

LISTA DE FUNÇÃO VÁRIAS VARIÁVEIS

1) Seja $f(x, y) = \ln(x + y - 1)$

a) Estime $f(1, 1)$.

$$f(1, 1) = \ln(1 + 1 - 1) = \ln(1) = 0$$

b) Estime $f(e, 1) = \ln(e + 1 - 1) = \ln e = 1$

c) Determine o domínio e a imagem de f .

$$x + y - 1 > 0 \Rightarrow x + y > 1$$

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y > 1\}$$

$$Im(f) = \mathbb{R}$$

2) Seja $f(x, y) = x^2 e^{3xy}$.

a) Estime $f(2, 0) = 2^2 e^{3 \cdot 2 \cdot 0} = 4 \cdot e^0 = 4$

b) Determine o domínio e a imagem de f .

$$D(f) = \mathbb{R}^2$$

$$Im(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$$

3) Descreva a região R no plano xy que corresponde ao domínio da função dada e

encontre a imagem da função:

a) $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

$$4 - (x^2 + y^2) \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 4$$

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$Im(f) = [0, 2]$$

Pois $x^2 + y^2 \geq 0$.

b) $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - 4y^2}$

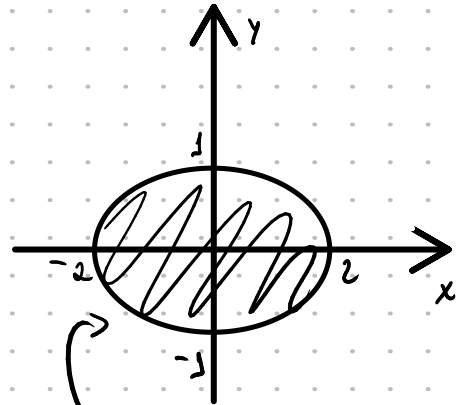
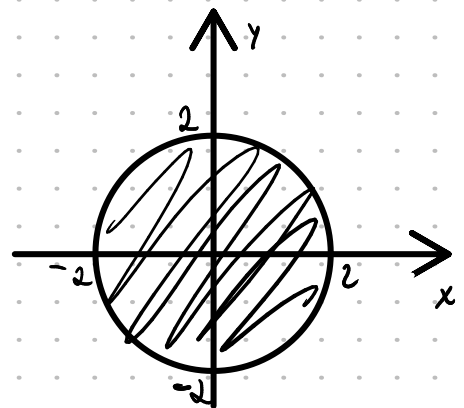
$$4 - (x^2 + 4y^2) \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4y^2 \leq 4$$

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \leq 4\}$$

$$Im(f) = [0, 2]$$

$$x^2 + (2y)^2 \leq 4$$

↳ Elipse com $a = 2$ e $b = 1$



c) $z = \frac{x+y}{xy} \rightarrow \neq 0$

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \neq 0\} \rightarrow \mathbb{R} \text{ sem os eixos}$$

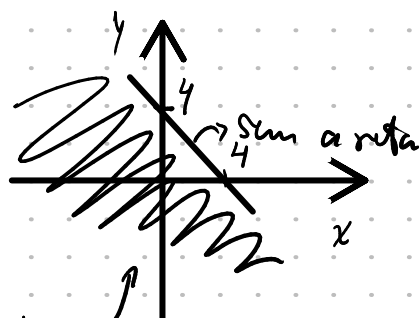
$$Im(f) = \mathbb{R}$$

d) $f(x, y) = \ln(4 - x - y)$

$$4 - x - y > 0 \Rightarrow x + y < 4$$

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y < 4\}$$

$$Im(f) = \mathbb{R}$$



e) $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}}$

$\rightarrow \mathbb{R}$ sem o eixo x

$y \neq 0 \Rightarrow D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq 0\}$

$\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+$

4) Descreva as curvas de nível de cada função, correspondentes aos níveis c dados:

a) $f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$, $c = 0, c = 3, c = 5$

$0 = \sqrt{25 - (x^2 + y^2)} \Rightarrow x^2 + y^2 = 5^2 \rightarrow \text{Círculo de raio 5}$

$3 = \sqrt{25 - (x^2 + y^2)} \Rightarrow x^2 + y^2 = 4^2 \rightarrow \text{Círculo de raio 4}$

$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow (0, 0)$

b) $f(x, y) = xy$, $c = \pm 1, \pm 3, \pm 6$

$C = xy \Rightarrow y = \frac{C}{x}$, hipérbolas

$C = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x}$

$C = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{x}$

$C = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{x}$

$C = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{x}$

$C = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{x}$

$C = -6 \Rightarrow y = -\frac{6}{x}$

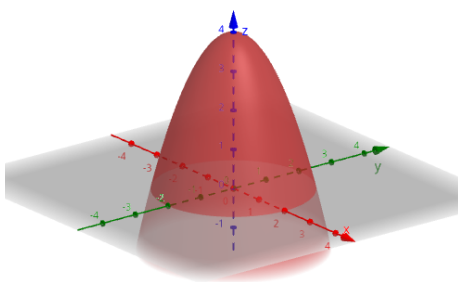
c) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, $c = 9$

$x^2 + y^2 + z^2 = 9 = 3^2 \Rightarrow \text{Superfície de uma esfera de raio 3.}$

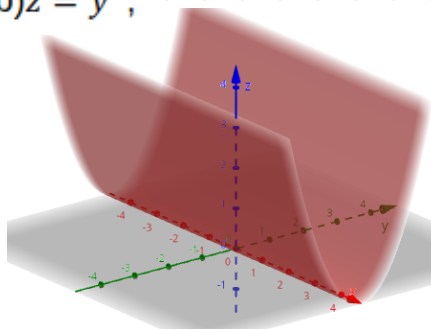
5) Esboce o gráfico da superfície definida pela função (Use o geogebra, a intenção é

que vocês tenham uma noção de como é o gráfico):

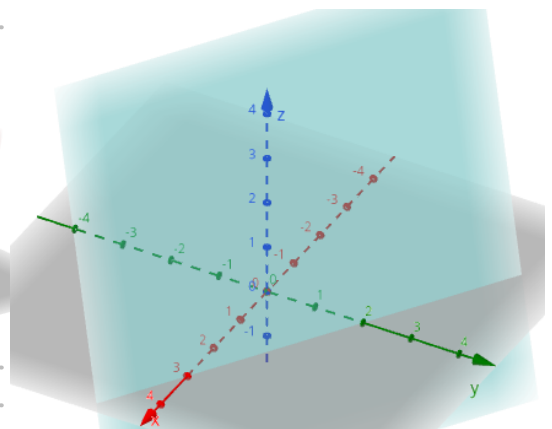
a) $z = 4 - x^2 - y^2$;



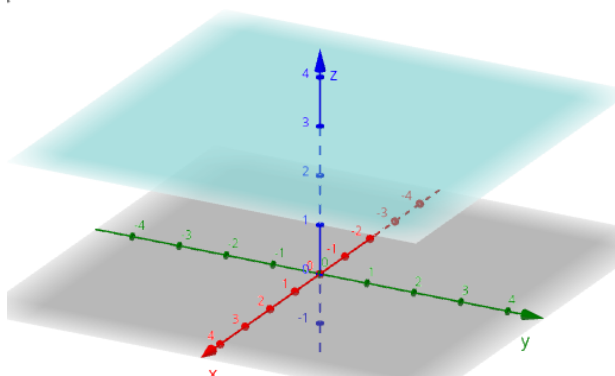
b) $z = y^2$;



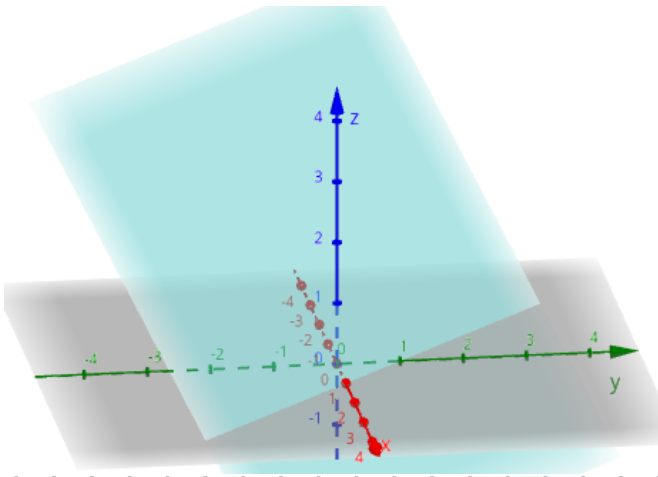
c) $z = 6 - 2x - 3y$;



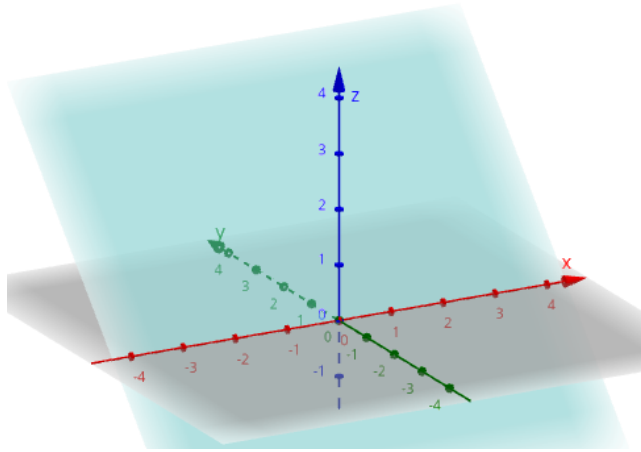
d) $f(x, y) = 3$;



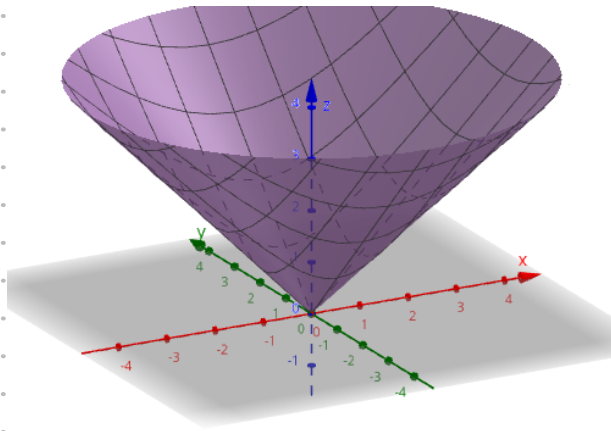
e) $f(x,y) = 1 - x - y$;



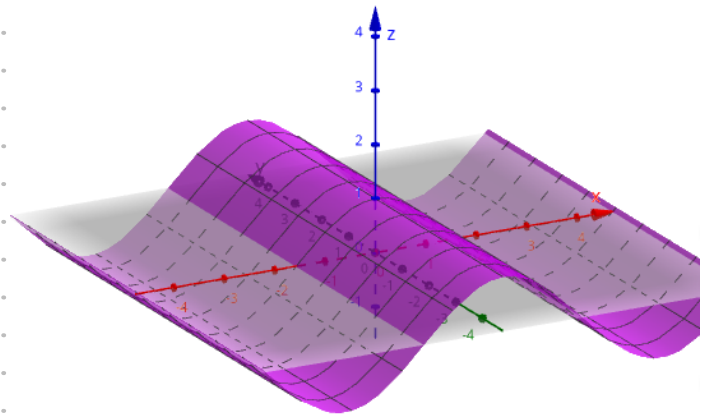
f) $f(x,y) = y$;



g) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$;



h) $f(x,y) = \cos x$.



6) Trace as curvas de nível de $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$. Esboce o gráfico da superfície definida por esta função. Dê o domínio e a imagem.

$C=0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$

$C=3 \Rightarrow x^2 + y^2 = 3$

$C=2 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 0 \Rightarrow (0,0)$

$D(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$

$\text{Im}(f) = [0; 2]$

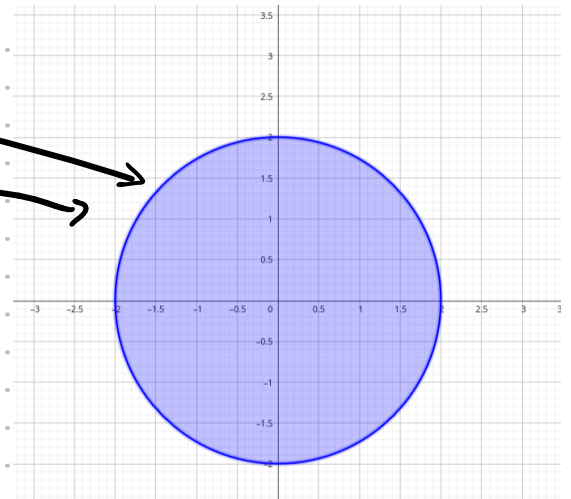
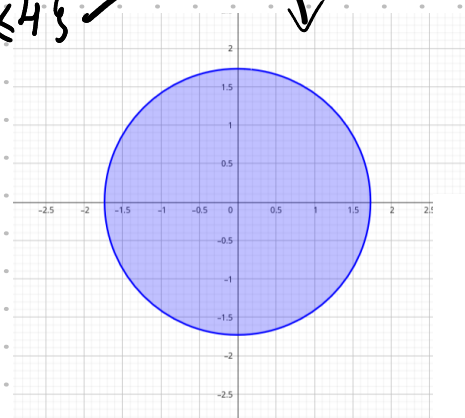
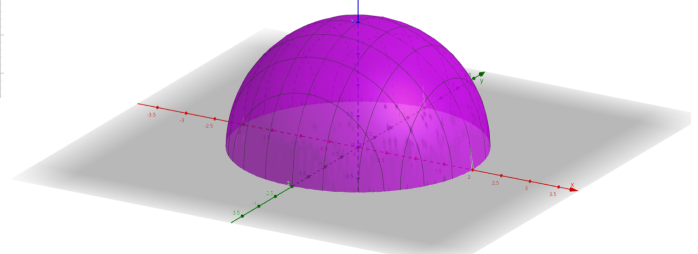


Gráfico da superfície



7) Trace as curvas de nível de $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Esboce o gráfico da superfície definida por esta função:

$$C = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

$$C = 0,5 \Rightarrow x^2 + y^2 = 3/4$$

$$C = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow (0,0)$$

Gráfico de superfície

