修士論文

電子ビームエネルギー精密測定のための
アンジュレータ放射光干渉法

Undulator radiation interferometry
for electron beam energy measurement

東京大学大学院 理学研究科 物理学専攻
中村哲研究室

西 幸太郎

令和 7 年 (2025 年)

目次

図目次

表目次

第 1 章

導入

1.1　ハイパー核

本論文は、ドイツ、マインツ大学にある連続電子線加速器マインツマイクロトロン (MAMI) における 200 MeV 領域の電子ビームエネルギー測定について論じる。電子ビームエネルギーの絶対値を $\delta E/E \sim 10^{-4}$ の精度で測定し、磁気運動量スペクトロメータの系統誤差を $\delta p/p \sim 10^{-4}$ に抑えることで、過去に我々が測定した ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ における Λ 粒子の束縛エネルギーの精度 100 keV から向上させ、ハイパートライトン ${}^{3}_{\Lambda}\mathrm{H}$ における Λ 束縛エネルギーを 10 keV を切る精度で決定することを目指す。ハイパートライトンにおける Λ 束縛エネルギーの決定精度向上は、まだ謎の多い ΛN 相互作用に対しさらなる知見を与える。

本章でははじめにハイパー核とその研究の歴史、ハイパー核生成実験について述べる。次に我々がマインツマイクロトロンにおいて独自に開発した Λ ハイパー核精密質量分光手法である崩壊パイ中間子法とその課題となっている電子ビームエネルギー測定精度の重要性について述べた後、最後に本研究の目的を述べる。

1.1.1　ハイペロンとハイパー核

素粒子の標準理論によれば、自然界の粒子は全てそれ以上分割できない最小単位の粒子（素粒子）からなり、素粒子の間に働く力は、強い力、弱い力、電磁気力、重力の 4 種類の力であると理解されている。素粒子は物質を構成する粒子と力を媒介する粒子に分類でき、さらに物質を構成する粒子は強い相互作用をするクォークと強い相互作用をしないレプトンに分類できる。クォークは表??に示すように三世代に分類されている。

クォークは単体で存在することはできず、一般に 3 つ集まったバリオンか 2 つ集まったメソンの形で存在する。我々の身の回りの物質はハドロンである陽子と中性子からなる原子核と、その周りを囲む電子からなる原子によって構成されている。陽子、中性子は特に通常原子核を構成する意味で核子（nucleon）と呼ばれている。

構成子クォークモデルでは、陽子は uud クォーク、中性子は udd クォークからなり、そ

	1 世代	2 世代	3 世代	電荷	スピン
クォーク	u	c	t	+2/3e	1/2
	d	s	b	−1/3e	1/2
レプトン	e	μ	τ	−e	1/2
	ν_e	ν_μ	ν_τ	0	1/2

表 1.1: クォークとレプトンの一覧

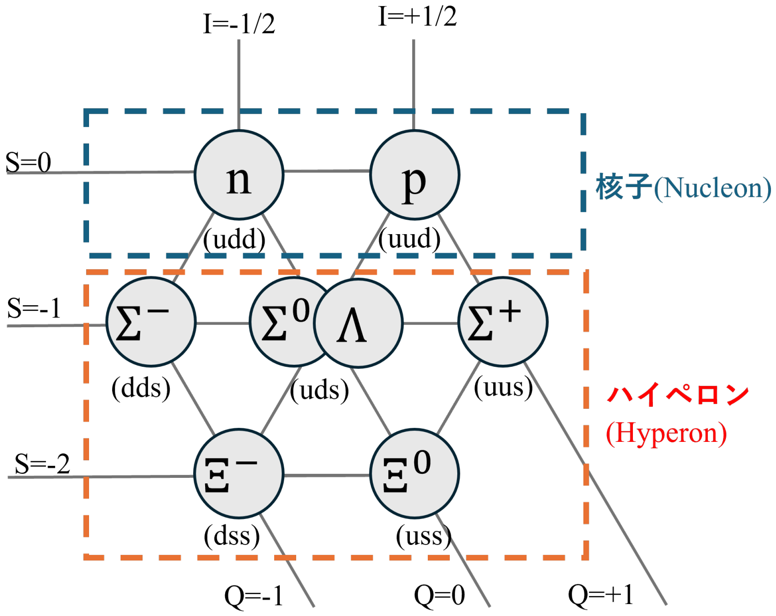


図 1.1: バリオン 8 重項。アイソスピン I、電荷 Q に加え、ストレンジネス S の計 3 つの量子数を示した

れぞれ電荷 +1 と 0 を持つ。クォークにはそれぞれアイソスピンと呼ばれる量子数を導入することでスピン演算子と同じ枠組みで扱うことができることが知られている。u クォーク、d クォークはそれぞれアイソスピン +1/2、−1/2 を持ち、陽子、中性子は +1/2、−1/2 を持つ。強い相互作用はアイソスピンの SU(2) 空間回転に対してほとんど対称であることが知られている。u、d クォークの SU(2) 対称性に s クォークを加えて拡張した SU(3) 対称性は、u、d クォークに比べて s クォークが比較的重く、疑似的な対称性とみなされている。これら u、d、s クォークからなるバリオンはフレーバー SU(3) の枠組みにおいて、スピン 1/2 のバリオン 8 重項、スピン 3/2 のバリオン 10 重項に分類される (図 1.1)。

特に s クォークを含むバリオンをハイペロンと呼ぶ。その中でも u、d、s クォークからなる Λ 粒子は最も軽い基本的なハイペロンである。

原子核中に核子だけでなくハイペロンを含む原子核をハイパー核と呼ぶ。ハイパー核には通常核子には見られない性質が現れることが知られており、それ自体が重要な研究対象

ハイペロン	質量 (MeV/c^2)	寿命 (s)	主な崩壊モード	分岐比 (%)
Λ	1115.683(6)	$2.632(10) \times 10^{-10}$	$\mathrm{p} + \pi^-$	63.9%
			$\mathrm{n} + \pi^0$	35.8
Σ^0	1192.642(4)	$7.4(7) \times 10^{-20}$	$\Lambda + \gamma$	100
Σ^+	1189.37(7)	$0.799(5) \times 10^{-10}$	$\mathrm{p} + \pi^0$	51.6
			$\mathrm{n} + \pi^+$	48.5
Σ^-	1197.45(7)	$0.486(5) \times 10^{-10}$	$\mathrm{n} + \pi^-$	99.9

表 1.2: ハイペロンの性質

である。ここではハイパー核の性質の一つとして、崩壊モードについてこの章で詳しく述べる。自由空間ではΛ粒子の寿命は 10^{-10} 秒程度で、π 中間子を放出して崩壊する。これは中間子弱崩壊と呼ばれる。

一方Λ粒子が原子核に束縛されているハイパー核の場合には、中間子弱崩壊で π 中間子とともに放出された核子が、原子核の他の核子の影響を受けてフェルミの排他律を受けることにより、中間子弱崩壊が抑制される。その結果、中間子を放出しないような崩壊、いわゆる非中間子弱崩壊が主な崩壊モードとなる。

軽いハイパー核の場合には核子によって占められているフェルミ準位が低いため、重いハイパー核と比較すると中間子弱崩壊が起こりやすいと言える。

1.1.2　ハイパー核研究の意義

ハイパー核研究において、通常核子間の核力 (NN 相互作用) に加えてハイペロンと核子の相互作用 (YN 相互作用) を調べることができる。ハイパー核の研究では、この YN 相互作用の知見を得ることが一つの重要なモチベーションとなっている。

YN 相互作用に関する重要な研究テーマにはハイペロンパズル、荷電対称性の破れ、ハイパートライトンパズル等がある。

ハイペロンパズル

中性子星内部では、中性子のフェルミエネルギーがΛ粒子の生成エネルギーを上回るため、Λ 粒子が生成されると考えられる。したがって中性子星内部の状態方程式には ΛN 相互作用の項が自然に含まれると考えられる。現在のΛ N 相互作用の理解に基づく状態方程式によると、中性子星の質量は太陽質量の 2 倍よりも大きくなることはないとされている。しかし近年、宇宙観測によって太陽質量の 2 倍以上の質量をもつ中性子星が観測されており、この矛盾がハイペロンパズルとして注目されている。ハイペロンパズルの解決には ΛN 相互作用のより正確な知見が不可欠である。

荷電対称性の破れ

NN 相互作用においては、クーロン力の効果を除いた核力は荷電対称性を持つ。すなわち、陽子と中性子は核力においてほとんど区別されない。特に質量数 A=3 程度の軽い原子核において、実験と理論の両側面から荷電対称性の破れは数 keV 程度の精度で理解されている。

一方で Λ 粒子と核子間の相互作用には荷電対称性の破れが存在することが示唆されており、ΛN 相互作用の更なる理解が求められている。

ハイパートライトンパズル

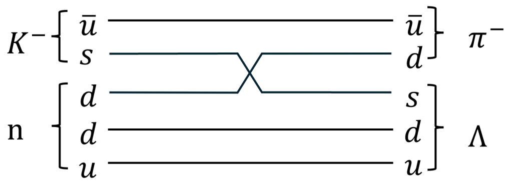
1.1.4 章で詳しく述べる。

NN 相互作用

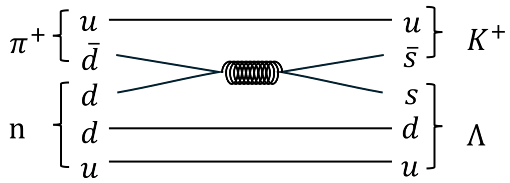
YN 相互作用の理解だけでなく、ハイペロンが原子核深部のプローブとして NN 相互作用の解明にも役立つ。ハイペロンは核子と異なる粒子であるためパウリの排他律を受けず、深い軌道にも束縛される。この性質を利用して核子を用いた反応では調べることのできない核子間相互作用を調べることができる。

1.1.3　ハイパー核質量分光

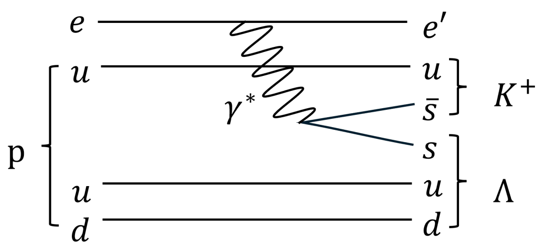
ハイパー核を生成し、その質量を測定する実験手法を質量分光と呼ぶ。ハイパー核の生成反応は主に (K^-, π^-) 反応、(π^+, K^+) 反応、$(\mathrm{e}, \mathrm{e}'\mathrm{K}^+)$ 反応がある。



(a) (K^-, π^-) 反応



(b) (π^+, K^+) 反応



(c) $(\mathrm{e}, \mathrm{e}'\mathrm{K}^+)$ 反応

図 1.2

(K^-, π^-)

クォーク交換反応である。s クォークを生成する必要がないため、Λ粒子の生成断面積が mb/sr と大きい。

(π^+, K^+)

核内で d,$\bar{\mathrm{d}}$ クォークが対消滅し、s,$\bar{\mathrm{s}}$ クォークが生成される。この反応はΛ粒子の生成断面積が 100 μb/sr と小さいが、一般に K ビームよりも π^- ビームが強度の高いビームを得られるため、問題とならない。運動量移行が大きいため、Λ が様々な軌道角運動量に入った状態を生成することができる。

$(\mathrm{e}, \mathrm{e}'\mathrm{K}^+)$

電子ビームを用いて、仮想光子を媒介して s,$\bar{\mathrm{s}}$ クォークを生成する反応である。電磁相互作用による反応であり、生成断面積は 100 nb/sr と小さいが、電子ビームは高い強度が得られるため、十分な統計量を得ることができる。更に π,K といった中間子ビームは二次ビームであるのに対して、加速器で直接加速した高品質な一次電子ビームを用いることができるため、高い分解能を得ることができる。

生成したハイパー核の質量は、入射ビーム運動量及び崩壊によって生成する粒子の運動量、エネルギーを測定することで、欠損質量法や不変質量法によって求めることができる。

原子核乾板実験

原子核乾板中を荷電粒子が通過すると、乾板中の原子核が電離される。電離電子によって乾板中の銀イオンが結合し、粒子の軌跡が残る。この軌跡を読み取ることで、粒子の識別、運動量測定を同時に行うのが原子核乾板による粒子検出法、質量分光法である。

重イオン衝突実験

原子核同士を衝突させると様々な反応が同時に起こる。これを利用してハイパー核を生成し、生成した粒子の運動量の相関からハイパー核の質量を測定することができる。

1.1.4　ハイパートライトンパズル

ハイパー核の中でも最も基本的な束縛系が ${}^{3}_{\Lambda}$H、ハイパートライトンである。これは陽子、中性子、Λ粒子がそれぞれ一つずつからなるハイパー核である。1960 年代に原子核乾板や泡箱実験によって $\mathrm{B}_\Lambda = 130 \pm 50(\mathrm{stat.}) \pm 40(\mathrm{syst.})$ keV とされており、この結果が約 50 年間信じられてきた。100 keV 程度の弱い束縛から、Λ粒子は陽子、中性子に対してハロー構造のような状態であると示唆される。従ってその寿命は自由空間のΛ粒子と同程度であると見積もられる。

これに対して 2010 年台に重イオン衝突実験が、ハイパートライトンの寿命が予測よりも

有意に短いことを示唆する実験結果を次々と報告した。これらの値は $\tau \sim$200 ps であり、$B_\Lambda = 130$ keV の結果と整合性のある物理的な解釈はいまだない。この問題をハイパートライトンパズルと呼ぶ。
2020 年代に STAR,ALICE の 2 つの重イオン衝突実験が報告した結果によれば、それぞれ $B_\Lambda = 102 \pm 63(\mathrm{stat.}) \pm 67(\mathrm{syst.})$ keV, $B_\Lambda = 406 \pm 120(\mathrm{stat.}) \pm 110(\mathrm{syst.})$ keV であり、どちらのグループの結果も系統誤差が比較的大きい。

1.2　崩壊パイ中間子法

崩壊パイ中間子法は 2010 年代にドイツのマインツ大学マイクロトロン (MAMI) で我々の研究グループによって開発されたハイパー核の質量分光法である [1]。10 keV を切る高いエネルギー分解能が実証されている [2] ため、ハイパートライトンパズルの解明に有効な手法であると期待されている。この章では崩壊パイ中間子法の原理を述べる (1.2.1 節)。そして高い分解能が実現できる理由と、解決すべき課題について述べる。

1.2.1　原理

電子ビームで電磁生成したハイパー核が核破砕し、目的のハイパー核が標的中で静止し 2 体崩壊する反応を検出する。この時ハイパー核の質量 $\mathrm{m}(^{\mathrm{A}}_{\Lambda}\mathrm{Z})$ は 2 体崩壊に注意すると

$$\mathrm{m}(^{\mathrm{A}}_{\Lambda}\mathrm{Z}) = \sqrt{\mathrm{m}(^{\mathrm{A}}(\mathrm{Z}+1))^2 + \mathrm{p}_\pi^2} + \sqrt{\mathrm{m}_\pi^2 + \mathrm{p}_\pi^2} \tag{1.2.1}$$

と π 中間子の運動量 p_π のみで求めることができる。

Λ ハイパー核の質量 $\mathrm{m}(^{\mathrm{A}}_{\Lambda}\mathrm{Z})$ からこのハイパー核における Λ 粒子の束縛エネルギー B_Λ は、Λ 粒子を除いたコア核の質量 $\mathrm{m}_{\mathrm{core}}$ と Λ 粒子の質量 m_Λ を用いて

$$\mathrm{B}_\Lambda = \mathrm{m}_{\mathrm{core}} + \mathrm{m}_\Lambda - \mathrm{m}(^{\mathrm{A}}_{\Lambda}\mathrm{Z}) \tag{1.2.2}$$

と求めることができる。
ハイパートライトンがパイ中間子を放出する崩壊モードは

$$^{3}_{\Lambda}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}\mathrm{He} + \pi^- \tag{1.2.3}$$

であるから、式 (1.2.1)、式 (1.2.2) より、$\mathrm{m}({}^{3}_{\Lambda}\mathrm{H})$

$$\mathrm{m}({}^{3}_{\Lambda}\mathrm{H}) = \sqrt{\mathrm{m}({}^{3}\mathrm{He})^2 + \mathrm{p}_\pi^2} + \sqrt{\mathrm{m}_\pi^2 + \mathrm{p}_\pi^2} \tag{1.2.4}$$

$$\mathrm{B}_\Lambda \quad = \mathrm{m}_{{}^2\mathrm{H}} + \mathrm{m}_\Lambda - \mathrm{m}({}^{3}_{\Lambda}\mathrm{H}) \tag{1.2.5}$$

とかける。p_π を除く $\mathrm{m}({}^{3}\mathrm{He})$、$\mathrm{m}_\pi$、${}^{2}\mathrm{H}$ は高精度で求まっているため、B_Λ の決定精度は、静止かつ 2 体崩壊という崩壊の特徴により放出される単色 p_π の不確かさによって決まる。さらに、パイオンの運動量は単色的である。従って p_π の不確かさは p_π の分解能によってのみ決められる。これが崩壊パイ中間子法が高い質量分解能を実現できる理由である。

マインツマイクロトロン (MAMI)

我々の研究グループはドイツ、マインツ大学マイクロトロン (MAMI) において、崩壊パイ中間子法を用いてハイパー核の質量分光を行ってきた。質量分光実験を行う実験ホール (A1 Hall) には、標的チェンバーを中心に、磁気運動量スペクトロメータ (Spek A,C)、Kaos スペクトロメータが配置されている。

2014 年に行った ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の実験 [2] では、π 中間子の運動量が $\mathrm{p}_\pi = 132.867 \pm 0.007(\mathrm{stat.}) \pm 0.106(\mathrm{syst.})$ MeV/c と測定され、10 keV 以下の運動量分解能を実現している。

ここから、${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の Λ 粒子の束縛エネルギー B_Λ は $\mathrm{B}_\Lambda = 2.157 \pm 0.005(\mathrm{stat.}) \pm 0.077(\mathrm{syst.})$ MeV と決定された。

MAMI の持つ高分解能運動量スペクトロメータ (Spek A,C) によって実現される高い分解能は、他のハイパー核質量分光法や重イオン衝突実験では実現できない。これは崩壊パイ中間子法の大きな特徴であると言える。ただし、崩壊パイ中間子法は基底状態にのみ適用できるという点で他の手法とは相補的である。

磁気運動量スペクトロメータ (Spek A, Spek C)

ハイパー核の崩壊に伴う π 中間子の運動量 p_π を測定するためには、MAMI の磁気運動量スペクトロメータを用いる。実験ホール内のスペクトロメータは Spek A,C の 2 つのスペクトロメータと後段の Kaos スペクトロメータから構成される。Spek A,C では π 中間子の運動量を精密に測定するのに対し、Kaos では K^+ を検出することで Λ ハイパー核が生成されたイベントの選択に用いる。運動量測定用の Spek A,C は電磁石と飛跡検出用のドリフトチェンバー、粒子識別用のシンチレーションカウンターとチェレンコフ光検出器から構成されている。入射した荷電粒子は電磁石によって曲げられるが、その曲率は粒子の運動量に依存する。この性質を利用することで、ドリフトチェンバーによる位置測定の結果から入射粒子の運動量を決定することができる。

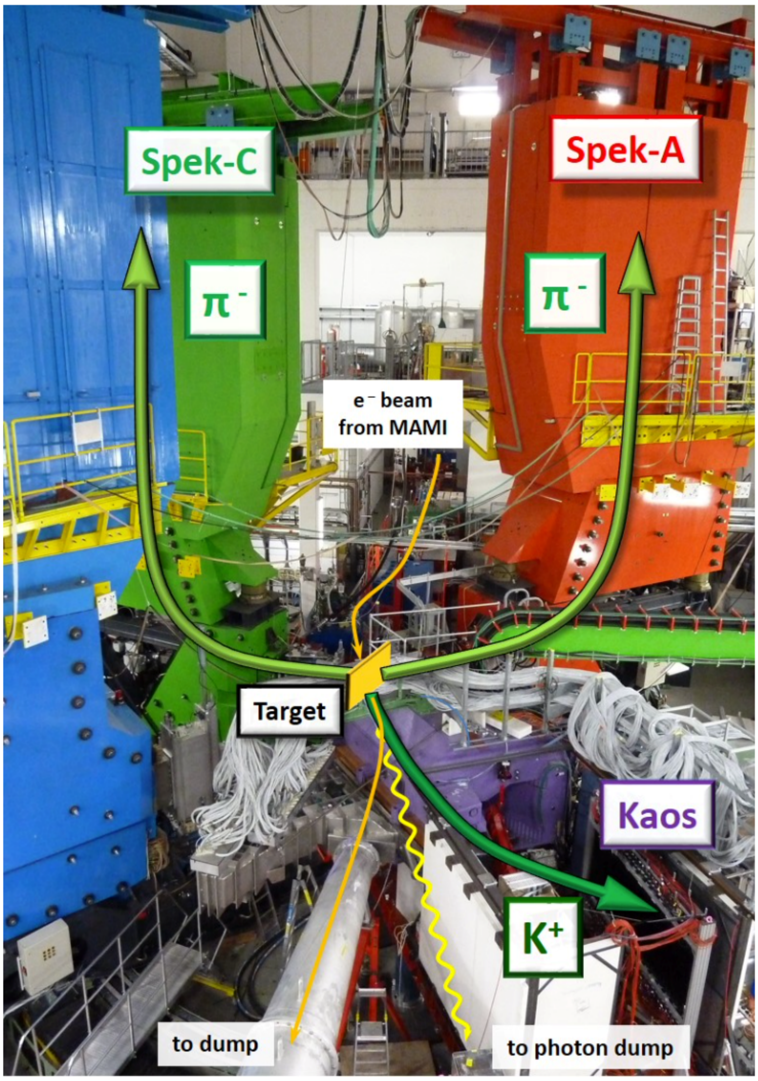


図 1.3: A1 Hall 概観図。MAMI 加速器で加速された電子がビームラインを通って標的チェンバー内の標的に照射される。崩壊パイ中間子法では、照射されて生成されたハイパー核が崩壊する際の π 中間子の運動量を Spek A,C で測定する。また Kaos スペクトロメータでは K^+ 中間子の粒子識別を行うことでイベント選択を行う。

1.2.2 系統誤差

10 keV を切る束縛エネルギーの統計誤差に対して、崩壊パイ中間子法の系統誤差は 100 keV 程度と大きい。これは p_π の決定精度に対する系統誤差が 100 keV 程度あることに由来する。磁気スペクトロメータの運動量絶対値較正のために MAMI では電子弾性散乱を利用している。標的の質量を m_T、電子質量を m_e、入射電子ビームのエネルギーを

E_{beam} として、標的で弾性散乱された電子の運動量 p'_e は散乱角 θ に対して一意に決まり、

$$p'_e = \sqrt{\left(\frac{E_{beam}}{1 + E_{beam}/m_T(1-\cos\theta)}\right)^2 - m_e^2} \tag{1.2.6}$$

と計算できる。散乱角と入射エネルギーに対して弾性散乱のピークから運動量の絶対値を較正する。ハイパー核の崩壊で放出される π の運動量はおよそ 100 - 140 MeV/c の領域にあるため、散乱電子も同程度の運動量であることが望ましい。MAMI の電子線加速器が出せる最低エネルギーである 180、195、210 MeV の 3 種類のエネルギーに対して電子弾性散乱による較正を行っている。

しかしこれまでは 200 MeV 領域の入射電子ビームエネルギー E_{beam} の決定精度が 10^{-3} つまり 200 keV 程度と大きかった。式 (1.2.6) からわかるように散乱電子の運動量の決定誤差のオーダーは E_{beam} の決定誤差と同程度であり、結果的に運動量較正の精度も 100 keV/c 程度になる。これが 100 keV/c の大きな系統誤差の原因である。10^{-4} すなわち 20 keV で電子ビームエネルギーを決定することができれば、崩壊パイ中間子法の実験全体の誤差を統計誤差と同程度の 10 keV に抑制することができる。

1.3 電子ビームエネルギー測定

1.3.1 MAMI における従来手法

詳細は MAMI 加速器の項目で説明する。MAMI で従来使われていた電子ビームエネルギー測定手法は、200 MeV 領域の電子ビームエネルギーを直接測定するのではなく、1.2 GeV の電子ビームエネルギーのビームポジションの測定結果を外挿する形で求めら

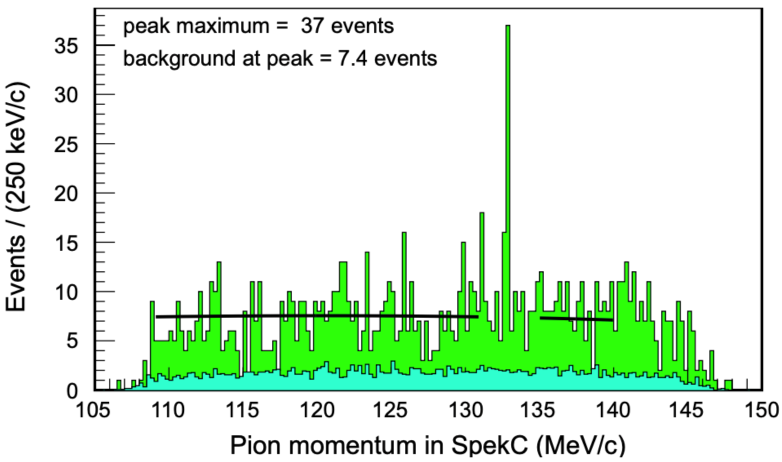


図 1.4: 高分解能の π 中間子スペクトル。細いピークが 133 MeV/c 付近に位置しており、これは ${}^4_\Lambda$H の崩壊で得られる p_π である [2]

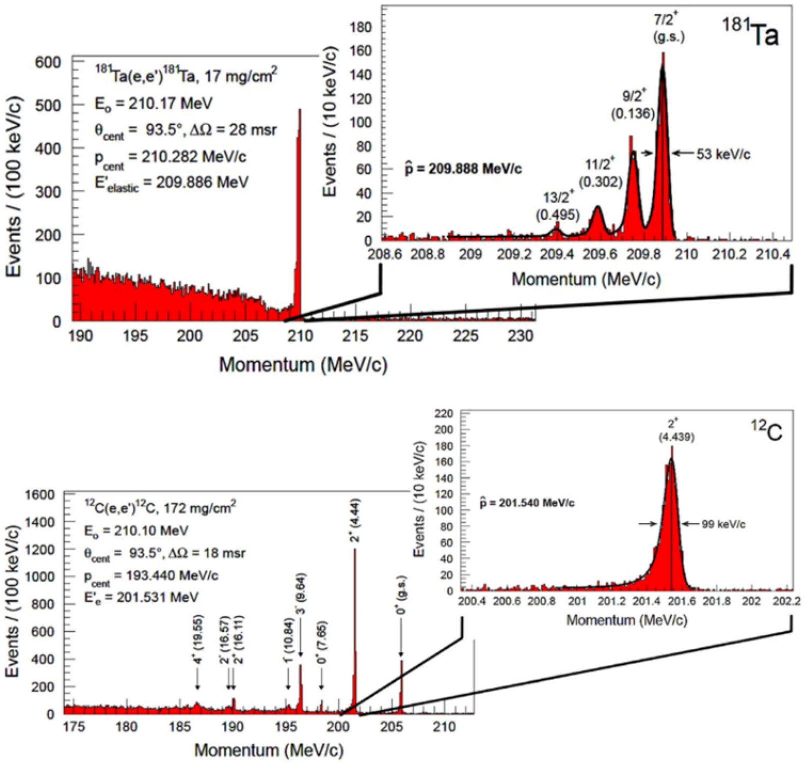


図 1.5: 電子弾性散乱によるスペクトロメータ較正実験で得られる散乱電子スペクトル。210 MeV で ^{181}Ta 標的と ^{12}C 標的を用いて電子弾性散乱を行った例を示している。[3]

れている。

1.3.2　逆コンプトン散乱法

電子ビームエネルギーを直接測定する手法として、逆コンプトン散乱法がある。コンプトン後方散乱法は、電子ビームとレーザー光を衝突させ、コンプトン散乱で散乱された光子のエネルギーから電子ビームエネルギーを計算する手法である。レーザー光のエネルギー $\mathrm{E_1}$, 電子ビームのエネルギーを $\gamma \mathrm{mc}^2$, レーザーと電子ビームの衝突角を θ, 散乱光子の散乱角を ϕ として、散乱光子のエネルギー $\mathrm{E_2}$ は

$$\mathrm{E_2} = \mathrm{E_1} \frac{1 + \beta \cos\theta}{1 - \beta \cos\phi + \frac{\mathrm{E_1}}{\gamma \mathrm{mc}^2}(1 - \cos(\theta + \phi))} \tag{1.3.1}$$

と計算できる。電子ビームのエネルギーが高く、レーザー光のエネルギーが十分小さいとして無視できるとき、正面衝突 $(\theta = 0)$ かつ前方散乱 $(\phi \ll 1)$ の場合に散乱光子のエネル

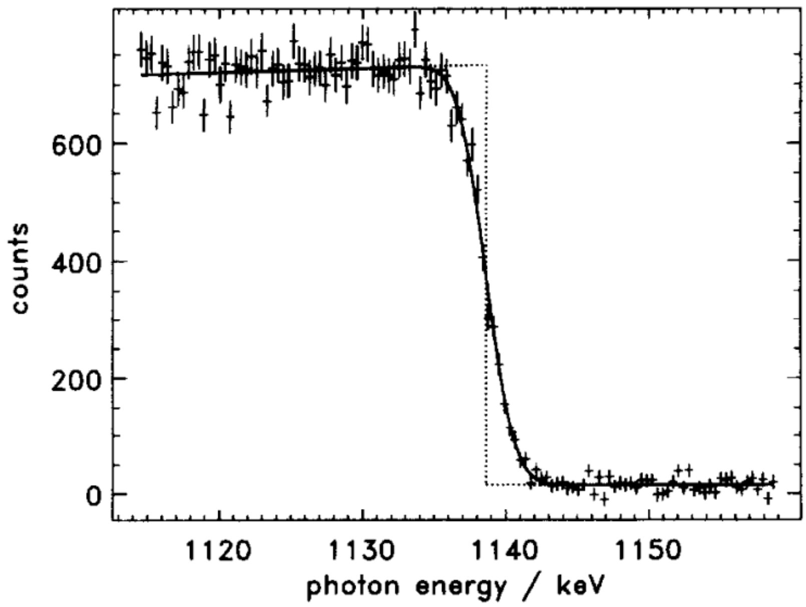


図 1.6: 逆コンプトン散乱法による電子ビームエネルギー測定で得られるコンプトンエッジ [4]

ギーは最大となり、

$$E_2 = \frac{4E_1\gamma^2}{1+\gamma^2\phi^2} \tag{1.3.2}$$

と表される。Ge 検出器のような γ 線検出器で散乱電子のエネルギーを測定することで、1.3.2 式で表される最大エネルギー領域にコンプトンエッジが現れる。このエッジの位置から電子ビームエネルギーを求めることができる。しかしながらこの手法で 200 MeV 領域の電子ビームエネルギーを測定するには、断面積が小さく、高強度の電子ビームが必要となる。MAMI 加速器では十分な強度の電子ビームを得ることができない。

1.3.3　偏極電磁石による電子ビームエネルギー測定

磁場中を運動する荷電粒子は円運動をする。相対論的運動論によれば、B の磁場を運動するエネルギー γmc^2 の電子の運動半径は

$$r = \frac{\gamma mc}{B} \tag{1.3.3}$$

である。磁場の精密測定と電子ビームの位置測定によって電子ビームのエネルギーを測定する手法が検討されたが、十分な精度を得ることができなかった。

1.3.4 アンジュレータ放射光干渉法の開発の経緯

崩壊パイ中間子法の系統誤差を抑えるためには、200 MeV 領域の電子ビームエネルギーの高精度測定が必要であるが、従来の手法や既知の手法では十分な精度を得ることができなかった。そこで我々は 2016 年からアンジュレータによる放射光を用いた電子ビームエネルギー較正手法 (アンジュレータ放射光干渉法) の開発に取り組んできた [5],[6]。本研究の目的はアンジュレータ放射光干渉法を用いて電子弾性散乱によるスペクトロメータ較正実験を行い、10^{-4} 以上の電子ビーム絶対値較正精度を達成することである。

第 2 章

アンジュレータ放射光干渉法の原理

アンジュレータ放射光干渉法の概要を以下の図に示す。初めに 2.1.1 章でアンジュレータ放射光の発生原理と放射される放射光の性質を述べる。続いて 2.1.2 節以降で 2 台のアンジュレータを用いることによる干渉の原理を示す。軸上 ($\theta = 0$) 放射の場合と、一般の θ におけるエネルギー決定公式を導く。続いて 2.2 章で放射光観測のための光学系による光学処理の原理を示す。最後にこれらの原理をまとめた完全な物理モデルによる関数系の概要を示す。

2.1　アンジュレータ放射光

高エネルギーの荷電粒子が磁場中を通過するなどして加速度運動をすると、シンクロトロン放射光と呼ばれる電磁波が発生する。特に素粒子実験や加速器設計の立場からは、シンクロトロン放射によるエネルギー損失は無視できない問題であった。一方、電磁石の磁場を用いることで人為的に放射光を発生させ、利用する技術が開発されてきた。シンクロトロン放射は一般に指向性が高く極めて強い放射光を得ることができるため、物性科学や生物科学、医学などの広い分野で分光法やイメージング法に利用されている。

さらに、偏極電磁石による円軌道からの放射だけでなく、周期的な磁場を用いることでより高輝度で単色性の放射光が得られることが知られている。このような周期的磁場の発生装置をウィグラーやアンジュレータと呼び、特に電子ビームラインに挿入する形で用いられることから挿入光源と総称される。アンジュレータ放射光干渉法はこのアンジュレータを利用した電子ビームエネルギー測定法である。次節ではまず、放射光の発生原理について述べる。

2.1.1　アンジュレータ放射光発生の原理

この節ではアンジュレータの原理を示す。

放射光の一般原理

リエナール・ヴィーヘルト・ポテンシャルから出発して、放射強度の角分布についての一般的な性質を説明する。電子から観測点へ向かうベクトルを R、これに平行な単位ベクトルを $\mathrm{n} = \mathrm{R}/\mathrm{R}$、電子の電荷 e、電子の相対論的速度 $\boldsymbol{\beta} = \mathrm{v}/\mathrm{c}$、放射が発生した時刻（遅延時刻）$\mathrm{t}'$、放射の観測時刻 t として

$$\mathrm{A(t)} = \frac{\mu_0 \mathrm{c}}{4\pi} \frac{\mathrm{e}\boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}')}{(1 - \mathrm{n}(\mathrm{t}') \cdot \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}'))\mathrm{R}(\mathrm{t}')} \tag{2.1.1}$$

$$\varphi(\mathrm{t}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathrm{e}}{(1 - \mathrm{n}(\mathrm{t}') \cdot \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}'))\mathrm{R}(\mathrm{t}')} \tag{2.1.2}$$

$$\mathrm{t} = \mathrm{t}' + \frac{\mathrm{R}(\mathrm{t}')}{\mathrm{c}} \tag{2.1.3}$$

放射される電磁場は、電磁ポテンシャルの定義より得ることができる。

$$\mathrm{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi - \frac{1}{\mathrm{c}}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{t}} \tag{2.1.4}$$

$$\mathrm{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathrm{A} \tag{2.1.5}$$

したがって、電磁場は

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{e}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(1-\beta^2)(\mathrm{n}(\mathrm{t}') - \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}'))}{\mathrm{R}(\mathrm{t}')^2(1 - \mathrm{n}(\mathrm{t}') \cdot \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}'))^3} + \frac{\mathrm{n}(\mathrm{t}') \times \left\{ (\mathrm{n}(\mathrm{t}') - \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}')) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}(\mathrm{t}') \right\}}{\mathrm{cR}(\mathrm{t}')(1 - \mathrm{n}(\mathrm{t}') \cdot \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}'))^3} \right) \tag{2.1.6}$$

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{n} \times \mathrm{E}}{\mathrm{c}} \tag{2.1.7}$$

と与えられる。$1/\mathrm{R}(\mathrm{t}')^2$ の項は遠方で無視できるとして簡単にすると、

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{e}}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathrm{n}(\mathrm{t}') \times \left\{ (\mathrm{n}(\mathrm{t}') - \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}')) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}(\mathrm{t}') \right\}}{\mathrm{cR}(\mathrm{t}')(1 - \mathrm{n}(\mathrm{t}') \cdot \boldsymbol{\beta}(\mathrm{t}'))^3} \tag{2.1.8}$$

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{n} \times \mathrm{E}}{\mathrm{c}} \tag{2.1.9}$$

放射強度はポインティングベクトル $\mathrm{S} = \mathrm{E} \times \mathrm{B}/\mu_0 = |\mathrm{E}|^2\mathrm{n}/\mathrm{c}\mu_0$ を用いて、$\mathrm{dP(t)} = (\mathrm{S} \cdot \mathrm{n})\mathrm{R}^2\mathrm{d}\Omega$ と表される。ただし、このままでは左辺が t の関数として与えられているの

に対し、右辺は t′ の関数であり扱いづらい。ここでは t′ に統一して、

$$\frac{\mathrm{dP}(\mathrm{t}')}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{dP}(\mathrm{t})}{\mathrm{d}\Omega}\frac{\mathrm{dt}}{\mathrm{dt}'} = \frac{\mathrm{e}^2}{16\pi^2\epsilon_0\mathrm{c}}\frac{\left|\mathrm{n}\times\left\{(\mathrm{n}-\boldsymbol{\beta})\times\dot{\boldsymbol{\beta}}\right\}\right|^2}{(1-\mathrm{n}\cdot\boldsymbol{\beta})^5} \tag{2.1.10}$$

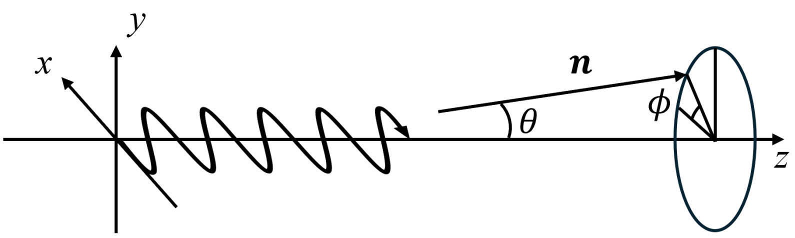


図 2.1: 座標系

今はアンジュレータの磁場による偏向運動を考えたいため、$\boldsymbol{\beta}\perp\dot{\boldsymbol{\beta}}$ として議論を進める。電子の運動方向を z 軸にとり $\boldsymbol{\beta}=(0,0,\beta)$ とする。また、磁場が y 軸に向いているとすれば、$\dot{\boldsymbol{\beta}}=(\dot{\beta},0,0)$ とおける。3 次元極座標表示で、$\mathrm{n}=(\sin\theta\cos\phi,\sin\theta\sin\phi,\cos\theta)$ とすると、

$$\frac{\mathrm{dP}(\mathrm{t}')}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{e}^2\dot{\beta}^2}{16\pi^2\epsilon_0\mathrm{c}}\frac{(\cos\theta-\beta)^2+(1-\beta^2)\sin^2\theta\sin^2\phi}{(1-\beta\cos\theta)^5} \tag{2.1.11}$$

$\beta\simeq 1$ の時に式 (2.1.11) の分母が $\theta\ll 1$ で 0 に近づくことにより、放射強度は電子の進行方向に鋭く集中することがわかる。$\theta\ll 1$ のもとで $(1-\beta\cos\theta)^{-1}$ が最大値の 1/2 になる角度を θ_{SR} とすると、

$$\theta_{\mathrm{SR}} = \sqrt{2\left(\frac{1}{\beta}-1\right)} \sim \frac{1}{\gamma} \tag{2.1.12}$$

となり、この角度より狭い円錐の中に放射強度の大部分が集中することがわかる。

アンジュレータの周期的磁場による放射

アンジュレータによって発生させられた周期的な磁場 $\mathrm{B}=\mathrm{B}_0\sin(2\pi\mathrm{z}/\lambda_{\mathrm{u}})$ 中を電子が運動すると、同じ周期長 λ_{u} を持つ正弦波状の軌道を描き、いわゆる蛇行 (undulation) 運

動をする。この磁場中の電子の運動方程式を解くと、電子の速度および位置を

$$\beta_{\mathrm{x}} = \frac{\mathrm{K}\beta}{\gamma}\cos(\omega_0 \mathrm{t}') \tag{2.1.13}$$

$$\beta_{\mathrm{z}} = \beta\left[1 - \frac{\mathrm{K}^2}{4\gamma^2} - \frac{\mathrm{K}^2\cos(2\omega_0\mathrm{t}')}{4\gamma^2}\right] \tag{2.1.14}$$

$$\mathrm{r_x} = \frac{\mathrm{K}\lambda_{\mathrm{U}}}{2\pi\gamma}\sin(\omega\mathrm{t}') \tag{2.1.15}$$

$$\mathrm{r_z} = \left(1 - \frac{\mathrm{K}^2}{4\gamma^2}\beta\mathrm{ct}'\right) - \frac{\mathrm{K}^2\lambda_{\mathrm{U}}\sin(2\omega_0\mathrm{t}')}{16\pi\gamma^2} \tag{2.1.16}$$

と得ることができる。ここで

$$\omega_0 = 2\pi\mathrm{c}\beta\frac{1 - \mathrm{K}^2/4\gamma^2}{\lambda_{\mathrm{U}}} \tag{2.1.17}$$

であり、K は偏向定数と呼ばれ、電子軌道の最大偏角 Ψ と

$$\mathrm{K} = \gamma\Psi = \frac{\mathrm{eB_0}\lambda_{\mathrm{u}}}{2\pi\mathrm{mc}^2} = 93.4\frac{\mathrm{B_0}}{[\mathrm{T}]}\frac{\lambda_{\mathrm{u}}}{[\mathrm{m}]} \tag{2.1.18}$$

のように関係づけられる。表式からわかるように、アンジュレータの周期と磁場によって偏向定数が決まる。

アンジュレータ放射は偏向定数によって特徴づけられる。電子軌道は最大偏角 $\Psi = \mathrm{K}/\gamma$ のサイン型であり、2.1.1 節で述べたように、放射強度の広がりは $1/\gamma$ 程度となることから、$\mathrm{K} \sim 1$ の場合には電子からの放射はほとんどすべて観測者に到達する。この時の電場はほぼサイン型になり、フーリエ変換して得られるスペクトルは単色性を持つ。このような放射をアンジュレータ放射と呼ぶ。一方、$\mathrm{K} \gg 1$ の場合には、電子がサイン型軌道の頂点を通過するときにのみ放射が観測されるため、大きくゆがんだパルス状になる。フーリエ変換によって得られるスペクトルは高調波が卓越する。このような放射をウィグラー放射と呼ぶ。このように偏向定数によって放射特性を変化させることができ、実用上は磁場強度を変化させることで求められる特性の放射を取り出すことができる。

また放射スペクトル、すなわち放射強度の周波数 (ω) 分布を求めたい。そのためには式 2.1.8 に 2.1.13 を代入し、電場の時間変化を得たうえでフーリエ変換を行えばよい。電場のフーリエ変換は観測点における周波数成分を求めることに対応するため

$$\mathrm{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{E}(\mathrm{t}')\exp(-\mathrm{i}\omega\mathrm{t})\mathrm{dt} \tag{2.1.19}$$

とすれば、全放射強度の角密度は

$$\frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{d\Omega}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{dP(t)}}{\mathrm{d\Omega}}\mathrm{dt} = \frac{1}{2\mathrm{c}\mu_0\pi}\int_0^{\infty} |\mathrm{RE}|^2\,\mathrm{dt} = \frac{1}{\mathrm{c}\mu_0}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{F}(\omega)\mathrm{F}(\omega)^*\mathrm{d}\omega \tag{2.1.20}$$

と変形できる。一方で、単位周波数当たりの全放射強度は

$$\frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{d\Omega}} = \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d^2I}}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d\Omega}}\mathrm{d}\omega \tag{2.1.21}$$

したがって

$$\frac{\mathrm{d^2I}}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d\Omega}} = \frac{1}{2\mathrm{c}\mu_0\pi}\mathrm{F}(\omega)\mathrm{F}(\omega)^* \tag{2.1.22}$$

ただし遅延時刻 t' で評価された式も観測時刻 t でフーリエ変換されていることに注意する。$\mathrm{n} = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$ を再び用いると、$\mathrm{n} \perp \mathrm{E}$ であるから、n に垂直な 2 成分だけなので、特に $\mathrm{x}-\mathrm{z}$ 平面と平行な成分 $\mathrm{E}_{\parallel}$ およびこれに垂直な成分 $\mathrm{E}_{\perp}$ に分解することができる。フーリエ変換した結果は次のように表せる。

$$\mathrm{E}_{\parallel} = \mathrm{g}\xi\left\{2\mathrm{S}_0\gamma\theta\cos\phi - \mathrm{K}(\mathrm{S}_1 + \mathrm{S}_{-1})\right\} \tag{2.1.23}$$

$$\mathrm{E}_{\perp} = \mathrm{g}\xi\left\{2\mathrm{S}_0\gamma\theta\sin\phi\right\} \tag{2.1.24}$$

この式で、N をアンジュレータの周期数として、

$$\mathrm{g} = -\mathrm{i}\frac{\mathrm{e}\gamma}{\mathrm{cR}}\frac{\sin\left(\mathrm{N}\pi(\omega/\omega_1 - 1)\right)}{\omega/\omega_1 - 1}\exp\left[-\mathrm{ik}\omega_1\mathrm{R/c}\right] \tag{2.1.25}$$

$$\omega_1 = \frac{2\gamma^2\omega_0}{1 + \mathrm{K}^2/2 + (\gamma\theta)^2} \tag{2.1.26}$$

$$\xi = \frac{1}{1 + (\gamma\theta)^2 + \mathrm{K}^2/2} \tag{2.1.27}$$

$$\mathrm{S_q} = \sum_{\mathrm{p}=-\infty}^{\infty} \mathrm{J_{1+2p+q}}(2\xi\mathrm{K}\gamma\theta\cos\phi)\mathrm{J_p}(\mathrm{K}^2/4) \tag{2.1.28}$$

であり、$\mathrm{J_p}$ は p 次のベッセル関数である。このようにして、アンジュレータ放射光のス

ペクトルを求めることができる。

$$\frac{\mathrm{d^2I}}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{e}^2\gamma^2\xi^2}{\pi^2\mathrm{c}}\frac{\sin^2\{\mathrm{N}\pi(\omega/\omega_1-1)\}}{(\omega/\omega_1-1)^2} \times \left[\{2\mathrm{S}_0\gamma\theta\cos\phi-\mathrm{K}(\mathrm{S}_1+\mathrm{S}_{-1})\}^2+\{2\mathrm{S}_0\gamma\theta\sin\phi\}^2\right] \tag{2.1.29}$$

最後に、電場の時間変化について簡単な計算を行う。$\theta = 0$ で観測することを考えるアンジュレータの入口に到達する時刻を $\mathrm{t}' = \mathrm{t}'_1$、アンジュレータの出口から出る時刻を $\mathrm{t}' = \mathrm{t}'_2$ とする。アンジュレータの長さを L とすれば、$\mathrm{t}'_2 - \mathrm{t}'_1 \simeq \mathrm{L/v}$ と書ける。さらにアンジュレータの出口から観測点までの距離を R とすれば、電場の時間変化の始まりと終わりを検知する時刻は、$\mathrm{t}_1 = \mathrm{t}'_1 + (\mathrm{R}+\mathrm{L})/\mathrm{c}$、$\mathrm{t}_2 = \mathrm{t}'_2 + \mathrm{R/c}$ と書ける。したがって観測者が検知するパルス幅 $\Delta\mathrm{t}$ は、$\mathrm{v/c} \simeq 1 - 1/2\gamma^2$ を考慮して

$$\Delta\mathrm{t} = \mathrm{t}_2 - \mathrm{t}_1 = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{v}} - \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{c}} \simeq \frac{\mathrm{L}}{2\mathrm{c}\gamma^2} \tag{2.1.30}$$

同様の計算は、アンジュレータの 1 周期について行うことも可能であり、電場変化の周期は $\mathrm{L} \to \lambda_\mathrm{U}$ の変換によって求められる。電場変化の周期はアンジュレータの磁場変化の周期に対応することから、アンジュレータ放射の時間構造は磁場と同じ回数振動するパルス状の波形になる。アンジュレータ内の蛇行運動によって z 軸方向の平均の相対論的速度は式 2.1.13 より $<\beta_\mathrm{z}>= \beta(1-\mathrm{K}^2/4\gamma^2)$ であることがわかり、結果として観測される放射の周期は

$$\mathrm{T} = \frac{\lambda_\mathrm{U}}{\mathrm{v}(1-\mathrm{K}^2/4\gamma^2)} \tag{2.1.31}$$

$$= \frac{\lambda_\mathrm{U}}{2\mathrm{c}\gamma^2}(1+\mathrm{K}^2/2) \tag{2.1.32}$$

したがってアンジュレータ放射の波長は

$$\lambda_\mathrm{L} = \frac{\lambda_\mathrm{U}}{2\gamma^2}(1+\mathrm{K}^2/2) \tag{2.1.33}$$

にピークを持つようなスペクトルを持つことがわかる。

2.1.2 アンジュレータ放射光 - タンデムアンジュレータ

アンジュレータを電子ビームに沿って 2 つ連結した構成は放射光科学において広く使われている。これらのアンジュレータ間にシケイン電磁石を配置することで遅延を調整することが可能になる。アンジュレータの種類や構成によって位相や偏光状態の異なる様々な

形状の放射光を得ることができる。

本研究では、タンデムアンジュレータを用いる。アンジュレータ自体を移動させることでアンジュレータ間の物理的距離を変化させる点が特徴的な構成である。

2.1.3　干渉の原理

2.1.1 節の議論を応用すると、タンデム型アンジュレータから放射される放射光はダブルパルス型の波形となることがわかる。そのままでは 2 つのパルスは干渉することができないため、遅延を発生させる必要がある。この役割を担っているのが回折格子である。回折格子のそれぞれの溝から散乱された光は格子間隔に比例して遅延された光の干渉となる。そのためダブルパルスの二つのパルスは格子による遅延を受けて干渉できることになる。

2.1.4　電子ビームエネルギーと干渉光周期の関係式

ダブルパルスの間隔は以下のような近似で理解することができる。上流のアンジュレータで発生する放射光は電子ビームよりも早く、電子が下流側のアンジュレータに到達した時にはアンジュレータ間の距離に比例した光路差が生じる。

$$\Delta = \frac{1}{2\gamma^2}\mathrm{d} \tag{2.1.34}$$

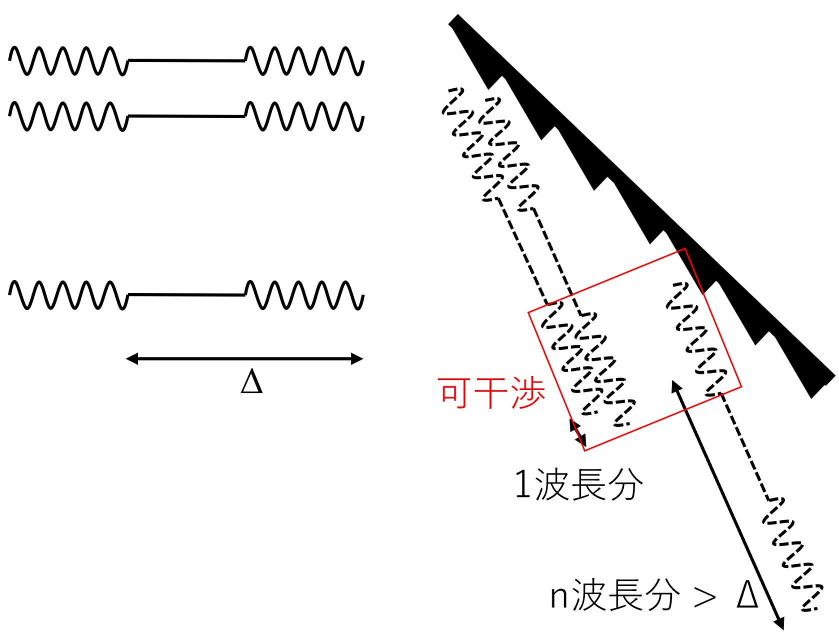


図 2.2: ダブルパルス間の間隔以上の遅延が回折格子の溝同士で起きれば、パルス同士の干渉作用を観測することができる。

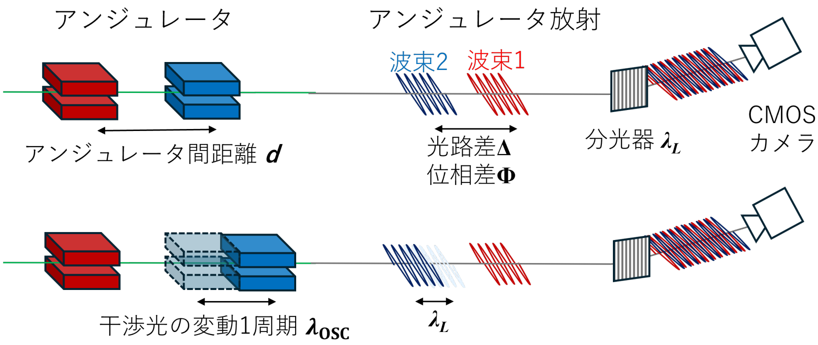


図 2.3: アンジュレータ放射光干渉法の概要

この時間差は放射光の 2 つのパルスの位相差となる。

$$\Phi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_\mathrm{L}} \tag{2.1.35}$$

位相差に対応して干渉光は強めあい、干渉光強度は

$$|\tilde{\mathrm{E}}\left(1+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi}\right)|^2 = |\tilde{\mathrm{E}}|^2\left(1+\cos(\Phi)\right) \tag{2.1.36}$$

$$= |\tilde{\mathrm{E}}|^2\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{2\gamma^2\lambda_\mathrm{L}}\mathrm{d}\right)\right) \tag{2.1.37}$$

これより、d を変化させると干渉光の位相差が変化し強度が周期的に変動することがわかる。式 (2.1.37) から、アンジュレータ間距離を $2\gamma^2\lambda_\mathrm{L}$ だけ動かした時に 1 周する。この周期を λ_osc とおけば γ および電子ビームエネルギーが

$$\gamma = \sqrt{\frac{\lambda_\mathrm{osc}}{2\lambda_\mathrm{L}}} \tag{2.1.38}$$

$$\mathrm{E_{beam}} = \mathrm{m_e c^2}\sqrt{\frac{\lambda_\mathrm{osc}}{2\lambda_\mathrm{L}}} \tag{2.1.39}$$

すなわち、干渉光の波長 λ_L と、アンジュレータ間距離を変動させた時の干渉光の変動の周期 λ_osc を精密に測定することで電子ビームエネルギーが精密に測定できる。

2.1.5　補正 - 放射角度と干渉光周期の関係式

式 (2.1.34) は放射光角度が電子ビームと同じとき (θ =0) の光路差である。電子ビームの軸と放射光の放射角 (近似的に放射光の観測角) を θ とおくと、アンジュレータ間の距離 d と θ で光路差が $\mathrm{d}(1-\cos\theta)$ と表される。これと電子ビームの遅延による光路差の両

方を考慮した光路差は、

$$\Delta = \mathrm{d}\frac{1}{2\gamma^2} + \mathrm{d}(1-\cos\theta) \tag{2.1.40}$$

$$\sim \mathrm{d}(\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2}) \tag{2.1.41}$$

$$\tag{2.1.42}$$

と表せる。したがって放射光の観測角 ($\simeq$ 放射角) の補正を入れることで干渉光の周期は

$$\lambda_{\mathrm{osc}} = \frac{\lambda_{\mathrm{L}}}{\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2}} \tag{2.1.43}$$

となる。

より現実に即した計算として、放射光の振幅と位相を式に従って計算し、スリット直前での干渉光を y 座標の関数として表したのが図??である。下流アンジュレータの位置に対して周期的な変動が見られる。また y 座標は放射角に対応しており、周期的変動の周期、位相が放射角に依存していることがわかる。

2.2　光学系

放射光は光学系を通してカメラで光学的に撮影する。光学系の役割は分光とパルス波形の平面化にある。式 (2.1.39) が示すとおり、電子ビームエネルギーは波長に依存するため 10^{-4} のエネルギー絶対値較正精度を得るために波長決定精度は少なくとも 10^{-4} 程度必要となる。またタンデムアンジュレータから放射される放射光は 2.1.1 節で示したようにダブルパルス型の波形を持ちこのままでは 2 つのパルスは干渉を起こさない。そのため平面波化（フーリエ変換）が必要となる。図 2.4 に光学系の概要を示す。矩形スリットで整形した光波は伝搬に伴って回折を生じる (2.2.1 章)。後段には回折格子およびレンズがあり、光波は分光と平面波化 (2.2.2,2.2.3 章) を受けカメラに到達する。

2.2.1　レイリー・ゾンマーフェルト回折積分

光波の伝搬はマクスウェル方程式に従う。ある平面の波面から別の平面での波面を計算するには、レイリーゾンマーフェルト回折積分が知られている。今回のセットアップにおいては近軸近似を用いることで、スクリーンでの回折パターンを式 (??) によって計算できる。回折現象は以下のレイリーゾンマーフェルト積分によって厳密に計算することがで

きる。ここで P は観測点の座標、S は伝搬元の平面である。

$$\mathrm{U(P)} = \frac{1}{4\pi}\int_{\mathrm{S}} \cos(\mathrm{ns})\mathrm{U(S)}\frac{\exp(\mathrm{iks})}{\mathrm{s}}\left(\mathrm{ik}-\frac{1}{\mathrm{s}}\right) - \mathrm{U(S)}\frac{\exp(\mathrm{iks})}{\mathrm{s}}\left(\mathrm{ik}-\frac{1}{\mathrm{r}}\right)\cos(\mathrm{nr})\mathrm{dS} \tag{2.2.1}$$

近似① $\mathrm{k} \gg 1/\mathrm{r},\ \mathrm{k} \gg 1/\mathrm{s}$、近似② $\cos(\mathrm{nr}) \sim 1, \cos(\mathrm{ns}) \sim 1$、近似③ 領域 S において $\mathrm{r(S)} = \mathrm{z} = \mathrm{const.}, \mathrm{s(S)} = \mathrm{s_0} = \mathrm{const.}$ により式 (2.2.1) は

$$\mathrm{U(P)} = -\frac{\mathrm{i}}{2\lambda\mathrm{rs}}\int_{\mathrm{S}} \mathrm{U(S)}\exp\mathrm{ik(r+s)dS} \tag{2.2.2}$$

$$\mathrm{U(P)} = -\frac{\mathrm{i}}{2\lambda\mathrm{rs}}\int_{\mathrm{S}} \mathrm{U(S)}\exp\mathrm{ikrdS} \tag{2.2.3}$$

このような回折現象は伝搬距離によっては近似計算できることが知られている。以下では積分領域 S 上の座標を x, y、観測点 P の座標を $\mathrm{x_0}, \mathrm{y_0}$ と表記する。

$$\mathrm{r} = \sqrt{\mathrm{z}^2 + (\mathrm{x}-\mathrm{x_0})^2 + (\mathrm{y}-\mathrm{y_0})^2} \tag{2.2.4}$$

$$= \mathrm{z} + \frac{1}{2}\frac{(\mathrm{x}-\mathrm{x_0})^2 + (\mathrm{y}-\mathrm{y_0})^2}{\mathrm{z}} - \frac{1}{8}\frac{\left[(\mathrm{x}-\mathrm{x_0})^2 + (\mathrm{y}-\mathrm{y_0})^2\right]^2}{\mathrm{z}^3} + \ldots \tag{2.2.5}$$

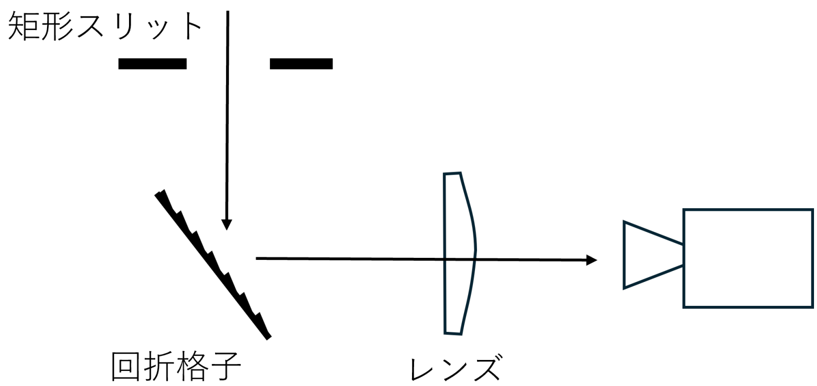


図 2.4: 光学系の概要

$\left[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right]^2 \ll z^3$ が成立するなら

$$U(x_0,y_0) \sim -\frac{i}{2\lambda z s_0}\int (U)(x,y)\exp\left(ik\left\{z+\frac{1}{2}\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{z}\right\}\right) \quad (2.2.6)$$

数値計算手法については第 3 章に記述する。

2.2.2　回折格子とレンズによる分光

波面は回折格子で波長ごとに特定の方向に分光される。レンズによって集光することでカメラでは特定の波長が鋭いピークとなるため、高い波長分解能を実現できる。

2.2.3　回折格子による平面波化

回折格子は図 (2.2) のようにブレードと呼ばれる溝が掘られている。光波はブレードによって反射されるが、隣り合うブレードから反射される光波は干渉を起こし、平面波となる。このような平面波化はフーリエ変換として理解できる。タンデム型アンジュレータから放射されるダブルパルス型の放射光が回折格子によって平面波化されることで、前後のパルスが干渉を起こす。

2.2.4　電子ビームの集団運動

これまでの議論は電子 1 個の場合について述べたが、実際には電子ビームは多数の電子からなり、放射光もその一つ一つから放射されるパルスの重ね合わせである。そのため、異なる電子から放射されたパルス同士が干渉することも考慮しなければいけないが、自己相関の干渉項以外はランダム性から無視できると考えられる。

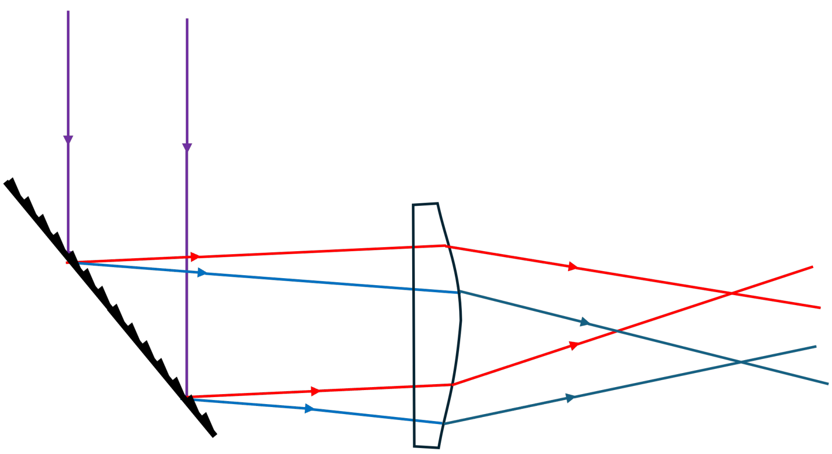


図 2.5: 波長分光の概要

2.2.5　撮影画像

これらの一連の流れを図 (??) に示した。放射光がスリットによって回折を受けると、カメラでは 2 次元の回折パターン構造が得られると推定される。一方で回折格子による分光、平面波化作用は水平方向にのみ作用する。従って画像の横軸は波長に対応し、縦軸の座標は観測角に対応する。

2.2.6　モデル関数

モデル関数の概要を示す。モデル関数は、アンジュレータの位置座標とカメラにおける y 座標の関数として定義され、カメラの撮影画像を再現する。放射光関数と光学関数の 2 つの関数に分離される。放射光関数は、電子ビームとアンジュレータのパラメータを入力としてスリット直前の入射光の振幅および位相を計算する。振幅は式 2.1.29 によって計算され、位相はアンジュレータの位置を光源とした球面波位相 exp(−ikr) を仮定する。光学関数は、入射光の位相と振幅を入力としてスクリーンにおける回折光の振幅を計算する。水平方向には平面波化されるため、回折積分は y 軸方向にのみ行われる。

撮影画像を再現する最も確からしいパラメータの組を求めることで、電子ビームのエネルギーが決定できる。

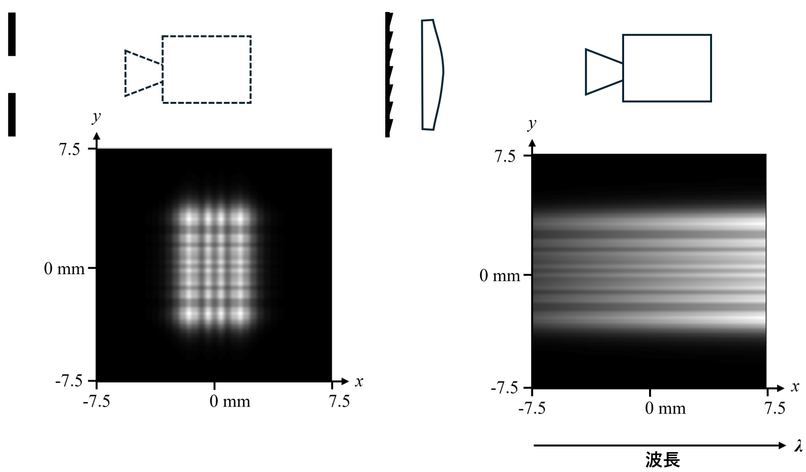


図 2.6: 撮影画像の概要。スリットによる回折の縞模様が、回折格子で水平方向にのみ平面波化される結果、水平方向の縞模様の画像が得られる。

第 3 章

MAMI における測定手法

この章の目的は、実験に用いた装置の性能や仕様、およびセットアップの手法を説明することである。また、データ取得の手順を示す。

3.1 装置とセットアップ

3.1.1 マインツマイクロトロン (MAMI)

MAinz MIcrotron (MAMI) はドイツ、マインツ大学が所有する連続電子線加速器施設である。最大エネルギー 1508 MeV の電子ビームを供給する 3 台の RTM(Race Track Microtron) および 1 台の HDSM(Harmonic Double Sided Micrtron) から構成される。MAMI のフロアマップを図 3.1 に、主なパラメータを表 3.1 に示した。ハイパー核生成実験では HDSM を用いて最大エネルギーの 1508 MeV の電子ビームを供給する。

スペクトロメータ較正実験では、RTM3 までで加速された 180 MeV から 210 MeV までの電子ビームを用いる。 ここでは本研究で用いる 200 MeV 領域の電子ビームに注目し、RTM3 における加速機構を説明する。図 3.2 に RTM3 の模式図を示した。2 つの

表 3.1: MAMI の主要パラメータ

	RTM3	HDSM
最大エネルギー	855.1 MeV	1508 MeV
最大強度	100 μA	100 μA
周回数	90	43
偏光磁石の磁場	1.28 T	0.95 - 1.53 T
周波数	2.45 GHz	2.45 / 4.9 GHz
エネルギー幅	13 keV	110 keV
水平方向エミッタンス	13 π μm mrad	27 π μm mrad
垂直方向エミッタンス	0.84 π μm mrad	1.2 π μm mrad

180° 偏向電磁石の間には線形加速器 (LINAC) が設置されている。前段の加速器で 180 MeV まで加速され入射された電子は LINAC で加速されるごとにおよそ 15 MeV エネルギーを得る。加速されると偏向電磁石での軌道半径が大きくなり、一つ外側の周回軌道を通り再び LINAC で加速を受ける。このようにして電子は周回軌道を繰り返し、最終的に最大で 855 MeV まで加速されて実験ホールに供給される。周回軌道の途中にはビーム取り出しのためのキッカーマグネットが設置されており、このキッカーマグネットをどの軌道に設置するかによって周回回数を調節し、供給するエネルギーを決定する。

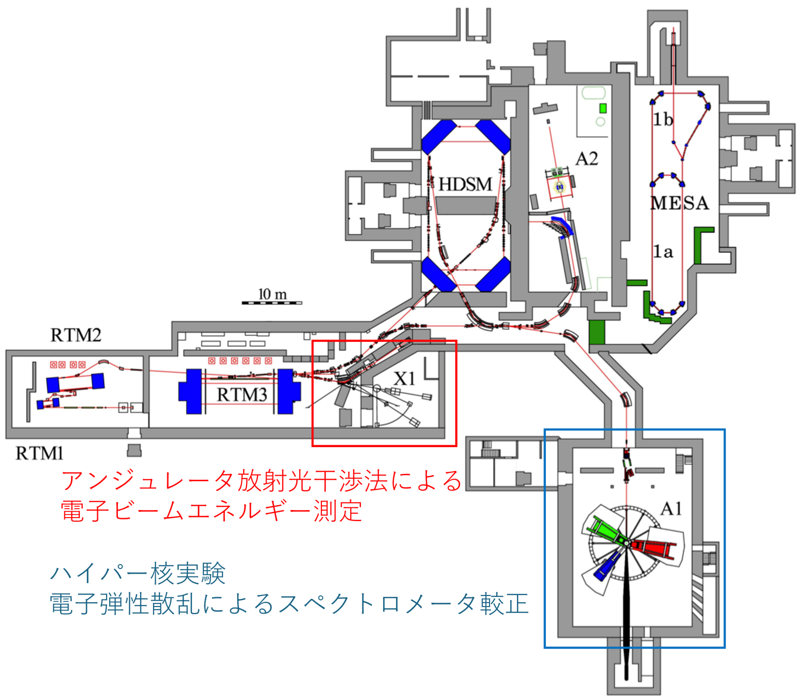


図 3.1: MAMI のフロアマップ

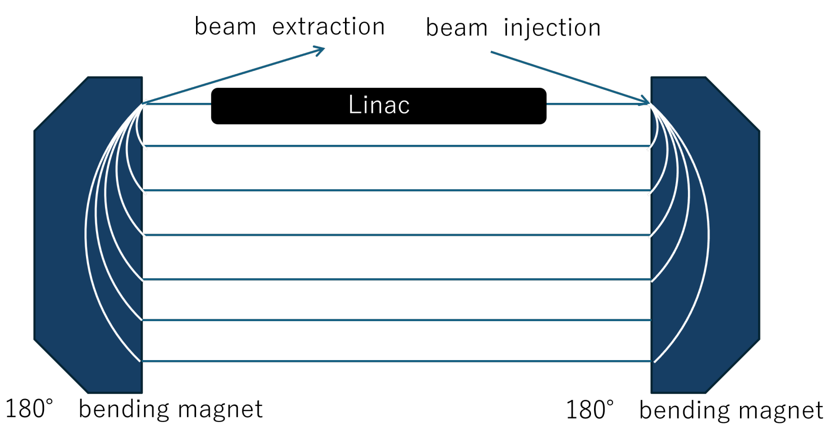


図 3.2: RTM3 の模式図

RTM3 の直後には供給するビームラインを選ぶための偏向電磁石が設置されており極性をレバーで変えることで、アンジュレータ放射光干渉法による電子ビームエネルギー測定を行う X1 ホールと、電子弾性散乱によるスペクトロメータ較正を行う A1 ホールにビームを供給するモードを切り替えることができる。

X1 ホール

電子ビームエネルギー測定を行う X1 ホールの構成を図に示す。ビーム調整を行う steerer 電磁石は RTM3 に設置されており、水平方向、垂直方向のビーム位置を調整する。また X1 ビームラインには 4 つの四重極磁石が配置されている。アラインメントの基準となるほか、ビーム調整でも利用するが、測定を行う際には原則利用しない。2 つ目の四重極電磁石と 3 つ目の四重極電磁石の間にアンジュレータが設置されている。また 4 つ目の四重極電磁石の後方にビームプロファイルモニタが設置されている。

また X1 ホール内には光学系の較正用の水銀灯や青色レーザー、ビームライン内の可動式ミラーが設置されている。水銀灯や青色レーザーによる較正を行う際にはミラーボックス内のミラーをビームライン中心に移動させることで水銀灯や青色レーザーを光学系に供給することができる。

ビーム調整

まずビームプロファイルモニタを用いてフェイントビームの位置を目測で調整する。この時の精度は数 mm 程度である。続いて、ビーム強度を 5 μA に上げつつ放射線レベルが基準値よりも低くなるように微調整を行う。この時放射線レベルが安全基準よりも高くなることは、ビームがビームダンプまで輸送されるまでにビームパイプ中心から外れていることを示す。最後にカメラを用いて放射光を見ながらビームの位置を調整する。スリットに対してビーム中心がずれている場合には回折パターンが上下非対称になる。

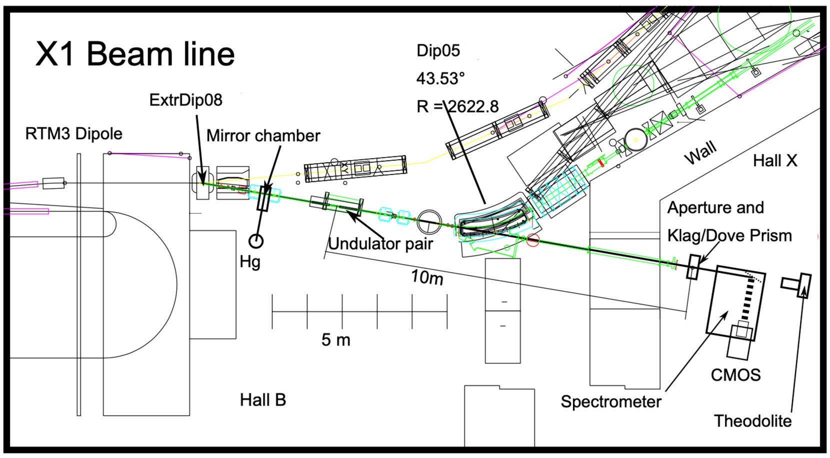


図 3.3: X1 ホールの模式図

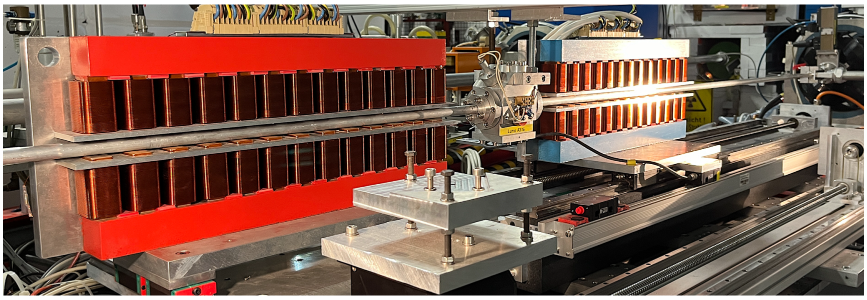


図 3.4: アンジュレータ

3.1.2　アンジュレータ

アンジュレータは自作のコイルを用いて製作した。各コイル対が独立に制御可能な電磁石となっている。1 台のアンジュレータに計 13 個のコイルが等間隔かつ極性が交互に配置されている。上下のギャップは 18mm である。ギャップサイズは固定し、電磁石による磁場調整を行う。全長が 500 mm である。

磁場制御

各コイルには電源ボックスから電流を供給する。電流値を調整することで正弦波状の磁場を発生させることができる。マトリックス型のホールプローブを用いて磁場を測定し、隣り合う電磁石の磁場が影響するため、適切な磁場を得るためには全ての電磁石の電流を同時に調整する必要がある。そのため、測定と電流のチューニングを繰り返し行う。アンジュレータ通過後の電子ビームの方向のずれを最小に抑えることが重要となる。

位置制御と読み取り

アンジュレータは可動式ステージに取り付けられており、モーターによって移動させる。可動範囲はビームライン上の制約から最大 825 mm、間隔は通常の測定では 5 mm で指定する。移動したアンジュレータの絶対値は、リニアエンコーダ (Heidenhain LC415) で 5 μm の精度で読み出すことができる。

アラインメント

セオドライトを用いてアンジュレータと較正用水銀灯、スリットの位置を調整した。セオドライトの基準は X1 Hall の壁に設置されたマーカーと四重極電磁石の中心で、四重極電磁石はマーカーを基準に精密に水平に設置されていることが保証されている。

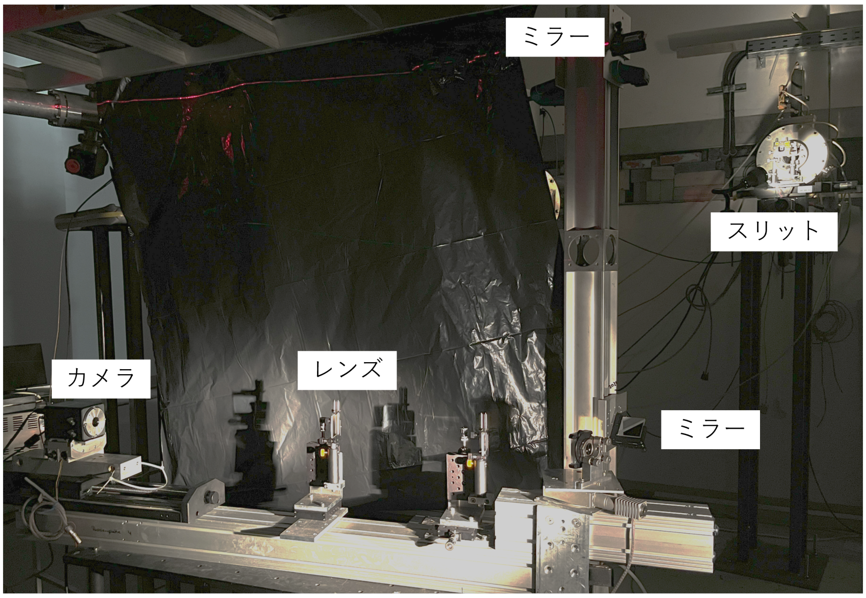


図 3.5: 分光光学系

3.1.3 分光光学系

分光光学系全体の構成を図 3.5 に示す。各素子間の長さは、素子の中心同士を結ぶ直線を測定した。放射光の光軸が必ずしも素子の中心を通ることは保証されていないため、測定誤差と合わせて全ての値に 1 mm の誤差を見積もった。

スリット

矩形スリットを用いる。スリット幅は 4 mm(vert) x 6 mm(hori) であり、調節ねじにより上下、および左右のブレードが連動して動き、スリット幅を調整可能である。これを x 軸、y 軸方向の可動ステージに乗せることでスリット全体の位置を 0.1 mm 単位で調整可能にした。

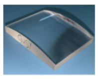
grating

回折格子は Thorlab 製の??を用いた。格子定数は 800/mm である。ピッチ・ヨー方向に調節可能な光学マウントによって固定され、さらに光学マウントが水平方向の回転ステージに設置されている。これにより分光された放射光がカメラ方向に水平に反射される。

波長分散レンズ

水平方向にのみ光波を収束する樽型レンズを用いた。焦点距離は 1 m である。このレンズもピッチ・ヨー方向および y 軸方向の調節が可能な光学マウントによって固定され

Profroma Invoice　ALB2207-051　Date 9/Aug/22　P/O No.: /　Port Of Location Changchun,China　Port Of Destination Germany

Part No.	Marks & Descriptions	Quantity	Unit Price	Amount	Remark
1	Plano convex cylindrical lens Dimension: **50mm*40mm** Edge height: 3mm Focal length:1000mm Double surface polished **AR coating@390-410nm** 	5	US$166.00	US$830.00	/
2	Freight of delivery by FedEx(FROM CHANGCHUN TO GERMANY)	1	US$75.00	US$75.00	
			Total:	US$905.00	
SAYTOTALLY	**US DOLLARS NINE HUNDRED AND FIVE ONLY.**				
Payment:	**100% prepay**				
Paypal Account:					

Delivery Time:6 weeks after payment

Shippment: By Express　**Package: Neutral package**

図 3.6: レンズ

る。水平墨出しレーザーの反射光を用いることでピッチ・ヨー回転の調整ができる。

CMOS カメラ

光学系は波長が 400 nm の領域において動作するため、可視光領域のカメラを用いることができる。HAMAMATSU C14440-20UP を用いた。仕様を以下に示す。

ピクセル数	2304 × 2304
ピクセルサイズ	6.5 μm × 6.5 μm
チップサイズ	14.976 mm × 14.976 mm
ビット深さ	16 bit

3.1.4　光学系のアラインメント

青色レーザを用いて光学系全体の光軸調整を行った。青色レーザーの光軸はセオドライトを用いてビームライン中心と合わせる。ビーム中心と合わせた青色レーザー光を光学系に通し、各光学素子の中心をとおるようにアラインメントを行う。またレーザー墨出し器を用いて光学系全体の水平を確認する。回折格子とレンズの水平は青色レーザー光の位置を基準に調整した。

3.2　データ取得

3.2.1　分光光学系の波長較正

波長較正として水銀灯を用いる。400nm 領域には 2 本の輝線があり、このスペクトルを光学系で観測することで 2 つの輝線スペクトルを観測できる。
水銀灯ランプはビームラインから垂直に 5 m の位置に設置されており、ミラーを用いて電子ビームラインと同じ軌道を通って光学系に導かれる。

輝線スペクトルをガウス関数でフィッティングし、中心位置のピクセルを対応する波長にする。2 本のスペクトル以外のピクセルは 2 本の輝線の波長 -ピクセル関係の線形性を仮定して決定する。

3.2.2　データ取得

- 指定の位置にアンジュレータが移動する
- カメラによる画像撮影の信号が 4 回送られる
- 画像撮影が完了すると DAQ に信号が送られる
- アンジュレータのモータに次の指定位置の信号が送られる
- アンジュレータが指定位置まで移動する。

配線

3.2.3　電子ビームエネルギー測定

3.2.4　弾性散乱実験との同時運用

弾性散乱実験と並行してアンジュレータによる電子ビームエネルギー測定を行った。基本的なランプランは、弾性散乱実験の前後にエネルギー測定を行う形である。

3.2.5　下流側アンジュレータによるデータ測定

パラメータ較正を目的として、下流側アンジュレータのみを用いたデータ取得を行う。

第 4 章

データ解析と結果

この章ではデータ解析の手順と結果について述べる。

単独アンジュレータのデータおよびエネルギー測定用の 2 台のアンジュレータのデータの 2 つのデータセットがある。画像処理までの手順は共通であるのでまずは画像処理について述べる。続いて単独アンジュレータのデータの解析結果を述べる。最後に 2 台のアンジュレータのデータの解析結果について述べる。
なおエネルギー測定のデータセットは以下のように構成されている。

- 水銀灯の波長較正データ 1 枚
- アンジュレータの位置データ 166 個の値
- 干渉光の画像データ 166 position $\times$ 4 画像 = 664 枚

これを反映し、エネルギーデータ解析の手順は以下のようになる。

1. 波長較正 波長 - px 直線を求める
2. 画像の統合 664 枚-¿ 166 枚の二次元データ
3. 較正波長でのデータの切り出し 166 枚の二次元データ-¿ 166 成分の 1 次元データ
4. モデル関数によるフィッティング

4.1 画像処理

解析

まず電子ビームを入射していない状態の画像を取得し、これを背景画像とする。露光時間 10 秒で 10 枚の画像を連続で取得し、背景画像とした。
各 run では、各ポジションで 4 枚の画像が取得される。これらの 4 枚の画像について、各ピクセルごとに平均値を取り、その値をピクセルの代表値とする。またピクセルの誤差は 4 枚のピクセルの標準偏差とする。
予想される回折パターンの性質を考えると、隣り合うピクセル同士の発光量の差は周囲の上下左右のピクセルに対して極端に発光量が多いピクセルはノイズであると判断してマス

クし、フィッティングの対象に含まない。

結果

あるピクセルにおける、4 枚の画像の平均値と標準偏差の関係を図 4.1 に示す。ピクセ

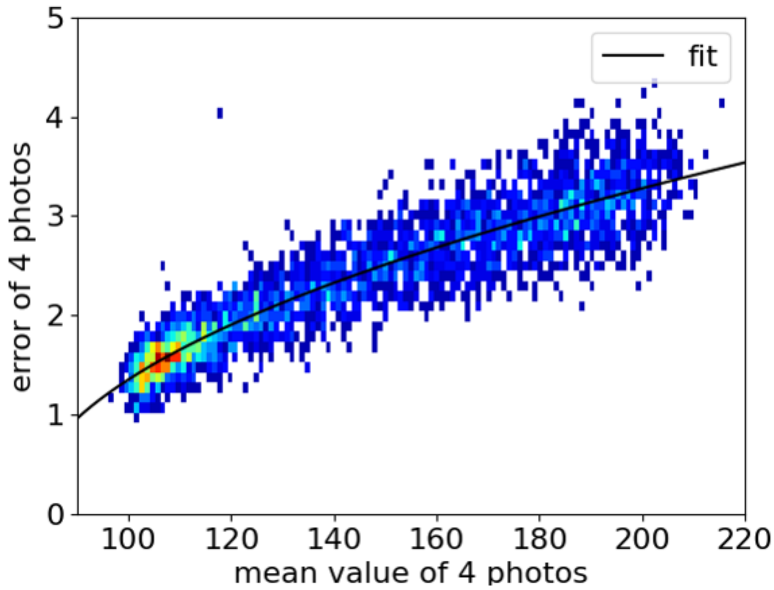


図 4.1: ピクセルの平均値と標準偏差の関係

ルの発光量はポアソン分布に従うことから、標準偏差は平均値の平方根に比例すると考えられる。オフセットを考慮してフィッティングした結果、平均値と標準偏差の関係は

$$\mathrm{std} = 0.298(4)\sqrt{\mathrm{mean} - 79.2(1.6)} \tag{4.1.1}$$

となった。

背景画像の結果を示す。平均してピクセル値が 100 程度、標準誤差は 5 程度となった。

全てのピクセルの平均値と標準偏差の関係を示す。

周囲のピクセルと比較した超過値の分布を示す。閾値として今回は 40 を設定した。超過値が 40 を超えるピクセルはノイズピクセルとして除去した。ノイズピクセルと判定されたピクセルの割合は平均して??% であった。また、ピクセルが異常を起こし、常にノイズピクセルとして判定される割合は??% 程度だったのに対し、放射線など偶発的にノイズが乗るピクセルは??% 程度であった。

4.1.1　平滑化

画像の平滑化が必要な場合には、波長方向にのみ行う。同様にノイズピクセルをマスクしたうえで、マスクされなかったピクセルの平均値と標準偏差を計算し、ピクセルの誤差

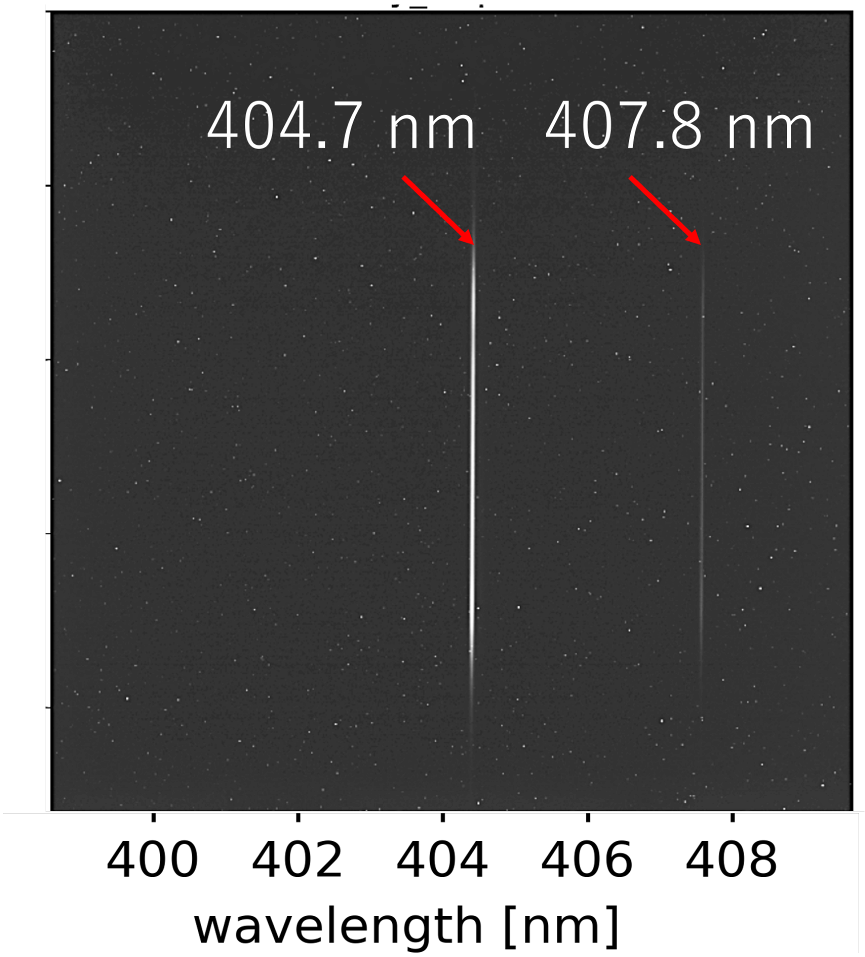


図 4.2: 水銀灯の波長較正

は標準偏差を計算に用いたピクセル数の平方根で割った値 (標準誤差) とする。

4.2　波長較正

解析

水銀灯の 404.656 nm および 407.781 nm の輝線スペクトルをガウシアンでフィットし、ピーク中心の位置を求める。2 本の輝線から、波長 - px の線形性を仮定し、画像全体の波長 - px 直線を求める。ピークの中心決定精度から波長較正の精度を求める。

結果

水銀灯の波長較正で得られた画像の例を示す。縦軸方向に 50 px のカットをかけてガウシアンによるフィッティングを行った結果を示す。

4.3　モデル関数によるフィッティング

解析

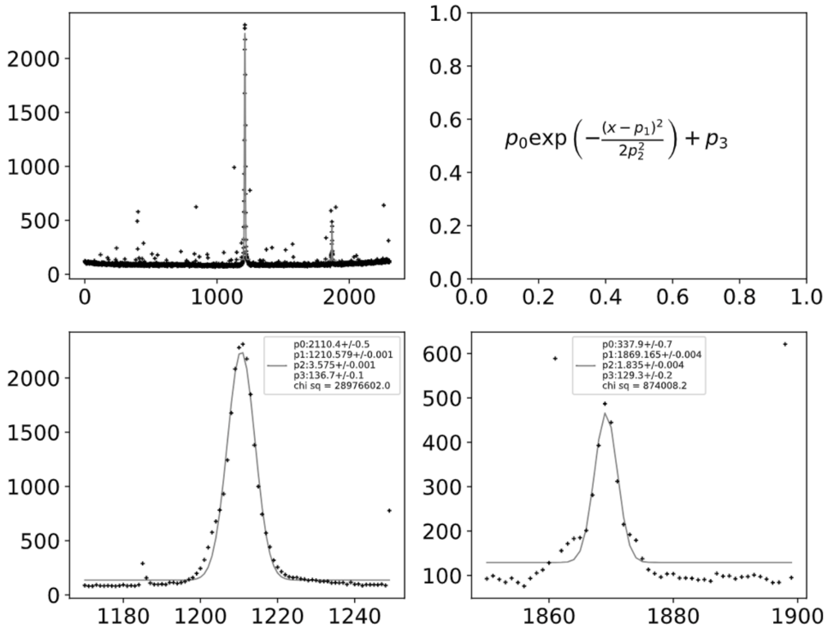


図 4.3: 水銀灯の波長較正

この節では、単独アンジュレータのデータおよび 2 台のアンジュレータのデータ両方の解析に用いるモデル関数について述べる。モデル関数は、エネルギーを含む各種パラメータとアンジュレータの位置を入力として、回折パターンの形状をカメラの y 座標の関数として出力する関数である。

4.3.1　1 電子放射光関数

アンジュレータ放射光の振幅は放射角の関数として以下のように計算できることが知られている。また放射光の位相は球面波を仮定する。

4.3.2　フレネル回折

放射光関数で計算されたスリットにおける光波 (U(x)) から、カメラにおける回折光を計算する。フレネル近似を用いて計算を行う。

数値計算上の計算手法

数値計算を実行する上では数値積分の手法では、伝搬後の N 次元の配列が伝搬前の N 次元配列全ての積分を用いて計算されるため計算量は N^2 となる。このような計算コストの高い計算を避けるために、高速フーリエ変換を用いた計算が一般に用いられている。式

(2.2.2) を再度 $\mathrm{x, y, x_0, y_0}$ で書き直すと

$$\mathrm{U(x_0, y_0) \sim \frac{1}{2i\lambda zs} \int_S U(x, y) \exp\Big(ik\sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\Big) dxdy} \quad (4.3.1)$$

これはカーネル関数 $\mathrm{f(x, y) = \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}}$ であるような畳み込みの形で書ける。

$$\mathrm{U(x_0, y_0) \sim (U * f)(x, y)} \quad (4.3.2)$$

畳み込みはフーリエ変換を用いることで

$$\mathrm{(U * f)(x, y) = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(f))} \quad (4.3.3)$$

と表せる。ここで $\mathcal{F}$ はフーリエ変換を表す。これは以下のように示すことができる。

$$\mathrm{(U * f)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) f(x - t) dt} \quad (4.3.4)$$

これをフーリエ変換したものは、

$$\mathrm{\mathcal{F}(U * f)(k) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} U(t) f(x - t) dt \exp(-ikx) dx} \quad (4.3.5)$$

積分の順序を交換して $\mathrm{x - t = y}$ とおくと、

$$\mathrm{\mathcal{F}(U * f)(k) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp(-ikt) dt \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \exp(-iky) dy} \quad (4.3.6)$$

$$\mathrm{= \mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(f)} \quad (4.3.7)$$

したがって 4.3.3 が示される。

フーリエ変換による計算では、周波数空間のあらわす光波は計算空間と同じ大きさの周期的な光波として表現される。そのため、そのまま逆変換を行うと隣り合う計算空間の光波が干渉してしまう。これを防ぐために、計算空間の端を 0 で埋め、計算空間を拡大するゼロパディングを行う。

4.3.3　電子ビームサイズ

1 電子の放射光であると仮定していた放射光関数は、電子ビームサイズを考慮すると、異なる電子からの放射光関数の重ね合わせとして表現できると考えられる。y 軸方向のビームサイズを σ_{y} として、ガウス上の広がりを考慮し、放射光関数を畳みこむ。これにより 1 電子放射光関数から得られる回折パターンはぼやける。

4.3.4　光学系

回折格子によって分光された光はレンズによってカメラで収束する。スリットの形状および回折格子は x 方向にも幅を持つが、計算時間の都合上 y 軸方向のみの 1 次元の計算を行う。1 次元の回折と 2 次元の回折の結果はほとんど変わらないことが確認されている。

4.3.5　パラメータ

求める関数系は放射光関数と光学系関数からなる。パラメータの定義を以下に示す。

γ	電子ビームエネルギーのローレンツ因子
K	アンジュレータの K 値
z(U2-slit)	下流アンジュレーター-スリット間の距離
z(slit-camera)	スリット-カメラ間の距離
w(slit)	スリットの鉛直方向の長さ
y(beam)	カメラに対するビーム中心の y 座標
y(slit)	カメラに対するスリット中心の y 座標
$\delta\phi$	上流と下流のアンジュレータの位相のずれ

4.3.6　パラメータ較正

単独アンジュレータのデータを解析し、z(U2- slit),z(slit-camera),w(slit) の最適値を求める。2 台のアンジュレータのデータではこれらのパラメータを固定してフィッティングを行う。ただし系統誤差を見積もるために、パラメータを変化させた場合のフィッティングも行う。
また、アンジュレータが下流に移動することによる光量の変化を ampl パラメータの d 依存性に押し込む。この依存性から、上流アンジュレータと下流アンジュレータの寄与の係数も決定できる。

4.4　単独アンジュレータの解析

解析

パラメータ較正を目的とした単独アンジュレータのデータの解析を述べる。下流アンジュレータのみの磁場によって得られるデータから、放射光関数の位置依存性の情報が抽出できる。理想的な条件では、アンジュレータが下流に移動すると以下のような変化が見られると考えられる。

- アクセプタンスの増加による振幅の増加
- 光学的な位置関係の変化による回折パターンの形状の変化

振幅の上昇と回折パターンの形状の変化から、距離のパラメータ z(U2-slit),z(slit-cam),w(slits) の最適値を求めることができる。z(U2-slit),z(slit-cam),w(slit) を固定してフィッティングを行い、適合度がもっとも良いパラメータの組を最適な値として定義する。**結果**

波長依存性

波長依存性があり長波長側の光量が大きい傾向がある。この傾向は線形の依存性が仮定できる。

位置依存性

アンジュレータの位置に対する依存性があり、アンジュレータが下流に移動するにつれて 3 つの傾向が見られる。

- 回折パターンの振幅が上昇する
- 回折パターンの形状が変化する
- 回折パターンの振幅が周期的に小さく変動する

振幅の上昇と周期的な変動は放射角に対して一様ではない。特にピーク位置を抽出して振幅の変化をみると、ピークごとに異なる上昇率が見られる。これはアンジュレータ位置に対して回折パターンの形状も変化することが影響していると推定できる。一方で回折パターンの振幅はどのピクセルにおいてもほぼ一定であり、その振幅は電子ビームエネルギー 210 MeV の振幅と対応している。偏極電磁石による一定位相の放射との干渉が見えていると考えることができる。実際に一定位相の偏極電磁石放射を仮定してシミュレーションした結果によれば、振幅の傾向は一致する。

放射光および光学系パラメータ

回折パターンの形状を決定するパラメータはアンジュレータ - スリット間距離、スリット - カメラ間距離、スリット幅の 3 つである。これに加えて放射光関数の情報も形状を決定する。放射光関数の形状は理論式を仮定し、z(U2-slit)、z(slit-cam)、w(slit) の 3 つのパラメータの最適値を決定する。
アンジュレータと光学系の距離に依存して光量が変化する。立体角を考えるとこの光量はスリットからの距離 r に対して $\frac{1}{\mathrm{r}^2}$ に比例すると考えられる。また距離によって振幅が周期的に変動する効果は、偏極電磁石による放射だと考えることができる。このような仮定に基づいて単独アンジュレータのデータをフィットした。
またパラメータを固定した時の適合度の比較の結果を示す。これらの結果からパラメータの値を??と決定した。またパラメータの決定精度は??である。

4.5　2 台のアンジュレータの解析

解析

パラメータ較正によって決定したパラメータを用いて 2 台のアンジュレータのデータを解析する。動かすパラメータは以下の通りである。これらのパラメータを動かしてモデル

γ	電子ビームエネルギーのローレンツ因子
y(beam)	カメラに対するビーム中心の y 座標
y(slit)	カメラに対するスリット中心の y 座標
$\delta\phi$	上流と下流のアンジュレータの位相のずれ
ampl	振幅

関数によるデータのフィッティングを行う。フィッティングは既約カイ二乗値による最小二乗法を用いる。また python の minuit パッケージを用いてフィッティングを行う。
フィッティングで得られた γ の値から電子ビームエネルギーを求める。

結果

2 台のアンジュレータで得られる画像の例を示す。アンジュレータの位置によって回折パターンの形状が変化することがわかる。波長によって振動の初期位相が違うため、強弱が短波長側に移動していくように見える。

較正波長 404.65 nm、y 軸方向の中心のピクセルの周期的変動を、アンジュレータの位置に対してプロットした結果の例を示す。周期的変動がみられることがわかる。

4.6　統計誤差の見積もり

解析

統計誤差の見積もりはブートストラップ法によって行う。ブートストラップ法はデータ

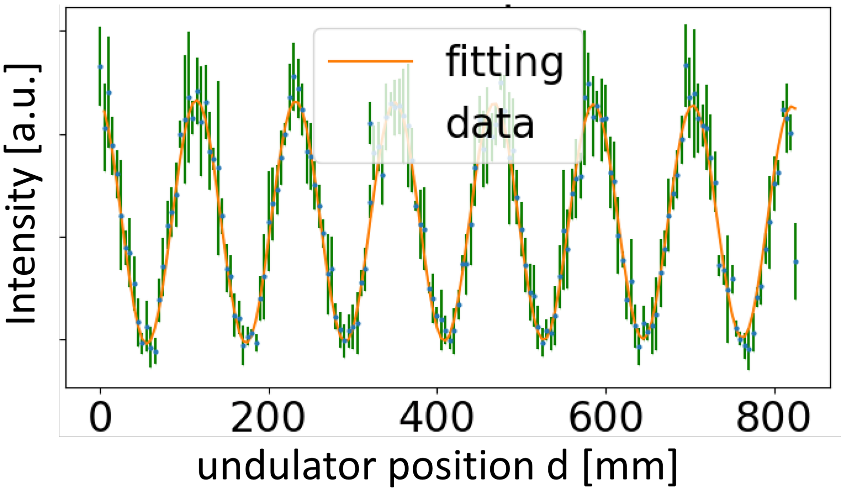


図 4.4: アンジュレータ位置に対する振幅の変化

から復元抽出を行い、その復元抽出データから統計量を計算することで統計量の分布を推定する手法である。下流アンジュレータの位置に関してランダムに復元抽出を複数回行い、抽出されたデータの集合に対してフィッティングを行う。得られたパラメータの分布から統計誤差を見積もる。

また各パラメータ同士の相関もブートストラップ法の復元抽出データから求めることができる。理想的には全てのパラメータ同士が相関を持たない。

結果

ブートストラップ法による統計誤差の見積もりの結果を示す。100 個の異なる復元抽出データから得られる γ の分布を示す。この分布から求めた γ の平均値と標準偏差は??である。

4.7　系統誤差の見積もり

波長依存性と位置依存性による系統誤差が主要な誤差要因と考えられる。

波長依存性

解析

較正波長 (404.65 nm) におけるエネルギー測定の結果に加えて、同じモデル関数を用いて異なる波長でのデータからエネルギーを求める。異なる波長に対するエネルギーの分布から、モデル関数や装置のもつ波長依存性による系統誤差を見積もる。

結果

横軸を波長に、縦軸をその波長における γ の推定値としたグラフを図 4.5 に示す。

また、アクセプタンス全体における γ の分布から波長依存性による系統誤差は??と見積

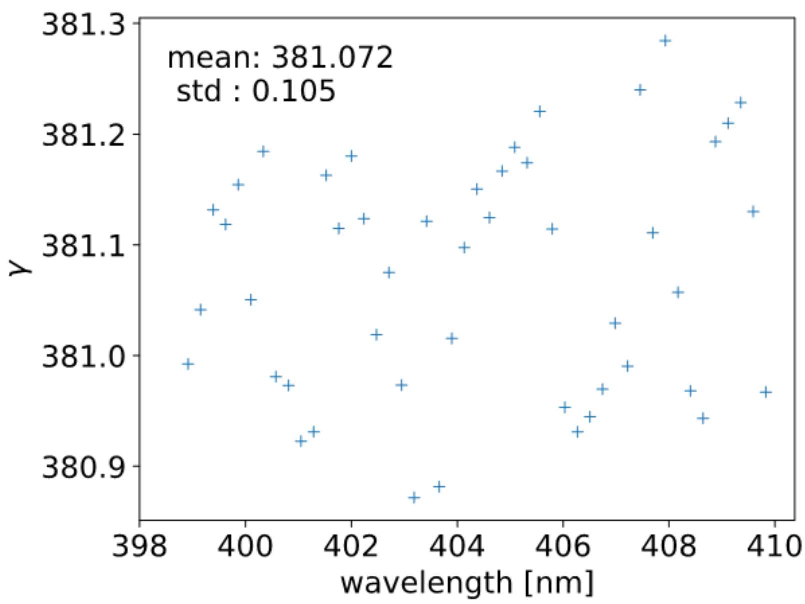


図 4.5: エネルギーの推定値の位置依存性

もられた。

位置依存性

解析

アンジュレータの位置によるエネルギーの推定値の違いを見積もる。具体的には、アンジュレータの位置を 4 つの区間に分割し、各区間でエネルギーを求める。アンジュレータ位置に対する放射光関数の補正がどの程度の影響を持つかを見積もる。

結果

横軸を 4 分割の区間のインデックス、縦軸を各区間で得られた γ の推定値としたグラフを図 4.6 に示す。

エネルギー依存性

180、195、210 MeV の 3 つのエネルギーの結果を表に示す。

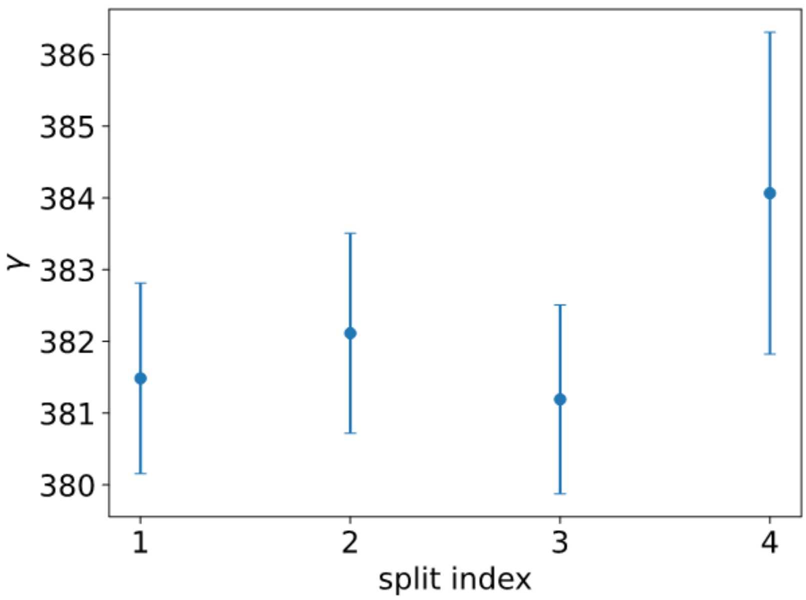


図 4.6: アンジュレータ位置に対するエネルギーの推定値。split index 1 がもっとも上流であり、アンジュレータの可動範囲の最上流を 0 mm としたときに split index 1 は 0 mm から 205 mm、split index 2 は 205 mm から 410 mm、split index 3 は 415 mm から 620 mm、split index 4 は 620 mm から 825 mm の範囲を示す。

第 5 章

考察

5.1 考察

5.1.1 波長依存性による系統誤差

波長依存性による系統誤差の要因として 2 つの要因に分類ができる。

一つはモデル関数のもつ波長依存性である。放射光関数および光学系関数双方で波長パラメータが含まれるが、波長依存性の効果を正確に取り入れられていないことが原因で、測定されるエネルギーが波長依存性をもつ。

もう一つは光学系の持つ波長依存性である。レンズの収束や波長による有効距離の違いが影響を与えうる。

5.1.2 光学系

回折パターンを決定する要素として放射光関数と光学系関数がある。エネルギーを求めるには放射光の情報が分かれば良いが、今回は放射光関数を仮定している。光学系関数の光学計算は原理的には正確に計算可能である光学系によって、分光された光の情報から入射光の情報を逆演算する系を構築することができれば精度の向上につながる

5.1.3 汎用的な電子ビームエネルギー測定手法としての改善点

5.1.4 原子核実験との同時測定

参考文献

[1] A. Esser, S. Nagao, *et al.* Phys. Rev. Lett. **114**, 232501 (2015).

[2] F. Schulz, Doctral Thesis Jhonas Gutenberg-Universität Mainz.

[3] P. Achenbach, T. Akiyama, M. Distler, P. Eckert, A. Esser, J. Geratz, M. Hoek, K. Itabashi, M. Kaneta, R. Kino, P. Klag, H. Merkel, M. Mizuno, J. Müller, U. Müller, S. Nagao, S. Nakamura, Y. Nakamura, K. Okuyama, J. Pochodzalla, B. Schlimme, C. Sfienti, R. Spreckels, M. Steinen, K. Tachibana, M. Thiel, K. Uehara, and Y. Toyama, NIM A **1043**, 167500 (2022).

[4] R. Klein, T. Mayer, P. Kuske, R. Thornagel, and G. Ulm, NIM A **384**, 293 (1997).

[5] P. Klag *et al.* NIM A **910**, 147 (2018).

[6] P. Klag *et al.* J. Phys.: Conf. Ser. **2482**, 012016 (2023).