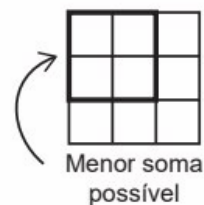


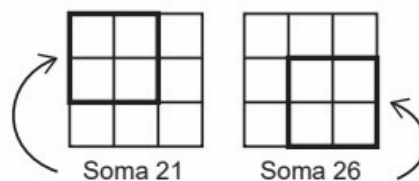
5. Marco preenche quadriculados  $3 \times 3$  com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sem repetir nenhum deles.

- a) Marco preencheu um quadriculado de forma que os quatro números escritos no quadrado  $2 \times 2$  destacado têm a menor soma possível. Qual é a soma dos cinco números escritos fora desse quadrado?



A menor soma possível de 4 números é a soma dos 4 menores números possíveis: 1, 2, 3 e 4. Fora desse quadriculado temos 5, 6, 7, 8 e 9, com soma 35.

- b) Marco conseguiu preencher outro quadriculado de modo que a soma dos números escritos em um dos quadrados  $2 \times 2$  destacados é 21 e, no outro, 26. As duas figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual é o menor número que Marco pode ter escrito na casa central do quadriculado?

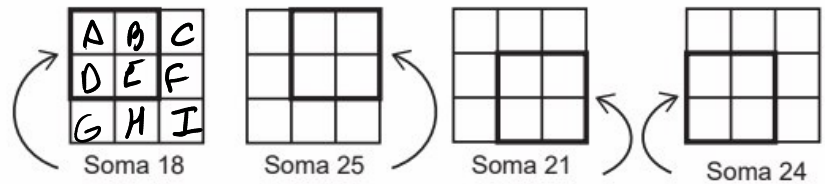


Seja  $x$  a casa central, a soma das casas nos quadradinhos  $2 \times 2$  é  $21 + 26 - x = 47 - x$ , pois  $x$  é contado duas vezes. A soma de 1 a 9 (todas as casas) é  $1 + 2 + \dots + 8 + 9 = 45$  e portanto  $x$  não pode ser nem 1 e nem 2, pois aí a soma das 7 casas destacadas seria 46 ou 45, absurdo. Assim, o menor valor possível de  $x$  ocorre quando as duas casas não destacadas são 1 e 2, de forma que a soma das 7 casas destacadas deve ser  $45 - 1 - 2 = 42$ . Logo,  $47 - x = 42 \Rightarrow x = 5$ , o menor valor possível. Abaixo um exemplo com 5 no meio.

9	4	2
3	5	8
1	7	6

! Solução alternativa na pag. 3.

- c) Marco conseguiu preencher um terceiro quadriculado de modo que as somas dos números escritos nos quatro quadrados  $2 \times 2$  destacados são 18, 25, 21 e 24. Além disso, a soma dos números escritos nos quatro cantos do quadriculado  $3 \times 3$  é 16. As quatro figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual foi o número que Marco escreveu na casa central?



$$A+B+D+E=18$$

$$B+C+E+F=25$$

$$+ \quad E+F+H+I=21$$

$$D+E+G+H=24$$

$$A+C+G+I=16$$

$$2(A+B+C+D+E+F+G+H+I)+4E=104$$

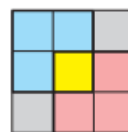
$$\Rightarrow A+B+C+D+E+F+G+H+I+E=52$$

$$\Rightarrow 45 + E = 52 \Rightarrow E = 7$$

De acordo com a figura e o enunciado, podemos somar todas as equações e obter E, a casa do meio, igual a 7.

## Soluções alternativa da Questão B.

b) Na figura ao lado, os dois quadrados  $2 \times 2$  destacados estão indicados com cores diferentes e a casa central, comum a esses dois quadrados, em amarelo. As casas de cor cinza, uma no canto superior direito e outra no canto inferior esquerdo, estão fora dos quadrados destacados. A soma dos números que Marco escreveu nos quadrados destacados é igual a  $21 + 26 = 47$ . Esta soma pode ser representada graficamente como:



$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{blue} & \text{blue} \\ \hline \text{blue} & \text{blue} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{red} & \text{red} \\ \hline \text{red} & \text{red} \\ \hline \end{array} = 47$$

A soma de todos os números escritos por Marco é  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

Podemos representar esta soma graficamente como:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{gray} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{gray} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{blue} & \text{blue} \\ \hline \text{blue} & \text{blue} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{red} & \text{red} \\ \hline \text{red} & \text{red} \\ \hline \end{array} = 45$$

Nesta segunda soma podemos juntar mais um quadradinho de cada lado do sinal  $=$ , obtendo

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{gray} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{gray} \\ \hline \end{array} + \underbrace{\begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{blue} & \text{blue} \\ \hline \text{blue} & \text{blue} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{red} & \text{red} \\ \hline \text{red} & \text{red} \\ \hline \end{array}}_{47} = 45 + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array}$$

Vemos, então, que a soma dos números escritos nos cantos mais 47 é igual a 45 mais o número escrito na casa central. Logo, o número escrito na casa central é a soma dos números escritos nos cantos mais 2. A menor soma possível para os números escritos nos cantos é  $1 + 2 = 3$ , portanto o menor número que Marco pode ter escrito na casa central é  $3 + 2 = 5$ .

Um quadrado do Marco que tem esse menor valor possível no centro é

6	3	2
7	5	4
1	9	8