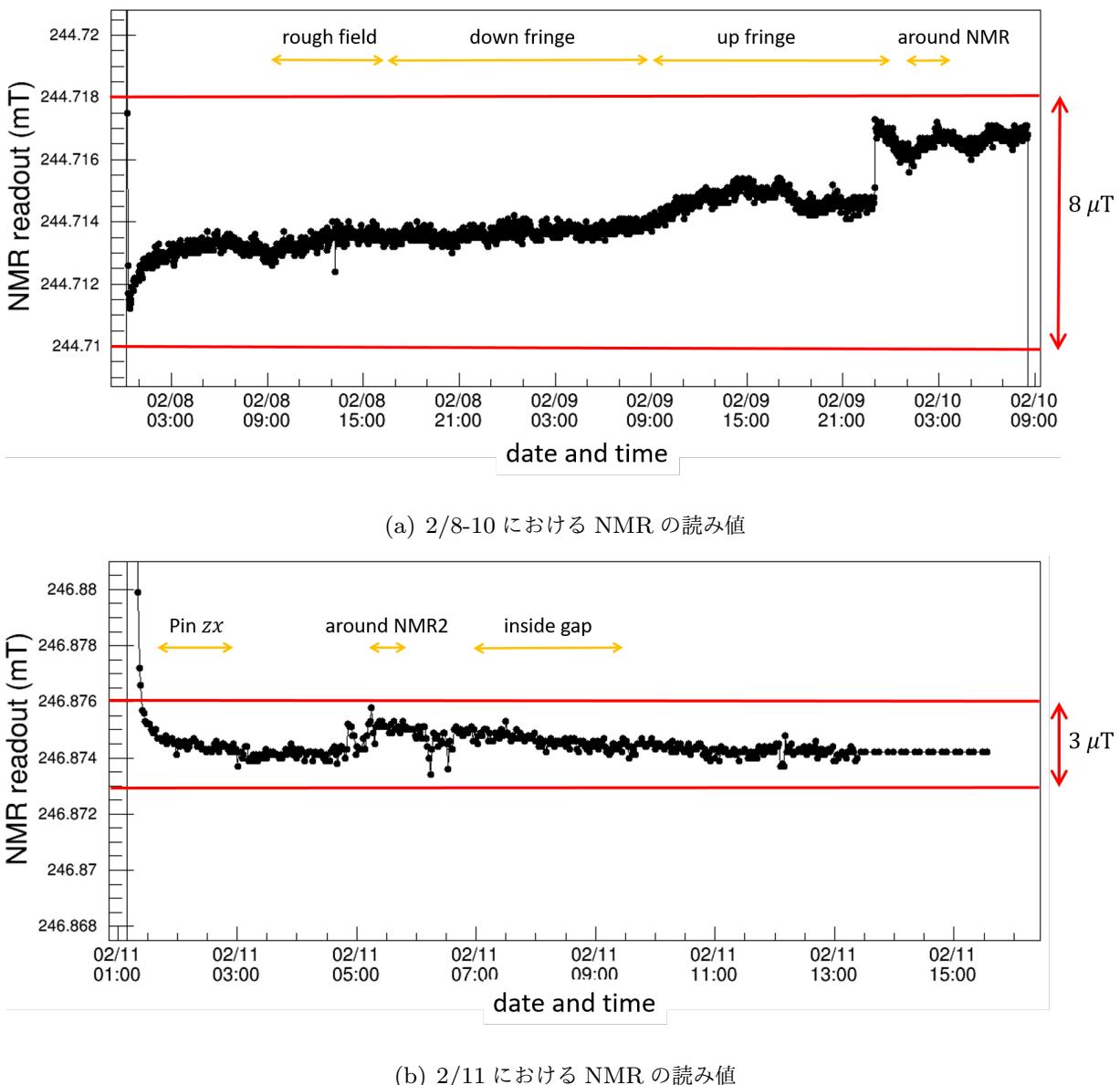


図 5.17 Dipole 磁石の安定性。dipole 磁石内に設置した NMR プローブの磁場の読み値の時間依存性を示した。なお 2/10 9:00 – 2/11 1:00 の間は dipole 磁石の磁場強度を変えた測定を行っており（表 5.6 のデータセット Field Strength）、この間の NMR のデータは除いた。(a)において 2/9 21:00 頃に 4 μT 程度の磁場の急激な変化が見られる。原因は特定できていないがコイルの電源由来の変化であることが考えられる。しかしこの 4 μT の磁場の変化は我々の要求精度である $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ に対して影響しない。

している。

続いて精密磁場測定で取得したデータセットを表 5.6 にまとめた。それぞれのデータセットを取得した際の NMR のデータが図 5.17 に記してある。これらのデータセットを合わせて、約 9000 点の磁場データを取得した。

以下で各データセットについて説明する。

表 5.6 MAMI における精密磁場測定のデータセット

データセット	測定領域	メッシュサイズ	備考
Field strength	$x: 5 \text{ mm}$ $y: 9.2 \text{ mm}$ $z: 2030 \text{ mm}$	$x: 10 \text{ mm}$ $y: 4.6 \text{ mm}$ $z: 50 \text{ mm}$	ビーム軌道付近 x 方向 2 点、 y 方向 3 点、 z 方向 30 点 を磁場強度を変えながら測定
Pin zx	$x: 20 \text{ mm}$ $z: 20 \text{ mm}$	$x: 2 \text{ mm}$ $z: 2 \text{ mm}$	円柱ピンの上面 zx 平面での測定 (図 5.19)
Around NMR	$x: 60 \text{ mm}$ $y: 4.5 \text{ mm}$ $z: 90 \text{ mm}$	$x: 5 \text{ mm}$ $y: 2.2 \text{ mm}$ $z: 5 \text{ mm}$	NMR プローブに沿うように 測定 (図 5.21)
Around NMR2	$x: 60 \text{ mm}$ $y: 4.5 \text{ mm}$ $z: 90 \text{ mm}$	$x: 10 \text{ mm}$ $y: 2.2 \text{ mm}$ $z: 10 \text{ mm}$	ホールプローブテスラメータ のレンジ 0.6 T での測定
Inside gap	$x: 100 \text{ mm}$ $y: 9.2 \text{ mm}$ $z: 1620 \text{ mm}$	$x: 25 \text{ mm}$ $y: 4.6 \text{ mm}$ $z: 50 \text{ mm}$	
Upfringe	$x: 50 \text{ mm}$ $y: 10.6 \text{ mm}$ $z: 490 \text{ mm}$	$x: 5, 10 \text{ mm}$ $y: 5.3 \text{ mm}$ $z: 5, 10 \text{ mm}$	ギャップ直近の z 方向 $\sim 150 \text{ mm}$ の領域は 5 mm 間隔で測定
Downfringe	$x: 50 \text{ mm}$ $y: 10.6 \text{ mm}$ $z: 620 \text{ mm}$	$x: 5, 10 \text{ mm}$ $y: 5.3 \text{ mm}$ $z: 5, 10 \text{ mm}$	ギャップ直近の z 方向 $\sim 150 \text{ mm}$ の領域は 5 mm 間隔で測定
Rough field	$x: 200 \text{ mm}$ $y: 9.2 \text{ mm}$ $z: 2840 \text{ mm}$	$x: 50 \text{ mm}$ $y: 4.6 \text{ mm}$ $z: 50 \text{ mm}$	本論文の解析には用いなかった

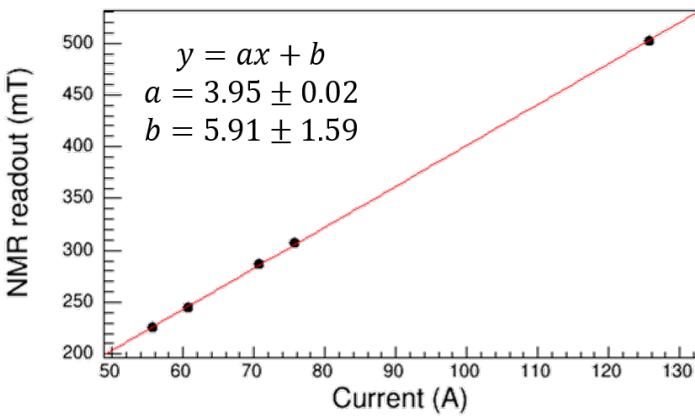


図 5.18 磁石のコイルに流した電流と磁場強度の相関

5.2.1 磁場強度のコイル電流依存性 (Field strength)

π^- 中間子スペクトロメータの運動量校正のために行った電子弹性散乱実験では、入射電子ビームのエネルギーが約 195 MeV であった。このとき dipole 磁石の磁場は ~ 240 mT、コイルに流す電流は 60.8 A に設定した。

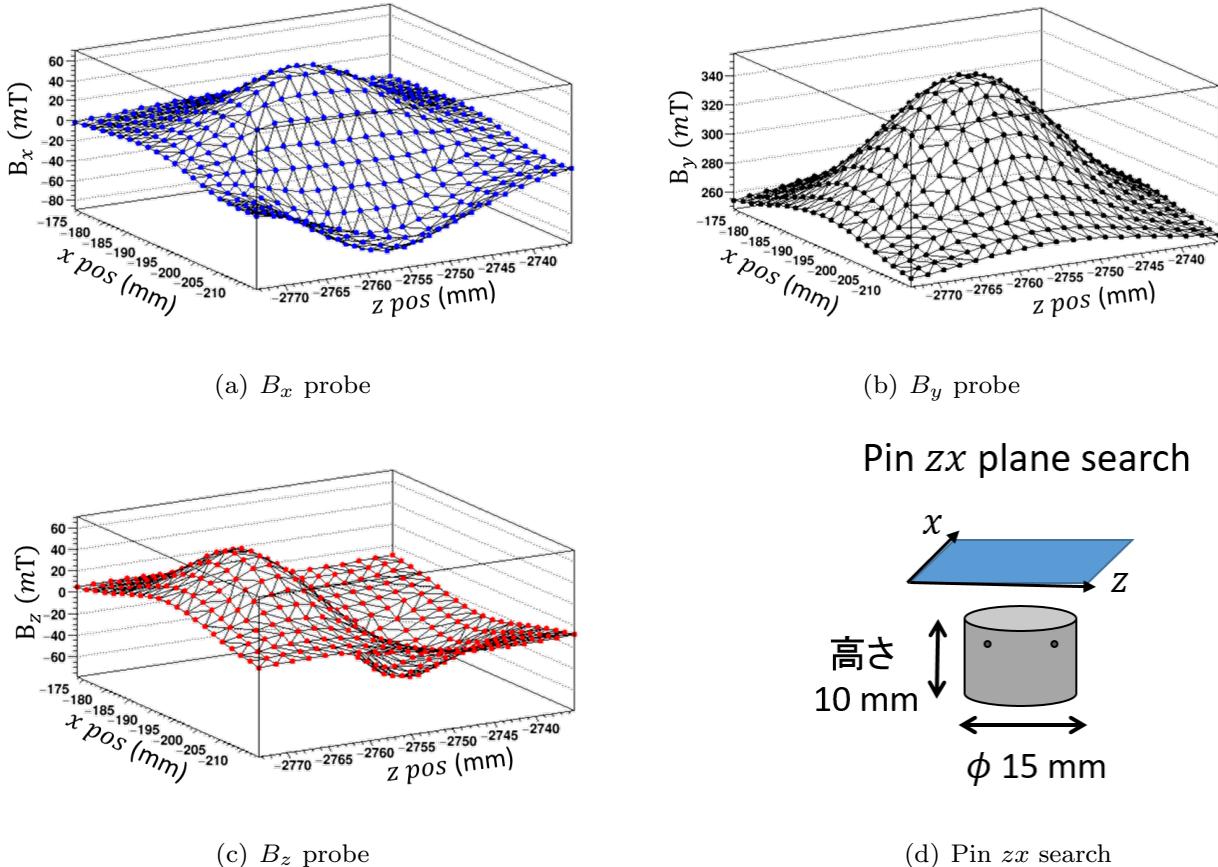
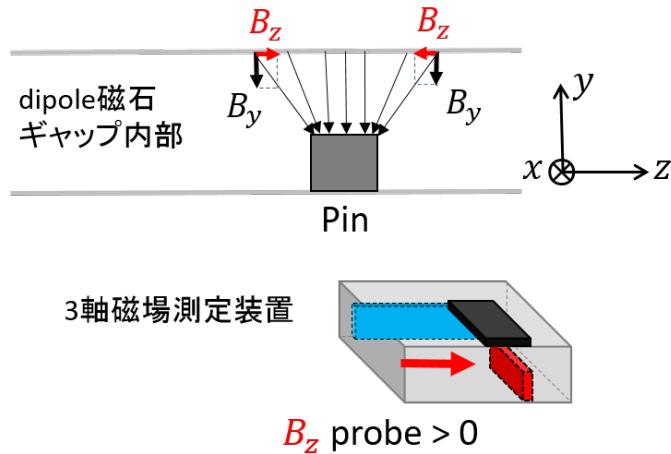
磁場強度のコイル電流依存性を測定するため、コイルに流す電流を 55.8 A、60.8 A、70.8 A、75.8 A、125.8 A の 5 パターンで変化させ磁場測定を行った。図 5.18 が dipole 磁石内部に設置した NMR プローブからの磁場の値とコイルに流した電流との相関を取ったグラフである。両者には線形の関係が成り立つことが分かる。

5 パターンそれぞれの電流をコイルに流し、あらかじめ決めた電子ビーム軌道付近の領域で磁場データを収集した。なお測定について、 x 方向は 5 mm 間隔に 2 点、 y 方向は 4.6 mm 間隔に 3 点、 z 方向は領域に応じて約 10 – 150 mm 間隔に 30 点行った。このデータを用いて、60.8 A のデータから得られた dipole 磁石の磁場マップをスケール倍し、電子ビームのエネルギーが 195 MeV から変わった場合もビームエネルギーを導出できる。

5.2.2 円柱ピン周辺の磁場測定 (Pin zx)

3.4.1 節で述べたように、フォトダイオードと 3 軸磁場測定装置の相対距離を求めるため、dipole 磁石内部に設置した円柱形のピン周辺で 3 軸磁場測定装置を動かし磁場測定を行った。なおこの円柱ピンを用いた測定は、3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブの相対位置を求めるためのデータともなる。

作成した円柱形のピンは鉄製で、直径が ϕ 15 mm、高さ 10 mm のサイズである。ピンの形状として先のとがった円錐形も検討した。しかし MAMI で所有する金属加工の機械の精度上、円錐形よりも円柱形の方が対称性良く工作精度の高い加工ができたことから ($< 10 \mu\text{m}$)、今回は円柱形のものを作成した。

図 5.19 円柱ピンの上面 zx 平面の測定から得られた磁場分布図 5.20 B_z プローブの磁場分布の解釈

円柱ピン周辺の磁場測定では、ピン上面の zx 平面上で 3 軸磁場測定装置を動かし磁場データを収集した。3 つのホールプローブから得られた磁場分布を図 5.19 に載せた。

円柱ピン上面の zx 平面の測定から得られた磁場分布は、図 5.20 に示した概念図から次のように解釈できる。

dipole 磁石内部に円柱ピンを設置した場合、磁力線は図 5.20 に示したように円柱ピンに集

まる。 B_z プローブは、ホールプローブの仕様（図 4.1(a)）および取り付けた向きから図 5.20 の赤矢印の方向から磁場を感じると正の値を返す。したがって図 5.20 の状況下で円柱ピンの上面で 3 軸磁場測定装置を $+z$ 方向に動かした場合、 B_z プローブの示す磁場の値は正から負へと変化する。 B_x プローブから得られる磁場分布は、この B_z プローブの分布を 90° 回転させることで解釈できる。

B_y プローブについては図 5.19(b) のように円柱ピンの中心付近で磁場の値が最大になる分布が得られた。

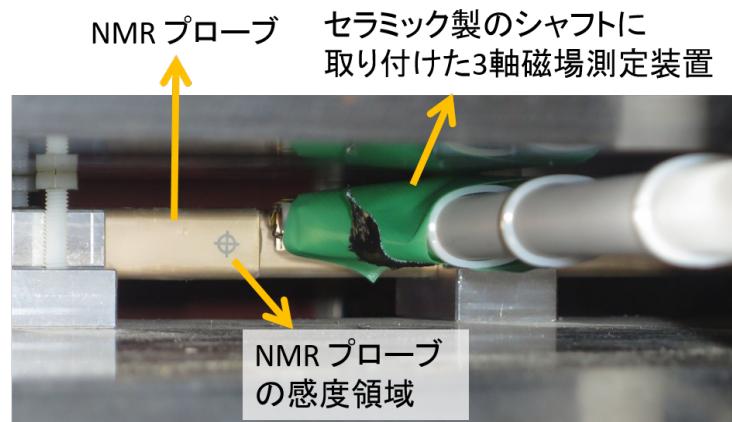
得られた図 5.19 の分布から、3 つのホールプローブの x および z 方向の相対位置を求めることが可能である。解析の詳細については、次章の 6.3 節で説明する。

5.2.3 NMR プローブ周辺の磁場測定 (Around NMR、Around NMR2)

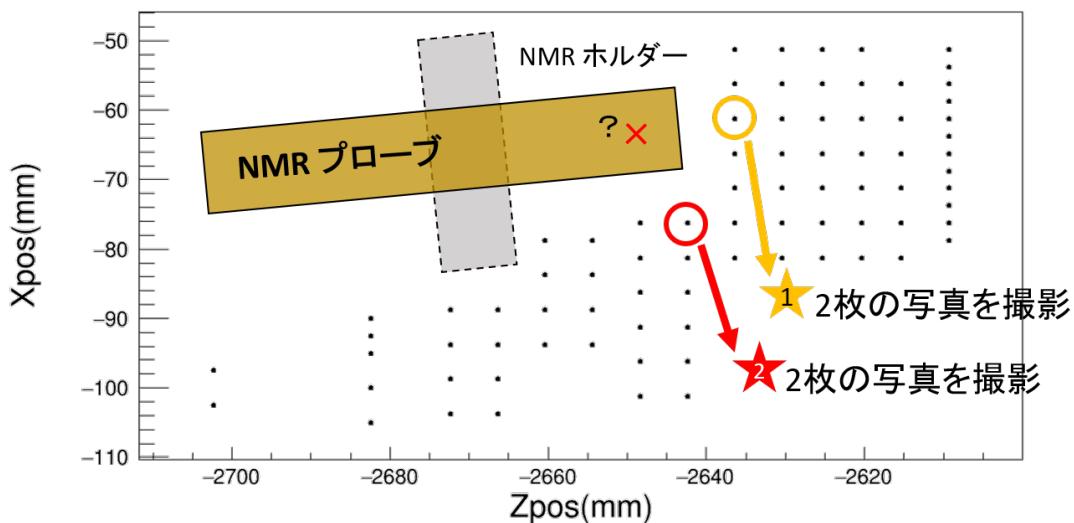
要求精度 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$ を満たすため、3 軸磁場測定装置のホールプローブから得られた磁場の値は NMR を用いて絶対値校正する必要がある。値の校正は、dipole 磁石内部の同じ位置で NMR の値とホールプローブの値を比較することで行う。しかし 5.1 節の NMR の部分で述べたように、NMR プローブは dipole 磁石内部に固定しており、NMR プローブの感度領域の位置に 3 軸磁場測定装置をセットし磁場データを取得することはできない。そこで NMR プローブ周辺で磁場測定を行い、得られた磁場分布から感度領域の場所における 3 軸磁場測定装置のホールプローブの値を外挿し、磁場の絶対値校正を行うことにした。実際の測定の様子を図 5.21 に、プローブ周辺で磁場データを取得した位置を図 5.21(b) の黒丸で示した。

また図 5.22 には、3 軸磁場測定装置の B_x 、 B_y 、 B_z プローブから得られた磁場分布を示した。

5.1 節実験セットアップの NMR のパラグラフでも説明したように、dipole 磁石内部における NMR プローブの設置場所は、NMR プローブを撮影した複数の写真を組み合わせて求めた。図 5.21(b) の星印 1、星印 2 の位置に 3 軸磁場測定装置がある状態で、3 軸磁場測定装置と NMR プローブの映った写真をそれぞれ 2 枚ずつ撮影し、この 4 枚の写真を組み合わせて NMR プローブ感度領域の中心位置（図 5.21(b) の赤×印）を ± 2 mm の精度で決定した。見積もった NMR プローブの設置場所周辺の領域は、磁場 (B_y) の値の変動が最大でも 1 mm あたり $10 \mu\text{T}$ である。したがって NMR プローブの設置場所の決定精度が ± 2 mm であっても、 $20 \mu\text{T}$ の精度で NMR による磁場の絶対値校正を行うことができ、これは要求精度を満たす。NMR による磁場の絶対値校正については、付録 C に載せた。



(a) NMR プローブ周辺の磁場測定



(b) データを取得した位置

図 5.21 磁場の絶対値校正のために行った NMR プローブ周辺の磁場測定。(a) に示した NMR プローブ表面の十字部分に感度領域の中心がある。磁場データは図 (b) のように NMR プローブのエッジに沿って取得した。この図のプロットは y 方向の可動ステージの高さが $y = 0$ [mm] で磁場データを取得した位置を示している。星印 1 および星印 2 の位置に 3 軸磁場測定装置がある際に、3 軸磁場測定装置と NMR プローブが一緒に映った図 (a) のような写真を複数枚撮影し、これらの写真を組み合わせて NMR プローブ感度領域の中心位置（図の赤×印）を見積もった。詳細については C.1 節に記載した。

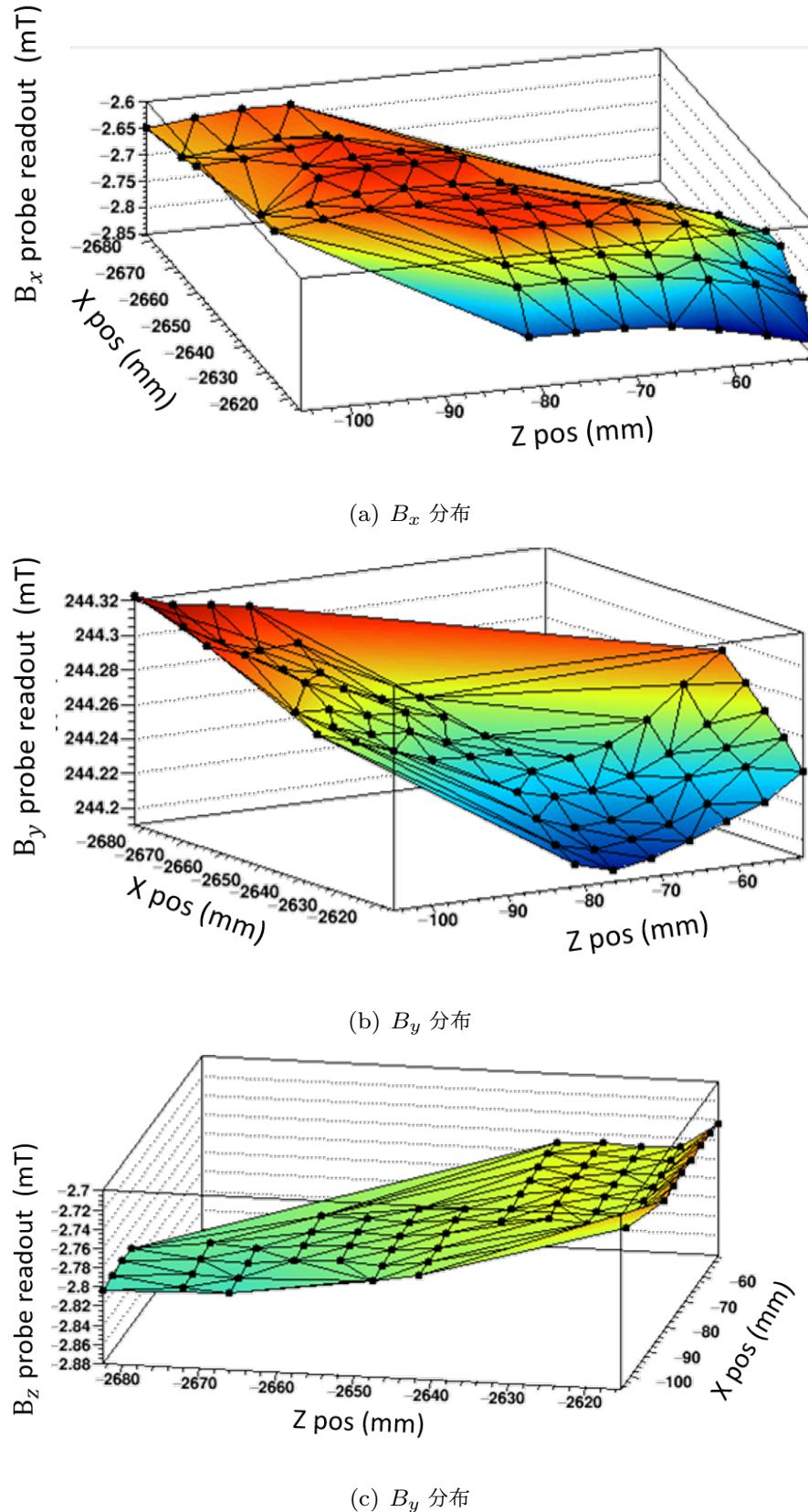


図 5.22 NMR プローブ周辺の磁場分布。

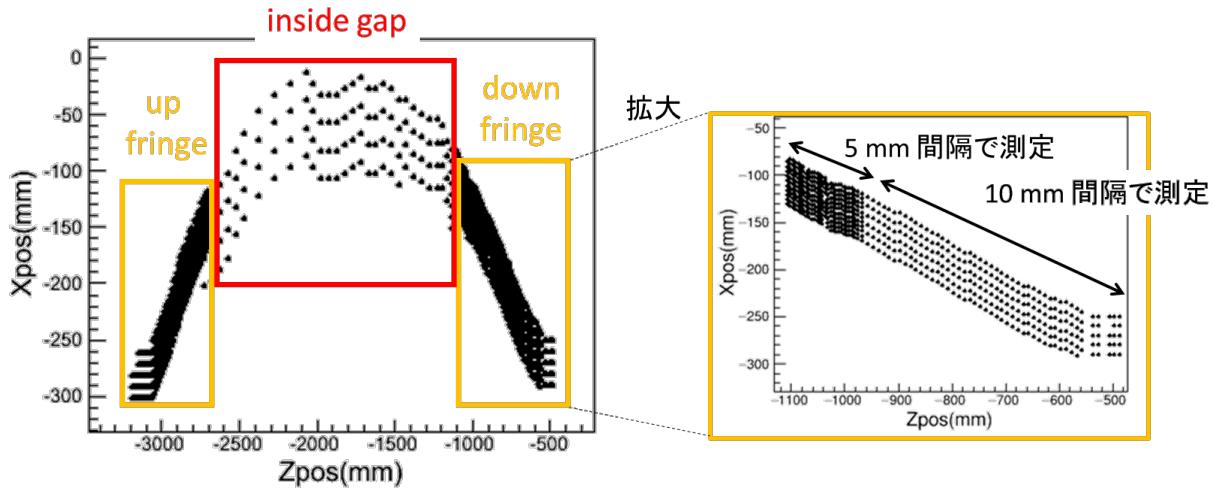


図 5.23 精密磁場測定におけるデータ測定点。 y 軸ステッピングモーターが最も高い位置 ($y = 0$ [mm]) で測定したデータ点を zx 平面上に示した。

5.2.4 電子ビーム軌道付近の精密磁場測定 (Inside gap、Upfringe、Downfringe)

dipole 磁石全体の磁場マップを得るため、磁石上流側フリンジ領域、磁石のギャップ内部および下流側フリンジ領域において精密磁場測定を行った。基準となるレーザー光はおおまかにビーム軌道に沿うように照射しており、磁場測定ではこのレーザー光を含む領域でデータを収集した。図 5.23 は磁場データを取得した位置の zx 平面上におけるプロットである。

ギャップ内部の磁場は安定していたことから、表 5.6 に記したように x, z 方向の測定間隔はそれぞれ 25 mm、50 mm と粗めにし、磁場の値の変化が特に大きい磁石ギャップ直近の 150 mm 程度のフリンジ領域では x, z 方向はともに 5 mm 間隔で測定した。dipole 磁石から離れたフリンジ領域では x, z 方向はともに 10 mm 間隔で測定を行った。 y 方向についてはステッピングモーターの駆動領域が ~ 10 mm であり、すべてのデータ点で測定間隔を約 5 mm とし 3 点分のデータを取得した。

5.2.5 フォトダイオードの取り外し

磁場測定開始後、レファレンスレーザーと 3 軸磁場測定装置の位置を結びつけるために使用したフォトダイオードに磁性があることが明らかになった。フォトダイオードは 3 軸磁場測定装置直近に設置しており、このフォトダイオードによる磁性の影響を調べるために、実験中に次のような測定を行った。

図 5.24 に示したように、dipole 磁石内部にホールプローブを固定した。このホールプローブから z 方向に ~ 5 mm 程度離れた位置で、3 軸磁場測定装置とフォトダイオードのついたシャフトを x 方向に動かし、固定したホールプローブの示す磁場の値を記録した。フォトダイ

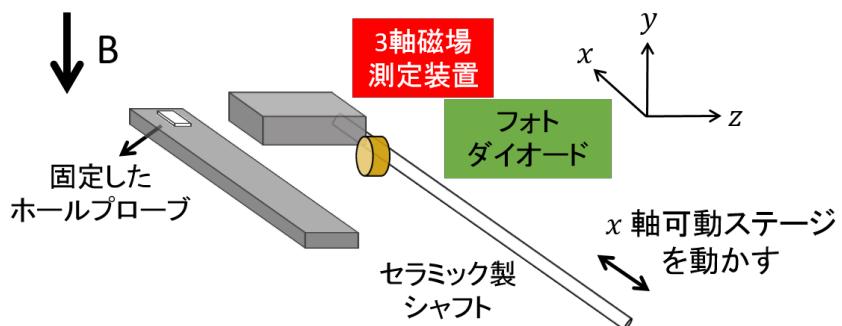
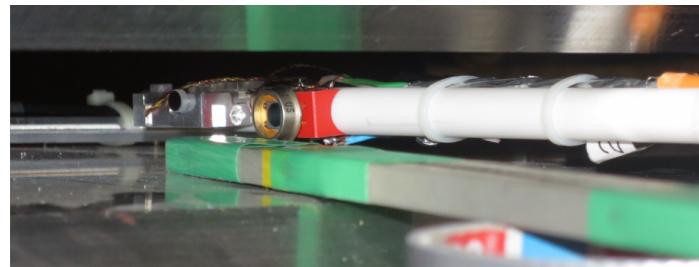


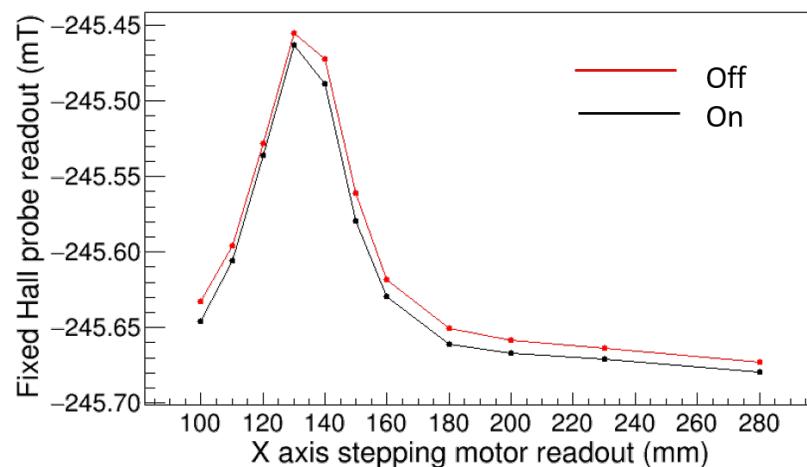
図 5.24 フォトダイオードの磁性の影響の検証

オードの電源をオンにした場合とオフにした場合の結果を比べた分布を図 5.25(a) に示した。縦軸がホールプローブが示した磁場の値、横軸が x 方向ステッピングモーターの値を表す。固定したホールプローブにフォトダイオードが近づいた $x = 130$ mm 付近で磁場の値が大きく変化しており、磁場がフォトダイオードの影響を受けることが分かった。フォトダイオードの電源がオンの場合 (図 5.25(a) 黒線) もオフの場合 (図 5.25(a) 赤線) も、固定したホールプローブが示す磁場分布に大きな差はなかった。これより、フォトダイオードの材質そのものに磁性があると判断した。

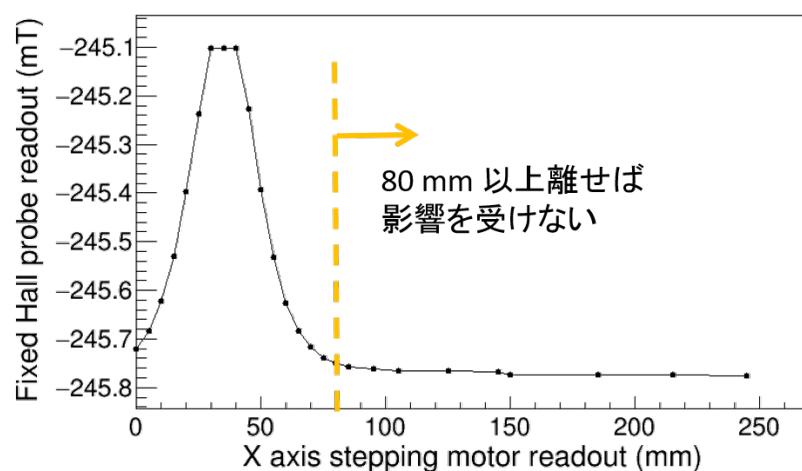
次にフォトダイオードの材質による磁性の距離依存性を調べるため、より広い範囲で x 方向ステッピングモーターを動かし、ホールプローブの磁場分布を調べた。その結果が図 5.25(b) のプロットである。フォトダイオードが近づくことで、ホールプローブの磁場の値が最大で $600 \mu\text{T}$ 程度変化した。したがってフォトダイオードの磁性の影響をなくすためには、3 軸磁場測定装置から少なくとも 80 mm 以上離れたい位置にフォトダイオードを取り付ける必要がある。

そこでフォトダイオードを 3 軸磁場測定装置を取り付けているシャフトから取り外した。なお表 5.6 に記した磁場データはフォトダイオード取り外し後に取得したものであり、フォトダイオードの磁性の影響は受けていない。

フォトダイオードを取り外したものの、3 軸磁場測定装置の位置とレファレンスレーザーの位置を結び付けることは必須である。したがってデータセット Pin zx の測定のために磁石内部に設置した円柱ピンを用いて、磁場を励磁せずに図 3.7(a) に示したレーザー光による測定を行い、位置の結び付けを行うためのデータは取得した。



(a) フォトダイオードの電源のオンオフの影響



(b) フォトダイオード磁性の距離依存性

図 5.25 フォトダイオード磁性の測定結果

第 6 章

磁場データの解析

精密磁場測定から得られた磁場データを用いて、電子ビーム軌道付近における dipole 磁石の磁場マップを作成した。本章では磁場マップ作成にあたって行った解析の詳細について記述する。

6.1 磁場測定データの解析手順

前章で述べたように、今回の精密磁場測定では合わせて約 9000 点の磁場データを取得した。このうち表 5.6 に示した inside gap、up fringe、down fringe および Pin zx、around NMR、around NMR2 のデータセットを用いて電子ビームの軌道付近における dipole 磁石の磁場マップを作成した。磁場マップ作成にあたり踏んだ 6 つの手順を以下に記す。

Step1: 有効なデータの選別

ステッピングモーターが動いている最中に取得した磁場データなど junk data を除いた。補間を行うために測定点 1 点に対し磁場データを 1 つに絞った。

Step2: 3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブの相対位置

円柱ピン周辺の磁場測定により得られたデータから、3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブの x, z 方向の相対位置について、デザイン上の値との比較を行った。

Step3: NMR による磁場の値の絶対値校正

dipole 磁石中に設置した NMR を用いて 3 軸磁場測定装置から得られた磁場の値の絶対値校正を行った。詳細については付録 C に記述した。

Step4: 磁場の値の補間

精密磁場測定から得られた磁場データを用いて、任意の場所における磁場の値を補間して求めた。

Step5: dipole 磁石の磁場分布および誤差の見積もり

Step3 で確立した補間方法を用いて、電子ビーム軌道付近の dipole 磁石の磁場分布を

得た。得られた磁場分布に含まれる誤差について、磁場測定と磁場解析を考慮してまとめた。

これ以降の節では上記の 1 つ 1 つの手順についてより詳細に記述する。

6.2 有効なデータの選別

磁場データは自動クリックシステムを用いて 5.1 節のデータ収集の部分で述べた手順で取得した。原則磁場データは 1 つの測定点で 1 回記録したが、一部同じ測定位置で複数回磁場データを取得している場合があった。この中には測定位置と磁場の値が対応していないデータも含まれていた。Step3 で磁場の値の補間する際は磁場データを 1 測定点 1 つに絞る必要があり、正しく測定されなかったデータの除去も含めデータ整理を行った。

磁場測定の際は各測定点における磁場データの取得とは別に、常時 1 秒ごとに 3 軸磁場測定装置からの 3 つの磁場の値を記録していた。この連続データを用いて各磁場データが適切に取得されたか否か判別した。

図 6.1 が B_y プローブの連続データの一部である。始めに図 6.1(a) について、測定日時 2/9 20:09:46 と 2/9 20:10:09 のデータには同じ測定位置 $(x, y, z) = (-191, 0, -2904)$ [mm] が記録されていた。連続データの分布から、 B_y プローブが示した両者の磁場の値の差は $3 \mu\text{T}$ 以内に収まっており(図 6.1(a) の拡大したグラフ)、この 2 つは同じ位置で正しく測定された磁場データと判定した。ここでは後に取得した 2/9 20:10:09 のデータをこの位置における磁場の値として採用した。

なお図 6.1(a) の拡大したグラフを見ると、可動ステージを動かしてからホールプローブの磁場の値が $3 \mu\text{T}$ の範囲で安定するまでに約 20 秒程度の時間を要する。磁場測定データは可動ステージを動かしてから約 30 秒後に記録しており(5.1 節のデータ収集)、磁場の値が要求精度を満たす範囲で安定した段階でデータ取得できているといえる。またこのグラフから磁場の値のふらつきを考慮して、ホールプローブの磁場の値の誤差を $3 \mu\text{T}$ とした。

図 6.1(b) は測定位置と磁場の値が対応していない場合の例である。記録上、2/9 16:17:24 のデータの測定位置は $(x, y, z) = (-208, -11, -2904)$ [mm] であったが、図 6.1(b) の連続分布を見ると明らかに磁場の値が異なっており、このデータは正しい測定位置が記録されていない junk data と判断した。

ここまで述べてきた方法で 1 測定点に対し 1 つの磁場データとなるようデータを整理し、5 つのデータセット inside gap、up fringe、down fringe、Pin zx、around NMR、around NMR2 の 4723 個のデータのうち 4505 個を以後の解析に用いた。

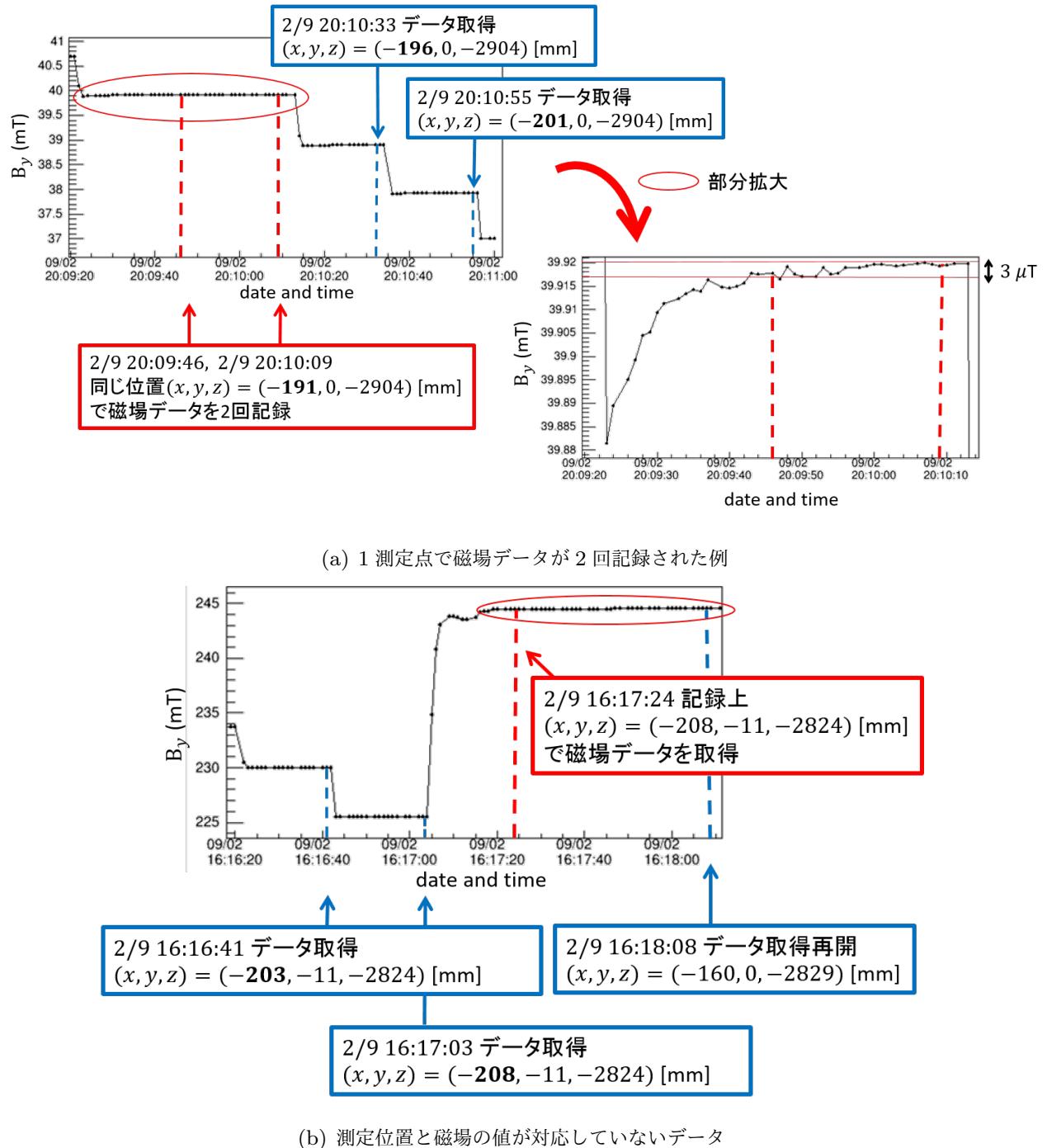


図 6.1 データの選別。磁場測定データとは独立に、常時 1 秒ごとに記録していた 3 軸磁場測定装置からの磁場の値を用いてデータの選別を行った。青矢印で示した磁場データは正しく測定が行われたものを示している。

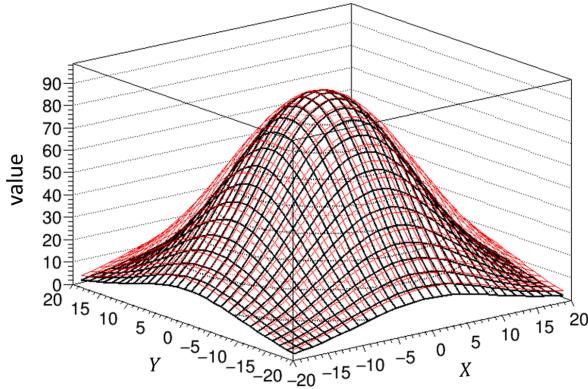


図 6.2 フィッティングに用いた関数。黒線は $(X, Y) = (0, 0)$ を中心とした幅 $(\sigma_x, \sigma_y) = (10, 10)$ の 2 次元のガウス関数を描画したものである。赤線は黒線で示したガウス関数に幅 15 の矩形波を畠み込んで作成した関数である。

6.3 3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブの相対位置

3 軸磁場測定装置に取り付けた 3 つのホールプローブのデザイン段階の相対位置は表 4.5 に示した値である。しかしこの表の値にはホールプローブの取付けによる誤差やホールプローブを取り付けたアルミニウム合金の工作精度は含まれていない。そこで 3 つのホールプローブの実際の相対位置を測定するため、MAMI で円柱形のピンを利用した磁場測定を行った (5.2.2 節)。本節では、円柱ピン上面の zx 平面上の測定で得られたデータから、 x, z 方向の相対位置を求める。

5.2.2 節でも説明したようにピン上面で 3 軸磁場測定装置を x, z 方向に動かした場合、理想的に円柱ピン上面の中心で B_y プローブの示す磁場の値は最大になる。一方 B_x, B_z プローブについては円柱ピン上面の中心で磁場の値が 0 になる。それぞれのホールプローブが観測した円柱ピンの中心位置の違いが 3 つのホールプローブの相対位置に対応する。そこで図 5.19 に示した各ホールプローブの磁場分布をフィッティングし、 B_y プローブについては磁場の値が最大になる z, x の位置を、 B_x, B_z プローブについては磁場が最大及び最小になる位置を求めた。

■ B_y プローブから得られた磁場分布

今回使用したピンの形状は円柱形であり、円柱の断面は矩形である。そこで B_y プローブから得られた磁場分布のフィッティングには、円柱ピンの直径 $\phi = 15$ mm に対応する幅 15 の矩形波を畠み込んだ 2 次元のガウス関数を用いた。図 6.2 の黒線で示した分布が 2 次元のガウス関数のプロットであり、赤線が矩形波を畠み込んだガウス関数を示している。

上記で定義した関数を用いて B_y プローブからの磁場分布をフィッティングした。分布に対

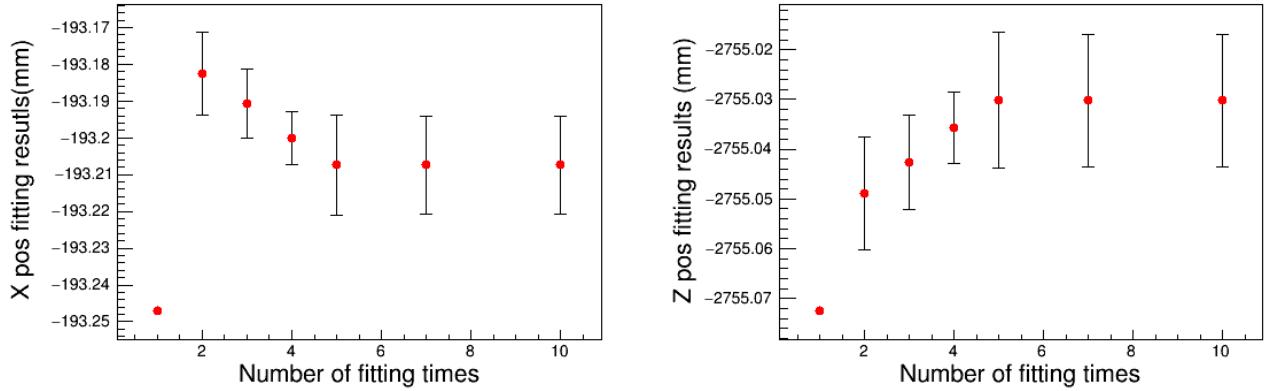
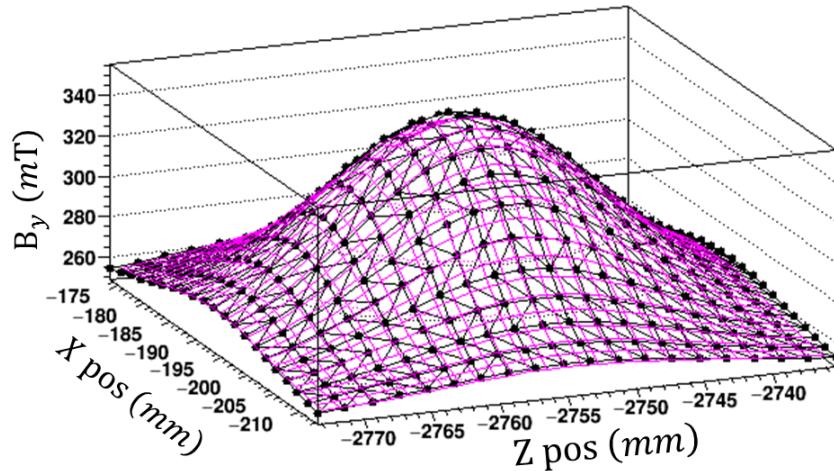


図 6.3 フィッティング結果の検証

図 6.4 B_y プローブから得られた磁場分布のフィッティング

しフィッティングを 1 度しか行わない場合、得られるフィッティング結果は与えた初期値に依存するが、フィッティングを繰り返すことで決まった値に収束する。今回行ったフィッティングでは、図 6.3 に示したように 5 回以上フィッティングを繰り返すことで値が収束した。

このフィッティングから B_y プローブが円柱ピンの上面で検出した磁場が最大になるときの x, z 方向の位置を表 6.1 のように得た。

表 6.1 B_y プローブが検出した円柱ピンの中心

z [mm]	x [mm]
-2755.03 ± 0.01	-193.21 ± 0.01

なおこのフィッティングでは図 6.4 の分布のプロット 1 点 1 点に対し、前節で述べたホールプローブの磁場の値の誤差 $3 \mu\text{T}$ を考慮に入れた。また x, z 方向可動ステージの位置の誤差と

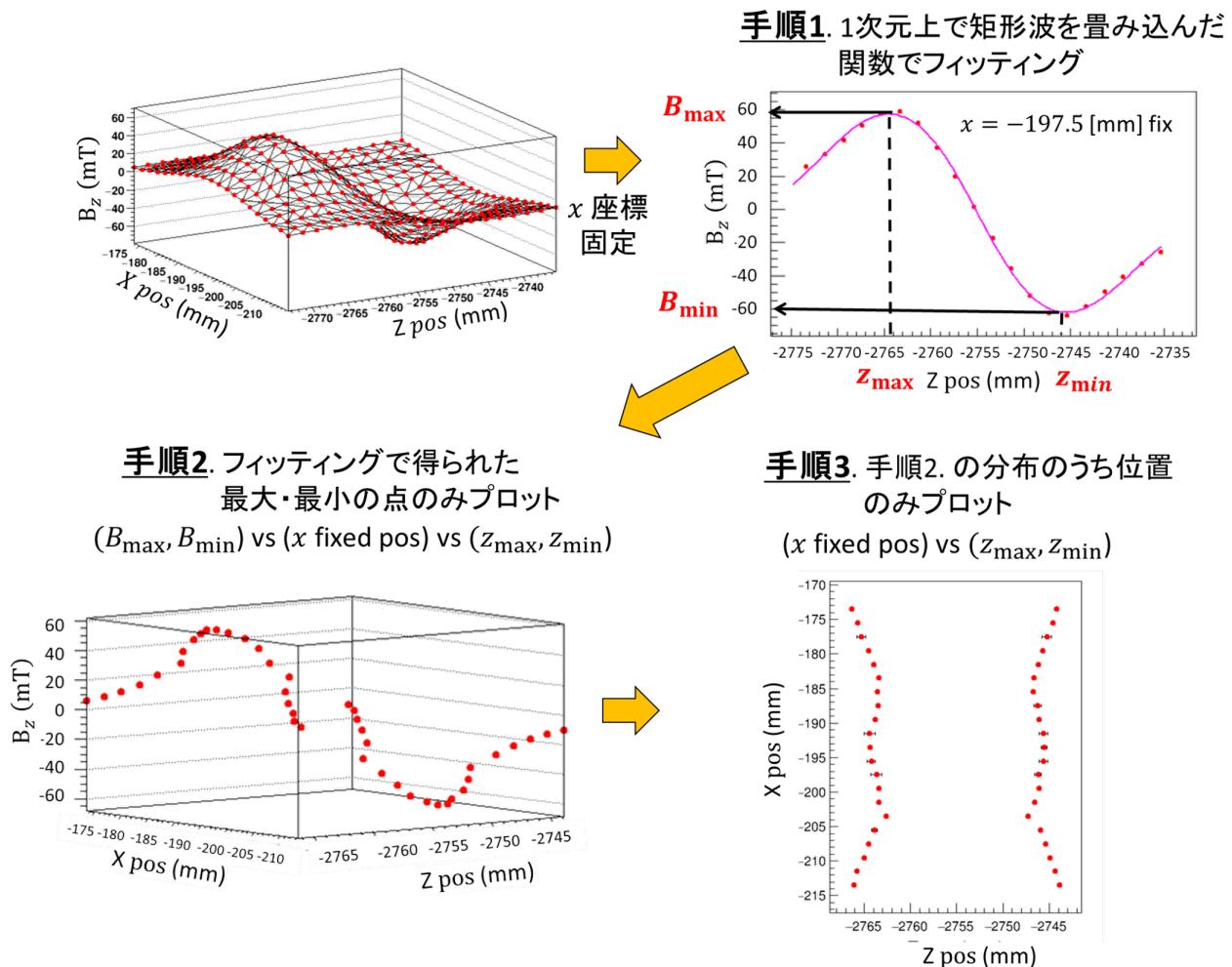


図 6.5 B_z プローブから得られた磁場分布のフィッティング手順。 B_x プローブから得られた磁場分布についても同様の手順でフィッティングを行い、検出した円柱ピンの中心位置を決定した。

してそれぞれ $3 \mu\text{m}$ および $1 \mu\text{m}$ を入れた（5.1 節）。

■ B_x, B_z プローブから得られた磁場分布

B_x, B_z プローブから得られた磁場分布については磁場の値が最大および最小になる位置をフィッティングにより決定した。測定から得られた B_x, B_z プローブの磁場分布は z, x 方向に対し対称性が十分ではなく、図 6.2 に示した 2 次元の対称な関数でフィッティングを行うことができなかった。得られた分布の対称性が良くなかった原因として、3 軸磁場測定装置そのものの傾きやホールプローブの取り付け角度、円柱ピンの工作精度などが影響していると考えられる。そこで図 6.5 に示したように、磁場分布の x 方向の位置を固定し、1 次元でみた分布を矩形波を畳み込んだ 1 次元のガウス関数の和でフィッティングした。磁場が最大および最小になる位置をプロットし、図 6.5 の手順 3 に示した橋円形をフィットすることで（図 6.6）、各ホールプローブが検出した円柱ピンの中心位置を決定した。

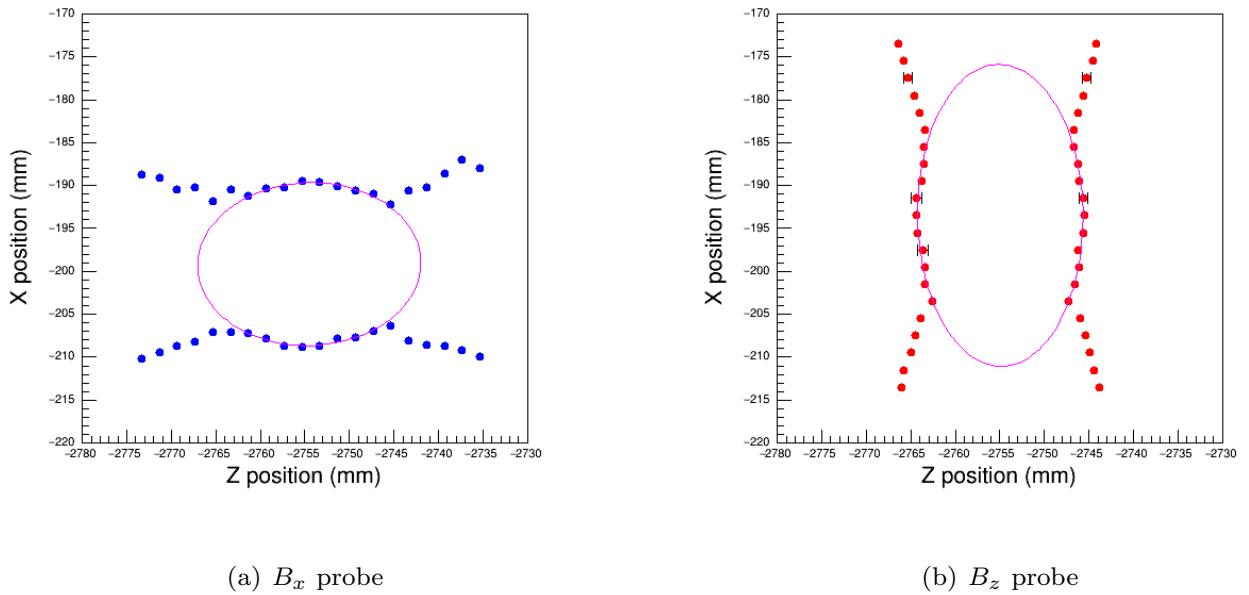


図 6.6 B_x プローブおよび B_z プローブの中心位置。楕円を描く 1 点 1 点のプロットに、図 6.5 の手順 1 で示したフィッティング結果の誤差 (B_z プローブの場合、 z_{\min} , z_{\max} の誤差) がついている。

表 6.1 に得られた楕円の中心位置の結果を載せた。

表 6.2 B_x および B_z プローブが検出した円柱ピンの中心位置 (x, z 座標)

プローブ	z [mm]	x [mm]
B_x	-2754.37 ± 0.18	-199.17 ± 0.05
B_z	-2754.96 ± 0.08	-193.64 ± 0.25

3 つのホールプローブのフィッティング結果から、 B_y プローブを基準とした 3 つのホールプローブの x, z 方向の相対位置を求める表 6.3 のように得られた。

表 6.3 磁場データから得られたホールプローブの x, z 方向の相対位置

プローブ	z [mm]	x [mm]
B_x	-0.66 ± 0.18	$+5.96 \pm 0.05$
B_z	-0.07 ± 0.08	-0.43 ± 0.25

この結果を表 4.5 のデザイン値と比べて、 B_x プローブは x, z 方向にそれぞれ $+60 \pm 50 \mu\text{m}$, $-660 \pm 180 \mu\text{m}$ 、 B_z プローブは x, z 方向にそれぞれ $-430 \pm 250 \mu\text{m}$, $-70 \pm 80 \mu\text{m}$ ずれた結果が得られた。4.4 節（3 軸磁場測定装置のデザイン）の図 4.4 に示した各ホールプローブの固定方法を考え得られた相対位置を考察する。始めに B_x プローブについては、治具を用

いて図 4.3(b) に示した座標系で $-x$ 方向に押し付けて固定した。したがって x 方向に対してはしっかりと固定できており、デザイン値との相違が小さかったと考えられる。一方で z 方向についてはその固定方法から、デザイン値と比べ $600 \mu\text{m}$ のずれは十分起り得るといえる。 B_z プローブについては、L 字型の治具を用いて固定しており、図 4.3(b) に示した座標系でホールプローブに対する x 方向への固定が不十分であったことから、 $430 \mu\text{m}$ のずれが生じたと考えられる。

以上より、 x および z 方向については実際のホールプローブの相対位置を測定することができた。一方で y 方向の相対位置については、以下の理由からデザインの値を用いることにした。dipole 磁石内部の磁場測定の結果、 y 方向の磁場変動は 1 mm あたり $\sim 5 \mu\text{T}$ であった。磁場が非常に安定していることから、 y 方向の位置を 2 mm 間違えても、磁場の誤差は $10 \mu\text{T}$ 程度に収まり、これは要求精度を満たす。ホールプローブの取付によるずれを考慮しても、実際のホールプローブの相対位置はデザインの値と比べ 2 mm 以上ずれることはないと考えられる。

6.4 補間

精密磁場測定では電子ビームの軌道を含む領域で、dipole 磁石の上流側から下流側にかけて磁場データを収集した。ビームエネルギー導出にあたっては、得られたデータに対して補間またはフィッティングを行い、電子ビームの通った位置における磁場の値を求める必要がある。2002 年我々の実験グループは磁場測定で得られたデータから 3 次スプライン補間を行い、JLab の K^+ 中間子用スペクトロメータ HKS の磁場マップを作成した [34]。そこで今回の dipole 磁石に対しても補間により磁場マップを作成し、補間方法として 3 次スプライン補間およびラグランジュ補間を採用することにした。この後詳細を記述するが、3 次スプライン補間を行うためには少なくとも 4 つ以上のデータ点を必要とする。 y 方向はステッピングモーターの駆動領域が限られていたため、データ点が 3 つしかない。したがって y 方向に対してはラグランジュ補間を行った。

以下では始めにラグランジュ補間、スプライン補間について説明する。次に磁場マップを得るために作成した、任意の場所で磁場の値を計算できる補間ルーチンについて記述し、最後に補間による磁場の系統誤差を見積もる。

6.4.1 ラグランジュ補間

ラグランジュ補間は多項式による補間である。データ点が 3 つあればそのデータ点を通る 2 次関数を一意に決められる。一般にデータ点が $(N+1)$ 個あれば、 $(N+1)$ つの連立一次方程式を解くことで以下に示す係数 $a_0 \dots a_N$ を決定でき、求められた N 次関数から任意の場所における値の補間ができる。

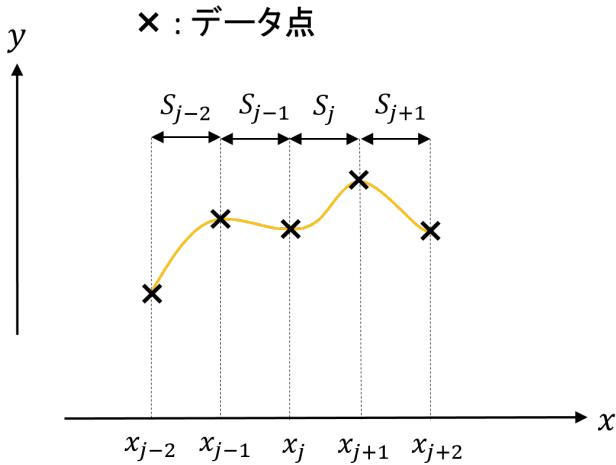


図 6.7 スプライン補間。スプライン補間では境界点上で各区間の導関数の値が等しいことを条件として、データ間隔ごとに関数 S_j を決定する。

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_N x^N. \quad (6.1)$$

ただし連立方程式の解きやすさから N 次関数を、

$$\begin{aligned} y = & \frac{(x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_N)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) \cdots (x_0 - x_N)} y_0 + \frac{(x - x_0)(x - x_2) \cdots (x - x_N)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2) \cdots (x_1 - x_N)} y_1 \\ & + \cdots + \frac{(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{N-1})}{(x_N - x_0)(x_N - x_1) \cdots (x_N - x_{N-1})} y_N, \end{aligned} \quad (6.2)$$

と表現した形が一般的に用いられる。なお $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)$ は $(N+1)$ つのデータ点を表す。式 (6.2) 中の分母はデータ点から計算できる量であり、分子は式 (6.3) と同じ N 次関数になっている。

ラグランジュ補間の問題点として、データ点が増えると補間の関数が振動し、とりわけデータ点の端において補間の精度が悪くなること (Runge 現象) が挙げられる。したがってデータ点が多い場合は、次に示すスプライン補間といった異なる補間方法が用いられる。

6.4.2 スプライン補間

前節で述べたラグランジュ補間とは異なり、補間する領域をデータ点で区切り、その間隔 $[x_j, x_{j+1}]$ ごとに多項式を求める方法がスプライン補間である。このとき各データ間隔の境界点で導関数が連続になることを要求する。以下では今回用いた 3 次のスプライン補間について説明する。

図 6.7 に示したように $(N+1)$ 個のデータ点があるとき、各データ間隔 $[x_j, x_{j+1}]$ で補間に用いる関数を $S(x) = S_j(x)$ と表すこととする。

3次のスプライン補間であることから、各区間は3次の多項式で記述する。

$$S_j(x) = a_j(x - x_j)^3 + b_j(x - x_j)^2 + c_j(x - x_j) + d_j, \quad (j = 0, 1, \dots, N-1) \quad (6.3)$$

全ての区間で上記の係数 a_j, b_j, c_j, d_j を求めることで補間の関数が得られる。いま未知数は全部で $4N$ 個あり、3次のスプライン補間では以下の3つの条件から $4N$ 個の方程式を立てる。

- 曲線 $y = S(x)$ は連続かつすべてのデータ点を通る
- 各区間の境界点すなわち $x = x_j$ ($j = 1, 2, \dots, N-1$)において $y = S(x)$ の1次導関数および2次導関数が連続になる
- データ点の両端 x_0, x_N で2次導関数の値を0、すなわち $\ddot{S}_0(x_0) = \ddot{S}_{N-1}(x_N) = 0$ とする。

1つ目の条件からは $2N$ 個の方程式が、2つ目の条件からは $2(N-1)$ 個の方程式が得られる。3つ目に記した条件は自然スプラインと呼ばれるが、この他にもデータ点の両端で曲線 $S(x)$ の1次導関数の値を指定する場合もある。

上記で得られた $4N$ 個の方程式から、3重対角行列で表現される連立1次方程式を解くことで[52]、3次スプライン補間に用いる関数を決定できる。

6.4.3 データ点を用いた補間方法

電子ビーム軌道付近の dipole 磁石の磁場マップを得るために、3次元上の任意の位置で磁場の値を計算できる補間ルーチンを作成した。3次元空間の補間は1次元上の補間を x 方向、 y 方向、 z 方向に対して3回繰り返すことで実現した。本節の最初でも触れたが、データ点が3つに限られている y 方向についてはデータ点を通る2次関数を決定して補間を行い（ラグランジュ補間）、 x, z 方向については3次のスプライン補間を行った。なおスプライン補間は、CERN が開発したフリープログラム ROOT に用意されている関数 TSpline3 を使用した[53]。

x, y, z 方向の補間の順番を入れ替えた場合の補間結果の違いを調べた。その結果得られた補間結果は等しく、ここから補間は x 方向、 y 方向、 z 方向の順に行うこととした。以下では補間ルーチンの詳細を説明する。

図 6.8 は図 5.23 に示した $y = 0$ [mm] のデータ点のうち dipole 磁石の下流側を拡大したものである。電子ビーム軌道付近の任意の点、($X_{\text{input}}, Y_{\text{input}}, Z_{\text{input}}$) における磁場の値を以下の手順で補間した。

1. 補間に用いるデータの選択

図 6.8 の xz 平面上に黄色の×印で示した任意の点に対し、周囲 z 方向 6つ（図 6.8 の赤丸 5つと青丸 1つ）、 y 方向 3つの計 18 個のデータセットを選択した。このデータセットを用いて与えた任意の点での磁場の値を補間して求めた。

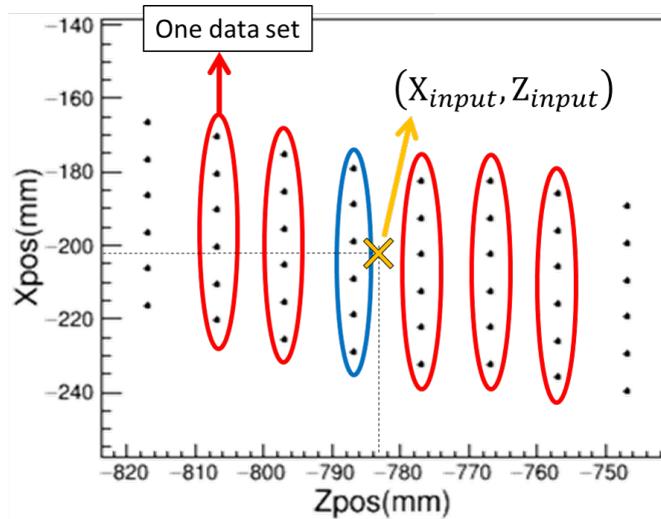


図 6.8 電子ビーム軌道付近の任意の場所における磁場の値の補間方法。図は dipole 磁石の下流側、 y 方向ステッピングモーターが最も高い位置にあるときに取得したデータの一部である。与えた任意の点を黄色の×印で描いた。この点における磁場の値を補間するにあたり、 y 方向の位置（高さ）が異なるデータも含め×印の周囲（赤丸および青丸の 6 つ） \times (y 方向 3 パターン) = 18 個のデータセットを使用した。

2. x 方向に対する補間

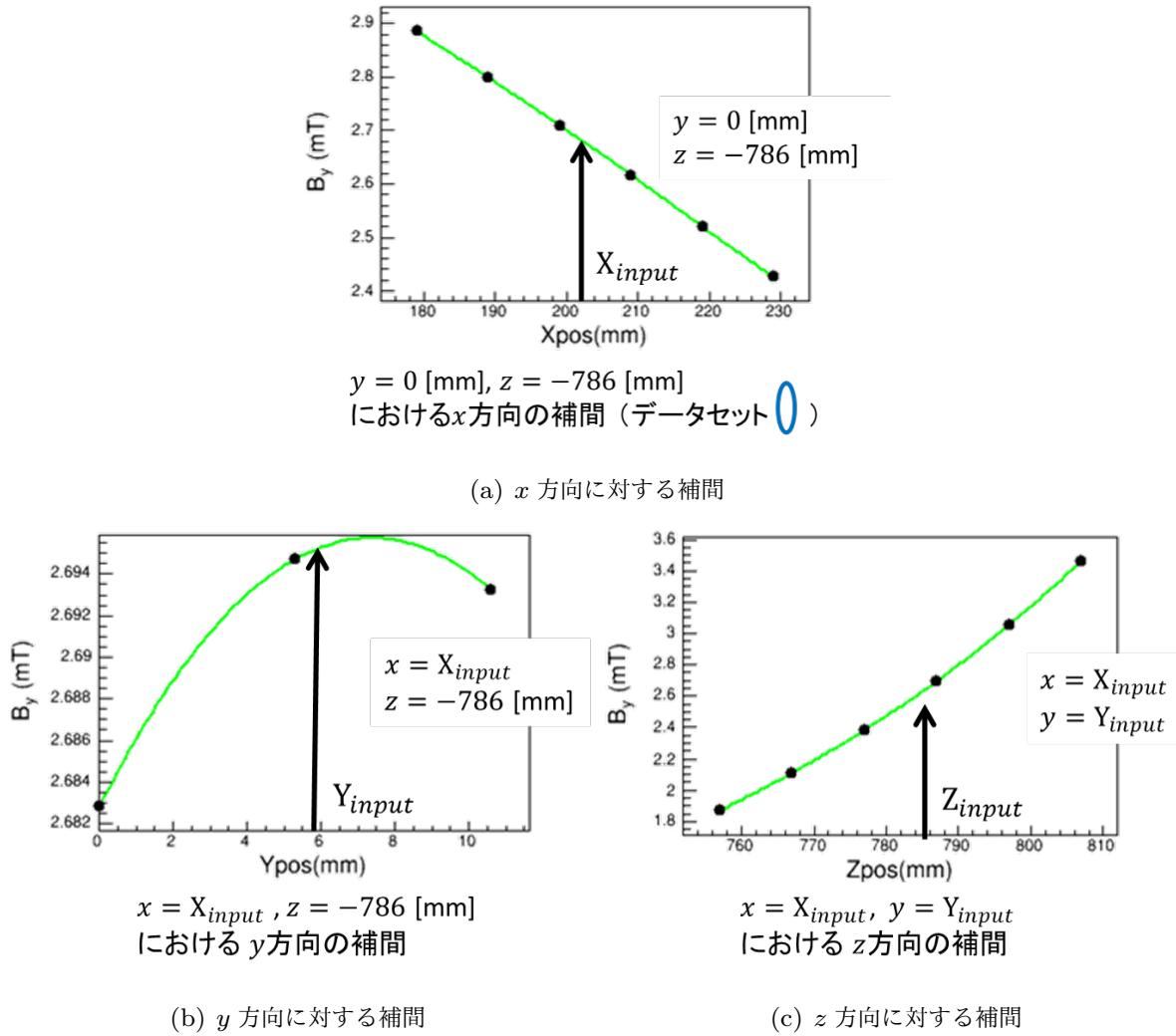
選択した 18 個のデータセットそれぞれで、 X_{input} における磁場の値を 3 次スプライン補間により計算した。この時点で各データセットから合わせて 18 個の補間結果を得た（図 6.9(a))。

3. y 方向に対する補間

2. で計算した X_{input} の位置で今度は y 方向に対して 2 次関数を求めラグランジュ補間を行った（図 6.9(b))。この時点で補間結果は 6 つとなり、 X_{input} 、 Y_{input} における磁場の値が補間できたことになる。

4. z 方向に対する補間

最後に Z_{input} における磁場の値を x 方向と同様、3 次のスプライン補間により計算した（図 6.9(c))。なお図 6.8 に示した青丸および赤丸の各データセットは z 座標がほぼ同じ位置で測定を行っている。ただし z 位置はデータ点ごとに位置を読み出していることから、1 μm 以下では値が揺らいでいる。したがってこの z 方向に対する補間を行う際は、 z の測定値を平均した値をそのデータセットにおける z 位置として使用した。

図 6.9 x, y, z 方向に対する 1 次元の補間

6.4.4 補間による誤差の見積もり

前節では図 6.8 に示したように z 方向のデータセットを 6 つとして補間を行う手順を示した。補間に用いるデータセットの数が補間結果にどの程度影響するか調べるために、前節の手順で z 方向のデータセットの数を変えて補間を行った。なお磁場測定を行った領域において x 方向の磁場は、 z 方向に比べ値の変化が小さく、補間に用いるデータの数が変わっても補間結果に与える影響は z 方向に比べ小さい。また y 方向のデータは 3 点しかなく 3 点すべてを補間に用いた。

また 3 次スプライン補間は ROOT に用意された関数の一つ TSpline3 を用いて行ったが、比較のため同じく ROOT の 5 次スプライン補間 TSpline5 も使用し、補間結果の違いを調べた。

磁場の値の変化に応じて、データセット数の違いによる補間結果への影響は変わる。すなわ

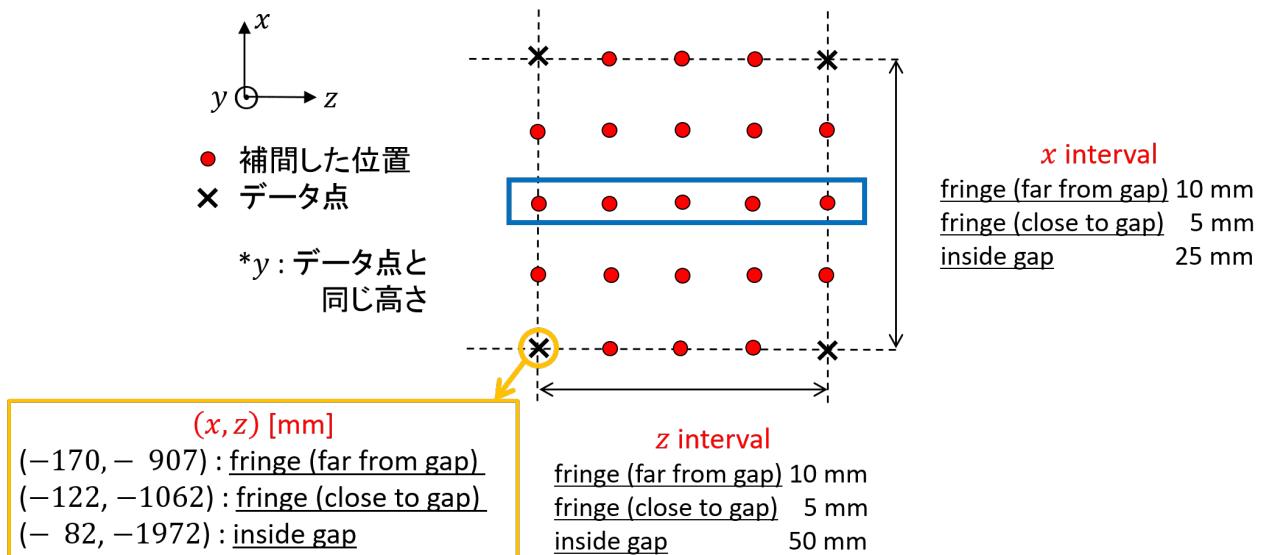


図 6.10 データ点の間で補間結果の違いを調べた位置。4 つのデータ点が作る四角形の領域で赤丸で示した 21 点の位置で磁場の値を補間し、補間結果を比較した。データ点を補間するとデータ点と同じ磁場の値が得られる。

ち磁場が安定し値の変化が小さい領域で補間を行った場合と、磁場勾配の大きい領域で補間を行った場合とでは、補間結果に対するデータセット数の影響が異なる。そこで dipole 磁石のギャップ内部 ($z = -1972$ mm)、ギャップ直近のフリンジ ($z = -1062$ mm)、磁石から離れたフリンジ ($z = -907$ mm) の 3 つの領域それぞれで補間結果の違いを調べた。

また補間結果は、補間した位置とデータ点との距離に大きく依存する。データ点の近傍で補間すればその直近のデータ点の影響を大きく受けるが、データ点から離れた位置では周囲のデータ点の影響をまんべんなく受け、補間方法や補間に用いたデータ数の違いが補間結果に最も大きく現れると考えられる。したがって条件をそろえて補間を行うため、図 6.10 に示したように xz 平面上で 4 つのデータ点（図の×印）が作る正方形（dipole 磁石ギャップ内部はデータ間隔の都合上長方形）の領域を考えた。この 4 つのデータ点が囲む領域で、データ点の間を埋めるように図 6.10 の赤丸で示した 21 点で磁場の値を補間した。ただし y 方向についてはデータ点を取得した高さで考えた。またデータ点上の 4 点ではデータ点と同じ磁場の値が得られるが、これはスプライン補間の定義である。

実際の磁場測定データを用いて磁場の B_y 成分の値を補間した結果を図 6.12 に載せた。補間結果の比較を行ったのは、 z 方向のデータの数を 4、5、6、8 として 3 次スプライン補間 (TSpline3) を行った場合とデータの数を 6、8 として 5 次スプライン補間 (TSpline5) を行った場合の計 6 パターンである。プロットしたのは図 6.10 で示した x 座標を固定した青四角の領域であり、横軸は z の位置、縦軸はデータセット 6、3 次スプライン補間の補間結果を基準としたときの補間結果の差 (B_y residual) を表している。データセット数の違いが補間結果の差に表れている。

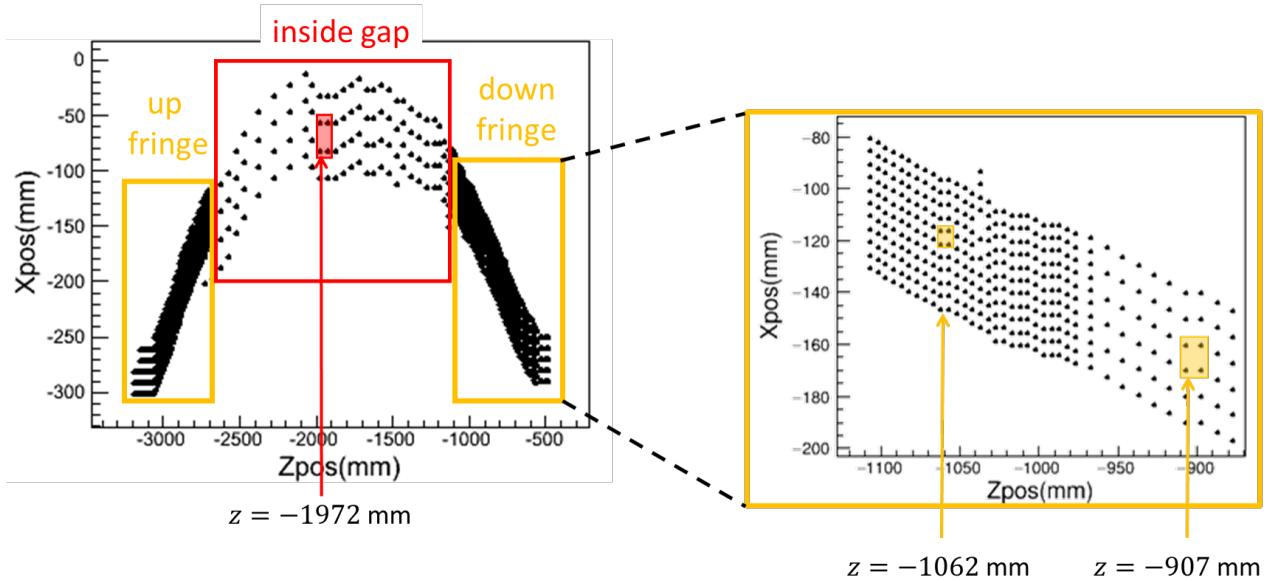


図 6.11 補間結果の違いを調べた dipole 磁石の 3 領域。それぞれの領域で 4 つのデータ点が囲む領域において補間結果の違いを調べた。

図 6.12 のいずれのプロットも z 座標の両端の値はデータ点のライン上にあり、どの補間条件の場合でも補間結果に大きな差は見られず値は ~ 0 である。

また磁場勾配が小さい、dipole 磁石のギャップ内部（図 6.12(a)）および磁石から離れたフリンジ領域（図 6.12(c)）では、縦軸の補間結果の差が最大でも $1 \mu\text{T}$ 程度に収まっており、6 パターンのどの条件で補間しても要求精度の範囲で磁場の値に違いは生じない。しかし dipole 磁石ギャップ直近のフリンジ領域では、補間に用いるデータセットの数を変えると、図 6.12(b) に示したように補間結果に最大で $200 \mu\text{T}$ 程度ずれがあることが明らかになった。

実際の磁場測定データには測定に起因した誤差も含まれている。そこで磁場勾配が大きいフリンジ領域において、スプライン補間そのものによる系統誤差を定量的に見積もるため、磁気双極子をモデルとして作成した分布を用いて補間結果について調べることにした。

図 6.13 のように yz 平面上で距離 d 離して配置した磁気双極子を考える。ここでは x 方向の依存性は考えず、2 次元 yz 平面上で理想分布を作成する。この磁気双極子が作る磁場の B_y 成分は式 (6.4) のように記述できる。

$$B_y = f \cdot \left(-\frac{y}{r_1^3} + \frac{y-d}{r_2^3} \right), \quad (6.4)$$

$$r_1 = \sqrt{y^2 + (z+z_0)^2}, \quad r_2 = \sqrt{(y-d)^2 + (z+z_0)^2},$$

$$f = c \cdot k \cdot m.$$

c は光速、 k は $k = 1 \times 10^{-7} [\text{H}\cdot\text{m}^{-1}]$ で表される定数、 m は磁荷に対応する。磁気双極子の距離 d と磁荷 m の値を調整することで、それぞれ分布の形状および磁場の大きさを再現した。実際の測定から得られた分布と大まかに重なるように作成した分布を図 6.14 に載せた。

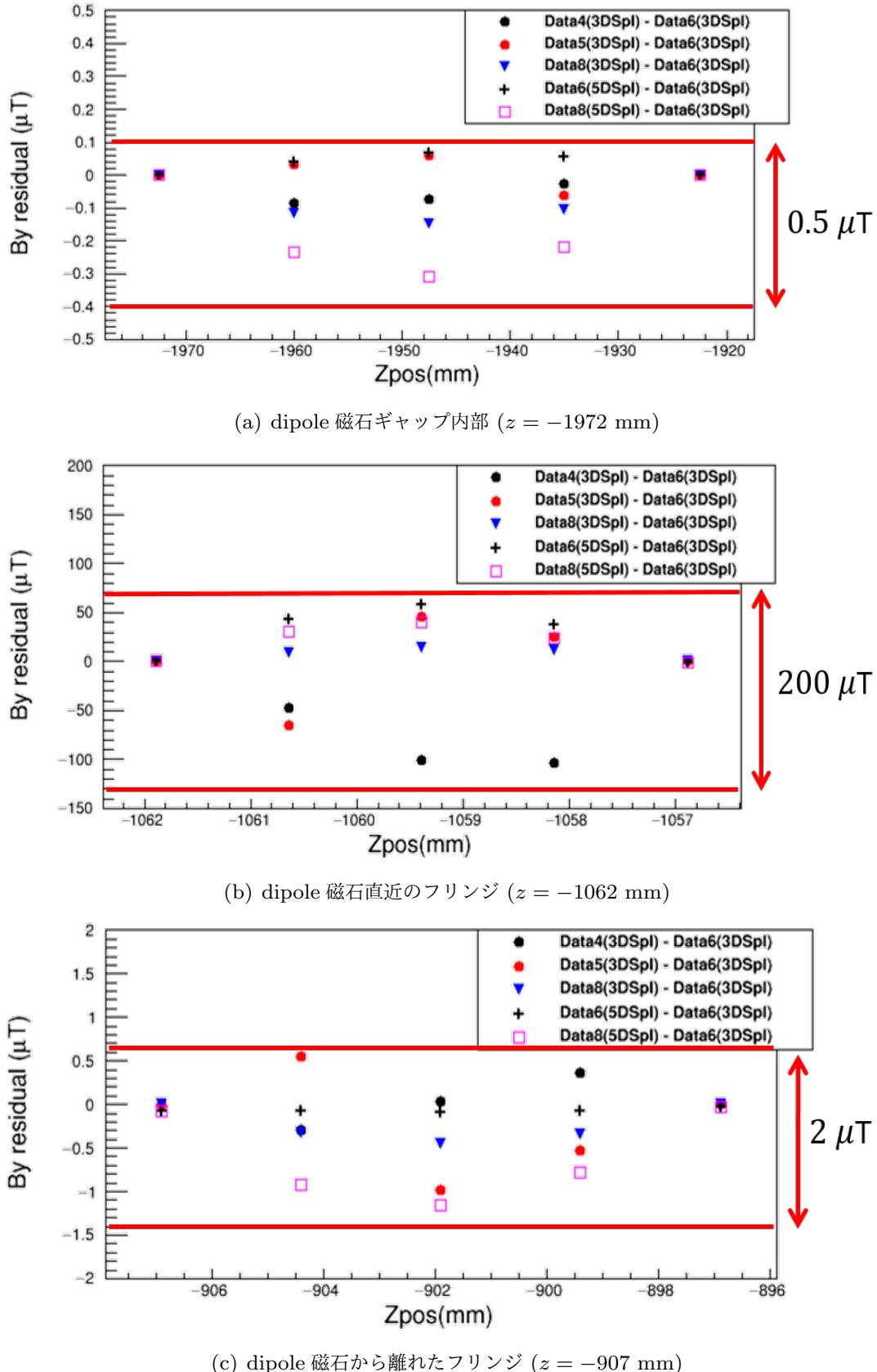


図 6.12 実データから得られた dipole 磁石の各領域ごとの補間結果の違い。 z 方向のデータの数を 4、5、6、8 として 3 次スプライン補間 (TSpline3) を行った場合とデータの数を 6、8 として 5 次スプライン補間 (TSpline5) を行った場合の計 6 パターンから得られた補間結果の違いをプロットした。なお縦軸の B_y residual (μT) はデータセット 6、3 次スプライン補間の補間結果を基準とした場合の差を表す。

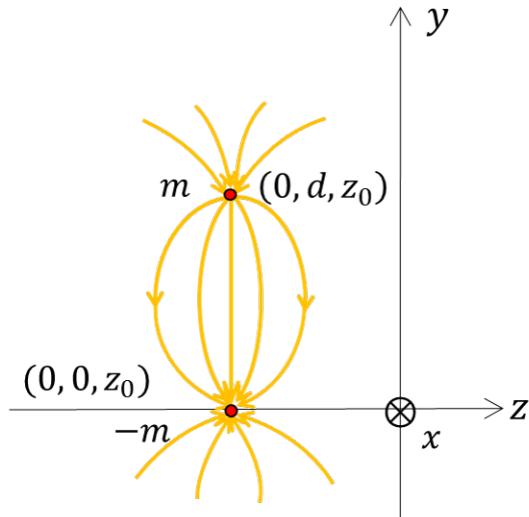
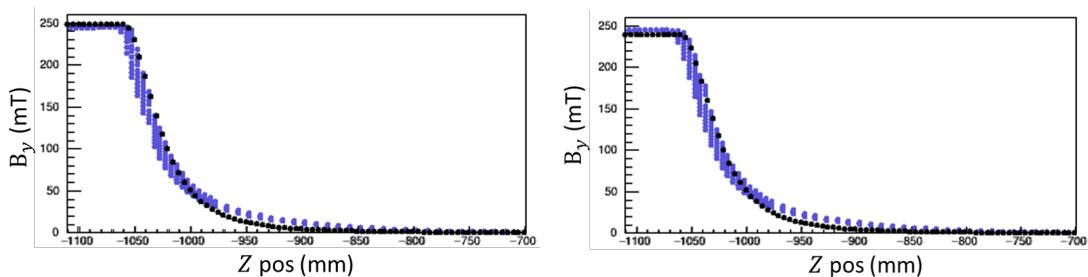
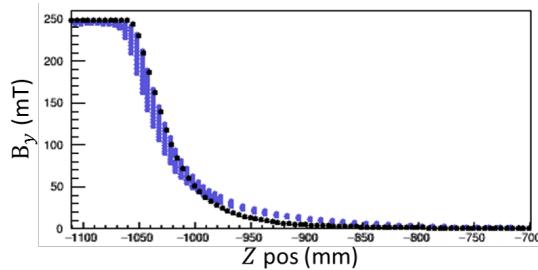


図 6.13 磁気双極子を用いたモデル分布の作成。磁気双極子の距離 d および磁荷に対応する m の値を調整し、実際に得られた dipole 磁石フリンジ領域の磁場分布を再現するような磁場分布を作成した。



(a) 測定から得られた分布: $y = -10.58$ (mm)、(b) 測定から得られた分布: $y = -5.29$ (mm)、モデル分布: $y = 40$ (mm)



(c) 測定から得られた分布: $y = 0$ (mm)、モデル分布 $y = 50$ (mm)

図 6.14 実データを再現するように作成したモデル分布。dipole 磁石下流側のフリンジ領域の磁場分布を再現した。青線が実際の測定から得られた分布、黒丸が式 (6.4) から計算した分布である。

表 6.4 与えた式 (6.4) 中のパラメータ

m	8.1×10^{-6} (A·sec)
d	0.09 (m)
z_0	1.061 (m)

図 6.14 の青色の点が実際の測定から得られた dipole 磁石下流側の磁場分布であり、黒点のプロットが式 (6.4) から計算した分布である。測定データから得られた分布は現実には x 方向の依存性を持つが、図 6.14 ではその点を考慮せずに x 方向の全てのデータ点をプロットした。このため青色の点は階段上にプロットされている。また dipole 磁石ギャップ内部の領域を再現するため、モデル分布では $z < -1061$ で $B_y = (\text{一定})$ とした。

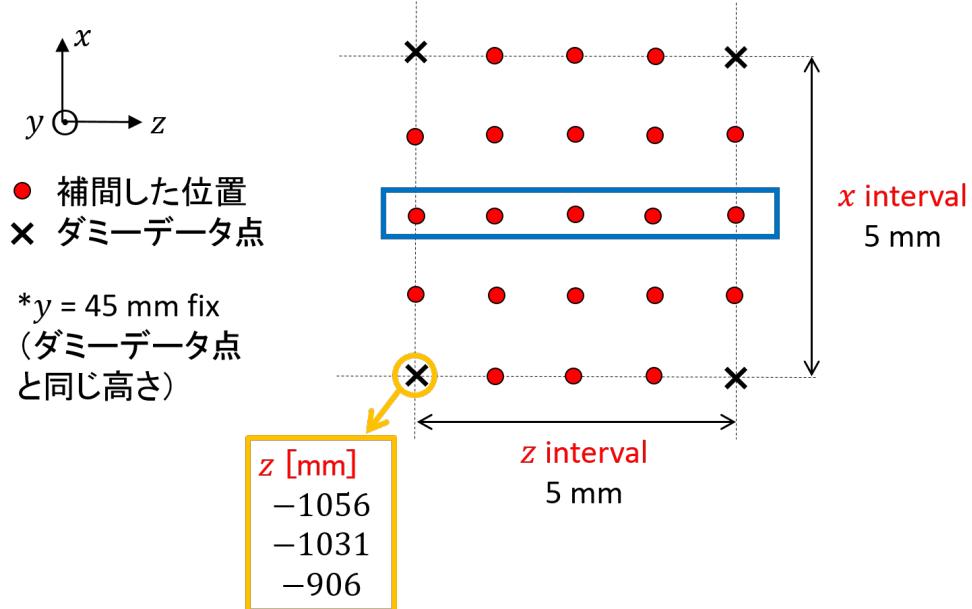
実際の磁場測定で測定した y 方向の大きさは ~ 10 mm である。磁場データを取得した y 方向の 3 点 $y = -10.58, -5.29, 0$ mm のそれぞれで、図 6.14 のようにデータから得られた磁場分布とモデル分布が重なるように、式 (6.4) 中の m, d, z_0 を表 6.4 のように決定した。 $z \sim 950$ mm 付近など、青点と黒点の分布に多少の相違はあるが今回は系統誤差の見積もりが目的であり、目で見て大まかに現実の分布を再現できた、表 6.4 の値で作成したモデル分布を用いることにした。

補間結果を検証するにあたり始めに、作成したモデル分布から xz 平面上で x および z 方向ともに 5 mm 間隔のダミーデータを用意した。図 6.15 の×印がダミーデータに対応する。ただし今回作成したモデル分布は x 依存性を持たないため、事実上 1 次元 z 方向の依存性のみ考えている。 xz 平面上で考えたのは、ダミーデータに対しても実データの場合と同じ補間ルーチンを使用するためである。

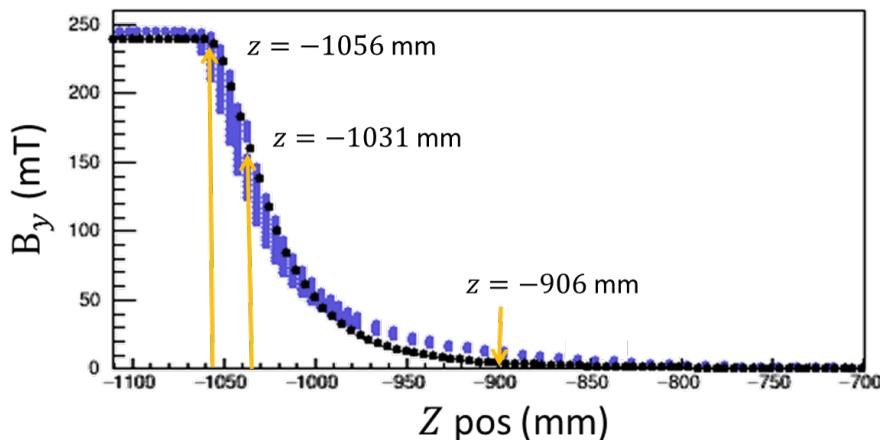
モデル分布から作成したダミーデータを用いて、図 6.15(a) の赤色の点で示した位置で補間を行い、補間ににより得られた磁場の値と式 (6.4) から計算したその位置における磁場の値の差 (B_y residual) を比較した。実データの場合と同様検証したのは、 z 方向のデータの数を 4、5、6、8 として 3 次スpline 補間 (TSpline3) を行った場合とデータの数を 6、8 として 5 次スpline 補間 (TSpline5) を行った場合の計 6 パターンである。

また図 6.15(a) の 4 つのダミーデータが囲む正方形は、図 6.15(b) に示したフリンジ領域において磁場の変化率が異なる 3 つの領域 $z = -1056, -1031, -906$ mm で考えた。それぞれの領域で得られた、図 6.15(a) の青四角における補間結果を図 6.16 に示した。

いま x 方向の依存性を考慮していないことから、図 6.12 のどの領域でも z 座標の両端はダミーデータと同じ補間結果が得られるはずであり、6 パターンのどの補間条件の場合も値は 0 になる。一方ダミーデータ点の真ん中に位置する場所 (図 6.12(a): $z = -1053.5$ 、(b): $z = -1028.5$ 、(c): $z = -903.5$) では、ほとんどの補間条件で実データによる検証の場合と同様、 B_y residual が最大となった。とりわけ磁場勾配が 3 つの領域の中で最も大きい図 6.16(a) の $z = -1056$ mm では、100 μT 以上の差が生じる補間条件もあった。



(a) ダミーデータ点の間で補間結果の違いを調べた位置



(b) 補間結果の違いを調べたフリンジにおける 3 つの領域

図 6.15 モデル分布による補間結果の違いの検証

得られた補間による磁場の誤差を、電子ビームが通過する長さで平均化して評価する。電子ビームが図 6.17 に示したように大まかに dipole 磁石内部を $\sim 2 \text{ m}$ 、磁石の入口と出口のフリンジ領域をそれぞれ $\sim 0.2 \text{ m}$ 通過するとする。

フリンジ領域の磁場に $100 \mu\text{T}$ の誤差、dipole 磁石内部の領域には補間による磁場の誤差が $1 \mu\text{T}$ あるとして、電子ビームが図 6.17 に示した領域全体を通過したときの磁場の平均誤差を $\sim 20 \mu\text{T}$ と見積もった。これは磁場の目標精度 $30 \mu\text{T}$ を満たす。

また実データを用いて dipole 磁石の直近 $z = -1062 \text{ mm}$ の位置で補間した結果（図 6.12(b)) とモデル分布を用いて $z = -1056 \text{ mm}$ の位置で補間した結果（図 6.16(a)) を比較すると、各補間条件について同様の傾向が見られる。データセット数 6 の 5 次スプライン補間

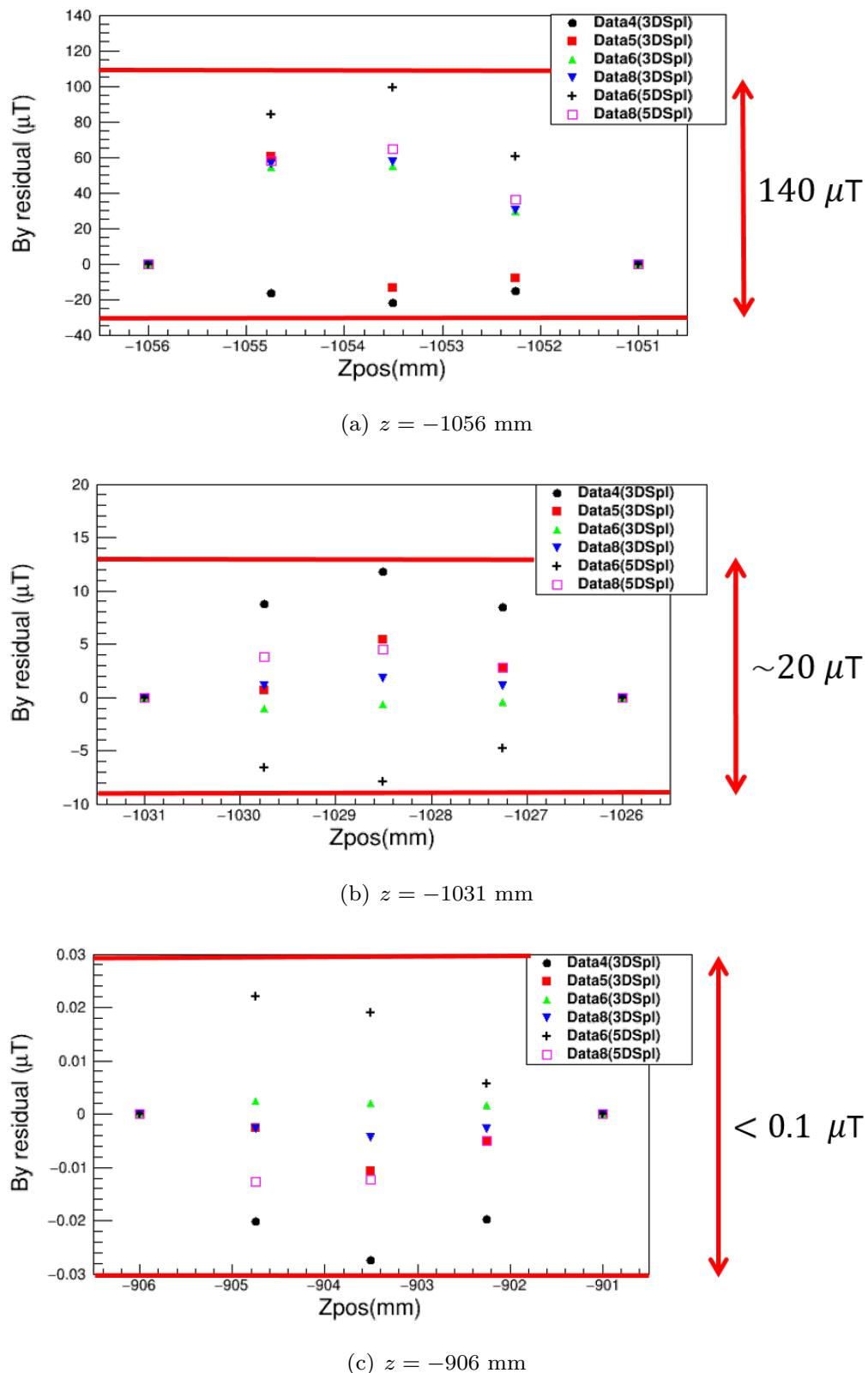


図 6.16 モデル分布から求めたフリンジ領域での補間結果。ダミーデータを用いて補間して得られた磁場の値と式 (6.4) から計算した真の磁場の値との差 (B_y residual) を、横軸ダミーデータの z 位置としてプロットした。

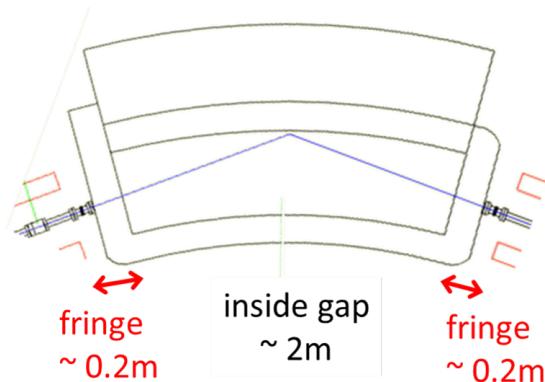


図 6.17 電子ビームが磁場のある領域を通過する長さ

およびデータセット数 8 の 5 次スプライン補間の補間結果のずれが他の補間条件と比べて大きい。データセット数 5 の 3 次スプライン補間の作る分布は非対称である。またデータセット数 6 の 3 次スプライン補間を基準としてプロットした実データによる検証結果(図 6.12(b))は、モデル分布から得られたデータセット数 6 の 3 次スプライン補間そのものの誤差を反映した分布といえる。

モデル分布を用いて行った 3 領域での磁場の値の補間結果を比較して、dipole 磁石の磁場マップ作成には、補間結果の不定性が比較的小小さく、補間結果のずれの分布がデータ点の間で対称な形をしているデータセット 6 の 3 次スプライン補間を採用することにした。

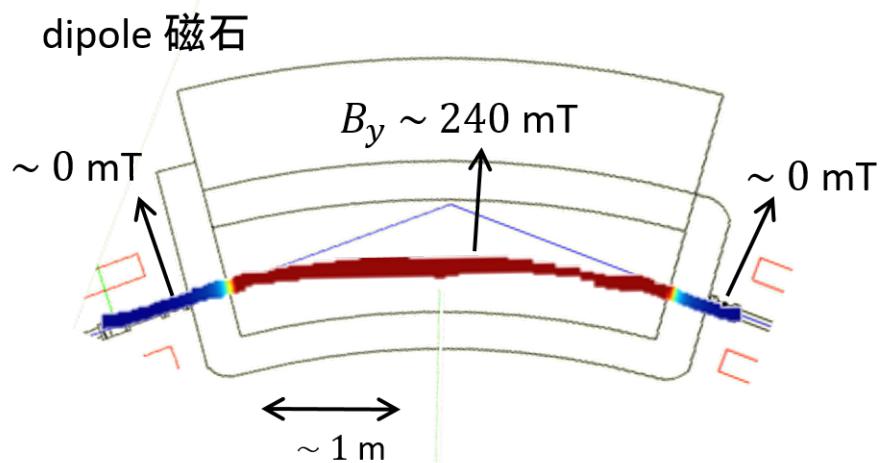
図 6.18 dipole 磁石の磁場分布 (B_y 成分)

表 6.5 精密磁場測定の誤差

ホールプローブ読み値	$3 \mu\text{T}$
NMR 読み値	$0.1 \mu\text{T}$
dipole 磁石の安定性	$< 10 \mu\text{T}$
可動ステージの位置	$< 5 \mu\text{m}$
ホールプローブの位置	$250 \mu\text{m}$
補間	$\sim 20 \mu\text{T}$

6.5 精密磁場測定から得られた dipole 磁石の磁場分布

前節までの解析から、電子ビームの任意の場所における磁場の値を補間して求めた。得られた電子ビーム軌道付近の dipole 磁石の磁場の B_y 成分の分布を図 6.18 に示した。赤色で示した部分が磁場が $\sim 240 \text{ mT}$ の dipole 磁石内部の領域を表しており、青色の部分は dipole 磁石から離れ、磁場が $\sim 0 \text{ mT}$ になっている領域を表す。

これまで説明してきた磁場測定実験および磁場データの解析を合わせて、この dipole 磁石の磁場分布に含まれる誤差を表 6.5 にまとめた。

本論文で得た磁場マップは、いずれも今回の磁場に対する目標精度 $30 \mu\text{T}$ および位置に対する目標精度 $400 \mu\text{m}$ を満たしている。このように電子ビーム軌道付近の磁場分布を得ることに成功した。

第7章

まとめと考察

MAMI の電子ビームエネルギーを従来より 1 枝良い $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定することを目的とし、本研究においてビームライン上に設置してある dipole 磁石の精密磁場測定を行った。ビームエネルギーの測定精度向上により、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験で得られた ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ 基底状態における Λ 粒子束縛エネルギーの測定精度を数 10 keV まで改善することを目指す。

■電子ビームエネルギー測定

電子ビームエネルギーを $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で決定するためには、dipole 磁石の磁場分布を $30 \mu\text{T}$ ($\Delta B/B \sim 10^{-4}$) の精度で、電子ビームの通った位置を $400 \mu\text{m}$ の精度で測定する必要がある。これらの測定精度を達成するため、磁場測定システムを新たに作成した。この測定システムは、レファレンスレーザーを位置の基準とし、レファレンスレーザーと電子ビームの位置を測定するための YAG モニター、磁場の 3 成分を同時に測定できる 3 軸磁場測定装置、3 軸磁場測定装置を動かすための xyz 可動ステージ、3 軸磁場測定装置とレファレンスレーザーの位置を結び付けるためのフォトダイオード、磁場の絶対値校正および dipole 磁石の安定性をモニターするための NMR から成る。今回精密磁場測定を行うにあたり、磁場データ収集の中心的役割を担う 3 軸磁場測定装置を新たに作成し校正を行った。

3 軸磁場測定装置

3 軸磁場測定装置は 3 つのホールプローブをアルミニウム合金 (A2219) 製の直方体に取り付けて作成した。取り付けられた 3 つのホールプローブの相対角度および相対位置を測定するため、東北大学電子光物理学研究センター (ELPH) およびドイツマインツ大学 MAMI で校正実験を行った。

新たに作成した 1 軸回転台を用いて行った角度校正実験の結果、 B_y プローブを基準とした 3 軸磁場測定装置上の極座標系で 3 つのホールプローブの相対角度を $(\theta_x^{h.p}, \phi_x^{h.p}) = (90.20 \pm 0.02, 95.49 \pm 0.01)$, $(\theta_z^{h.p}, \phi_z^{h.p}) = (84.17 \pm 0.02, -174.90 \pm 0.01)$ [deg] と決定した。

また MAMI で行った位置校正実験により、ホールプローブの相対位置を B_x プローブについては x, z 方向それぞれ $50 \mu\text{m}$, $180 \mu\text{m}$ の精度で、 B_z プローブについては x, z 方向それぞれ $250 \mu\text{m}$, $80 \mu\text{m}$ の精度で測定した。

MAMIで行った精密磁場測定

校正した3軸磁場測定装置をドイツマインツ大学に輸送し、現地で xyz 可動ステージ等に加え、新たに作成したデータ収集システムと組み合わせ、2016年1月から2月にかけMAMIビームライン上に設置してあるdipole磁石の精密磁場測定を行った。磁場測定期間中は、dipole磁石の磁場の値をNMRでモニターし、磁場が $< 10 \mu\text{T}$ で安定していることを確かめた。

取得した約9000点の磁場データの中から有効なデータを選別後、電子ビーム軌道付近の任意の場所における磁場の値を求めるため、3次スプライン補間を行った。補間そのものによる系統誤差を見積もるため、磁気双極子から作成したモデル分布を用いて補間結果の精度を調べた。その結果、磁場が安定した磁石内部の領域では、補間に用いるデータ数を変えるなど補間条件が異なる場合でも補間結果の違いが $< 1 \mu\text{T}$ に収まった。一方、磁場勾配の大きいフリンジ領域では補間結果に最大で $100 \mu\text{T}$ 程度の不定性が生じることが分かった。これらの値を電子ビームがdipole磁石内を通過する長さで平均化して、測定した磁場の誤差として評価した。このような解析を通じて、平均誤差 $\sim 20 \mu\text{T}$ ($\Delta B/B < 10^{-4}$) の磁場分布を得た。

■今後と改善すべき項目

今後、数10 keVの精度での電子ビームエネルギーの導出に向けて以下の項目の解析を進める必要がある。

- フォトダイオードのデータを用いた3軸磁場測定装置とレファレンスレーザーの位置の関連付け
3.3節で説明したように、3軸磁場測定装置直近にはフォトダイオードを取り付けた。今後フォトダイオードのデータ解析を進めることで、3軸磁場測定装置とレファレンスレーザーの距離を導出する。
- 電子ビームとレファレンスレーザーの相対位置の決定
dipole磁石前後に設置したYAGモニターを用いて、電子ビームとレファレンスレーザーが通った位置をカメラで撮影した。得られた写真を画像解析し、それぞれの中心位置を決定することで両者の相対位置を求める（詳細は5.1節参照）。
- 電子ビームエネルギーの導出
作成した磁場マップおよびYAGモニターで測定した電子ビームの通過位置を用いて、電子ビームの軌道を計算する。YAGモニター上の電子ビーム測定位置と計算した電子ビームの軌道が最も合致する電子の運動量を算出する。

■まとめ

本研究において磁場の3成分を同時に測定できる3軸磁場測定装置を新たに作成し、校正を行った。作成した3軸磁場測定装置を用いて2016年1月から2月にかけMAMIビームライン上に設置してあるdipole磁石の精密磁場測定を行った。得られた磁場データから、電子ビーム軌道付近の任意の場所における磁場の値を計算する補間ルーチンを作成し、 $\Delta B/B \sim 10^{-4}$

の要求精度を満たす dipole 磁石の磁場分布を得た。今後電子ビームの位置およびレファレンスレーザーの位置の解析を進めることで、電子ビームエネルギーの高精度での決定が期待できる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々にご指導ご助力頂きましたことを心より感謝申し上げます。

指導教官である中村哲教授には、これまで2年半の間大変熱心にご指導いただきました。毎週のミーティングを通じて頂いた数多くのご助言は、いずれも研究を進めていく上でなくてはならないものでした。本論文執筆の際も多くのお時間を取っていただき、非常に丁寧に本文を見ていただきました。またドイツマインツ大学での滞在や学会発表といった貴重な機会を頂きましたことに深く感謝いたします。とりわけドイツに1か月半滞在し現地の先生方や学生と共に実験を行ったことは私にとってかけがえのない経験でした。これまで熱心にご指導頂きましたこと、また数々の素晴らしい機会を頂きましたことに心より御礼申し上げます。本当にありがとうございました。

田村裕和教授には、とりわけセミナーにおいて非常に熱心にご指導いただきました。セミナーではハイパー核について本質から教えていただき、曖昧であった理解を大いに深めることができました。また学部3年生の時田村教授の講義を受けたことが、原子核物理へ興味を持つきっかけとなりました。これまでご指導いただき誠にありがとうございました。

小池武志准教授には、セミナーや国際会議等で大変お世話になりました。セミナーでいただいたご助言は理解を深める上で大きく役立きました。藤井優准教授には本研究を始める際に多くのご助言を頂きました。磁場測定についての私の初步的な質問に対して、貴重なお時間を割いていただき丁寧にご指導いただきました。ありがとうございました。金田雅司助教には、スマーチャレンジのTAや高校生のための理系女子キャンプなど研究室の外部のイベントに参加する機会を多数いただき、感謝しております。三輪浩司助教にはセミナーで丁寧にご指導いただき、学部4年生の頃に学んだ検出器等の基礎はその後の研究において大いに役立ちました。ありがとうございました。

永尾翔助教には本研究の全てにおいて多大なるご指導ご助力をいただきました。毎週のミーティングだけでは十分に解決できなかった私の数々の疑問に対し、非常に多くの時間を割いていただき一つ一つ丁寧にじっくりと説明していただきました。ドイツでの磁場測定実験では困難なことも多数ありましたが、永尾助教のご指導のおかげで乗り越えることができました。永尾助教のご助力なしに本論文を完成させることはできませんでした。ここに最大限の感謝を申し上げます。これまで本当にありがとうございました。後神利志助教には磁場データの解析に

ついてご助言をいただきました。頂いたアドバイスをもとに解析の方針を決めることができました。感謝申し上げます。

ドイツマインツ大学に滞在中は、Josef Pochodzalla 教授、Patrick Achenbach 教授、Florian Schulz 博士、Philipp Hermann 氏、Pascal Klag 氏に大変お世話になりました。実験では、理解が追い付かず戸惑っていた時も、丁寧にじっくりと説明していただきました。ドイツで実験を行った日々は一生の財産となる貴重な機会でした。心より感謝いたします。

研究室は異なりますが、前田和茂教授、神田浩樹助教には大変お世話になりました。ミーティングで頂いたアドバイスにより、解析についてより理解を深めることができました。またELPHにおける校正実験の際にはお力添えいただきました。ありがとうございました。

本研究を進めるにあたり、梅津裕生技官には多大なるご助力をいただきました。準備時間の限られた中、本研究に必要な実験装置の設計をしていただきました。梅津技官のお力添えなしに本研究を行うことはできませんでした。深く感謝いたします。秘書の和田陽子氏、鈴木由美氏には、物品購入や出張手続きの際、大変お世話になりました。磁場測定実験の準備前は、多くの発注作業をお願いしましたが、和田氏、鈴木氏のご助力のおかげでスムーズに手続きを進めることができました。感謝申し上げます。

研究室の先輩である山本剛史博士、赤澤雄也氏、佐々木侑輝氏、藤田真奈美氏には、研究内容だけでなく、研究生生活についても多くのアドバイスをいただきました。先輩方に頂いた励ましや差し入れのおかげで、大変な時期も乗り越えることができました。ありがとうございました。

同輩の池田迪彦氏、小椋裕氏、外山裕一氏、二宮亜紀氏、秋枝智美氏、今紘史氏、朝田晃世氏には本当に感謝しています。実験や解析では辛いこともたくさんあり、モチベーションを維持することが難しいこともあります。そのような時、同輩が全力で研究を進めている姿は私を大いに刺激してくれました。お互いの研究の話や他愛もない会話は非常に良い気分転換となり、モチベーションが下がっていた時も新たな気持ちで自分の研究に取り組むことができました。同輩の中でも池田氏、外山氏、二宮氏とは話す機会も多く、良きライバルであり切磋琢磨し合った素晴らしい研究仲間でした。皆さんと一緒に3年間研究することができ本当に良かったです。本当にありがとうございました。

後輩の HASANAH Imro'atus Syarifatul 氏、相田元氣氏、小澤祥太郎氏、叶内萌香氏、竹内大貴氏、室井佑太氏が一生懸命に研究に取り組む姿勢からたくさんの刺激を受けました。ありがとうございました。

最後にこれまで支えてくださった両親に心から感謝いたします。大学の6年間、不自由なく全力でやりたいことに取り組み、充実した非常に楽しい大学生活を送ることができたのは家族の支えのおかげです。本当にありがとうございました。

付録 A

3 軸磁場測定装置と 1 軸回転台

A.1 3 軸磁場測定装置の形状測定

3 軸磁場測定装置を作成するにあたり、アルミニウム合金 A2219 の加工を金工場に依頼した。工作精度を調べるため、2015 年 12 月ホールプローブ取り付ける前に、A2219 直方体の形状測定を行った。形状測定は、宮城県産業技術総合センターにおいて利用できるキーエンスワンショット 3D 形状測定機 (VR-3000) を用いて行った (図 A.1)。測定により、asc ファイル、stp ファイルを作成し A2219 直方体の面同士の角度を求めるためのデータを得た。また VR-3000 専用のソフトウェア (VR-3000 Series 解析アプリケーション) による解析で、zrp 形式のデータも得た。(asc ファイル、zrp ファイルについては、Wiki にアップロードしている。)

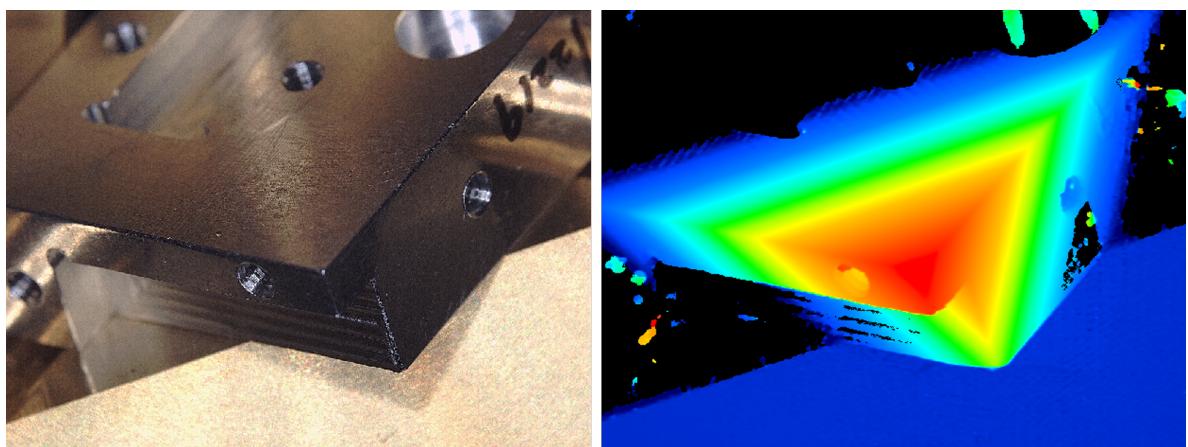
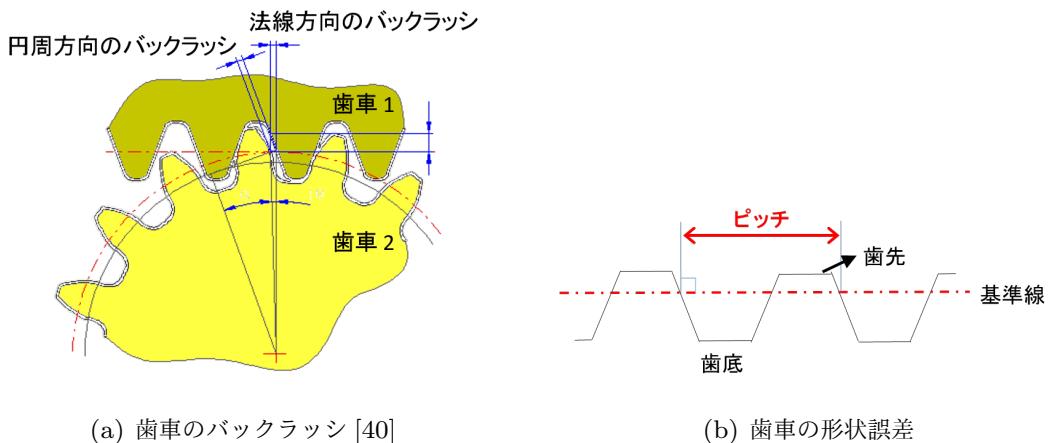


図 A.1 3 軸磁場測定装置の形状測定

A.2 1 軸回転台の回転精度

本文第4章の4.2節において、今回作成した1軸回転台は原理的に約0.3 [mrad]の精度で回転可能であると記述した。しかし実際にはウォームギヤの部品の一部であるウォームホイールの形状誤差の影響等を考慮する必要がある。

歯車の形状誤差を考える1つの指標としてピッチ誤差が挙げられる。ピッチとは1つの歯から隣の歯までの長さを表し、図A.2(b)に示したように定義される。



図A.2 歯車の形状

歯車軸を中心とする測定円周上(図A.2(b)の基準線)でピッチを測定したとき、1歯について実際のピッチと理論的に得られるピッチとの差を単一ピッチ誤差という。一方すべての歯についてピッチ誤差を測定し、歯車全体として評価したのが累積ピッチ誤差である。今回使用した小原歯車工業社製のウォームホイールBG0.5-60R1(真鍮製)の精度は、単一ピッチ誤差19 μm、累積ピッチ誤差74 μmである[41]。このウォームホイールのピッチ円直径が30.03 mmであることから、単一ピッチ誤差をウォームホイールの回転角度に直すと次のように計算できる。

$$\frac{0.019}{30.03 \times \pi} \times 360^\circ \simeq 0.073^\circ \\ \simeq 1.3 \text{ [mrad]} \quad (\text{A.1})$$

1軸回転台の実際の回転精度は、上記に示した約1.3 mradとなる。

3軸磁場測定装置の角度校正実験max searchにおいて、3軸磁場測定装置を回転させた角度は合計で2°(±1°)程度である。今回、回転比1/60のウォームギヤを用いたことから、ウォームホイール1歯分の回転が、3軸磁場測定装置の360°/60歯 = 6°分の回転に対応する。すなわちmax searchのデータ収集では使用したウォームホイールの歯は特定の1歯だけである。

そこでウォームホイールについても、前節で述べた3軸磁場測定装置と同様にVR-3000測定機を用いて形状測定を行った(図A.3)。得られたデータから、max searchで使用した

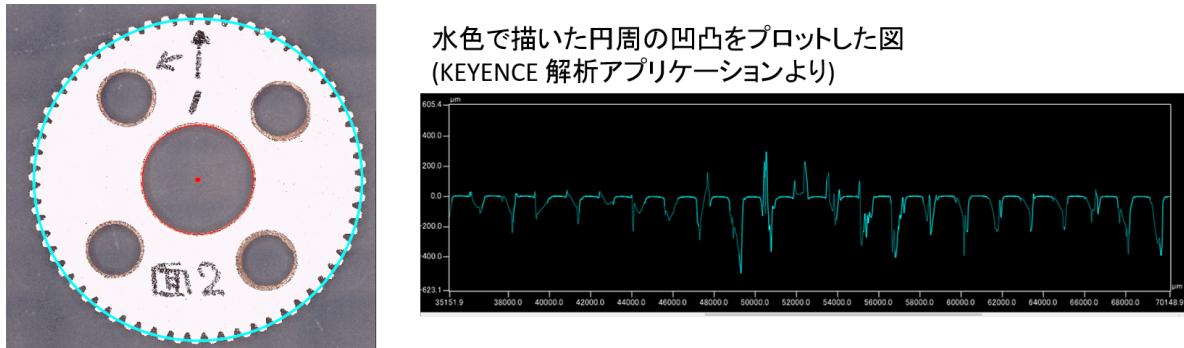


図 A.3 ウォームホイールの形状測定

ウォームホイールの 1 歯の単一ピッチ誤差を求ることで、実際の回転角を見積もることができると期待される。(ウォームホイールの測定データについても Wiki にアップロードしている。)

付録 B

Pin xy search

円柱型のピンを用いた磁場測定については 5.2.2 節で説明した。実際のデータ収集の際は、円柱ピンの zx 平面上での測定に加えて、 xy 平面上でも測定を行った。図 B.1 が測定により得られた各ホールプローブの磁場分布である。

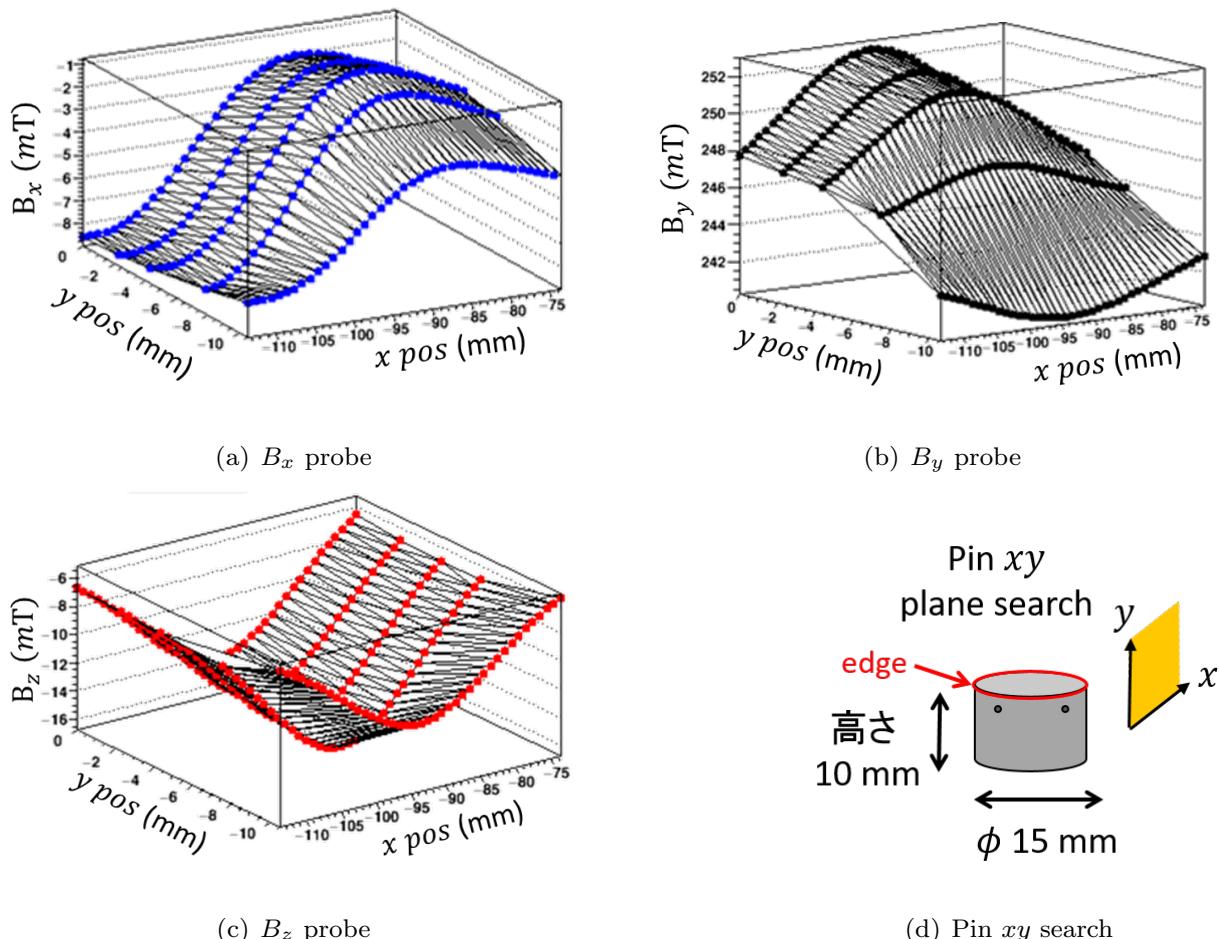


図 B.1 円柱ピンの側面 xy 平面の測定から得られた磁場分布。円柱ピンのエッジを含むように測定を行った。

円柱ピン xy 平面上での測定データのみでは、各ホールプローブが検出した円柱ピンの

edge(図 B.1(b)) から y 方向のホールプローブの相対位置を決定することが難しい。 xy 平面上での測定に加えて、 yz 平面での測定も行えば、磁場データから y 方向のホールプローブの相対位置を決定できると期待される。

付録 C

NMR を用いた絶対値校正

dipole 磁石中に設置した NMR プローブ周辺の磁場測定データから (around NMR、around NMR2)、次の 4 つの手順を踏んで磁場の絶対値校正を行う。

1. NMR プローブ設置場所の見積もり
2. NMR プローブ感度領域における磁場の値の外挿
3. 磁場測定時の 3 軸磁場測定装置の角度の導出
4. 3 成分の絶対値の決定

それぞれの手順について以下でその詳細を述べる。

C.1 NMR プローブ設置場所の見積もり

5.1 節の NMR の部分で述べたように、dipole 磁石のギャップ内部での NMR プローブの設置場所は、設置中に撮影した複数枚の写真を組み合わせて求めた。なおこの方法で NMR プローブの位置を見積もった場合、位置の精度が最大数 mm 程度になると予想した。しかし感度領域が $4 \times 4.5 [\text{mm}^2]$ (直径 × 長さ) の大きさをもつこと (表 5.1)、またギャップ内部の磁場が非常に安定していることから、位置が数 mm ずれても磁場の値に変換した場合、目標とした精度は十分満たせると判断した。

■NMR プローブ感度領域の y 方向の位置

始めに NMR プローブの高さについて述べる。図 C.1 は y 方向可動ステージが最も高い位置にある際に撮影した写真である。この写真からプローブ感度領域の高さの中心と 3 軸磁場測定装置の底面の長さが読み取れる。近傍には 3 軸磁場測定装置に取り付けた直径 $\phi 5 \text{ mm}$ のミラーが映っている。このミラーを長さの基準として実際の高さを計算した。高さを求めるにあたっては以下の 2 点を考慮した。

- 撮影時のカメラの傾き

カメラを傾けて撮影した場合、写真には高さ方向の長さが傾いた分だけ短く映る。しか

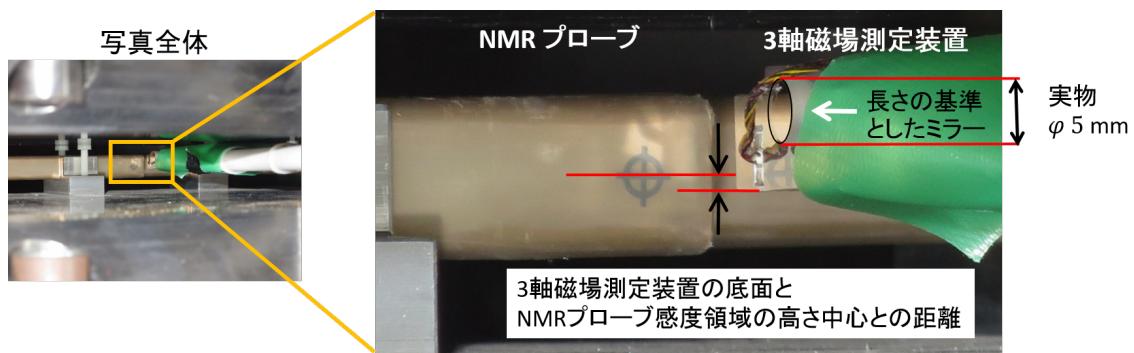


図 C.1 NMR プローブの y 方向の位置の決定。3 軸磁場測定装置の底面と NMR プローブ感度領域の高さ中心との距離を求めた。距離の導出にあたり 3 軸磁場測定装置上に取り付けたミラーを長さの基準とした。

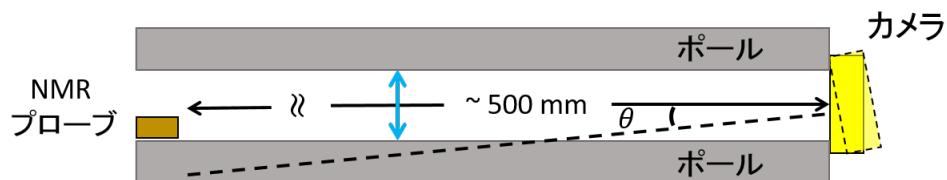
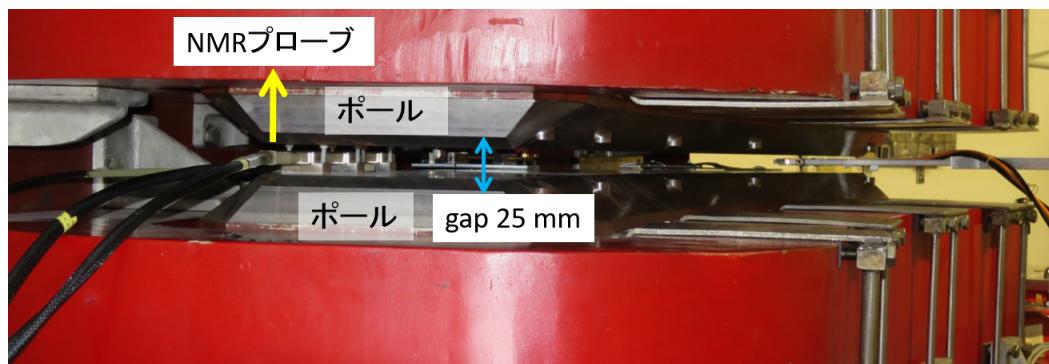


図 C.2 考慮したカメラの傾き。図 C.1 はギャップが 25 mm の磁石内部に設置した NMR プローブを 500 mm 以上離れた位置からカメラで撮影し得られた写真である。仮にカメラが $\theta \sim 5^\circ$ 下向きに傾くと NMR プローブはカメラに映らない。

しこの写真は、ギャップ 25 mm の dipole 磁石に設置した NMR プローブを少なくとも 50 cm 以上離れた距離から撮影したものである。仮にカメラが $\theta \sim 5^\circ$ 傾くと、カメラに NMR プローブは映らない。したがってここではカメラは傾いていないものとして考えた。

● 写真のゆがみ

NMR プローブの高さを求めるにあたり、画像解析では図 C.1 に示したように写真の中央付近を使用した。写真の両端等は用いなかったため、写真のゆがみは考慮しなかった。

図 C.1 の写真的他に、上記で述べた解析が行える写真がさらに 2 枚あった。この 3 枚の写

表 C.1 3 軸磁場測定装置底面と NMR プローブの高さ中心との距離

写真番号	No.1	No.2	No.3
距離 [mm]	1.06	1.21	1.16

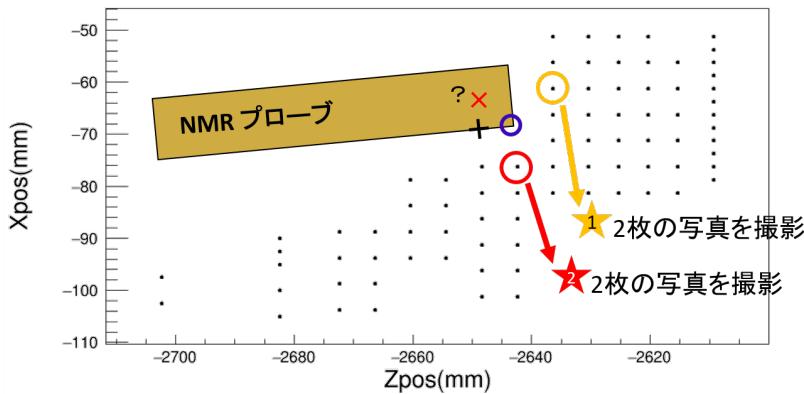


図 C.3 xz 平面上で NMR プローブの設置位置を求めるために写真を撮影した場所。4 枚の写真いずれも y 方向の可動ステージが最も高い位置 ($y = 0$ [mm]) で撮影した。青丸部分は NMR プローブのエッジを表し、黒色の十字分は NMR プローブ表面に描かれた、感度領域のある位置を示している。赤色の×印で描いた位置が求めたい NMR プローブ感度領域の中心位置である。

真それぞれで NMR プローブ感度領域の高さの中心と 3 軸磁場測定装置の底面の距離を求めると表 C.1 のようになった。

これより NMR プローブは 3 軸磁場測定装置の底面から 1.1 ± 0.2 [mm] の高さにあるとした。ここからさらに表 4.5 に載せた 3 つのホールプローブの y 方向の相対位置を用いて、各ホールプローブが NMR プローブの高さ中心と一致するときの y 方向可動ステージの位置が得られる(表 C.2)。

■NMR プローブ感度領域の xz 平面上での位置

続いて xz 平面上でのプローブ感度領域の中心位置を求めた。図 C.3 は y 方向の可動ステージが最も高い位置 ($y = 0$ [mm]) における磁場データの取得位置をプロットしたものである。3 軸磁場測定装置が星印 1 の $(x, z) = (-61.25, -2636.37)$ [mm] の位置にある際に NMR プローブと 3 軸磁場測定装置が映った写真を 2 枚、星印 2 の $(x, z) = (-76.25, -2642.37)$ [mm] の位置にある際に 2 枚の写真を撮影した。

これら 4 枚の写真を組み合わせて図 C.3 上の青丸で示した NMR プローブのエッジおよび感度領域を表すプローブ表面の十字の印の位置を求めた。ここから NMR プローブの感度領域の中心位置である赤色の×印の位置を得た。以下にその手順を記す。

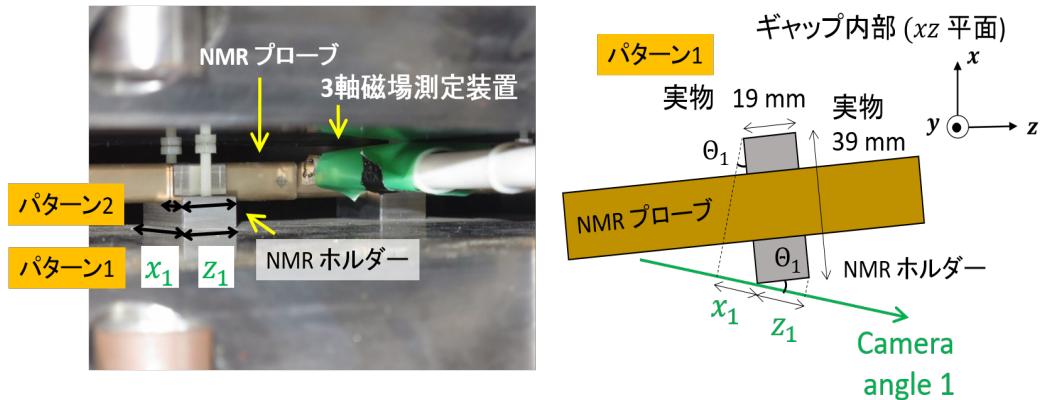


図 C.4 手順 1:写真を撮影した角度の導出。写真に映った NMR ホルダー土台を利用して写真を撮影した角度を求めた。誤差見積もりのため、NMR ホルダー土台上のくぼみを利用したパターン 2 の場合も試した。

1. 各写真ごとに撮影角度を導出した。

始めに各写真ごとに、写真を撮影した角度を求めた。角度の導出には図 C.4 の写真に映っている NMR ホルダーの土台を利用した。ホルダー土台の長辺、短辺の長さを用いて角度を求めた場合（パターン 1）、次のような連立方程式 (C.1) が立てられる。なおホルダーの実物のサイズは長辺、短辺それぞれ $39^H \times 19^W \text{ mm}^2$ である。

$$\begin{aligned} x_1 &= 39 \sin \Theta_1 \times f_1 \\ z_1 &= 19 \cos \Theta_1 \times f_1 \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

f_1, f_2 はそれぞれ写真のスケールファクターである。星印 2 の位置で撮影した 2 枚の写真は、式 (C.1) から NMR ホルダー土台に対し $\Theta_1 = 20 \text{ [deg]}$, $\Theta_2 = 40 \text{ [deg]}$ と得られた。なおパターン 2 で角度を求めた場合、NMR ホルダー土台に対し $\Theta_1 = 18 \text{ [deg]}$, $\Theta_2 = 36 \text{ [deg]}$ となった。

2. 撮影した角度の異なる 2 枚の写真から 3 軸磁場測定装置のエッジと NMR プローブのエッジの距離を導出した。

続いて星印 2 の位置における 3 軸磁場測定装置のエッジと NMR プローブのエッジの距離 D を求めた。2 枚の写真それぞれで決定した撮影角度 Θ_1, Θ_2 およびスケールファクター f_1, f_2 から、図 C.5 に示した NMR プローブと 3 軸磁場測定装置の配置を考え、連立方程式 (C.2) が立てられる。

$$\begin{aligned} D_1 &= D \cos \alpha \times f_1 \\ D_2 &= D \cos(\alpha - (\Theta_2 - \Theta_1)) \times f_2 \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

α は、距離 D と Camera angle1 で撮影した写真上の距離 D_1 のなす角度を表す。式 (C.2) を解いて距離 D を $D = 4.9 \text{ [mm]}$ と得た。なお手順 1. のパターン 2 から得ら

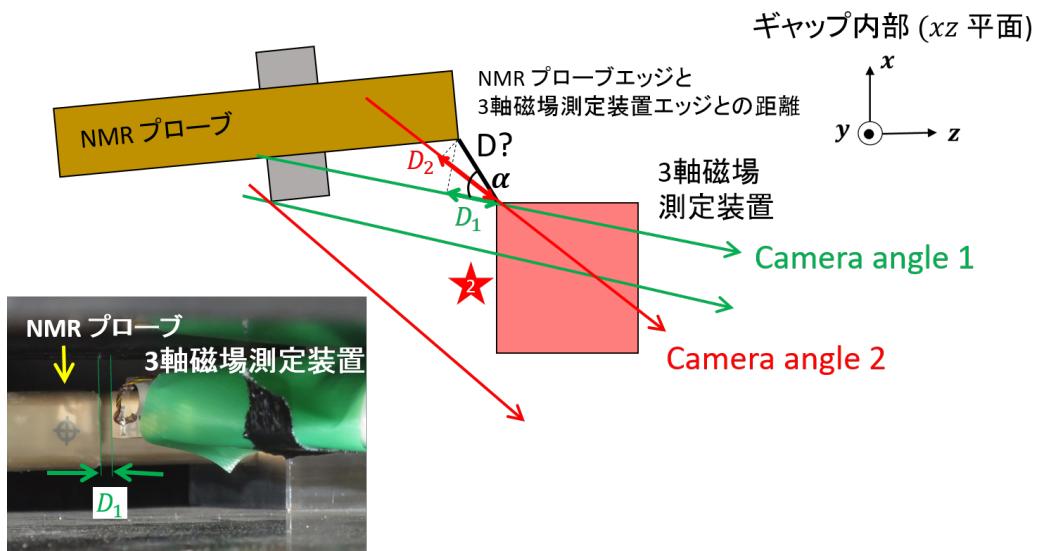


図 C.5 手順 2:3 軸磁場測定装置のエッジと NMR プローブのエッジの距離

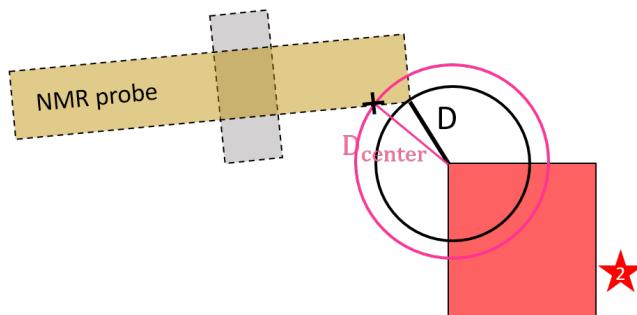


図 C.6 手順 3: 星印 2 から見た場合の NMR プローブの位置

れた撮影角度を用いて距離 D を計算すると、 D の値は 5.8 mm と求まり、パターン 1 の場合から 0.9 mm ずれた。また写真上で長さを読み間違えることによっても、最終的に得られた D の値は最大 0.2 mm 程度変化した。これらの誤差の見積もりから、 $D = 4.9 \pm 0.9$ [mm] とした。

3. 3 軸磁場測定装置のエッジと NMR プローブ感度領域を示す十字の印との距離を求めた。

今度は手順 2. と同じ方法で、3 軸磁場測定装置のエッジと NMR プローブ感度領域を示す十字の印との距離 D_{center} を導出した。星印 2 の場所において $D_{center} = 7.4 \pm 0.9$ mm と得た。なお誤差については手順 2 の場合と同じ値とした。

以上より星印 2 の位置で撮影した 2 枚の写真から、 xz 平面上で 3 軸磁場測定装置のエッジを中心とした 2 つの絵を描くことができる（図 C.6）。

- 2 つの位置で撮影した 4 枚の写真を組み合わせ、NMR プローブの位置を決定した。星印 1 でも星印 2 と同様の解析を行うことで手順 3. で得られた 2 つの円を描くことができる。2 つの位置それぞれで求めた円は黒色、ピンク色それぞれで交点を持つ。こ

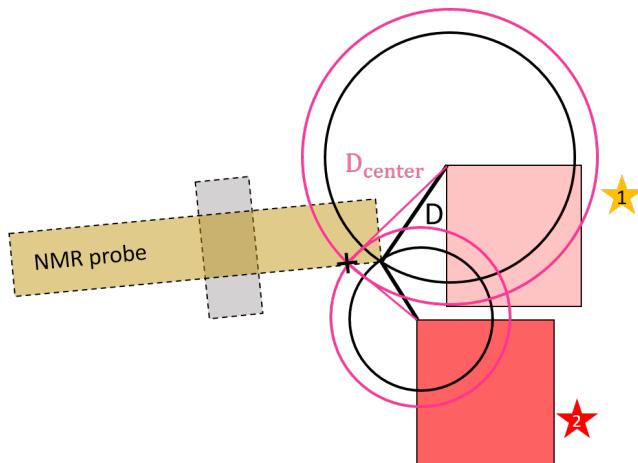


図 C.7 手順 4: 2 つの位置から得た円の交点。黒色の円が 3 軸磁場測定装置エッジと NMR プローブエッジとの距離に対応し、ピンク色の円が 3 軸磁場測定装置エッジとプローブ表面の感度領域を示す十字印との距離を表す。

表 C.2 各ホールプローブが NMR プローブの感度領域と同じ位置になるときの可動ステージの値

	x 方向 [mm]	y 方向 [mm]	z 方向 [mm]
B_x プローブ	-58	-1.4	-2662
B_y プローブ	-52	-5.8	-2662
B_z プローブ	-52	-1.4	-2662

の交点がそれぞれ NMR プローブのエッジおよび感度領域を示す十字印の位置に対応する。

星印 1 および星印 2 で撮影した合計 4 枚の写真と 5.1 節で示した図 5.3 の NMR プローブの構造から、NMR プローブ感度領域の中心位置の座標を $(x, z) = (-64, -2649)$ [mm] と決定した(図 C.8 の赤色×印)。得られた中心位置には x, z 方向それぞれ最大 ± 2 mm の誤差があると見積もり、図 C.8 の黄色の四角形で囲んだ領域内に感度領域の中心が位置しうるとした。

写真を用いた以上の解析から、ホールプローブのデザイン(図 4.1)と表 4.5 に示したホールプローブの相対位置を考慮して、各ホールプローブが NMR プローブ感度領域の中心位置と一致するときの可動ステージの値を表 C.2 にまとめた。なおここには位置の誤差は含めていない。

C.2 NMR プローブ感度領域における磁場の値の外挿

前節で見積もった NMR プローブの位置と NMR プローブ周辺の測定で得られた磁場分布から(図 5.22)、磁場の値の外挿を行った。

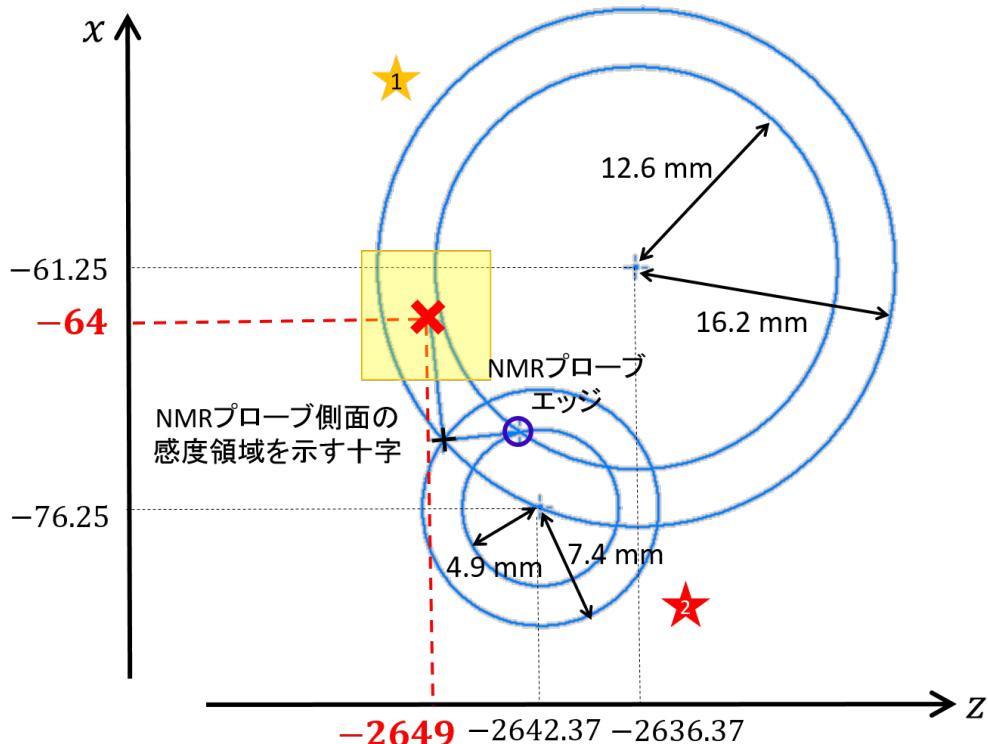


図 C.8 NMR プローブ感度領域の位置決定。星印 1 と星印 2 の位置それぞれから求めた円の交点は、NMR プローブエッジと感度領域を表す十字の位置に対応する。ここから NMR プローブの感度領域の中心位置は黄色で囲んだ領域にあるとした。

C.3 磁場測定時の3軸磁場測定装置の角度の導出

NMR プローブ感度領域の位置における3軸磁場測定装置の磁場の外挿値から、精密磁場測定時の3軸磁場測定装置の傾き角度を求める。得られた外挿値 $B_x@NMR$ 、 $B_y@NMR$ 、 $B_z@NMR$ は、3軸磁場測定装置の傾き θ 、 ϕ 、ホールプローブの相対角度、および各ホールプローブ固有の補正項 f_x 、 f_y 、 f_z を含んだ結果得られる値であり、以下のように3つの方程式が立てられる。

$$\begin{aligned} B_x@NMR &= |B| \times \sin \theta \sin \phi \times \sin \Theta_x \sin \Phi_x \times f_x \\ B_y@NMR &= |B| \times \cos \theta \times f_y \\ B_z@NMR &= |B| \times \sin \theta \cos \phi \times \sin \Theta_z \sin \Phi_z \times f_z \end{aligned} \quad (C.3)$$

ELPH で行ったホールプローブ角度校正実験により得られた各ホールプローブの補正ファクターを用いると(表 4.13)、MAMI で精密磁場測定を行った際セラミックシャフトに固定された3軸磁場測定装置そのものの傾き角度を求めることができる。この傾き角を考慮し、磁場の3成分の絶対値校正が可能となる。

付録 D

補間

第 6 章磁場データの解析の 6.4.4 節において、磁気双極子を用いたモデル分布から補間による誤差を見積もった。本節ではモデル分布を用いて検証した磁場の空間変化率と 6.4.4 節で説明した B_y residual の関係について説明する。

式 (6.4) から B_y の z 2 回微分 $\frac{d^2B_y}{dz^2}$ を計算し、6 パターンの各補間条件ごとに B_y residual との相関を取ると図 D.1 のようになった。

磁場の変化率として B_y の 2 次導関数を考えたのは、3 次スプライン補間の境界条件で 1 次導関数と 2 次導関数までの値が等しくなることを用いているためである。

ここで得られた結果から、実データに対しても電子ビームの通った位置での磁場の変化率をデータ点の差分から計算することで、補間そのものの系統誤差を見積もることができる。

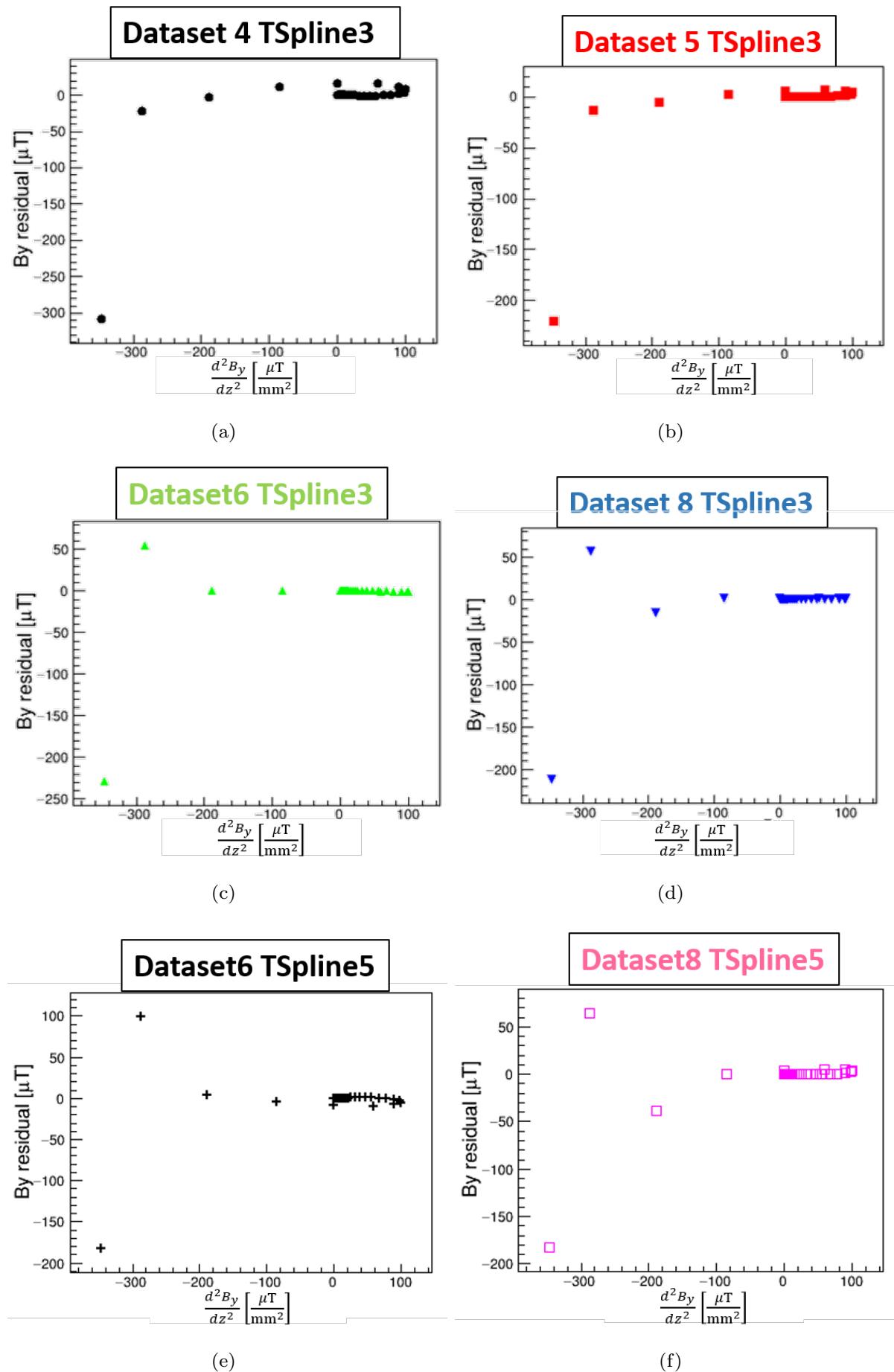


図 D.1 モデル分布の 2 次導関数と補間結果の真の値との差の相関

付録 E

dipole 磁石内部の磁場分布

第 6 章の最後の図 6.18 にフリンジ領域を含めた dipole 磁石全体の磁場分布を示した。図 E.1 には、dipole 磁石内部の磁場分布を示した (Setminimum:242 mT)。

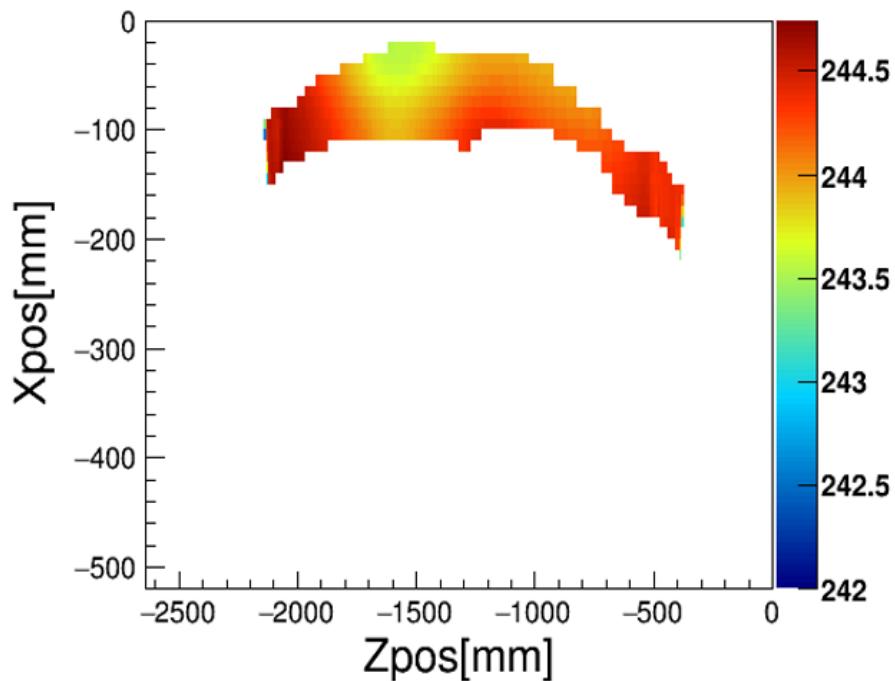


図 E.1 dipole 磁石内部の磁場分布

参考文献

- [1] J. Beringer *et al.*, Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.
- [2] M. Danysz and J. Pniewski, Phil. Mag. **44** (1953) 348.
- [3] M. Juric *et al.*, Nucl. Phys. B**52** (1973) 1-30.
- [4] T. Hasegawa *et al.*, Phys. Rev. C **53** (1996) 1210.
- [5] H. Tamura *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 5963
- [6] T. Miyoshi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84** (2003) 232502
- [7] A. Esser, S. Nagao *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114** (2015) 232501.
- [8] O. Hashimoto and H. Tamura, Prog. Part. Nucl. Phys. **57** (2006) 564.
- [9] G. Audi *et al.*, Nucl. Phys. A **729** (2003) 337.
- [10] S. Nagao Department of Physics, Graduate School of Science, Tohoku University, Doctoral thesis (2015)
- [11] J. L. Friar, Nucl. Phys. A **156** (1970) 43.
- [12] R. A. Brandenburg, S. A. Coon, and P. U. Sauer, Nucl. Phys. A **294** (1978) 305.
- [13] G. A. Miller, “Charge Independence and Symmetry of Nuclear Forces” nucl-th/9406023v1.
- [14] D. H. Davis, Nucl. Phys. A **754** (2005) 3c-13c.
- [15] M. Bedjidian *et al.*, Phys. Lett. B **83** 252 (1979).
- [16] M. Bedjidian *et al.*, Phys. Lett. B **62** 467 (1976).
- [17] A. Kawachi University of Tokyo, Doctoral Thesis (1997).
- [18] T. O. Yamamoto et al., Phys. Rev. Lett. **115** (2015) 222501.
- [19] F. Schulz *et al.*, Nucl. Phys. A **954** (2016) 149.
- [20] T. Gogami Department of Physics, Graduate School of Science, Tohoku University, Doctoral thesis (2014)
- [21] Y. Takahashi Department of Physics, Graduate School of Science, Tohoku University, Master thesis (2015)
- [22] H. Herminghaus *et al.*, Nucl. Inst. and Meth. 138 (1976) 1.
- [23] K. H. Kaiser *et al.*, Nucl. Inst. and Meth. A **593** (2008) 159.
- [24] <http://www.kph.uni-mainz.de/eng/376.php>
- [25] A. Jankowiak *et al.*, “Design and status of the 1.5 GeV - Harmonic Double Sided

- Microtron for MAMI” Proceedings of EPAC 2002, Paris, France
- [26] <http://www.a1.kph.uni-mainz.de/A1/Welcome.en.html>
- [27] W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments.*
- [28] S. Ratschow, Ph.D. Thesis, KPH 02/00, University of Mainz, Germany, 2000.
- [29] A. Jankowiak, *Compilation of: Measurement of the electron beam energy at the Mainz Microtron*, MAMI Internal Report 03/2006, Institut für Kernphysik, Mainz (2006).
- [30] K. Herter, Diploma Thesis, KPH 04/92, University of Mainz, Germany, 1992.
- [31] C. Goldberg, R.E. Davis, Physical Review **94** (1954) 1121.
- [32] T. Otani Department of Physics, Graduate School of Science, Tohoku University, Master thesis (2005)
- [33] <http://www.group3technology.com/vdb/document/36>
- [34] Y. Fujii *et al.*, Nucl. Inst. **795** (2015) 351-363
- [35] <http://www.inv.co.jp/~yoshi/sozai/seibunn.html>
- [36] <http://www.toishi.info/sozai/al/a2219.html>
- [37] https://www.chuo.co.jp/core_sys/product/images/039/catalog/GC39542.pdf
- [38] <http://www.toishi.info/sozai/cu/c2c.html>
- [39] https://www.global-optosigma.com/ja/page_pdf/KSP-256_406.pdf
- [40] <http://help.autodesk.com/cloudhelp/2016/JPN/InventorLT-Help/images/GUID-C981FFC0-0BFE-4889-BFFD-05BA23BF02E0.png>
- [41] <https://www.khkgears.co.jp/khkweb/search/tobiraLink.do?method=series&gearType=10>
- [42] http://www.gmw.com/magnetic_measurements/MetroLab/pdf/ML_MAN_2025_rev2.2.pdf
- [43] <https://www.bildy.jp/laser/c1208c1211/p1741-type1/>
- [44] <https://www.kokuyo-st.co.jp/stationery/1p/pdf/elp-g30.pdf>
- [45] <http://advancedphotonix.com/wp-content/uploads/SD197-23-21-041.pdf>
- [46] <http://www.zolix.com.cn/upload/accessory/201211/2012117158417181145.pdf>
- [47] http://www.zolix.com.cn/en/prodcon_371_384_470.html
- [48] https://www.boschrexroth.com/country_units/america/united_states/sub_websites/brus_dcc/documentation_downloads/ProductDocumentation/CurrentProducts/Motors/IndraDyn_S/29628905IndraDynSprojectV05.pdf
- [49] Integrated Measuring System IMS for Ball and Roller Rail Systems
- [50] <http://www.crytur.cz/materials/yagce/>
- [51] <https://www.autoitscript.com/site/autoit/>
- [52] 理工系の基礎数学 8. 数値計算 高橋大輔著 岩波書店
- [53] <https://root.cern.ch/doc/v608/classTSpline.html>