

(1) Em uma caixa foram colocados um cartão no qual está escrito o número 1, dois cartões nos quais está escrito o número 2, três cartões com o número 3 e assim por diante, até dez cartões com o número 10.

(a) Quantos cartões foram colocados na caixa?

$1+2+3+\dots+10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$  é a soma dos termos de uma Progressão Aritmética.

(b) Explique como escolher 19 cartões da caixa sem que três deles tenham o mesmo número.

Escolha 2 cartões de cada número de 2 a 10 e um cartão do número 1, totalizando  $2 \cdot 9 + 1 = 19$  cartões sem que 3 deles tenham o mesmo número.

(c) Qual é o menor número de cartões que pode ser retirado da caixa, ao acaso, para que se tenha certeza que cinco deles têm o mesmo número? Justifique sua resposta.

Para se ter certeza devemos analisar o pior caso:

→ 1 cartão "1";

→ 2 cartões "2";

→ 3 cartões "3";

→ 4 cartões de "4" a "10", totalizando  $4 \cdot 7 = 28$  cartões.

No total temos  $1+2+3+28=34$  cartões. O próximo necessariamente completa 5 cartões com o mesmo número para algum dos números, logo, 35 cartões são necessários.