

**Программа повышения конкурентоспособности**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**

**высшего образования**

**«Уральский федеральный университет имени**

**первого Президента России Б. Н. Ельцина»**

**ВЫДЕЛЕНИЕ ТРЕНДОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ**

**ВРЕМЕННОГО РЯДА**

**Методические указания к выполнению**

**лабораторной работы № 3**

Екатеринбург

2017

## Содержание

Цель изучения материала .....	3
Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции .....	3
Список литературы .....	4
1. Введение.....	5
2. Задание на лабораторную работу .....	5
3. Требования к оформлению отчета.....	12

### **Цель изучения материала**

Целью данной лабораторной работы является знакомство с методами, используемыми при обработке временных рядов с целью построения их трендовой составляющей различными математическими методами, а также встроенными функциям MATLAB.

### **Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции**

Способность анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями.

Умение разрабатывать стратегии проектирования, определением целей проектирования, критериев эффективности, ограничений применимости.

Умение проводить разработку и исследование теоретических и экспериментальных моделей объектов профессиональной деятельности в областях науки, техники.

## Список литературы

1. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. — М.: Дело, 2007. — 504 с.
2. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: «Футурис», 2009. — 261 с.
3. Мишулина О.А. Статистический анализ и обработка временных рядов. — М.: МИФИ, 2008. — 180 с.
4. David R. Brillinger. Time Series: Data Analysis and Theory. — SIAM, 2001. — 540 с.
5. Smoothing Methods in Statistics / Jeffrey S. Simonoff. — Springer Series in Statistics; Corrected edition. — 1998. — 340 с.

## 1. Введение

На этой лабораторной работе мы впервые приступаем к декомпозиции временных рядов на простейшие компоненты, одной из которых является тренд или тенденция. В ходе работы студентами будут изучены такие способы построения кривых тренда, как регрессионные методы подгонки, методы скользящего сглаживания, и другие.

## 2. Задание на лабораторную работу

- 1) В зависимости от своего варианта, который определяется по последним двум цифрам студ. билета, из таблицы 1 на следующих страницах создать временной ряд из столбца (всего 24 точки).
- 2) Построить график заданного ряда.
- 3) Рассчитать регрессионную модель тренда первого порядка, то есть линейный тренд  $\tau(t) = \beta_0 + \beta_1 t$ .
- 4) Сначала произвести оценку регрессионной модели  $y = X\beta$ .

Для этого потребуется в матричном виде решить эту систему линейных уравнений.

$$5) \text{ Для линейного тренда } X = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_N \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}.$$

- 6) Задайте в MATLAB матрицу для ВР у:

$$X = [\text{ones}(1, \text{length}(y)); 1 : \text{length}(y)]; X = X';$$

- 7) Тогда уравнение  $y = X\beta$  в MATLAB решается просто как  $\mathbf{b} = X \setminus y$

- 8) Подставьте найденные коэффициенты в модель тренда  $\tau(t) = \beta_0 + \beta_1 t$ .

## Программа повышения конкурентоспособности

1	2	3	4	5	6	7	8
1,65	23,46	0,54	30,42	20,89	12,60	3,54	15,48
2,59	14,86	2,16	30,56	20,11	18,92	7,81	9,29
6,18	20,14	5,39	29,90	16,41	17,08	12,83	8,26
6,26	21,59	3,48	21,67	18,95	15,51	6,73	5,45
6,44	18,98	4,54	26,31	21,43	8,97	6,29	10,49
7,16	21,77	7,99	28,13	16,54	14,52	15,88	14,47
10,56	20,27	7,95	24,06	11,55	12,77	12,27	9,46
10,93	16,86	7,01	20,55	14,39	12,96	7,84	8,79
9,53	16,23	9,89	24,35	20,66	5,55	10,71	12,96
10,64	18,55	12,35	18,12	15,31	11,09	14,60	15,37
17,43	14,87	12,91	18,69	9,34	9,23	17,48	11,82
14,72	11,98	14,42	14,88	11,39	5,03	12,97	11,34
15,50	14,41	14,13	11,66	11,34	2,15	11,34	20,84
15,01	13,42	18,67	19,83	10,07	8,95	23,82	16,58
17,83	10,44	16,95	14,10	5,95	8,04	19,97	12,47
18,43	8,26	15,84	10,16	4,59	5,68	11,51	7,05
17,69	8,86	19,23	10,08	8,74	0,14	18,07	15,08
19,80	9,53	22,05	5,82	9,96	5,85	22,11	16,97
22,64	6,88	22,59	8,46	3,03	4,21	23,12	13,51
22,86	4,10	21,15	5,50	3,17	2,56	15,52	13,45
21,56	7,61	23,98	3,60	4,45	0,08	20,03	16,55
22,16	4,92	26,45	8,44	4,06	3,87	24,36	18,47
25,82	1,79	29,80	3,04	0,16	1,10	27,02	21,73
26,50	0,10	27,41	0,00	1,52	0,85	21,31	14,04

## Программа повышения конкурентоспособности

9	10	11	12	13	14	15	16
12,19	23,75	18,47	76,88	8,48	24,78	3,07	10,22
8,41	28,00	14,87	69,88	10,43	22,55	6,26	10,06
14,68	33,01	21,51	74,55	18,97	30,85	7,46	13,34
8,64	16,78	9,07	59,75	6,37	23,88	6,48	11,92
32,94	18,16	16,02	72,21	9,86	27,78	1,64	8,81
22,61	20,05	11,12	66,85	1,29	12,71	5,41	8,10
45,92	3,18	23,45	69,91	13,23	25,25	6,18	12,51
23,63	16,11	6,45	68,05	8,50	25,70	16,93	11,16
18,59	21,66	14,21	72,59	11,68	34,44	2,71	8,77
36,22	20,16	8,18	42,83	10,17	23,18	6,94	4,87
50,10	24,71	14,50	67,04	14,18	29,81	8,35	10,57
46,22	15,63	3,86	56,63	2,79	22,26	11,59	10,37
23,63	16,27	10,14	61,10	26,63	22,97	5,98	6,88
47,30	18,99	9,99	44,88	15,69	16,37	10,77	9,13
40,03	21,12	14,47	52,90	20,32	22,82	14,71	10,31
56,53	8,34	0,65	46,03	17,28	14,19	14,66	7,13
38,41	14,96	8,97	46,72	22,87	16,40	11,77	3,52
51,47	17,17	2,47	46,48	23,80	7,23	27,10	0,14
6,29	20,24	12,58	31,63	28,81	13,05	9,69	6,35
35,41	8,31	3,12	21,72	28,59	4,63	22,31	5,30
67,79	12,36	6,81	21,40	35,68	3,19	19,73	1,46
74,21	14,59	0,43	11,40	35,72	4,55	25,88	1,09
79,12	21,72	4,65	10,06	39,44	0,94	29,00	2,40
45,10	28,69	5,91	0,42	40,04	11,07	32,18	1,92

## Программа повышения конкурентоспособности

17	18	19	20	21	22	23	24
11,54	0,54	6,86	11,43	10,41	4,89	15,45	5,93
0,80	4,33	3,91	7,60	7,70	3,10	11,94	3,88
12,76	3,73	6,66	12,15	10,39	5,19	11,93	5,08
11,18	5,18	6,38	10,39	10,73	1,02	18,66	5,98
8,90	2,50	8,35	11,44	12,31	6,25	12,69	7,77
8,49	3,72	6,16	10,94	9,58	5,06	10,01	6,67
11,38	4,78	7,68	13,54	11,53	5,96	8,81	6,55
10,93	5,72	7,12	11,87	11,55	6,27	10,86	6,27
9,40	3,69	8,61	13,35	13,98	6,56	11,49	8,23
9,30	4,80	5,87	11,72	10,07	6,43	10,78	6,61
12,43	6,35	7,76	13,58	11,44	6,45	10,38	7,40
11,03	6,89	7,07	10,56	11,00	6,26	13,07	7,48
10,88	6,38	8,37	11,04	11,16	7,00	10,81	8,08
11,33	5,93	8,69	8,96	9,49	4,51	12,73	7,00
13,86	9,17	6,83	11,38	10,41	5,93	12,11	6,16
14,98	9,31	6,17	9,26	9,15	6,53	15,74	5,73
12,66	4,07	6,98	9,38	8,48	6,98	17,71	7,23
12,98	9,47	3,84	8,04	5,41	8,96	15,31	3,86
18,09	12,28	4,75	10,98	6,44	5,78	11,15	5,63
17,49	13,32	4,05	7,95	6,15	5,87	18,12	5,66
14,97	9,87	4,88	7,67	3,17	6,21	20,81	5,71
14,42	12,73	0,51	4,69	0,47	3,33	19,90	2,62
21,29	16,73	2,60	7,16	1,80	5,21	19,15	3,89
20,66	17,05	0,90	4,17	1,26	4,63	22,43	3,44



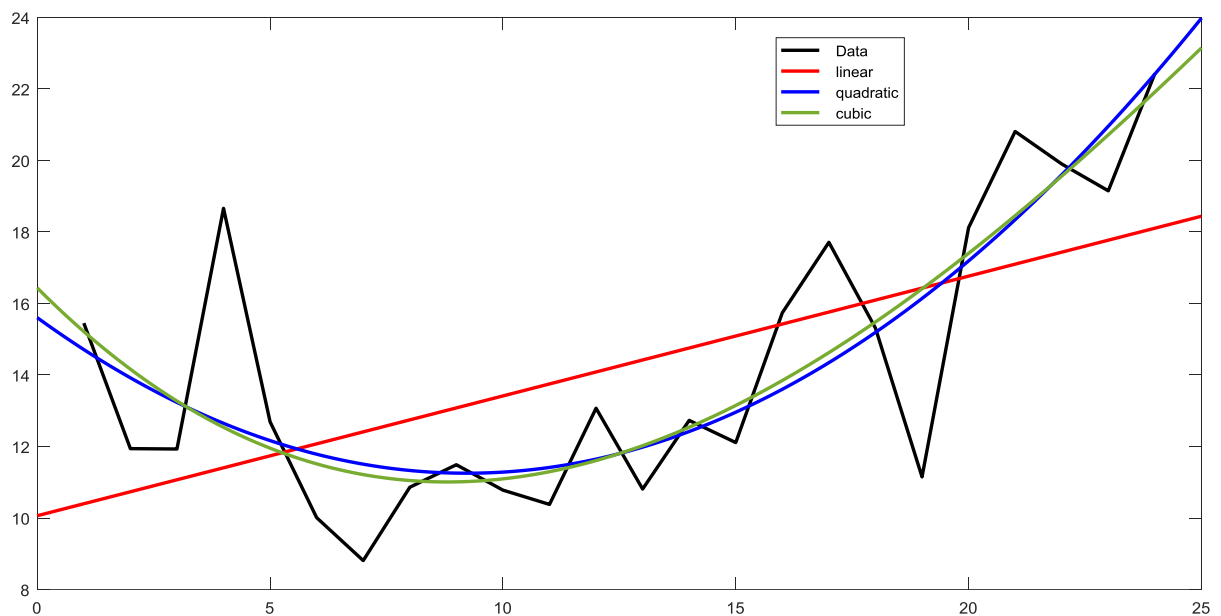


Рисунок 1 – Тренды ряда, построенные его регрессией.

- 9) Постройте график ВР и его линейного тренда. В отчете укажите его найденные коэффициенты  $\beta$ .
- 10) Аналогичным образом постройте модель тренда **второй** и **третьей** степени.
- 11) В отчете привести подробные **формулы расчета** и способы решения системы уравнений в MATLAB. Все три тренда нанесите на один график, как на рисунке 1.
- 12) Постройте функцией *plot* график ВР. Среди меню выберите вкладку **Tools->Basic Fitting**, откроется окно, представленное на рисунке 2.
- 13) В этом окне выберите линейный, квадратичный и кубический тренды, а также отметьте галочкой «Выводить уравнения» (*Show equations*).
- 14) Убедитесь, что полученные Вами коэффициенты для регрессионных трендов совпадают с теми, что получены средствами MATLAB.

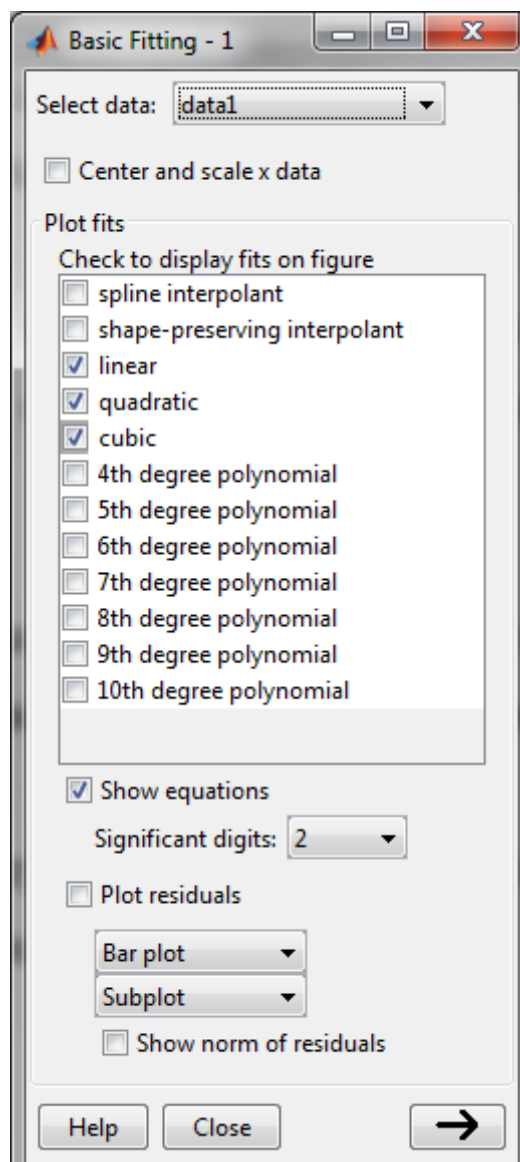


Рисунок 2 – Встроенное средство построения регрессионных трендов

- 15) Рисунок с трендами, построенными средствами MATLAB, добавьте в отчет. На рисунке должны обязательно присутствовать все три тренда и их уравнения.
- 16) Теперь используя **метод последовательных разностей** (формулы 4.9 и 4.10 из лекции 4) определите **наилучшую степень полинома  $p$**  для модели тренда.
- 17) В отчете приведите таблицу  $d_k$  (4.10) и конечный полученный результат степени полинома  $p$ , на основании этой таблицы.

- 18) Построить для заданного ВР тренд найденной степени  $p$ , но уже на основе более **сложной модели** с шумом  $y = X\beta + \varepsilon$ .
- 19) Для этого потребуется написать сценарий, реализующий алгоритм, описанный в лекции 4 на страницах 13-14.
- 20) После получения оценок  $\mu$  и  $\sigma^2$  вычислите

$$V_{\varepsilon}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \begin{vmatrix} 1 & -\mu & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\mu & 1 + \mu^2 & -\mu & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\mu & 1 + \mu^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 + \mu^2 & -\mu \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\mu & \mu \end{vmatrix}$$

- 21) Затем вычислите в матричном виде  $b = (X^T V_{\varepsilon}^{-1} X)^{-1} X^T V_{\varepsilon}^{-1} y$ .
- 22) Постройте новый тренд с коэффициентами из вектора  $b$ . Рисунок ВР и этого тренда не забудьте добавить в отчет.
- 23) Теперь построим тренд методом сглаживания. Для этого используйте функцию MATLAB **smooth(y, p)**, где  $y$  – исходный ВР, а параметр  $p$  – порядок (число точек) сглаживания.
- 24) Постройте тренды, полученные методом скользящего сглаживания по **трем, четырем и пяти** точкам. Постройте каждый из них **отдельно**, но вместе с исходным ВР (то есть всего 3 рисунка по 2 графика в каждом).
- 25) Постройте **собственную функцию** сглаживания по трем точкам.
- 26) Сравните получившиеся результаты – тренды должны получиться одинаковыми.
- 27) Наконец, постройте тренд методом экспоненциального сглаживания, самостоятельно подобрав его параметр (который лежит в диапазоне от 0 до 1).

### **3. Требования к оформлению отчета**

Отчет должен обязательно содержать: постановку задачи, результаты выполнения пунктов с 1 по 27, графики соответствующих зависимостей с пояснениями, объяснения, которые требовались в ходе работы, заключение. Также весь код функций и сценариев добавляется в приложение в конце. У отчета должен быть оформлен грамотный титульный лист с указанием названия дисциплины, номера работы, фамилии преподавателя и ученика.