

**Программа повышения конкурентоспособности**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**

**высшего образования**

**«Уральский федеральный университет имени**

**первого Президента России Б. Н. Ельцина»**

**ЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДОВАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ**

**Методические указания к выполнению**

**лабораторной работы № 7**

Екатеринбург

2017

## Содержание

Цель изучения материала .....	3
Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции .....	3
Список литературы .....	4
1. Введение.....	5
2. Задание на лабораторную работу .....	5
3. Требования к оформлению отчета.....	12

### **Цель изучения материала**

Целью данной лабораторной работы является изучение студентами методов адаптивного анализа временных рядов, а также овладение навыками реализации базового и модифицированных методов эмпирической модовой декомпозиции временных рядов, вместе с их дальнейшей оценкой частотно-временных характеристик через преобразование Гильберта.

### **Перечень компетенций, формирующихся или получающих приращение в результате прослушивания лекции**

Способность анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями.

Умение разрабатывать стратегии проектирования, определением целей проектирования, критериев эффективности, ограничений применимости.

Умение проводить разработку и исследование теоретических и экспериментальных моделей объектов профессиональной деятельности в областях науки, техники.

## Список литературы

1. Сафиуллин Н.Т. Разработка методики анализа временных рядов с помощью преобразования Хуанга-Гильберта: дисс. на соискание степени к.т.н. — 2015. — 193 с.

[https://www.sibsutis.ru/upload/iblock/cc2/Сафиуллин\\_диссертация.pdf](https://www.sibsutis.ru/upload/iblock/cc2/Сафиуллин_диссертация.pdf)

2. Huang N. E. The Hilbert-Huang transform and its applications / Ed. By S. S. Shen. Interdisciplinary mathematical sciences. 5 Toh Tuck Link, Singapore 596224: World Scientific Publishing Company Co. Pte. Ltd. — 2005. — P. 311. ISBN: 9812563768.

3. Yeh J.R., Shieh J.S., Huang N.E. Complementary Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Novel Noise Enhanced Data Analysis Method. — Advances in Adaptive Data Analysis. 2010. — Vol. 2, no. 2. — P. 135–156.

4. Вайнштейн Л. А., Вакман Д. Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М: Наука, 1983. — С. 287.

5. Huang N. E., Wu Z., Long S. R. et al. On Instantaneous Frequency // Advances in Adaptive Data Analysis. — 2009. — Vol. 1, no. 2. — P. 177–229.

6. Huang N. E., Shen Z., Long S. R. et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // Proc. R. SOC. London, Ser. A. — 1998. — no. 454. — P. 903–995.

## 1. Введение

Метод эмпирической декомпозиции почти не имеет теоретической базы его описания, в отличие от многих других методов анализа временных рядов. По этой причине, данный алгоритм лучше всего изучать на практике, нежели рассматривая его некоторое теоретическое описание. Мы реализуем самые простые версии этого метода EMD в пакете MATLAB средствами его языка.

## 2. Задание на лабораторную работу

- 1) В силу новизны метода эмпирической модовой декомпозиции (**EMD**), его реализации не существует встроенными средствами MATLAB. Поэтому, прежде чем использовать его для анализа ВР, нужно будет написать его функцию-реализацию.
- 2) Назовем функцию **emd(F)**, у нее **один входной параметр** – это исходный ВР  $F$ , и **один выходной параметр** – это массив компонент **Modes**. Длину ряда  $N$  мы можем посчитать и внутри самой функции. Внутри этой функции надо реализовать следующий алгоритм:
- 3) Сначала находим длину ряда  $N$  функцией **length(F)**.
- 4) Если что, переверните ряд в нужные нам размерности:  
**if size(F,2)<size(F,1), F=F'; end**
- 5) Нормируем исходный ряд с помощью: **Fstd=std(F); F=F/Fstd;**
- 6) Вычисляем, сколько у нас будет компонент: **Nc=fix(log2(N))+1;**
- 7) Выделяем память под конечный результат и под все моды:  
**Modes=zeros(N,Nc);**  
**mode=zeros(N,Nc);**

- 8) Пусть в массиве мод **mode** первый ряд – есть исходный, чтобы удобнее было строить итерационный процесс. **mode(:,1)=F;**
- 9) Присваиваем отсеянный массив исходному ВР: **xend = F;**
- 10) Далее идет **цикл** по числу компонент **nm**, начиная **со второй** и заканчивая **(Nc-1)**. Внутри цикла присваиваем исходный обрабатываемый ряд последнему отсеянному: **xstart = xend;**
- 11) После этого начинается **второй внутренний цикл просто из 10 шагов**, внутри которого будем уже отсеивать компоненту.
- 12) Находим все точки экстремума (минимум и максимум, их *x* и *y* координаты) массива **xstart**. Здесь Вам пригодится функция **findpeaks( )**, изучите ее формат самостоятельно.
- 13) Далее строятся два массива огибающих через экстремумы:  
Массив верхней огибающей: **upper=spline(max\_x,max\_y,1:1:N);**  
Массив нижней огибающей: **lower=spline(min\_x,min\_y,1:1:N);**
- 14) Ищем среднее этих массивов: **mean\_ul = (upper + lower)/2;**
- 15) Вычитаем среднее из отсева: **xstart = xstart - mean\_ul;**
- 16) Повторяем шаги 11-14 **десять раз** внутри **цикла отсеивания**.
- 17) После отсеивания компоненту мы нашли, сохраняем ее:  
**mode(:,nm)=xstart;**  
И вычитаем из исходного ВР: **xend = xend - xstart;**
- 18) Повторяем шаги с 9 по 16 по переменной цикла **nm** до **(Nc-1)**.
- 19) После завершения второго цикла у нас останется остаточный ряд, который тоже надо сохранить: **mode(:,Nc)=xend;**
- 20) Теперь денормируем получившиеся ряды обратно:  
**Modes= Modes +mode; Modes = Modes \*Fstd; Modes = Modes ';**
- 21) Чтобы не запутаться с номерами компонент (помните, для итеративности мы записали в начало сам ряд?), лучше всего удалить первую строку. **Modes(1,:) = [];**

- 22) Алгоритм EMD декомпозиции готов.
- 23) Чтобы было легче с ним обращаться, его вызов происходит следующим образом: **Modes = emd(F);**
- 24) После этого выделяем в отдельные переменные получившиеся компоненты, **построчно**:  
 $c1 = \text{Modes}(1,:); c2 = \text{Modes}(2,:); c3 = \text{Modes}(3,:); c4 = \text{Modes}(4,:);$  и т.д.
- 25) Если Вы где-то запутались при реализации алгоритма – всегда есть блок-схема алгоритма EMD на рисунке 1, которая подскажет, где Вы могли ошибиться. Текстовое описание алгоритма приводится в лекции 6 на стр. 24-25.

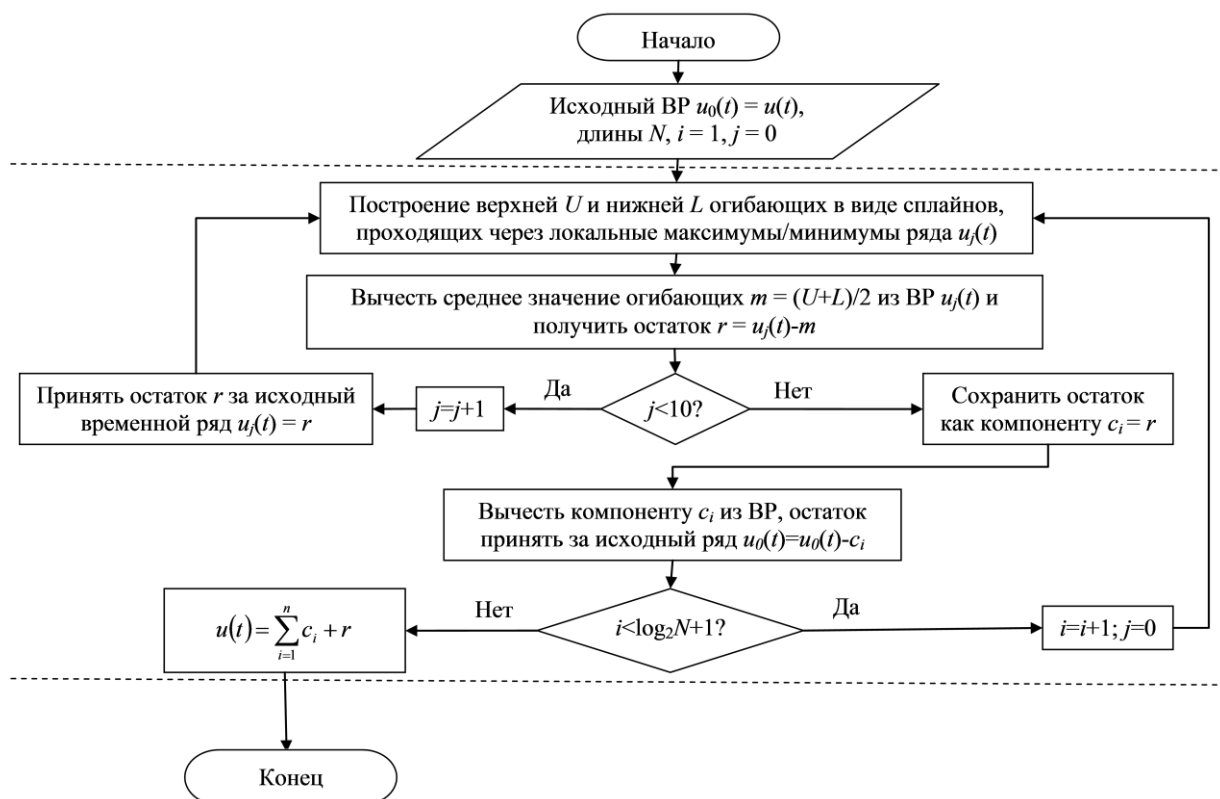


Рисунок 1 – Подробная схема алгоритма EMD

- 26) Для начала **проверим** наш метод декомпозиции на простом примере. Создайте ВР из двух гармоник в 10 Гц и 20 Гц:

```
t=linspace(0,1,128);
```

```
F=sin(2*pi*10*t)+sin(2*pi*20*t);
```

```
Modes = emd(F);
```

- 27) В результате декомпозиции в первой компоненте будет 20 Гц составляющая, во второй – 10 Гц составляющая. То есть должен получиться результат, примерно как на рисунке 2.

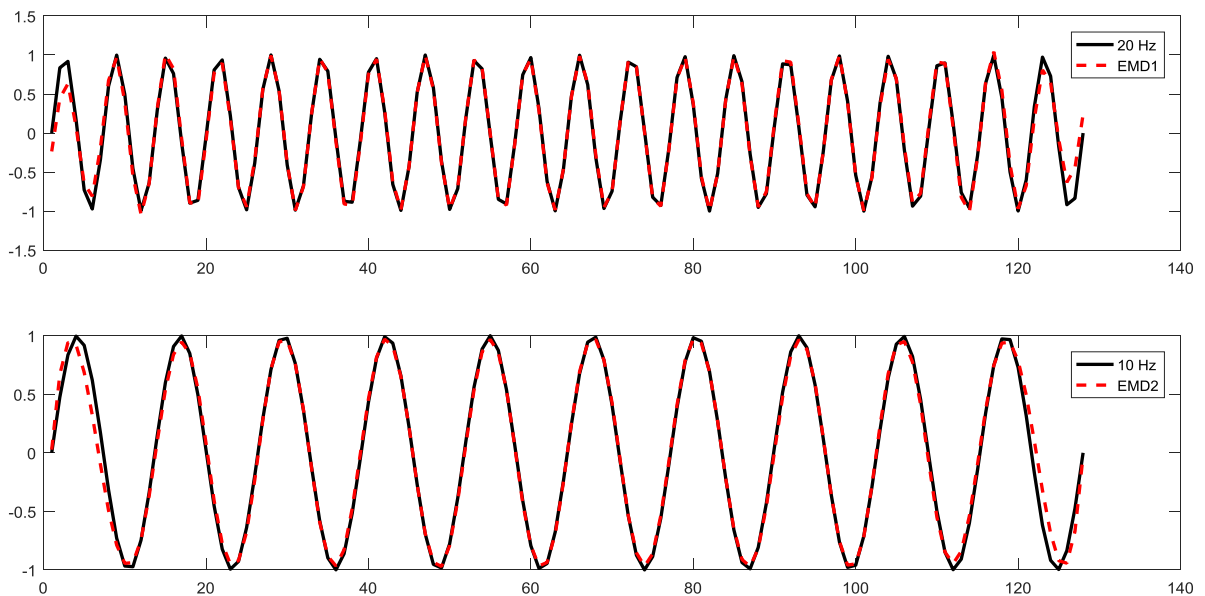


Рисунок 2 – Первая и вторая компоненты ряда после EMD декомпозиции

- 28) Теперь аналогичным образом создайте **ВР из 4-х гармоник**, только число отсчетов ВР возьмите побольше. Проведите декомпозицию для него и опишите полученные результаты в отчете.



29) Проведите аналогично декомпозицию следующих видов ВР:

ВР с резким изменением частоты;

**load freqbrk;**

ВР, являющийся чистым белым шумом;

**F=wgn(1,1e4,0);**

ВР в виде ЛЧМ сигнала от 0 до 100 Гц;

**t=linspace(0,1,1000); F = chirp(t,0,1,100);**

ВР в виде 2-х гармоник с шумом;

**t=linspace(0,1,500);**

**F=sin(2\*pi\*10\*t)+sin(2\*pi\*20\*t)+0.2\*randn(1,500);**

30) Представьте в отчете все полученные результаты декомпозиции вышеуказанных рядов. Поясните полученные результаты.

31) Теперь попробуем оценить **частотно-временные характеристики** некоторых временных рядов.

32) Для начала, постройте **спектрограммы** на основе функции **spectrogram()** для следующих ВР:

ЛЧМ сигнала:

**t=linspace(0,1,1000); F = chirp(t,0,1,100);**

Квадратичного ЧМ сигнала:

**t=linspace(0,1,800); F = chirp(t,80,1,400,'quadratic');**

ВР с резким изменением частоты:

**load freqbrk;**

ВР из четырех гармоник с частотами 10 Гц, 40 Гц, 80 Гц, 160 Гц:

**t=linspace(0,1,800);**

**F=sin(2\*pi\*10\*t)+sin(2\*pi\*40\*t)+sin(2\*pi\*80\*t)+sin(2\*pi\*160\*t);**

33) Поясните получившиеся результаты и приведите изображения спектрограмм. Укажите нужные частоты на графиках.

- 34) Теперь вместо спектрограммы найдем **мгновенные частоты** для ВР через **преобразование Гильберта**.
- 35) Напомним, что значение мгновенной частоты находится через понятие аналитического сигнала, сопряженного к исходному по Гильберту. Построим его в MATLAB: **A = hilbert(F);**
- 36) Затем выразим МЧ через производную фазы. Найдем сначала мгновенную фазу сигнала: **phi = unwrap(angle(A));**
- 37) Рассчитаем производную численно: **w = diff(phi);**
- 38) И от относительных частот вернемся к абсолютным:
- $$\mathbf{f\_ht} = \mathbf{w} / 2 / \pi / (\mathbf{t(2)} - \mathbf{t(1)});$$
- 39) Вот так будет найдена **мгновенная частота** ряда F. Теперь объедините все эти строчки для написания **одной функции**, которая **получает** исходный ряд **F**, его временную сетку **t** и возвращает функцию мгновенной частоты от времени **f\_ht**.
- 40) Для примера возьмем ЛЧМ сигнал с частотой от 0 до 100 Гц:
- $$\mathbf{t} = \mathbf{linspace(0,1,1000)}; \mathbf{F} = \mathbf{chirp(t,0,1,100)};$$
- 41) Постройте для него спектр мгновенной частоты, и постройте для него линейный тренд методом регрессии. Должно получиться что-то вроде рисунка 3.

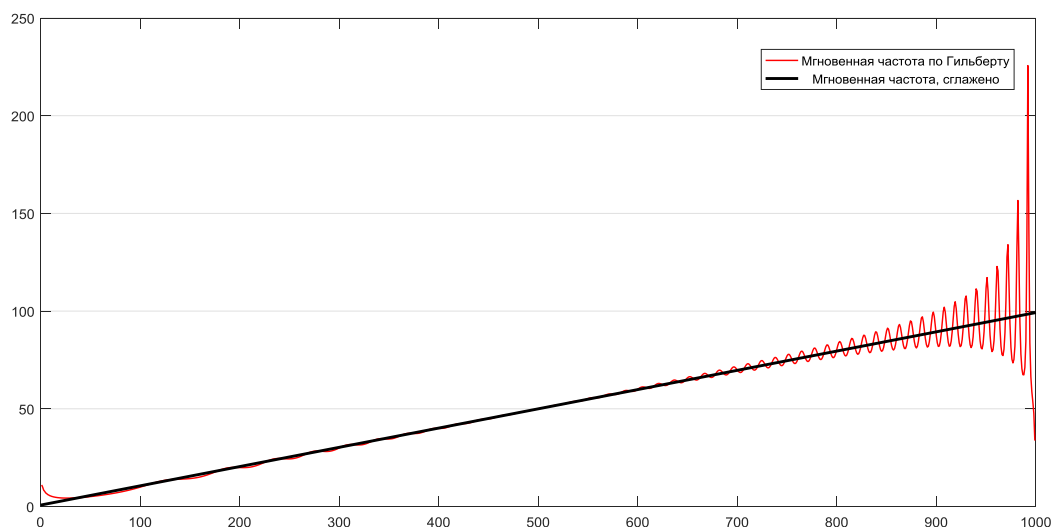


Рисунок 3 – Мгновенная частота ЛЧМ сигнала

- 42) Как видно из рисунка 3, линейный тренд дал нам почти 100% точность описания функция частоты от времени для ЛЧМ сигнала – ровно от 0 до 100 Гц, как и ожидалось. Правда, частота, полученная по Гильберту, имеет серьезные искажения. По этой причине **значения мгновенной частоты, полученной по Гильберту, всегда сглаживают или аппроксимируют трендом.**
- 43) Аналогично, постройте графики мгновенной частоты для ВР:  
ЛЧМ сигнал с частотой от 5 до 50 Гц;  
ЛЧМ сигнал с частотой от 200 до 300 Гц;  
Квадратичный ЧМ сигнал с частотой от 0 до 250 Гц (для него нужно строить **квадратичный тренд!**);  
ВР с резким изменением частоты **freqbrk**;
- 44) Сравните полученные результаты со спектрограммами. Какие из результатов Вам кажутся более понятными и почему?
- 45) Попробуйте построить **мгновенную частоту** для ВР из четырех гармоник с частотами 10 Гц, 40 Гц, 80 Гц, 160 Гц. Должен получиться график полный квазипериодических непонятных колебаний. Так и должно быть. Потому что есть правило: **прежде чем рассчитывать мгновенную частоту ряда, надо его разбить на составные части.**
- 46) Отсюда и появляется **основная методика анализа нестационарных временных рядов адаптивными методами:**  
Сначала ВР декомпозируют одним из методов (SSA, Wavelet, EMD, EEMD) на компоненты, и только затем производят расчет частотно-временных характеристик этих компонент (спектрограммы, мгновенная частота, вейвлет-спектр).
- 47) Запишите это правило и методику себе в отчет и запомните.

### **3. Требования к оформлению отчета**

Отчет должен обязательно содержать: постановку задачи, результаты выполнения пунктов с 1 по 47, графики соответствующих зависимостей с пояснениями, объяснения, которые требовались в ходе работы, заключение. Также весь код функций и сценариев добавляется в приложение в конце. У отчета должен быть оформлен грамотный титульный лист с указанием названия дисциплины, номера работы, фамилии преподавателя и ученика.