

1. Sem usar o algarismo 0, Carolina escreveu todos os números de três algarismos diferentes nos quais o algarismo do meio é maior do que os outros dois. Por exemplo, Carolina escreveu 241, mas não escreveu 570, nem 464, nem 123.

a) Quais são os números que Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 3?



Só temos os números 332 e 213, pois só podemos usar os algarismos menores que 3 e que não seja 0.

b) Quantos números Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 7?

Temos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 como opções de algarismos para o começo e fim do número. Como não podemos repetir algarismos, quando escolhermos um dos 6 números só teremos 5 opções para o outro. Pelo Princípio Fundamental da Contagem, o número de números que Carolina escreveu com 7 no meio é  $6 \cdot 5 = 30$ .

c) Quantos números Carolina escreveu ao todo?

① Solução comum

Com 3 no meio temos  $2 \cdot 1$  opções, com 4 no meio temos  $3 \cdot 2$  opções, com 5 no meio temos  $4 \cdot 3$  opções e assim por diante até 9 no meio com  $8 \cdot 7$  opções pelo mesmo argumento usado em (b). Somando todas as opções obtemos  $2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + \dots + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 7 = 368$  números.

② Solução rápida

Podemos formar  $9 \cdot 8 \cdot 7$  números de 3 algarismos <sup>diferentes</sup> sem o zero. O número ABC tem 6 permutações, ABC, ACB, BAC, BCA, CBA e CAB. Apenas 2 dessas 6 tem o menor algarismo no meio. Ou seja, 2 a cada 6 números foram escritos por Carolina:  $\frac{2}{6} \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 368$ .