(5) Ana quer colorir as bolinhas das figuras 1, 2 e 3 de azul (A), preto (P) ou vermelho (V) de modo que **bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes.**

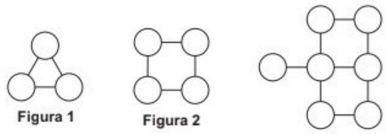
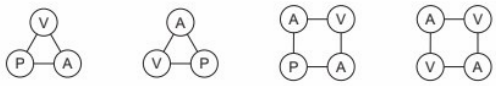


Figura 1 Figura 2 Figura 3

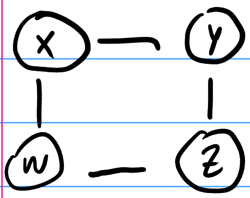
Veja a seguir duas maneiras diferentes de colorir a figura 1 e duas maneiras diferentes de colorir a figura 2:



(a) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 1?

Há 3 opções de cor para a primeira bolinha, 2 para a segunda e 1 para a última, pois não podemos repetir cores. Pelo princípio multiplicativo, há $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ maneiras diferentes de colorir a figura 1.

(b) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 2?



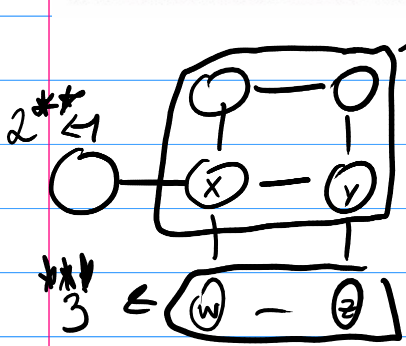
→ figura ao lado

Podemos escolher a cor X de 3 maneiras*. Temos dois casos:

1. y e w de mesma cor: Temos 2 opções para essa cor e portanto 2 opções para z (só não pode ser a cor de y e w), totalizando $2 \cdot 2 = 4$ casos;
2. y e w de cores diferentes: Temos $2 \cdot 1$ modos de colori-los e 1 modo de colorir z (mesma cor de x), totalizando $2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$ maneiras.

Somamos $\overset{4+2=}{6}$ maneiras de pintar y, w e z. Logo, há $3^{*} \cdot 6 = 18$ maneiras diferentes de pintarmos a figura 2.

(c) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 3?



Já preenchemos o quadrado do topo, que é a mesma configuração da figura 2*. A bolinha à esquerda pode ser preenchida de 2 modos**. Agora, se w tem a mesma cor de y, z tem 2 opções de cor. Já se w tiver outra cor, z tem a cor de x, totalizando 3 maneiras de pintar w e z***. No total temos $18 \cdot 2 \cdot 3 = 108$ maneiras de colorir a figura 3.