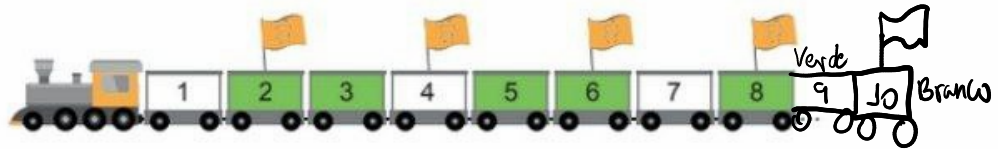


1. A figura mostra os primeiros vagões do trenzinho da OBMEP. O primeiro vagão é branco, seguido de dois verdes, depois outro branco, seguido de dois verdes, e assim por diante. Além disso, em cada vagão de número par há uma bandeirinha.



a) Qual é o número do primeiro vagão branco com bandeirinha após o vagão de número 8?

O vagão de número 9 é verde, portanto o de número 10 é branco.
O vagão de número 10 é branco, e tem bandeirinha pois 10 é par.

b) Qual é a cor do vagão de número 2023?

De 3 em 3 temos vagões de cor branca, verde e verde. Ou seja, nos vagões de número com resto 1 na divisão por 3 teremos cor branca e verde no resto. Temos $2023 = 3 \cdot 674 + 1$. Portanto, o vagão de número 2023 é branco.

c) Quantas bandeirinhas há em vagões brancos até o vagão de número 2023?

Começando pelo vagão de número 4, percebe-se que de 6 em 6 vagões teremos cor branca e bandeirinha. Isto é verdade sempre, pois após 6 vagões teremos um número par e com resto $1+6=7$, congruente a resto 1 na divisão por 3.

① Solução com lógica \rightarrow Pela questão (b), 2023 é branco. Logo 2020 é branco (está 3 posições atrás). Como 2020 é par, este é o último vagão branco com bandeirinha.
Sendo $2020 = 6 \cdot 336 + 4$, temos 336 vagões brancos e com bandeirinha após o de número 4. Logo, temos 337 no total.

② Solução com P.A. \rightarrow Formando uma sequência com os números dos vagões que queremos contar, temos o primeiro termo $a_1 = 4$. Essa sequência é uma P.A. de razão 6.
Sendo o último vagão o mais próximo de 2023, fazemos

$a_n = a_1 + r(n-1) = 4 + 6(n-1) = 2023$, o que implica em $6(n-1) = 2019$, o que não pode ocorrer. O mais próximo é $6(n-1) = 2016 \Rightarrow n-1 = 336 \Rightarrow n = 337$. Logo, temos 337 jogões brancos e com bandeirinha.