

(5) Ana Terra, Bibiana e Pedro Missionário distribuíram entre si dezenove cartões numerados de 1 a 19. Ana ficou com nove desses cartões, Bibiana, com outros nove e Pedro Missionário, com o cartão que sobrou.

- (a) É possível que a soma dos números escritos nos cartões de Ana seja 136? Por quê?
(b) Se a soma dos números escritos nos cartões de Ana é 90 a mais que a soma dos números escritos nos cartões de Bibiana, qual é o número escrito no cartão de Pedro Missionário?



a) Não. A maior soma possível é a soma dos maiores números:
 $19 + 18 + \dots + 11 = \frac{19+11}{2} \cdot 9 = 15 \cdot 9 = 135 < 136.$

b) Ana tem soma pelo menos $1+2+\dots+9 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$ e no máximo 135. Sendo A essa soma, temos $45 \leq A \leq 136$ pelo item (a).
Sendo $A = B + 90$, temos $45 \leq B \leq 136 - 90 = 46$. Logo $B = 45$, o que só é possível se $B = 1 + 2 + \dots + 9$ (menor soma). Sendo $A = 90 + 45 = 135$, temos que A é a maior soma possível $19 + \dots + 11 = 135$.
Portanto $P = 10$, o único número que sobrou.
O número escrito no cartão de Pedro Missionário é 10.