

1. Em cada casa de um quadriculado 4×4 deve ser colocado um dos números 1, 3, 7 e 8, de modo que em cada linha, coluna ou diagonal apareçam os quatro números.

a) Qual é a soma dos números nos quatro quadradinhos centrais quando o quadriculado é preenchido de acordo com o enunciado?

A			
	B	A/D	
	D/A	C	
			D

Começamos preenchendo a diagonal principal com os números genéricos A, B, C e D. Como não se pode repetir nem B nem C numa das casas centrais restantes, é evidente que só pode ser A e D. A soma é $A+B+C+D = 1+3+7+8 = 19$.

b) Suponha que 1, 3, 7 e 8 sejam colocados na diagonal, como na figura. De quantas maneiras é possível completar o quadriculado de acordo com o enunciado?

1	7	8	3
8	3	1	7
3	8	7	1
7	1	3	8

Duas maneiras, basta escolher as posições centrais do 1 e 8 e o resto está determinado.

c) Qual é o maior valor possível para a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas quando o quadriculado é preenchido de acordo com o enunciado?

A	C	D	B
D	B	A	C
B	D	C	A
C	A	B	D

Seguindo o preenchimento da questão (b), a soma é $2A+B+C+2D$. Como A e D aparecem mais vezes, eles devem ser os maiores números, 7 e 8. A soma é, portanto, $2 \cdot 7 + 1 + 3 + 2 \cdot 8 = 34$.