

6. Apertando teclas de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 algarismos.



a) Quantas são as senhas que começam com 20152015?

Preenchendo esses 8 algarismos iniciais, ainda temos 3 para preencher. Cada algarismo pode ser preenchido de 10 (0 à 9) maneiras, logo, 3 podem ser preenchidos de $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ maneiras pelo princípio multiplicativo. Temos 1000 senhas que começam com 20152015.

b) Quantas são as senhas que contêm todos os algarismos juntos e em ordem crescente, isto é, quantas são as senhas que contêm o bloco 0123456789?

Esse bloco pode estar no começo ou no fim (2 maneiras). Em cada caso, basta escolher um outro algarismo de 10 maneiras. No total, $2 \cdot 10 = 20$ senhas têm esse bloco.

c) Pedro quer criar uma senha de forma que, quando se exclui um de seus algarismos, restam os algarismos de 0 a 9 em ordem crescente. Por exemplo, 80123456789 e 01234456789 são senhas possíveis, mas 01324567890 não. Nessas condições, quantas senhas Pedro pode criar?

Escolhendo um algarismo (10 maneiras) e sua posição (10 maneiras), podemos posicionar o resto em ordem crescente (1 maneira). Temos $10 \cdot 10 = 100$ maneiras de fazer estas escolhas. Porém, para cada algarismo a mesma senha já foi contada uma vez, por exemplo em 01223456789 e 032123456789. Logo, retiramos uma senha para cada algarismo (10). No total temos $100 - 10 = 90$ senhas dessa forma.