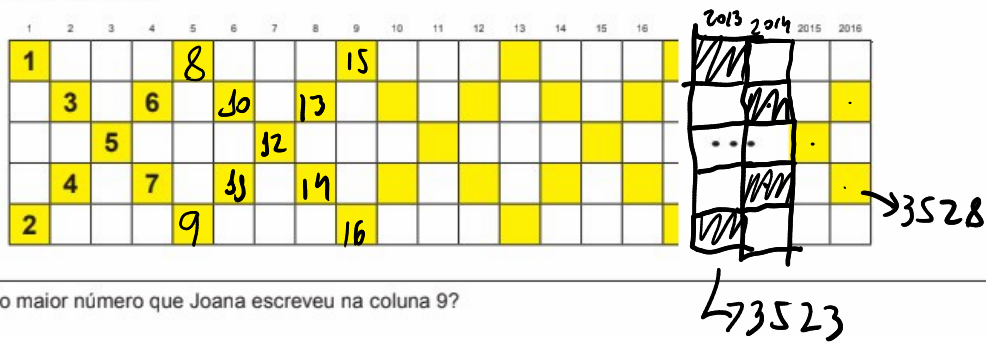


5. Joana fez um quadriculado com 5 linhas e 2016 colunas com as casas amarelas seguindo o padrão da figura, ou seja, subindo e descendo diagonalmente. Em seguida, ela escreveu os números naturais nas casas amarelas em ordem crescente, a partir do 1, de cima para baixo e da esquerda para a direita. Observe abaixo como Joana começou a escrever os números no quadriculado.



a) Qual foi o maior número que Joana escreveu na coluna 9?

Pela imagem acima, 16.

b) Qual foi o maior número que Joana escreveu na coluna 2016?

Podemos associar os números da linha 5 com uma Progressão Aritmética, pois aumentam na mesma razão pelo fato de o tabuleiro ter formato repetido nos casos maiores. Sendo  $a_n$  o número no quadrado amarelo da linha 5 e coluna  $n$ , sabe-se que  $a_1 = 2$  e  $a_5 = 9$ . Sendo uma PA de razão  $r$ :  $a_5 = a_1 + r(5-1) = 2 + 4r$  e então  $9 = 2 + 4r \Rightarrow r = \frac{7}{4}$ . Logo  $a_n = a_1 + r(n-1) = 2 + \frac{7}{4} \cdot (n-1)$  e portanto  $a_{2013} = 2 + \frac{7}{4} \cdot 2012 = 3523$ . Concluímos que o maior número da coluna 2016 dista 5 quadradinhos de  $a_{2013}$  pela figura e portanto tem número 3528.

c) Em qual coluna foi escrito o número 597?

Como a sequência  $(a_n)$  começa em 2 e aumenta 7 a cada 4 termos, temos que sempre deixará resto 2 na divisão por 7. Como 597 deixa resto 2 na divisão por 7, este deve fazer parte da sequência. Logo  $a_k = 597$   
 $\Rightarrow 597 = 2 + \frac{7}{4}(k-1) \Rightarrow 595 = \frac{7}{4}(k-1) \Rightarrow 595 \cdot \frac{4}{7} = k-1 \Rightarrow 340 = k-1$   
 e portanto  $k = 341$ , a coluna do número 597.

d) Em qual coluna a soma dos dois números escritos é 713?

Os números são consecutivos. Seja  $x$  o menor e  $x+1$  o maior. Temos  $x + (x+1) = 713 \Rightarrow 2x+1 = 713 \Rightarrow x = \frac{712}{2} = 356$ . Observe que 356 deixa resto 6 na divisão por 7. Logo, está uma coluna atrás do quadrado 359, que deixa resto 2 na divisão por 7 e portanto está na sequência  $(a_n)$ :

$a_k = 359 = 2 + \frac{7}{4}(k-1) \Rightarrow 357 \cdot \frac{4}{7} = k-1 \Rightarrow k-1 = 204$ , a coluna atrás da coluna do número 359 e portanto a coluna dos números 356 e 357, cuja soma é 713.