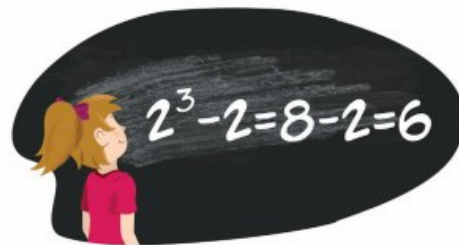


3. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.

a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?



$$3^3 - 3 = 27 - 3 = 24$$

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

O número escolhido é pelo menos 10, pois  $10^3 - 10 = 990 < 1320$ .  
 $\rightarrow 11^3 - 11 = 1320$  e portanto o número escolhido foi 11.

c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Ser múltiplo de 6 é equivalente a ser múltiplo de 3 e de 2.  
Seja  $x$  um número que Júlia escolher. Em relação à divisão por 2, os restos podem ser:

$$\begin{aligned} \rightarrow 0 &\Rightarrow 0^3 - 0 = 0; \\ \rightarrow 1 &\Rightarrow 1^3 - 1 = 0. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \rightarrow 0 &\Rightarrow 0^3 - 0 = 0; \\ \rightarrow 1 &\Rightarrow 1^3 - 1 = 0. \end{aligned}} \right\} \text{Logo } x^3 - x \text{ é múltiplo de 2.}$$

Sobre a divisão por 3, os restos podem ser:

$$\begin{aligned} \rightarrow 0 &\Rightarrow 0^3 - 0 = 0; \\ \rightarrow 1 &\Rightarrow 1^3 - 1 = 0; \\ \rightarrow 2 &\Rightarrow 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6 \Rightarrow 0. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \rightarrow 0 &\Rightarrow 0^3 - 0 = 0; \\ \rightarrow 1 &\Rightarrow 1^3 - 1 = 0; \\ \rightarrow 2 &\Rightarrow 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6 \Rightarrow 0. \end{aligned}} \right\} \text{Logo } x^3 - x \text{ é múltiplo de 3.}$$

Portanto  $x^3 - x$  é múltiplo de 6. Usamos o fato de que o resto da soma (ou produto) de dois números é equivalente à soma (ou produto) dos restos desses números.