

4. A calculadora de Joana possui duas teclas especiais:
- A tecla [A] acrescenta o algarismo 3 à direita do número que está no visor.
 - A tecla [S] troca o número no visor pela soma de seus algarismos.



- a) Partindo do número 99, se Joana apertar as teclas [A] [S] [A] [S], nessa ordem, qual número aparecerá?

$$99 \xrightarrow{[A]} 993 \xrightarrow{[S]} 21 \xrightarrow{[A]} 213 \xrightarrow{[S]} \underline{6}.$$

- b) Mostre como Joana pode obter o número 2022 a partir do 99 usando apenas as teclas [A] e [S].

A partir do 99, aperte [A] [S] [S] para chegar em 3. Aperte [A] 673 vezes e por fim aperte [S], pois $2022 = 3 \cdot 674$, de modo que acumularmos 674 números três na tela e os somarmos, obtendo 2022.

- c) Explique por que Joana nunca vai obter o número 22 a partir do 99 usando apenas as teclas [A] e [S].

Observe que 99 é múltiplo de 3, $99 = 3 \cdot 33$. Todo número múltiplo de 3 continua múltiplo de 3 ao adicionar 3 no fim dele, pois a soma de seus algarismos continua múltiplo de 3 e portanto também o número obtido. Pelo mesmo motivo a tecla [S] mantém o número múltiplo de 3. Logo, de nenhuma maneira é possível chegar num número não múltiplo de 3, como $22 = 3 \cdot 7 + 1$.