Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

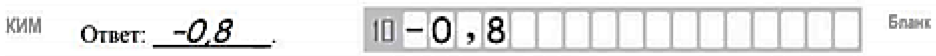
Вариант № 7

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$sin^2\, a + cos^2\, a = 1$$

$$sin\, 2a = 2\, sin\, a \cdot cos\, a$$

$$cos\, 2a = cos^2\, a - sin^2\, a$$

$$sin(a + \beta) = sin\, a \cdot cos\, \beta + cos\, a \cdot sin\, \beta$$

$$cos(a + \beta) = cos\, a \cdot cos\, \beta - sin\, a \cdot sin\, \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

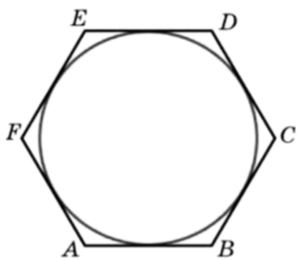
1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-4} = 2$

Ответ: ________________

2 На олимпиаде по русскому языку 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 160 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: ________________

3 Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $5\sqrt{3}$.

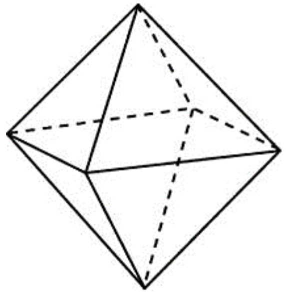


Ответ: ________________

4 Найдите $5\sin(\alpha-\pi)-11\cos\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\sin\alpha=0{,}125$

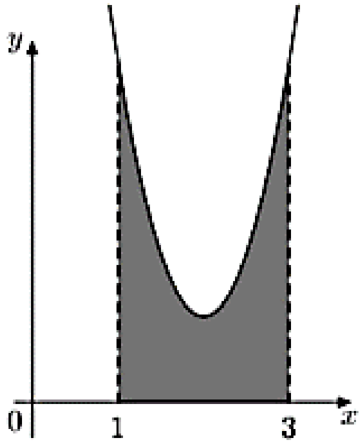
Ответ: ________________

5 Во сколько раз увеличится площадь поверхности октаэдра, если все его ребра увеличить в 7 раза?



Ответ: ________________

6 На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)=x^3-6x^2+13x-1$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: ________________

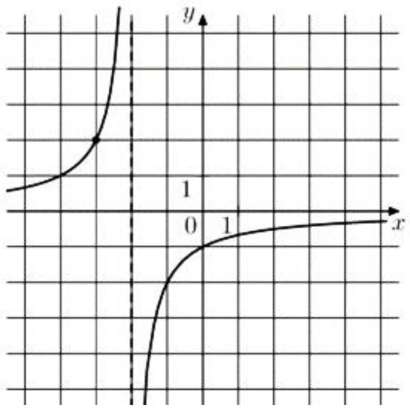
7 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=2$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 25% от силы тока короткого замыкания $I_{кз}=\frac{\varepsilon}{r}$? Ответ выразите в омах.

Ответ: ________________

8 Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, вторую треть — со скоростью 60 км/ч, а последнюю — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ________________

9 На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{k}{x+a}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=-0{,}04$.



Ответ: ________________

10 Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет чётных чисел, а нечётные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросили второй кубик.

Ответ: ________________

11 Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5) - 4x + 9$

Ответ: ________________

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение: $\dfrac{2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x}{\log_4(\sin x)} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

13 Точка O — центр основания $ABCDEF$ правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$. Точки K, L, M, T — середины отрезков AF, SF, SD, MK соответственно.

а) Докажите, что точка T лежит на отрезке LO.

б) Найдите CT, если сторона основания пирамиды равна 12, а высота пирамиды равна 32.

14 Решите неравенство $3^{|x|} - 8 - \dfrac{3^{|x|}+9}{9^{|x|} - 4\cdot 3^{|x|} + 3} \leq \dfrac{5}{3^{|x|}-1}$

15 Василий взял кредит в банке на с рок 15 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 20 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Василием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Василием банку?

16 На окружности с центром O и диаметром MN, равным 34, взята точка K на расстоянии 15 от этого диаметра. Хорда KE пересекает радиус OM в точке F под углом, равным $\arccos\frac{4}{5}$.

а) Докажите, что $KF : FE = 125 : 29$.

б) Найдите площадь треугольника KEN.

17 Найдите значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x-2}\cdot\ln(x-a)=\sqrt{3x-2}\cdot\ln(2x+a)$$

имеет ровно один корень, на промежутке [0;1]

18 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 34, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 9 до 20 включительно?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 1, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

Ответы	
№1	12
№2	0,2
№3	10
№4	-2
№5	49
№6	4
№7	6
№8	60
№9	48
№10	0,8
№11	-4,75
№12	а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \ k\in Z$ б) $-\frac{11\pi}{6}$
№13	б) 17
№14	$[-2;\ -1);\ [-\log_3 2;0);\ (0;\ \log_3 2];\ (1;2]$
№15	260%
№16	б) 267,96.
№17	$\left(-\frac{4}{3};\ -\frac{1}{2}\right);\ \left[-\frac{1}{3};\ \frac{2}{3}\right)$
№18	а) да; б) нет; в) $\left(\frac{23}{15}\right)^2$