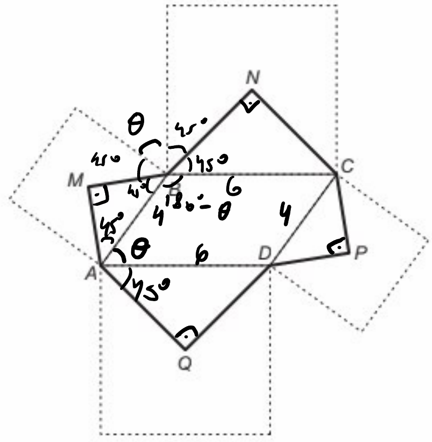
(5) Na figura, *ABCD* é um paralelogramo de área 20 cm² e lados medindo 4 cm e 6 cm. Os pontos *M*, *N*, *P* e *Q* são os centros dos quadrados construídos sobre os lados do paralelogramo.



(a) Calcule a área do polígono *AMBNCPDQ*.

[Pol] denota a área do polígono Pol.
$\hat{M}, \hat{N}, \hat{P}$ e $\hat{Q}$ são retos pois estão sob $\frac{1}{4}$ do quadrado correspondente. Esses triângulos têm $\frac{1}{4}$ da área do quadrado correspondente. Logo:

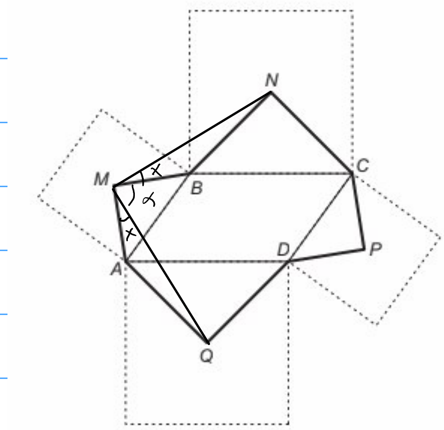
$[AMB] = [CPD] = \frac{1}{4} \cdot 4^2 = 4cm^2$.
$[AQD] = [BNC] = \frac{1}{4} \cdot 6^2 = 9 cm^2$.

Somando tudo: $2 \cdot 4 + 2 \cdot 9 + 20 = 8 + 18 + 20 = 46 cm^2 = [AMBNCPDQ]$.

(b) Mostre que os ângulos $M\hat{A}Q$ e $M\hat{B}N$ têm a mesma medida.

Pelos ângulos na figura, $M\hat{A}Q = 45° + 45° + \theta$ e $M\hat{B}N = 45° + 45° + \theta$, sendo de mesma medida. Os ângulos de 45° referem-se aos triângulos isósceles do quadrado e $180° - \theta$ por paralelismo no paralelogramo.

(c) Mostre que *MNPQ* é um quadrado e calcule sua área.



Por (B) e pelo caso LAL de congruência de triângulos, concluímos que $\Delta MAQ \equiv \Delta MBN$ e portanto $A\hat{M}Q = B\hat{M}N = x$. Pela figura $A\hat{M}B = 90°$ (item (A)) $= x + \alpha$ e $Q\hat{M}B = \alpha + x = 90°$. Analogamente para $M\hat{N}P$, $N\hat{P}Q$ e $P\hat{Q}M$. Como os triângulos são congruentes, temos um quadrado. Agora note que as áreas "faltando" [MBN] e [QDP] são iguais às áreas [MAQ] e [NCP], de modo que a área do quadrado é a área calculada no item (A), $46cm^2$.