4. Carlinhos fez todas as adições possíveis com três parcelas diferentes, em que cada parcela é um número de três algarismos iguais, sempre colocando as parcelas em ordem crescente. Por exemplo, 222 + 555 + 888 e 444 + 777 + 888 foram adições feitas por Carlinhos. Ele não fez a adição 222 + 888 + 555, pois as parcelas não estão em ordem crescente, nem a adição 444 + 444 + 777, pois nela existem parcelas iguais.

a) Escreva uma adição que Carlinhos fez em que o resultado é 1332.

111 + 222 + 999

b) Escreva todas as adições que Carlinhos fez em que o resultado é 2109.

As parcelas são da forma decimal NNN. Isto é numericamente igual a 111 · N. Seja A, B e C dígitos das adições de Carlinhos. Logo AAA + BBB + CCC = 2109 ⇒ 111(A+B+C) = 2109 ⇒ A+B+C = 19. As soluções são:

222 + 888 + 999	444 + 666 + 999	555 + 666 + 888
333 + 777 + 999	444 + 777 + 888	

c) Explique por que 2109 é o único resultado das adições que Carlinhos fez em que o algarismo das dezenas é diferente do algarismo das centenas.

Os números são da forma 111 (A+B+C), variando de A+B+C = 1+2+3 = 6 no mínimo até A+B+C = 7+8+9 = 24, no máximo.
De 6 até 9 temos algarismos repetidos. De 10 até 18, 10+N, temos 1110 + NNN = 1(1+N)(1+N) N em notação decimal, repetindo o algarismo da dezena e centenas, como em 111 · 17 = 1887.
Do 20 até o 24 temos uma situação análoga, sendo 20+N: 2220 + NNN = 2(2+N)(2+N)N, repetindo novamente dezenas e centenas, como em 111 · 22 = 2442. Portanto, apenas com a soma A+B+C = 19 tem algarismos da centenas e dezenas diferentes no produto 111 · (A+B+C).