

Программа повышения конкурентоспособности

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Уральский федеральный университет имени

первого Президента России Б. Н. Ельцина»

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Методические указания к выполнению

лабораторной работы № 8

Екатеринбург

2017

Содержание

Цель изучения материала	3
Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции	3
Список литературы	4
1. Введение.....	5
2. Задание на лабораторную работу	5
3. Требования к оформлению отчета.....	11

Цель изучения материала

Целью данной лабораторной работы является изучение студентами методов прогнозирования временных рядов на основе минимизации среднеквадратичной ошибки. В ходе выполнения работы студентами приобретаются навыки и умения по применению методик экстраполяции трендов и прогнозирования на основе авторегрессионных моделей.

Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции

Способность анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями.

Умение разрабатывать стратегии проектирования, определением целей проектирования, критериев эффективности, ограничений применимости.

Умение проводить разработку и исследование теоретических и экспериментальных моделей объектов профессиональной деятельности в областях науки, техники.

Список литературы

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление, Под ред. В.Ф. Писаренко. — М.: Мир, 1974. — 406 с.
2. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: «Футурис», 2009. — 261 с.
3. Мишулина О.А. Статистический анализ и обработка временных рядов. — М.: МИФИ, 2008. — 180 с.
4. Ефимов В. М., Галактионов Ю. К., Шушпанова Н. Ф. Анализ и прогноз временных рядов методом главных компонент. — Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1988. — С. 70.
5. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. — М.: Дело, 2007. — 504 с.
6. Karter J. Time series analysis with MATLAB. ARIMA/VARMAX/GARCH/GJR Models. Functions and Examples. — 2016. — 422 с. ISBN 978-1-539-54638-2.
7. Chris Chatfield. Time-Series Forecasting. — Chapman and Hall/CRC; 1st ed. — 2000. — 280 p. ISBN 978-1584880639

1. Введение

При прогнозировании мы пытаемся по тем свойствам, характеристикам и состояниям ВР, что были получены в ходе его анализа, описать и дать характеристику процессов и явлений в будущем. В ходе лабораторной работы мы будем строить только **ретроспективный прогноз**, так как при ретроспективном прогнозе рассчитываются отсчеты ВР для периода времени, за который уже имеются фактические значения. Для повышения интереса и приближения задачи к практической области, в качестве исходного ряда используются различные реальные данные.

2. Задание на лабораторную работу

- 1) Загрузите из mat-файла **nyse.mat** ВР, содержащий отсчеты композитного NYSE индекса биржи, с 1990 по 2001 год, всего 3028 отсчетов в вектор-строке. ВР представлен на рисунке 1.

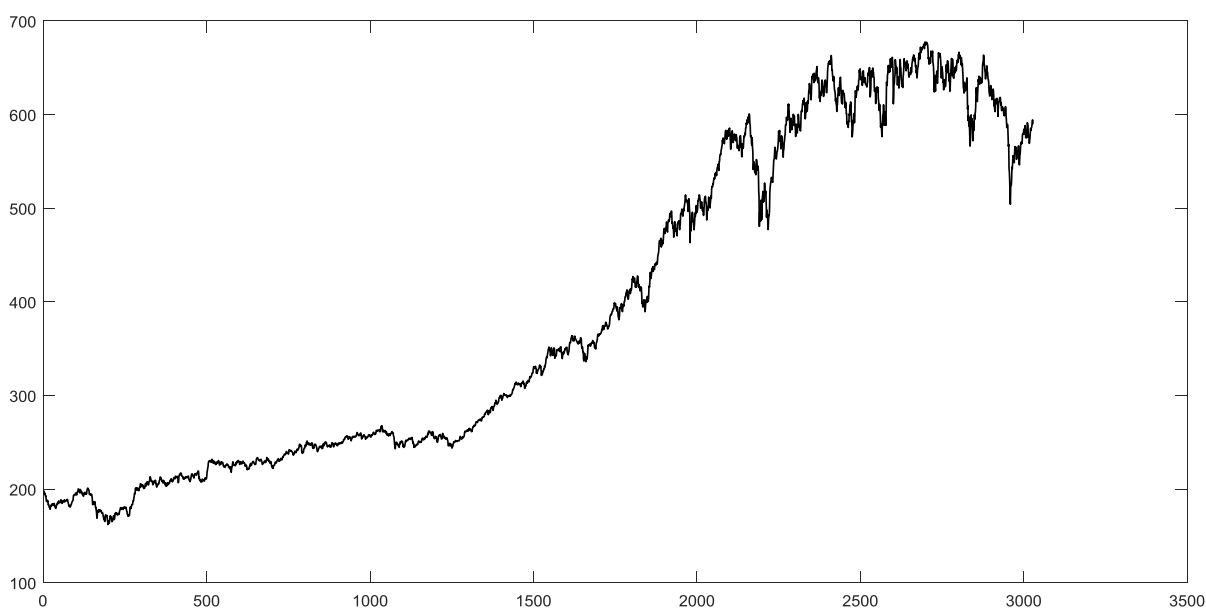


Рисунок 1 – Индекс биржи NYSE

- 2) Длина прогноза для всех студентов будет равна **100** отсчетам.
- 3) Начальная точка прогноза определяется по вариантам:

$$= 500 + (\text{две последние цифры студ. Билета \% 25}) * 100$$
- 4) Мы будем производить **ретроспективный прогноз**, то есть у нас всегда будут точки, по которым можно будет сравнить, правильным получился прогноз, или нет. Для этого достаточно построить кривую прогноза и кривую исходного ВР от начальной точки прогноза до точки (начальная точка + 100). Пример ретроспективного прогноза приведен на рисунке 2. Он строился следующим образом от **начальной точки 500** на **100** точек вперед:

`plot(1:500+100, nyse(1:500+100), 501:500+100, forecast);`

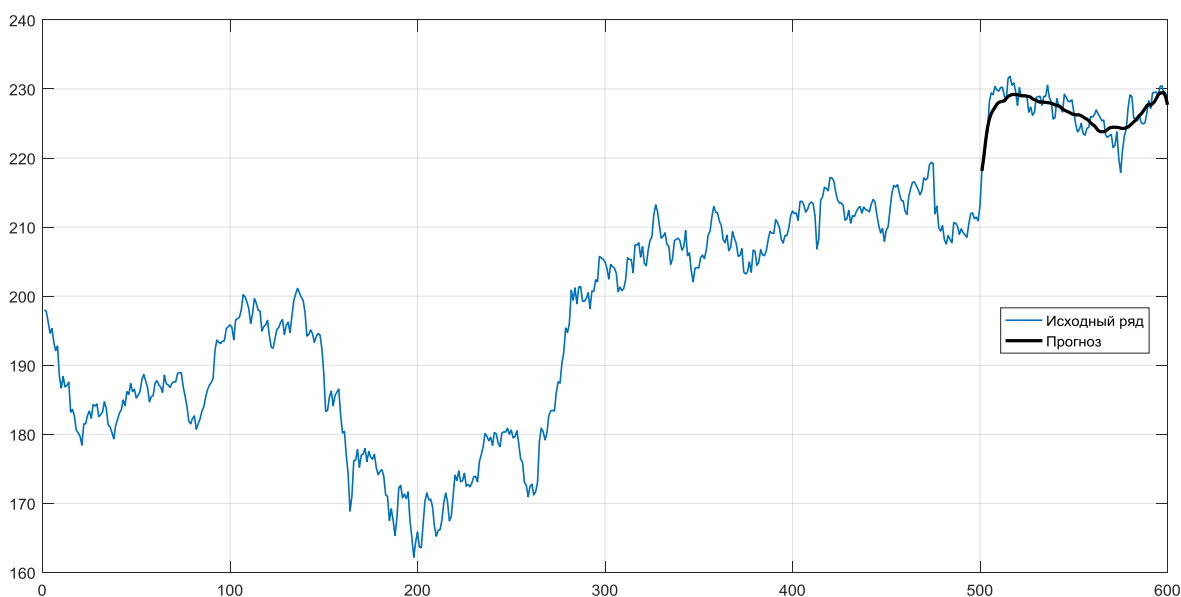


Рисунок 2 – Как должны выглядеть изображения в отчете

- 5) Если из рисунка плохо понятно, насколько точен прогноз, то можно строить его локально, то есть, только начиная с начальной точки, как на рисунке 3. Для этого используйте аналогичную функцию:
`plot(500:500+100, nyse(500:500+100), 501:500+100, forecast);`

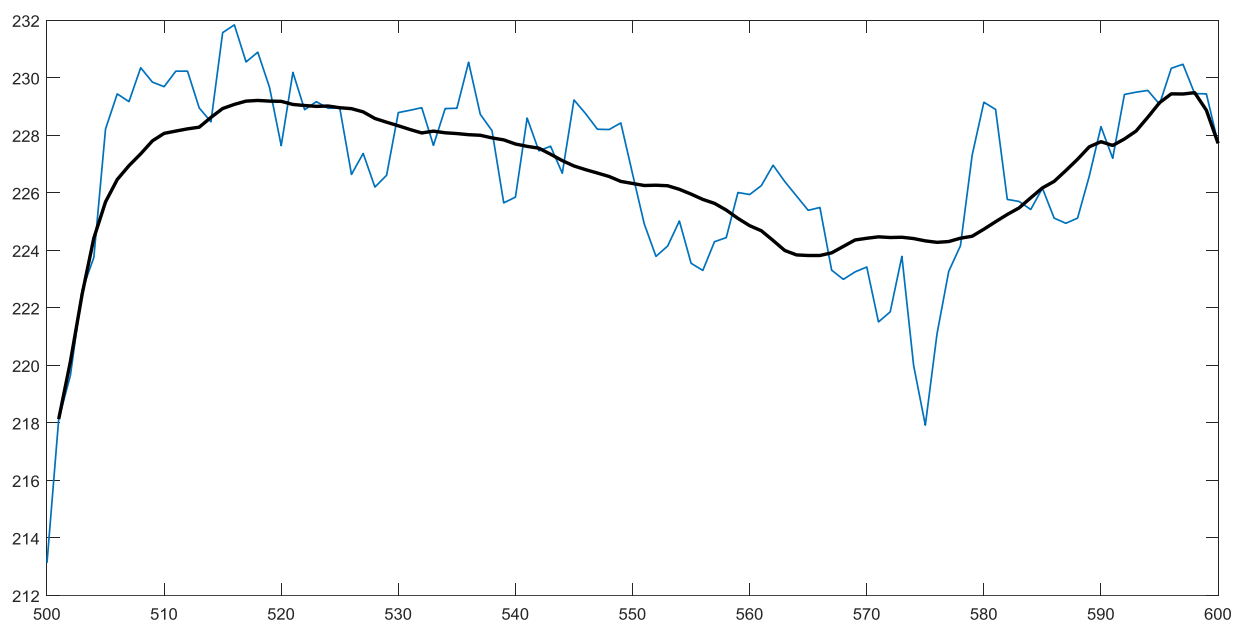


Рисунок 3 – Альтернативный вариант изображения прогноза

Внимание! То, что прогноз может получиться не удовлетворительным, не является ошибкой. Исходный ряд является выборкой реального процесса, а потому он не имеет заранее известной, хорошо описываемой формы прогноза ряда.

- 6) Начнем с простейших методов прогноза. Так как в ряде явно меняется средний уровень, то метод неизменных уровней отклоняется. Но на некоторых интервалах, возможно, работает метод среднего абсолютного прироста.
- 7) Используйте **метод прогноза среднего абсолютного прироста** для своего варианта. Метод описан на **стр. 8 лекции 7, пункт 2.1.**
- 8) Сначала выполните соответствующие проверки метода. Если они не выполняются, то метод не применим.

9) Для **оценки точности прогноза** используйте следующую оценку:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{100} \sum_{i=\text{нач.точка}}^{\text{нач.точка}+100} \frac{|y(t_i) - y_i|}{y(t_i)} \cdot 100\%$$

10) Этот показатель обычно интерпретируется следующим образом:

если $\bar{\varepsilon} < 10\%$, то точность прогноза высокая, если $10\% < \bar{\varepsilon} < 20\%$, то точность прогноза хорошая, если $20\% < \bar{\varepsilon} < 50\%$, то точность прогноза удовлетворительная, для $\bar{\varepsilon} > 50\%$ прогноз не удовлетворителен.

11) Попробуйте применить **метод прогноза среднего темпа роста**, методика которого описана на стр. 8 лекции 7 пункт 2.2. Он вполне может быть применим, там как тренд близок к экспоненциальной кривой, но не на всех отрезках ряда.

12) Постройте регрессионную модель тренда первого, второго и третьего порядка на основе методики, которая изучалась в лабораторной работе №4. Напоминаем, что самый быстрый вариант для этого – это использование функций MATLAB *Basic Fitting* с указанием коэффициентов полученных полиномов.

13) Постройте **прогноз на основе трендов** первого, второго и третьего порядков. Должны быть построены три отдельных изображения. **Не забывайте для каждого прогноза оценивать его точность по формуле в начале страницы.**

14) Постройте доверительные интервалы для тренда **первого** порядка на рисунке вместе с прогнозом и самим рядом по следующей методике:

$$\begin{aligned}\tau_B(t) &= \tau(t) + \delta(t), \\ \tau_H(t) &= \tau(t) - \delta(t),\end{aligned}$$

Нам требуется оценить величину $\delta(t)$.

- 15) Для тренда первого порядка эта величина равняется:

$$\delta_{p=1}(t_l) = t_{\alpha, N-2} \cdot S \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(\tau(t_l) - \bar{\tau})^2}{\sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2}}$$

где $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N e_i^2}{N-2}}$, e_i – остаточный ряд или ряд ошибок, то есть разница между исходным ВР и его прогнозом, $t_{\alpha, N-2}$ – квантиль распределения Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha = 0.05$ со степенями свободы $N - 2$.

Квантиль посчитайте через MATLAB: **tinvt(1 - 0.05/2, 98)**.

- 16) Постройте для ВР модель **АР(1)** (= авторегрессии первого порядка) на основе методики, описанной в лабораторной работе № 5.
- 17) Постройте **прогноз ряда** на основе его АР(1) модели по методике, описанной в лекции 8. Для упрощения этой задачи, опишем методику в кратком виде так: пусть построена АР(1) вида $z_t = k \cdot z_{t-1} + a_t$.

- 18) Тогда первая точка прогноза равняется

$$z_t(1) = k \cdot z_{\text{последняя_известная_точка}}$$

- 19) Вторая и далее точка прогноза равняются

$$z_t(2) = k \cdot z_t(1); \quad z_t(M) = k \cdot z_t(M-1)$$

- 20) Аналогично постройте модель ВР вида **АР(2) второго порядка**.

$$z_t = k_1 \cdot z_{t-1} + k_2 \cdot z_{t-2} + a_t$$

- 21) На ее основе постройте такой **прогноз АР(2)**:

$$z_t(1) = k_1 \cdot z_{\text{последняя_известная_точка}} + k_2 \cdot z_{\text{последняя_известная_точка}-1}$$

$$z_t(2) = k_1 \cdot z_t(1) + k_2 \cdot z_{\text{последняя_известная_точка}}$$

$$z_t(M) = k_1 \cdot z_t(M-1) + k_2 \cdot z_t(M-2).$$

- 22) Постройте коррекцию прогноза для AP(1) модели через **весовую коррекцию прогноза**. Для моделей первого порядка $z_t = k \cdot z_{t-1} + a_t$ веса коррекции считаются очень просто:

$$\psi_0 = 1,$$

$$\psi_1 = k,$$

$$\psi_2 = k\psi_1 = k^2,$$

$$\psi_n = k\psi_{n-1} = k^n, \dots$$

- 23) Тогда коррекция будет следующей:

$$z_{t+1}(1) = z_t(2) + k \cdot (z_{t+1}^{набл} - z_t(1)),$$

$$z_{t+1}(2) = z_t(3) + k^2 \cdot (z_{t+1}^{набл} - z_t(1)),$$

$$z_{t+1}(n) = z_t(n+1) + k^n \cdot (z_{t+1}^{набл} - z_t(1)).$$

...

- 24) Сделайте коррекцию прогноза сначала для 1 точки, затем для двух, затем для трех. На результирующем графике тогда получится 5 кривых: исходный ряд, первичный прогноз с начальной точки, корр. прогноз с начальной точки + 1, корр. прогноз с начальной точки + 2 и корр. прогноз с начальной точки + 3.
- 25) **Известные наблюдения**, естественно, брать из самого ряда NYSE, так как прогноз ретроспективный и все значения нам известны.
- 26) В конце отчета сделайте вывод, какой из прогнозов оказался самым точным. Попробуйте объяснить, почему так получилось и что это говорит о характере исходного временного ряда.

3. Требования к оформлению отчета

Отчет должен обязательно содержать: постановку задачи, результаты выполнения пунктов с 1 по 26, графики соответствующих зависимостей с пояснениями, объяснения, которые требовались в ходе работы, заключение. В итоге, в отчете должны быть представлены следующие виды прогнозов: прогноз среднего абсолютного прироста (или оценка его неприменимости), прогноз среднего темпа роста, прогноз тренда (несколько видов), прогноз по модели $AR(1)$ (и его коррекция) и прогноз по модели $AR(2)$. Также весь код функций и сценариев добавляется в приложение в конце. У отчета должен быть оформлен грамотный титульный лист с указанием названия дисциплины, номера работы, фамилии преподавателя и ученика.