

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 5

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

1	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

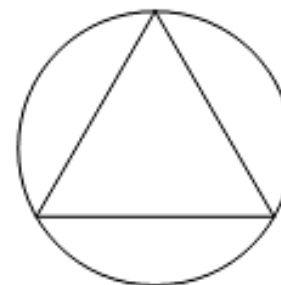
1 Найдите корень уравнения: $7^{\log_4(2x+5)} = 7$

Ответ: _____

2 Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ: _____

3 Сторона правильного треугольника равна $5\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

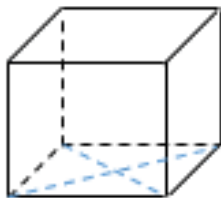


Ответ: _____

- 4 Найдите $\operatorname{tg}\left(a + \frac{9\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} a = 0,2$

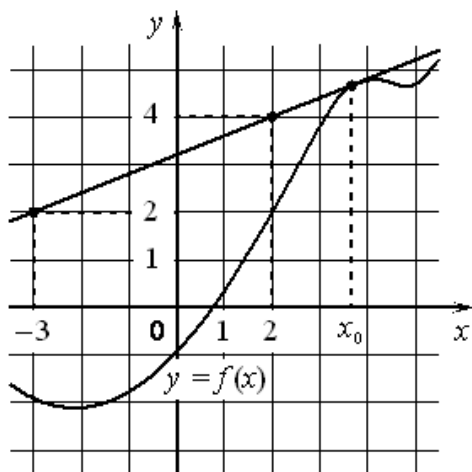
Ответ: _____

- 5 В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 20 и 21. Площадь ее поверхности равна 3030. Найдите боковое ребро этой призмы.



Ответ: _____

- 6 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____

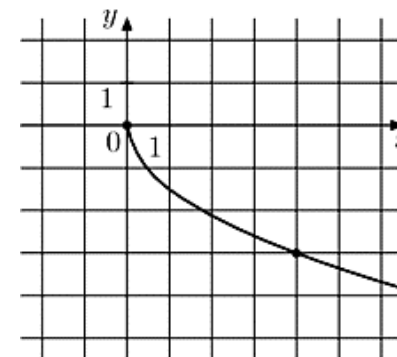
- 7 Для определения эффективной температуры звезды используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в Ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в кв. метрах), а T — температура (в Кельвинах). Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{729} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $5,13 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

Ответ: _____

- 8 Расстояние между пристанями A и B равно 189 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошел 50 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

- 9 На рисунке изображен график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(1,96)$.



Ответ: _____

- 10** Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,3. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток.

Ответ: _____

- 11** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 14x - 7 \operatorname{tg} x - 3,5\pi + 11$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение: $3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

- 13** Длина диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 3. На луче $A_1 C$ отмечена точка P так, что $A_1 P = 4$.

а) Докажите, что $PBDC_1$ — правильный тетраэдр.

б) Найдите длину отрезка AP .

- 14** Решите неравенство $\frac{8}{\log_2 16x} \geq \frac{3}{\log_2 8x} + \frac{1}{\log_2 2x}$

- 15** 15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (%)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 7%, а выплаты по погашению кредита про-исходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

- 16 Две окружности касаются внутренним образом в точке K , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда MN большей окружности касается меньшей в точке C . Хорды KM и KN пересекают меньшую окружность в точках A и B соответственно, а отрезки KC и AB пересекаются в точке L .

а) Докажите, что $CN:CM=LB:LA$.

б) Найдите MN , если $LB:LA=2:3$, а радиус малой окружности равен $\sqrt{23}$.

- 17 Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0 \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 18 Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор $-8, -5, -4, -3, -1, 1, 4$. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 2 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?