

5. Vítor tem 24 cartões, sendo oito azuis, oito brancos e oito verdes. Para cada cor, ele numerou os cartões de 1 a 8.

a) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões azuis de modo que a soma de seus números seja igual a 9?



$$9 = 1+8 = 2+7 = 3+6 = 4+5, \text{ 4 formas.}$$

b) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Das 4 formas do item A, o primeiro cartão pode ser de uma das três cores e o segundo também, obtendo $3 \cdot 3 = 9$ possibilidades para cada forma do item A implicando em $9 \cdot 4 = 36$ maneiras no total pelo princípio multiplicativo.

c) De quantas maneiras Vítor pode escolher 3 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Sem números repetidos: $9 = 1+2+6 = 1+3+5 = 2+3+4$. Analogamente a B, temos 3 opções de escolha de cor e 3 de números, implicando em 81 maneiras.

Com 2 números repetidos: $9 = 1+1+7 = 2+2+5 = 4+4+1$.

Podemos escolher os cartões repetidos de $C_{3,2}^* = 3$ formas (pois não dá para escolher cartões de mesma cor e número) e o último de 3 cores, totalizando a escolha de cores em $3 \cdot 3 = 9$ formas e os cartões de $9 \cdot 3 = 27$ maneiras.

Com 3 números repetidos só temos um caso: $9 = 3+3+3$ com um cartão de cada cor. No total, temos $81 + 27 + 1 = 109$ maneiras.

* $C_{3,2}$ é o número binomial 3 escolhe 2: $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$, pois a ordem de escolher das cores não importa.