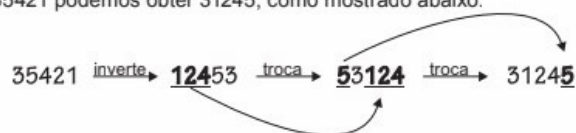


(4) O troca-inverte é uma brincadeira com números em que há dois tipos de movimentos:

- troca: separar o número em dois grupos e trocar a ordem desses grupos;
- inverte: escrever o número na ordem inversa.

Por exemplo, começando com 35421 podemos obter 31245, como mostrado abaixo.



(a) Brincando com o troca-inverte e começando com 123456, como podemos obter 165432?

$$123456 \xrightarrow{\text{Inverte}} 654321 \xrightarrow{\text{troca}} 165432$$

(b) Brincando com o troca-inverte e começando com 123, como podemos obter todos os outros cinco números de três algarismos diferentes que podem ser escritos com 1, 2 e 3?

$$123 \xrightarrow{I} 321 \xrightarrow{T} 132$$

$$123 \xrightarrow{I} 321$$

$$123 \xrightarrow{T} 312$$

$$123 \xrightarrow{I} 312 \xrightarrow{I} 213$$

$$123 \xrightarrow{T} 231$$

Onde \xrightarrow{I} é a operação inverte e \xrightarrow{T} é a operação troca.

(c) Por que, no troca-inverte, começando com 123456 é impossível obter 243156?

Os números 1 e 6 sempre estarão juntos no começo e fim, pois:

- Se estiverem nos extremos, o movimento inverte os mantém nos extremos e o movimento troca os torna vizinhos;

- Se estiverem juntos, o movimento inverte mantém isso e o movimento troca os deixa nos extremos.

Como no início os números estão nos extremos, então 1 e 6 só podem terminar como extremos ou lado a lado e 243156 não tem 1 e 6 juntos e nem nos extremos, sendo impossível de se obter.