

Программа повышения конкурентоспособности

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Уральский федеральный университет имени

первого Президента России Б. Н. Ельцина»

ПОСТРОЕНИЕ ТИПОВЫХ МОДЕЛЕЙ АВТОРЕГРЕССИИ

Методические указания к выполнению

лабораторной работы № 4

Екатеринбург

2017

Содержание

Цель изучения материала	3
Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции	3
Список литературы	4
1. Введение.....	5
2. Задание на лабораторную работу	5
3. Требования к оформлению отчета.....	13

Цель изучения материала

Целью данной лабораторной работы является знакомство с моделями авторегрессии, такими, как чистые авторегрессионные модели, модели скользящего среднего, смешанные модели АРСС, а также способ построения этих моделей для заданных ВР с помощью оценки их параметров .

Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции

Способность анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями.

Умение разрабатывать стратегии проектирования, определением целей проектирования, критериев эффективности, ограничений применимости.

Умение проводить разработку и исследование теоретических и экспериментальных моделей объектов профессиональной деятельности в областях науки, техники.

Список литературы

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление, Под ред. В.Ф. Писаренко. — М.: Мир, 1974. — 406 с.
2. Karter J. Time series analysis with MATLAB. ARIMA/VARMAX/GARCH/GJR Models. Functions and Examples. — 2016. — 422 с. ISBN 978-1-539-54638-2.
3. David R. Brillinger. Time Series: Data Analysis and Theory. — SIAM, 2001. — 540 с.
4. Robert H. Shumway, David Stoffer. Time Series Analysis and Its Applications. — Springer Texts in Statistics, 4th ed. — 2016. — 550 с. ISBN 978-3-319-52451-1
5. Профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных.
http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Аutoregressionное_скользящее_среднее

1. Введение

Напомним, что в общем виде модель авторегрессии – скользящего среднего порядка (p, q) выглядит как:

$$z_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}.$$

Эта модель временных рядов имеет целый ряд преимуществ в сравнении с другими моделями, одно из которых – это возможность их оперативного прогноза по имеющейся АРСС модели. В связи с этим ни одна методика анализа и изучения временных рядов не может обойтись без рассмотрения подобного класса задач.

2. Задание на лабораторную работу

- 1) Для начала попробуем создать собственные АРСС ряды первого и второго порядков и изучить их автокорреляционные функции.
- 2) Создадим два АР(1) процесса первого порядка:

$$z_t = 0.8z_{t-1} + a_t \quad \text{и} \quad z_t = -0.8z_{t-1} + a_t$$

где a_t – случайная нормально распределенная величина, $z_1 = 1$.

- 3) Зададим их в MATLAB итерационным циклом:

```
z1=[1]; z2=[1];
```

```
for i=2:100
```

```
z1(i)=0.8*z1(i-1)+0.2*randn(1,1);
```

```
z2(i)=-0.8*z2(i-1)+0.2*randn(1,1);
```

```
end
```

- 4) Постройте графики этих рядов и добавьте их обязательно в отчет.
- 5) Постройте для этих рядов функции автокорреляции с помощью функции **autocorr(z)**, которая оценивает автокорр. моменты. Должны получиться графики **plot(0:20, autocorr(z))**, примерно похожие на те, что есть на рисунке 1.

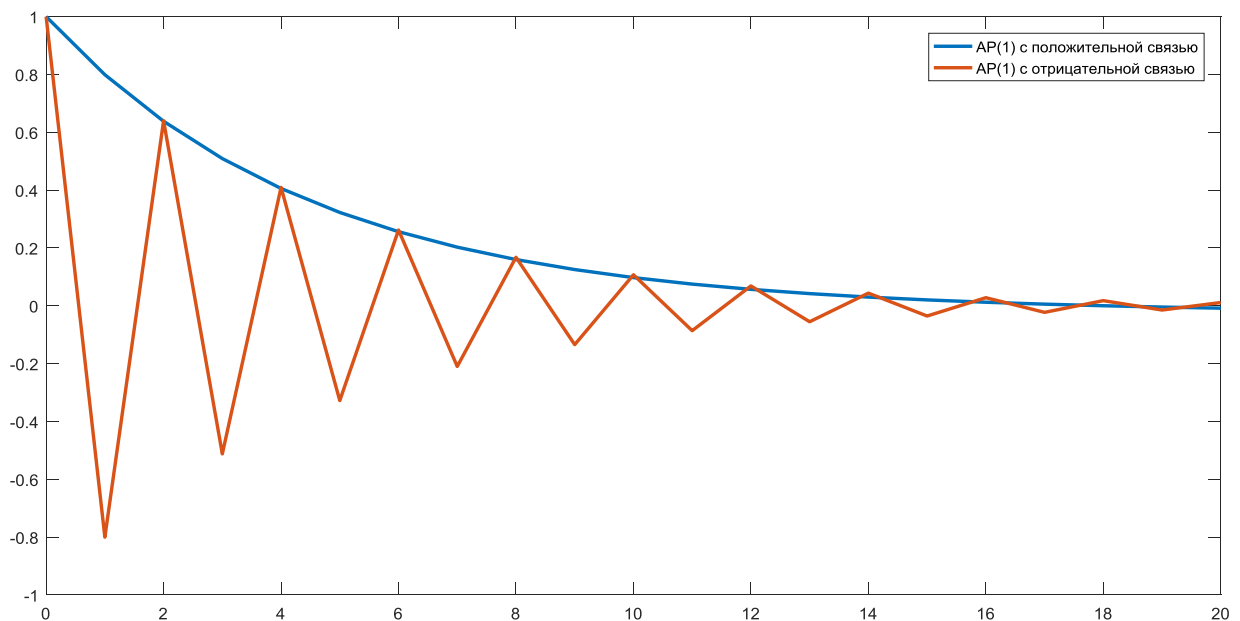


Рисунок 1. – График автокорреляционных функций для AR(1)

- 6) Сравните эти графики между собой: найдите их сходства и различия.
- На этой основе предложите **рекомендации** по определению вида коэффициента для AR модели первого порядка, приведите их в отчете.
- 7) Аналогичным образом постройте два СС(1) процесса среднего-скользящего первого порядка:

$$z_t = a_t - 0.8a_{t-1} \quad \text{и} \quad z_t = a_t - (-0.8)a_{t-1}$$

где a_t – случайная нормально распределенная величина

8) $z1=[1]; z2=[1]; a=0.2*\text{randn}(1,100);$

for $i=2:100$

$z1(i)=a(i)-0.8*a(i-1);$

$z2(i)=a(i)+0.8*a(i-1);$

end

9) Приведите в отчете их графики и графики их автокорреляционных функций.

10) Оцените весовой параметр этих процессов (как если бы Вы не знали о них) с помощью оценок (5.37), приведенных в лекции , на основе функции автокорреляции.

11) Найдите некоторые характерные особенности автокорреляционных функций для рядов $CC(1)$, которые отличали бы их от AR моделей первого порядка.

Поясните свою точку зрения в отчете.

12) Наконец, создайте ряд процесса $ARCC(1)$:

$$z_t = 0.8z_{t-1} + a_t - 0.3a_{t-1} \quad \text{и} \quad z_t = -0.8z_{t-1} + a_t - 0.3a_{t-1}$$

где a_t – случайная нормально распределенная величина, $z_1 = 1$.

13) Самостоятельно напишите код в **MATLAB** для генерации отсчетов данных временных рядов.

- 14) Постройте графики этих рядов и графики их автокорреляционных функций, добавьте их в отчет.
- 15) Теперь проведем анализ неизвестного ряда на типовом примере, а затем каждый из студентов проведет анализ собственного ВР по вариантам (номер варианта = последние две цифры студенческого билета).
- 16) Значения исходного ряда (всего их 24) приведены в таблице ниже.

1	2	3	4	5	6	7	8
0,00	9,99	12,89	10,70	5,12	-1,21	-6,50	-7,96
9	10	11	12	13	14	15	16
-4,30	0,42	3,41	4,50	3,57	2,24	1,78	0,89
17	18	19	20	21	22	23	24
-1,20	-3,43	-2,35	-0,85	-0,21	-0,08	0,95	0,45

- 17) Постройте автокорреляционную функцию для ВР (рисунок 1).
- 18) По ней можно судить, что ВР, в достаточной степени, стационарен, а, так как, эта функция является знакопеременной, то один из членов АР модели имеет отрицательный вес.

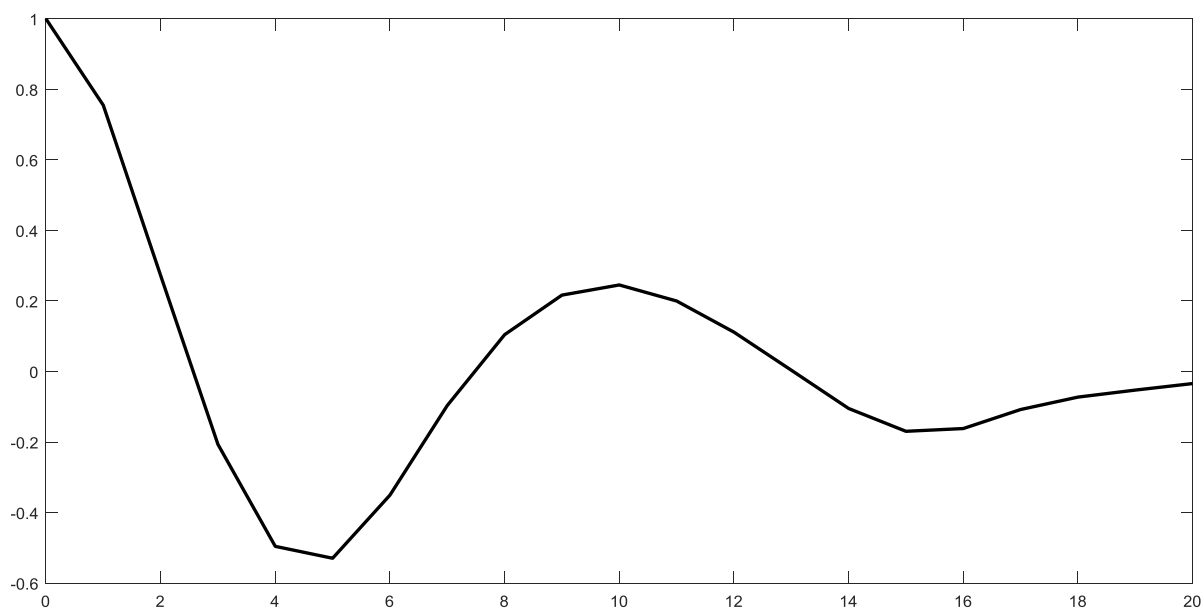


Рисунок 1 – Автокорреляционная функция ряда

- 19) Сначала попробуем построить АР модели разного порядка с помощью встроенных средств MATLAB. В MATLAB есть как раз функция $a = \text{aryule}(x,p)$, строящая АР модель на основе уравнений Юла-Уокера, которыми мы и хотим воспользоваться.
- 20) Входными параметрами функции являются ВР и порядок АР модели.
- 21) Найдите коэффициенты АР моделей **первого, второго и третьего** порядка. Должны получиться веса (первая единица отбрасывается):
- порядка 1: **-0.7704**; порядка 2: **-1.3342 0.7318**;
- порядка 3: **-1.2963 0.6626 0.0519**;

22) Построим AR модели с такими весами по формуле:

$$z_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \phi_3 \tilde{z}_{t-3}$$

Важно! В этой формуле у найденных таким методом MATLAB весов нужно поменять знак на противоположный. Просто формулы Юла-Уокера решают уравнение относительно нуля, а здесь мы их перенесли по другую сторону от текущей координаты наблюдения.

23) Нанесите все три полученные модели на один график вместе с ВР, как на рисунке 2.

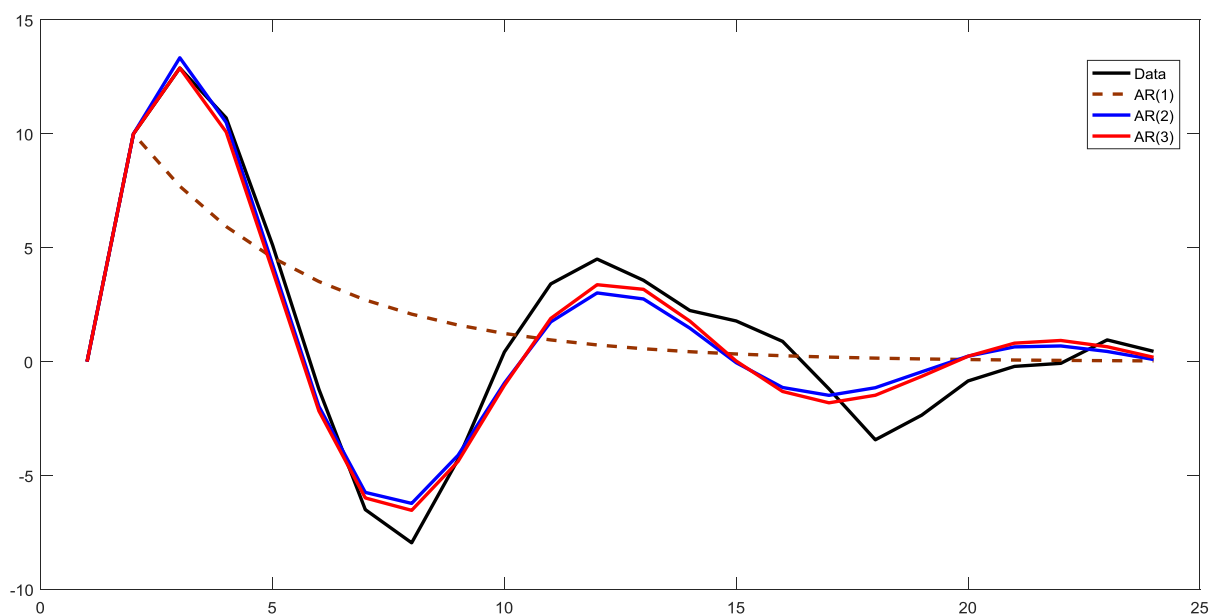


Рисунок 2 – ВР и его AR модели порядка 1, 2 и 3

- 24) Как видно из рисунка 2, лучше всего нам подходит **АР(2)** модель, так как АР(3) не дает существенных улучшений, а АР(1) – не подходит.
- 25) Теперь попробуйте найти весовые коэффициенты для АР моделей только **1 и 2 порядка** самостоятельно.
- 26) Для этого Вам придется построить автокорреляционную функцию этого ряда, либо оценить ее по формуле (2.17).
- 27) Для нахождения весового коэффициента АР(1) используйте следующую формулу:

$$\phi = \rho_1.$$

где $\rho_1 - r(1)$ оценка автокорреляционной функции.

- 28) Для АР(2) используйте следующие формулы аналогичным образом:

$$\phi_1 = \frac{\rho_1(1 - \rho_2)}{1 - \rho_1^2}, \quad \phi_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}.$$

- 29) Убедитесь, что полученные веса будут совпадать с теми, что были получены с помощью функций MATLAB.
- 30) Добавьте в отчет все проведенные расчеты с пояснением к каждому из них.

- 31) Теперь в зависимости от своего варианта, который определяется по последним двум цифрам студ. билета, выберите из выданных преподавателей **mat-файлов** тот, который имеет номер Вашего варианта и загрузите из него временной ряд.
- 32) Постройте график ВР и его автокорреляционную функцию.
- 33) Оцените порядок АР или СС модели.
- 34) Выберите модель с наиболее подходящей структурой и вычислите для нее коэффициенты сначала средствами MATLAB, а затем и собственными расчетами.
- 35) Поясните получившиеся результаты.
- 36) Оформите отчет.

3. Требования к оформлению отчета

Отчет должен обязательно содержать: постановку задачи, результаты выполнения пунктов с 1 по 36, графики соответствующих зависимостей с пояснениями, объяснения, которые требовались в ходе работы, заключение. Также весь код функций и сценариев добавляется в приложение в конце. У отчета должен быть оформлен грамотный титульный лист с указанием названия дисциплины, номера работы, фамилии преподавателя и ученика.