

6. A professora de Matemática organizou a seguinte brincadeira em sala de aula: colocou os alunos em fila e pediu para o primeiro falar três números inteiros e positivos. A seguir, pediu para o segundo aluno somar dois a dois os números falados pelo primeiro aluno e falar os três resultados em voz alta. A brincadeira prosseguiu com cada aluno falando as somas, dois a dois, dos três números falados pelo aluno anterior.

a) Se os números falados pelo primeiro aluno da fila foram 2, 5 e 6, quais foram os números falados pelo terceiro aluno?

2º aluno:  $2+5; 2+6; 5+6 \Rightarrow 7; 8; 11$ .

3º aluno:  $7+8; 7+11; 8+11 \Rightarrow 15; 18; 19$ .

b) Em outra vez que fizeram a brincadeira, os números falados pelo terceiro aluno da fila foram 13, 14 e 21. Quais foram os números falados pelo primeiro aluno?

Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  os números falados pelo primeiro aluno. Logo o 2º aluno falou  $a+b$ ,  $a+c$  e  $b+c$ . Logo o terceiro aluno falou  $2a+b+c$ ,  $a+2b+c$  e  $a+b+2c$ . Montando um sistema:

$$\begin{cases} 2a+b+c=13 \\ a+2b+c=14 \\ a+b+2c=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b+c=13 \\ a+2b+c=14 \\ a+b+2c=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b+c=13 \\ a+2b+c=14 \\ 4(a+b+c)=48 \Rightarrow a+b+c=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=8, b=2, c=9 \end{cases}$$

c) Ao fazerem a brincadeira mais uma vez, dois dos números falados pelo quarto aluno foram 48 e 61. Qual foi o terceiro número que ele falou?

Analogamente a (B), os números falados pelos quartos alunos são  $(2a+b+c)+(a+2b+c)=3a+3b+2c$  e  $2a+3b+3c$ , por exemplo.

$$\begin{cases} 3a+3b+2c=48 \\ 2a+3b+3c=61 \end{cases}$$

$\Rightarrow c-a=13 \Rightarrow c=13+a$ , substituindo numa equação:

$$3a+3b+2 \cdot 13+2 \cdot a=48 \Rightarrow 5a=22-3b$$

Deve ser múltiplo de 5

Logo  $b=4$  é a única solução

positiva, de modo que  $a=2$  e  $c=15$ . O terceiro número foi  $3a+2b+3c=3 \cdot 2+2 \cdot 4+3 \cdot 15=6+8+45=59$ .