

6. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é $5 + 8 + 2 = 15$ e a soma dos números da segunda coluna é $9 + 7 + 8 = 24$. Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

| | | | |
|---|---|---|----|
| 6 | 9 | 3 | 18 |
| 4 | 7 | 1 | 12 |
| 5 | 8 | 2 | 15 |

15 24 6

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

| | | |
|---|---|---|
| A | B | C |
| D | E | F |
| G | H | I |

Somando todas as linhas e colunas somamos 2 vezes cada número, obtendo $2 \cdot (A+B+C+D+E+F+G+H+I)$, pelo quadrado ao todo. A soma de todos os números é $1+2+\dots+8+9=45$ e portanto a soma de todas as linhas e colunas deve ser $2 \cdot 45 = 90$.
Como $9+13+14+17+18=71$, falta a soma $90-71=19$.

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

Se as somas das linhas fossem pares, teríamos que a soma de todas as linhas também seria par, mas é 45, absurdo. Logo, a soma de alguma linha deve ser ímpar.

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.

| | | | |
|---|----|----|------------------|
| 1 | 3 | 9 | $\rightarrow 13$ |
| 2 | 7 | 5 | $\rightarrow 14$ |
| 4 | 6 | 8 | $\rightarrow 18$ |
| ↓ | ↓ | ↓ | |
| 7 | 16 | 22 | |