

2. Um hotel tem 15 andares com 25 quartos cada um. As chaves dos quartos são identificadas por um número de três ou quatro algarismos indicando o andar, de 1 a 15, seguido do número do quarto, de 01 a 25. Por exemplo, a chave 106 é a do quarto número 06 do 1º andar e a chave 1315 é a do quarto número 15 do 13º andar.



a) Quantos são os quartos do 10º andar para cima?

Temos 6 andares do 10 para cima e 25 quartos em cada, totalizando $6 \cdot 25 = 150$ quartos no total pelo princípio multiplicativo.

b) Quantas chaves têm número em que aparece o algarismo 1?

Todas as chaves acima do 10º andar e as do 1º andar, pois começam com 1, totalizando $150 + 25 = 175$ chaves pelo item A. Além desses, as dos quartos 1, 30, 31, 32, 33, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 21 também têm o algarismo 1, sendo 12 chaves para cada andar. Não contamos ainda os andares 2, 3, ..., 9, sendo 8 andares. No total temos mais $8 \cdot 12 = 96$ chaves. Somando $175 + 96 = 271$ chaves possuem o algarismo 1.

c) Dionísio não aceita ficar em um quarto em cuja chave aparece o algarismo 1 seguido de 1 ou de 3. Em quantos quartos do hotel ele pode se hospedar?

Vamos contar em quantos quartos Dionísio NÃO pode se hospedar.

1º andar: 110, 111, ..., 119 = 10 quartos.

2º andar ao 10º andar: 9 andares com os quartos de número 11 ou 13, totalizando $9 \cdot 2 = 18$ quartos.

11º e 13º andar: $25 \cdot 2 = 50$ quartos, todos começam com 11 ou 13.

12º, 14º e 15º andar: análogo aos quartos do 2º ao 10º andar, totalizando $3 \cdot 2 = 6$ quartos.

No total, Dionísio não pode se hospedar em $10 + 18 + 50 + 6 = 84$ quartos. No total, temos $25 \cdot 15 = 375$ quartos. Dionísio pode se hospedar em $375 - 84 = 291$ quartos.