



# TEKNOFEST 2022

## 2 Serbestlik Dereceli Uçuş Benzetimi (2DOF)

TAKIM ADI

SARTEK ROKET TAKIMI

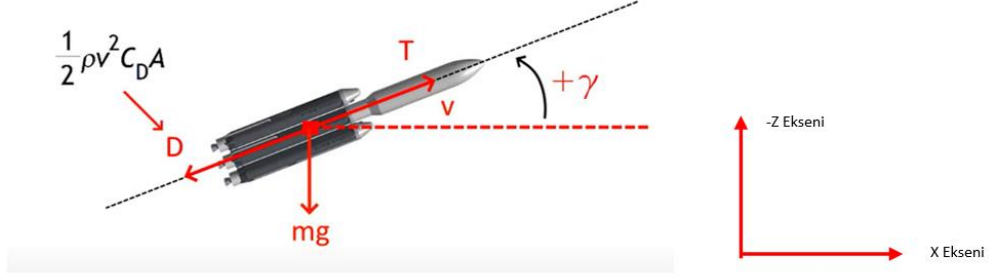


## İçindekiler

GİRİŞ .....	3
1 UÇUŞ BENZETİMİ GEREKSİNİMLERİ .....	4
2. RAPOR GEREKSİNİMLERİ .....	5
2.1 Kinematik ve Dinamik Denklemler .....	5
2.2 Atmosfer Modeli.....	6
2.3 Motor Modeli .....	8
2.4 Aerodinamik Model.....	9
2.5 Benzetim Yapısı .....	12
2.6 Benzetimin Doğrulanması .....	13
3 Benzetim Çıktı.....	14
3.1. Doğrulama benzetim çıktıları .....	14
3.2 Benzetim Çıktı ve Karşılaştırma .....	15
REFERANS .....	17

## GİRİŞ

Roket uçuşu sırasında bir açıyla fırlatırken, hesaplanan parametrelerin her biri için - mesafe, hız, ivme, itme ve sürüklenme - hem -z yönünde hem de x eksenini (yatay) yönünde bileşen oluşacaktır. Hız vektörünün yönü olan uçuş açısını da roket hareketi boyunca etkili olacaktır.



Eksen takımları indirgenirken y-eksenindeki hareketler yok varsayılır. Bu indirgeme sonucu hareket eksenini -z-ekseni ile x-ekseni olacaktır. Bu kabul ile kullanılabilecek tek açı yaw (yunuslama açısı) olacaktır. Eğim açısını çıkış sırasında uçuş yolu açısına eşit olduğunu varsayılabilir.

$$\theta \sim \gamma \quad (1)$$

Sürüklenme kuvveti  $D$ ,  $V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}$  hız vektörünün büyüklüğünü kullanarak tek boyutlu yöntemle aynı şekilde bulunur. Sonra değeri hava yoğunluğu, referans alanı, sürüklenme kat sayısı ve hızın karesi alınarak itki kuvvetine test yönünde oluşacak şekilde etki eder. Bu sürüklenme kuvveti,

$$D = \frac{1}{2} \rho C_d A_{ref} V^2 \quad (2)$$

Roket gövdesinin yönelimi boyunca motorumuzun oluşturduğu itki kuvveti ve ona ters yönde itki kuvveti ile üzerine etkileyen net kuvvet bulunarak eksenlerine ayrıştırılacaktır.

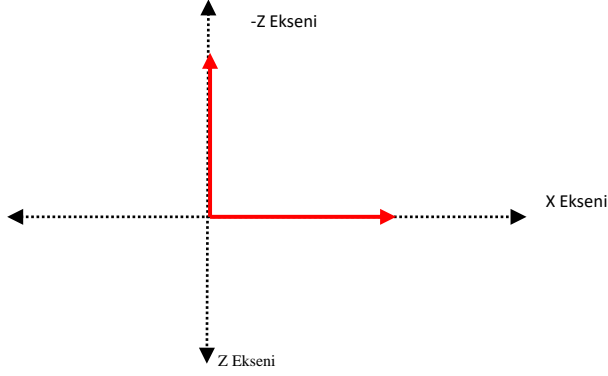
$$F_{net} = \text{İtki} - D \quad (3)$$



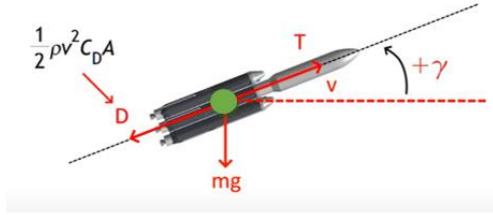
$$F_{xNet} = F_{net} \cdot \cos \theta \quad , \quad F_{yNet} = -F_{net} \cdot \sin \theta + mg \quad (4)$$

# 1 UÇUŞ BENZETİMİ GEREKSİNİMLERİ

**1.1** Benzetimde Ateşleme Noktası Eksen Takımı olarak aşağı yön +z-ekseni, sağ yönü +x-ekseni seçilmiştir.



**1.2** Roket için noktasal kütle/parçacık varsayımı yapılmıştır ve yanan kütle azalmasıyla kütle değişken değere sahip olacaktır daha iyi benzetim sonucu elde edebilmek için kütle modeli oluşturulmuştur. Bütün kuvvetler roketin kütle merkezine uygulanacaktır.



**1.3** Benzetim iki (2) serbestlik dereceli (Degree of Freedom / DOF) benzetime sahiptir. Benzetimde X ve Z eksenleri için birer adet doğrusal hareket serbestliği olmalı, açısal hareket bulunmamaktadır. Roket sadece XZ düzleminde hareket edecektir.

**1.4** Benzetiminin çalışması için başlangıç koşulları olarak, roketin ilk pozisyon değeri ,ilk bileşke hız değeri, ilk uçuş yolu açısı değeri (flight path angle), ilk toplam kütle değeri ve ateşleme noktası . İlk hız vektörü elemanları ilk uçuş yolu açısı değeri ile hesaplanıp benzetime girilmiştir. Tablo 1 üzerinde alınan değerler belirtilmiştir.

**1.6** Yerçekimi ivmesi sabit 9.801 m/s<sup>2</sup> kabul edilerek kullanılmıştır. Bu değer U.S. Standart Atmosfer Modeli'ne göre 2000m deniz seviyesindeki yerçekimi ivmesi değeridir.

1.7 Motor itki kuvveti benzetime dahil edilmelidir. Benzetim doğrulaması için itki verisi, yakıt kütlesi ve Isp (specific impulse) değeri paylaşılmıştır. Doğrulama haricinde takımlar kendi roketlerinin itki verilerini kullanacaklardır. Bölüm 2.7 içerisinde tabloda verilmiştir.

1.8 Aerodinamik sürüklenme (drag) kuvveti benzetime dahil edilmelidir.

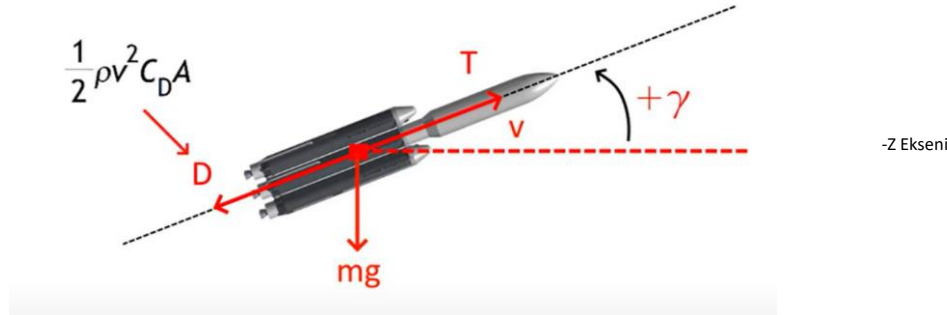
1.12 Ses hızı ve hava yoğunluğu için yüksekliğe bağlı değişken bir atmosfer modeli kullanılmalıdır.

1.13 Benzetim denklemlerinin çözümü için seçilen bir sayısal/nümerik yöntemi olarak Euler methodu kullanılmıştır. Caseroni M2020 motoru verilen verileri ve kütle yanma oranı kesikli değerlere sahiptir. Bu yüzden bu iki değere İnterpolasyon yöntemi ile değerler atanmıştır. Sürekli zamana geçebilmeleri için.

1.14 Çözüm, istenilen dilde veya GNU Octave, MATLAB vb. yazılımlarda bir kod yazılarak veya MATLAB/Simulink aracı kullanılarak yapılmıştır.

## 2. RAPOR GEREKSİNİMLERİ

### 2.1 Kinematik ve Dinamik Denklemler



#### • İvme denklemleri

$$a_x = \frac{F_{xNet}}{m}$$
$$a_z = \frac{-F_{yNet}}{m} = \frac{-F_{net} \cdot \sin \theta}{m} + g$$

#### • Hız denklemleri

$$V_z = \int a_z + V_o \quad , \quad V_x = \int a_x + V_o$$

#### • Konum denklemleri

$$Z = \int V_z + Z_o \quad , \quad X = \int V_x + X_o$$

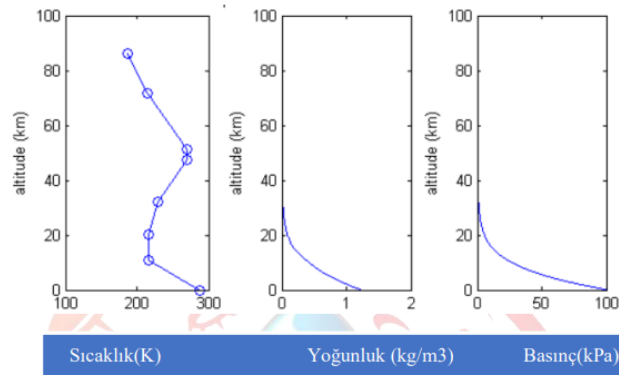
#### • Uçuş yolu açısı hesabı denklemi

Hız bileşenlerinden, yatay hız  $V_x$  ve dikey hız  $V_z$ 'den önceki zaman artışından uçuş açısı bulundu. Uçuş açısı :

$$\theta \sim \gamma = \tan^{-1} \frac{V_x}{V_z}$$

## 2.2 Atmosfer Modeli

ABD Standart Atmosferi, Dünya atmosferinin basıncının, sıcaklığının, yoğunluğunun ve viskozitesinin geniş bir rakım veya yükseklik aralığında nasıl değiştiğini gösteren statik bir atmosfer modelidir. Mevcut bir uluslararası standarda dayanan model ilk olarak 1958'de ABD Standart Atmosfere Genişletme Komitesi tarafından yayınlandı ve 1962, 1966 ve 1976'da güncellendi. Metodolojide uluslararası standart Atmosfer ile büyük ölçüde tutarlıdır. Esas olarak daha yüksek rakımlarda varsayılan sıcaklık dağılımında farklılık gösterir.[1]



Atmosferde irtifayı artırdıkça, altta biraz hava, üstte biraz hava vardır. Ancak üstümüzde her zaman daha düşük bir rakımda olduğundan daha az hava vardır. Bu nedenle rakım arttıkça hava basıncı düşer. Hava yoğunluğu durum denklemi üzerinden hem sıcaklığa hem de basınca bağlıdır ve ayrıca irtifa arttıkça azalır.

Benzetim için referans alınan yükseklik Orta irtifa için 10.000 ft (3048 m) yüksekliğe kadar hesaplanması gerekiyor. Bu yükseklik için inceleyeceğimiz atmosfer katmanı Troposphere tabakasıdır. Hesaplamalar bu katman için yapılacaktır.

$h < 11000$  metre (Troposphere)

1-)  $T = 15.04 - 0.00649 \cdot h$ , °C Sıcaklık

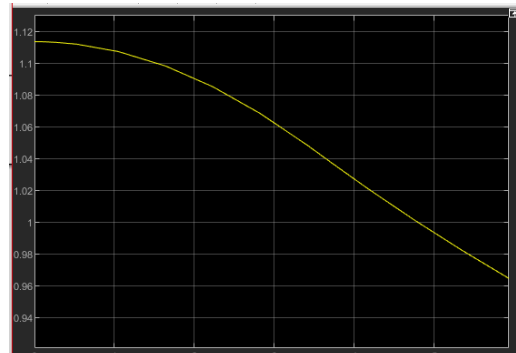
2-)  $p = 101.29 \cdot (T + 273.15)^{5.256}$ , kPa Basınç

3-)  $\rho = p \cdot (0.2869 \cdot (T + 273.15))$ , kg/m³ Hava yoğunluğu olarak hesaplanır.[2]

Benzetim üzerinde kullanılacak Atmosphere Modeli COESA içerisinde 1976 U.S. Standart Atmosphere modelini blok olarak 84852 metreye kadar hesaplayabilmektedir. Blok yükseklik verisiyle beslenip sıcaklık, ses hızı, basınç ve hava yoğunluğu değerlerini elde etmemizi sağlar. Bu blokta oluşan iki çıktıyı kullanmaktayız :

1) Hava yoğunluğu değeri aerodinamik kuvvet hesaplarında kullanılmaktadır.

0-1000m arası hava yoğunluğu verilmiştir



• **Ses hızı** – deniz seviyesi yüksekliği grafiği (0 m – 10000 m)

Havadaki ses hızı yaklaşık 343 m/s dir. Havadaki sesin hızı esas olarak sıcaklığına bağlıdır; ses frekansına ve hava basıncına bağımlılık ihmal edilebilir düzeydedir. ispeten düşük basınç ve yoğunlukta ideal bir gaz olduğu varsayılarak kuru havadaki ses hızı, standart deniz seviyesi koşulları için doğru ve ayrıca sıcaklığının oda sıcaklığından daha düşük veya eşit olduğu varsayılarak aşağıdaki formülle belirlenir, bu hesap makinesinde kullanılmaktadır:

$$c = \sqrt{\gamma \cdot R_{sp} \cdot T}$$

Bir gazın özgül ısı oranı veya ısı kapasitesi oranı Yunanca  $\gamma$  (gama) harfi ile gösterilir. 20 °C'de kuru hava için,  $\gamma=1.40$  olarak alınır.  $R_{sp} = 287.052 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  özgül gaz sabitidir ve T Kelvin cinsinden hava mutlak sıcaklığıdır.[3 ]

Sıcaklık $T (^\circ \text{C})$	Ses hızı $c (\text{m} / \text{s})$	Havanın yoğunluğu $\rho (\text{kg} / \text{m}^3)$
35	351.88	1.1455
30	349.02	1.1644
25	346.13	1.1839
20	343.21	1.2041
15	340,27	1.2250
10	337,31	1.2466
5	334.32	1.2690
0	331.30	1.2922
-5	328.25	1.3163
-10	325,18	1.3413
-15	322.07	1.3673
-20	318.94	1.3943
-25	315,77	1.4224

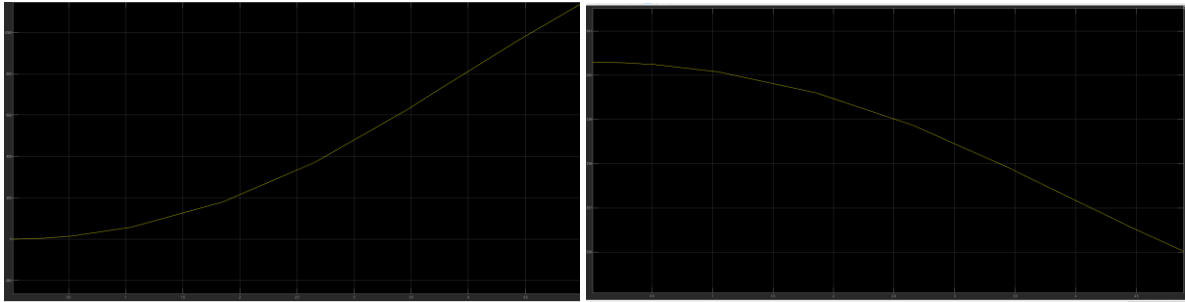


Figure6: İrtifaya bağlı konum-zaman grafiği ve yüksekliğe bağlı Ses hızı (0-1000m arası için verilmiştir.)

Kullanılan modelde 1000m irtifaya 4.6 sn de gelmektedir. Bu saniyeye kadar olan ses hızı grafiği yukarıda verilmiştir.

## 2.3 Motor Modeli

### • Zamana bağılı itki kuvveti modeli

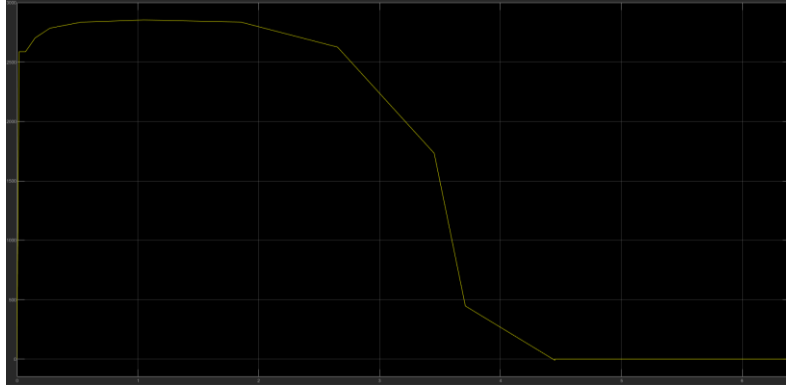
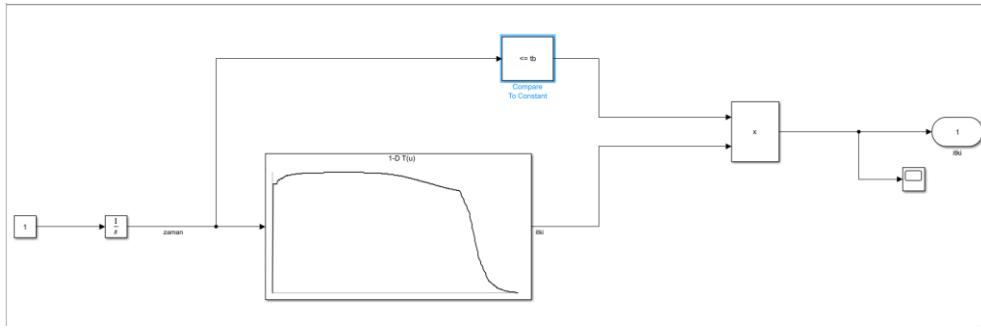


Figure 7:Excel dosyası üzerinde Polinomial olarak ara değerlere interpolasyon yapılmıştır. Elde edilen trust grafiği ve yanma süresince oluşturduğu itki-zaman grafiği



### • Zamana bağılı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) modeli

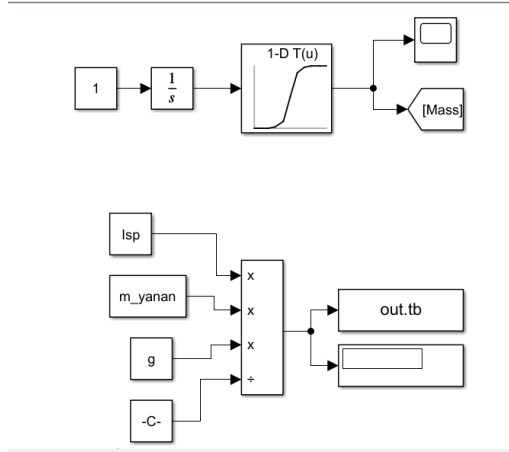


$$I_{sp} = \frac{T_{ort} \times t_b}{W_p}$$
$$t_b = \frac{I_{sp} \times W_{yakıt} \times g}{T_{ort}}$$

Yanma süresini verir.[4]

Figure 8:Kütle-Zaman grafiği





```

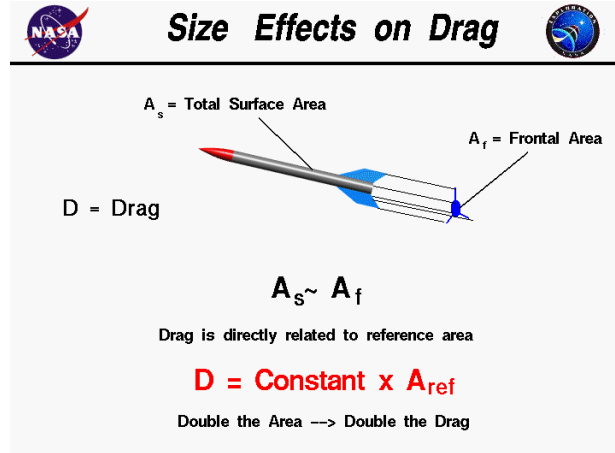
g=9.801;
Isp=197.6;
kutle=27.614;

m_yanan=4.349;
m_dot= m_yanan/tb;
m(1)=kutle;
for i=1:1000
    m(i+1)=m(i)-m_dot;
    if i>tb
        m(i)=kutle-m_yanan;
    end
end

```

## 2.4 Aerodinamik Model

Aerodinamik kuvvetlerin hesaplanmasında, sistem hız ,yoğunluk ve Mach sayısı ile beslenmektedir. Mach sayısının girdi olarak alınmasının sebebi farklı hız değerlerine göre Cd katsayısının değişmesinden dolayıdır. Taşıma katsayısı Cl ihmal edildiğinden dolayı herhangi bir taşıma kuvveti oluşmayacaktır. Sürüklenme kuvveti hareket yönünden daima ters yönde uygulanıp roket yüzeyinde sürtünme oluşturarak hız azaltıcı bir etkiye sahiptir. Bu kuvveti incelerken girdi olarak hava yoğunluğu , hız ,Cd sürüklenme katsayısı ve referans alanı etkili olmaktadır. Oluşturulan model için kullanılan referans alanı literatür araştırması sonucunda Şekil 1’de verilen Af alanı olarak belirlenmiştir.

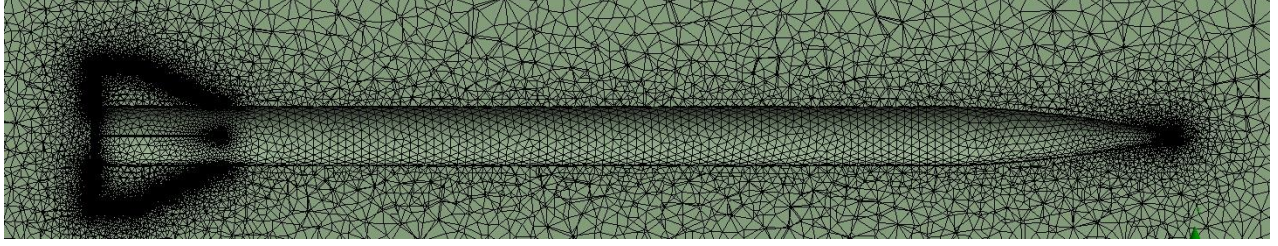


Şekil-9 Kullanılan Referans Alanının Belirlenmesi [4]

Sürüklenme kuvveti için gerekli Cd katsayılarının hesaplanması ANSYS Fluent paket programı kullanılarak hesaplanmıştır. Analiz 0.8 Mach sayısı değerinden başlayıp farklı mach sayıları için tekrarlanmıştır.

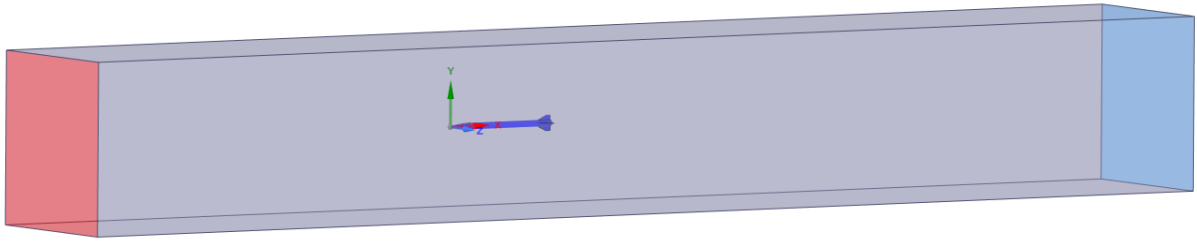
Analiz gerçekleştirilirken roketin en çok sürüklenme kuvvetine maruz kaldığı , rüzgarın rokete dik bir şekilde nüfuz ettiği , 0 derece açı pozisyonu sınır koşulu olarak kabul edilmiştir. Ayrıca basınç tabanlı bir analiz gerçekleştirilmiş olup sıkıştırılamaz akış varsayımı yapılmıştır. Belirlenen  $y^+$  100 değerine göre en uygun türbülans modelinin SST k-w olduğuna kanaat getirilmiş ve analiz bu model ile çözümlenmiştir.  $y^+$ 100 için ilk katman

kalınlığı  $1.8 \times 10^{-4}$  m inflation ve akışın kritik olduğu bölgelerde local mesh iyileştirmeleri yapılmıştır.



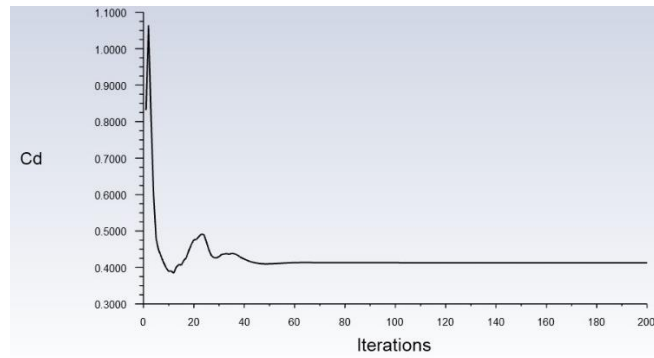
Şekil-10 Ağ Yapısı

Roket boyunun 4 katı kadar ön kısmına, 6 katı kadar arka kısmına ve roketin maksimum genişliğinin 5 katı kadar dikdörtgenler prizması şeklinde akış hacmi oluşturulmuştur. Roket duvar olarak tanımlanmıştır. Akış hacminin ön kısmına roketin ulaştığı max hız olan 268 m/s velocity inlet ve arka tarafına 0 gauge pressure-outlet tanımlanmıştır. Farklı mach sayılarında Cd katsayılarını elde etmek için velocity inlet sınır koşulu her analizde güncellenmiştir.



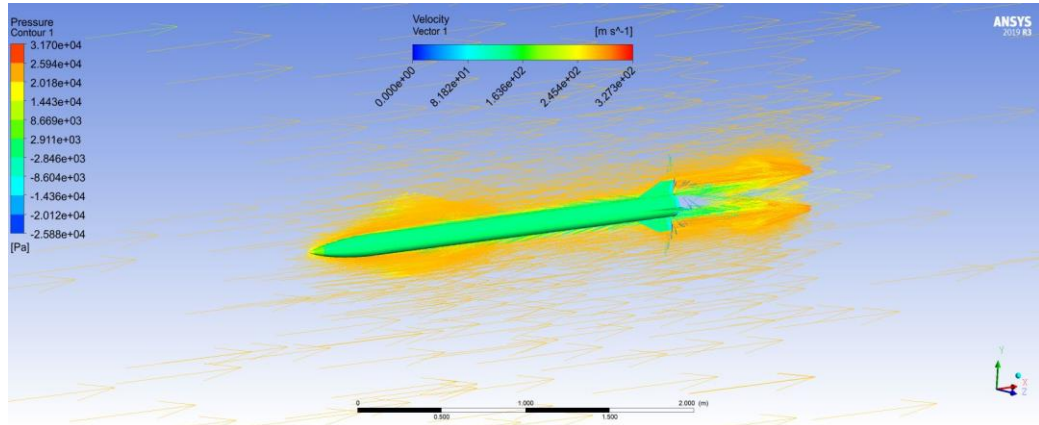
Şekil-11 Akış Hacmi

Yapılan analizler yaklaşık 200 iterasyon sonucunda bir değerde sabitlenmiş yani yakınsama gerçekleşmiştir. Yakınsama grafiklerinden 0.8 mach değeri için olanı örnek olarak Şekil-4'te verilmiştir.



Şekil-12 Cd Katsayısı Yakınsama Grafiği

Analiz sonucunda oluşan basınç kontürü ve hız vektörleri Şekil-5'te verilmiştir



Şekil-13 Roket Basınç Dağılımı ve Hız Vektörleri

Analiz farklı hızlarda tekrarlanmış ve elde edilen Cd katsayı değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Cd Katsayısının Hıza Bağlı Değişimi	
Mach Sayısı	Cd Katsayısı
0,1	0,5301
0,2	0,5072
0,2	0,4956
0,3	0,4711
0,5	0,4672
0,6	0,4458
0,7	0,4382
0,8	0,4213

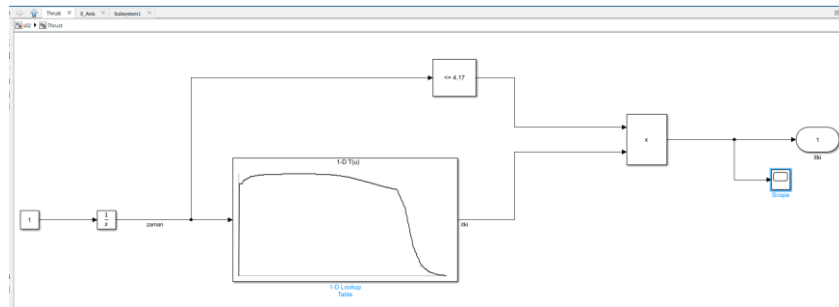
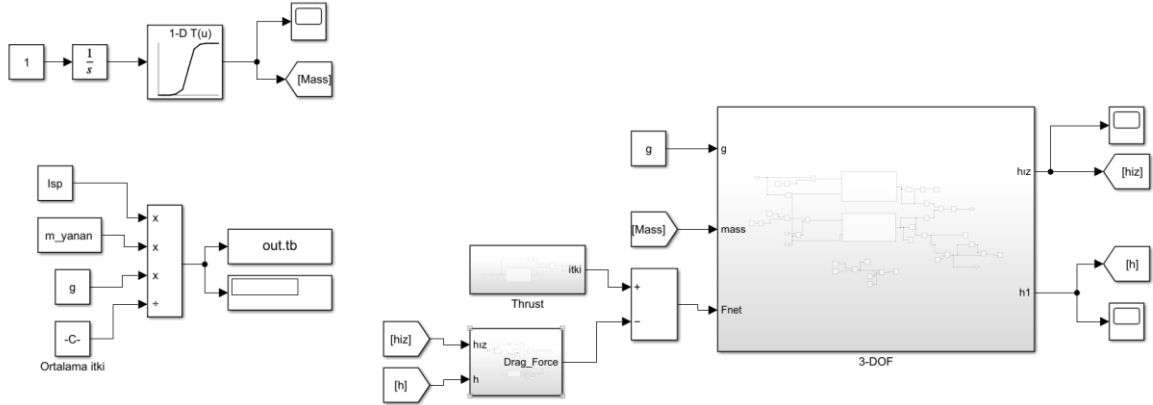
Hesaplanmış olan bu katsayı değerleri benzetim modelimizin aerodinamik bloğunda girdi değeri olarak kullanılarak sürüklenme kuvvetinin hıza bağlı değişimi elde edilmiştir. Bu sayede benzetim biraz daha gerçeğe yakınsamıştır.

## 2.5 Benzetim Yapısı

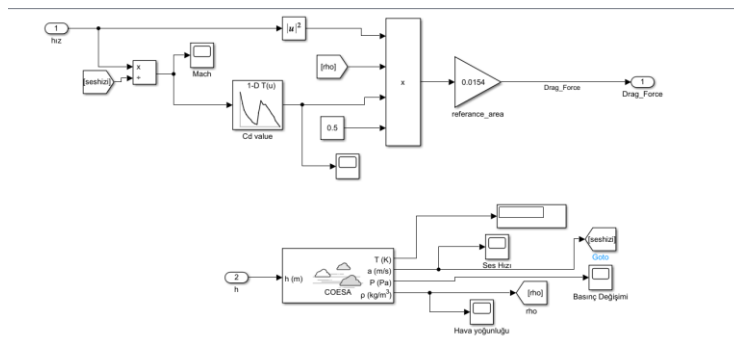
```

1 clc; close all; clear all;
2 y = xlsread('veri_itki_F_2022.xlsx');
3 TIME = y(:,1);
4 THRUST = y(:,2);
5
6
7 k= xlsread('veri_aero_Cd_2022.xlsx');
8 Cd = k(:,3);
9 Mach = k(:,4);
10
11 tb=out.tb;
12 g=9.801;
13 Isp=209.5;
14 kutile=25;
15
16 m_yanan=4.659;
17 m_dot= m_yanan/tb;
18 m(1)=kutile;
19 for i=1:1000
20     m(i+1)=m(i)-m_dot;
21     if i>tb
22         m(i)=kutile-m_yanan;
23     end
24 end
25

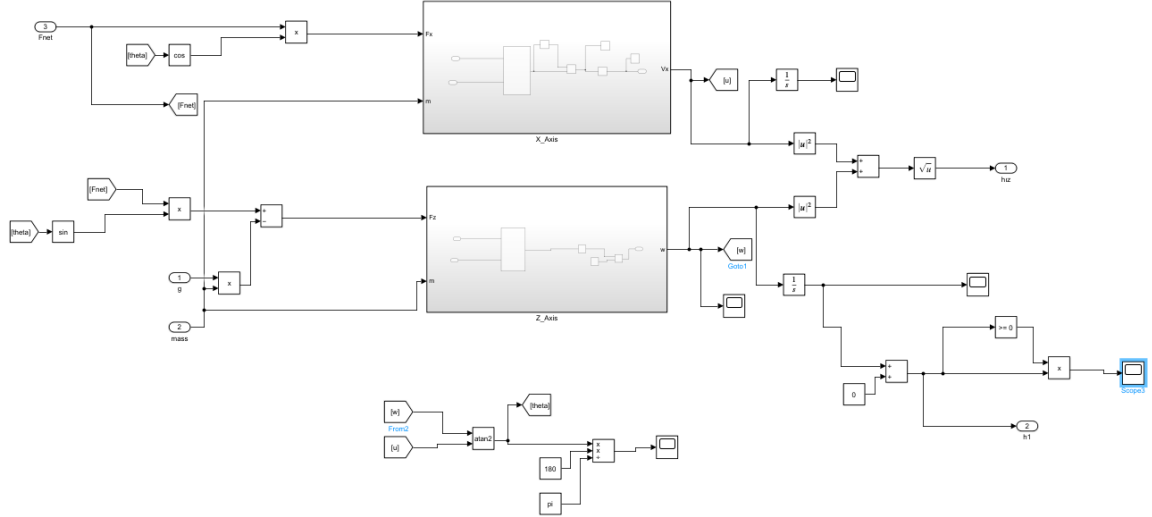
```



### İtki Bloğu



### Aerodinamik Bloğu /Atmosfer Modeli



Eksenler Bloğu

## 2.6 Benzetimin Doğrulanması

Parametreler	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 980]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	25
Atış Noktası Rakımı [m]	980
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.659
Özgül İtki (Isp) [s]	209.5
İtki Profili Dosyası	“veri itki F 2022.xlsx”
Aerodinamik Veri Seti Dosyası	“veri aero Cd 2022.xlsx”
Roket Çapı [m]	0.14

```

1 clc; close all; clear all;
2 y = xlsread('veri_itki_F_2022.xlsx');
3 TIME = y(:,1);
4 THRUST = y(:,2);
5
6 k = xlsread('veri_aero_Cd_2022.xlsx');
7 Cd = k(:,3);
8 Mach = k(:,4);
9
10 tb=out.tb;
11 g=9.801;
12 Isp=209.5;
13 kutle=25;
14
15 m_yanan=4.659;
16 m_dot= m_yanan/tb;
17 m(1)=kutle;
18 for i=1:1000
19     m(i+1)=m(i)-m_dot;
20     if i>tb
21         m(i)=kutle-m_yanan;
22     end
23 end
24

```

Tablo 1. Doğrulama Çalışması için referans alınan Başlangıç Koşul Değerleri ve Matlab kodları

Benzetim sonucu yukarıdaki atamalar yapılarak 3.1 başlığı altında paylaşılabacaktır.

## 2.7 Benzetim Sonuçları


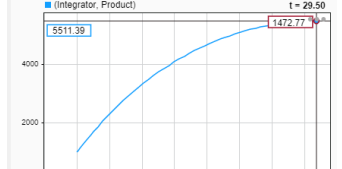
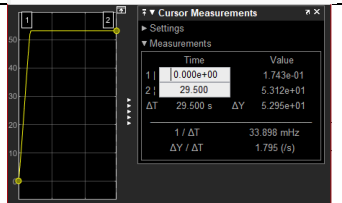

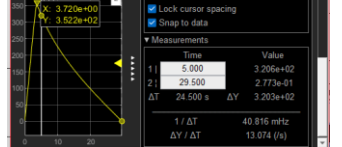
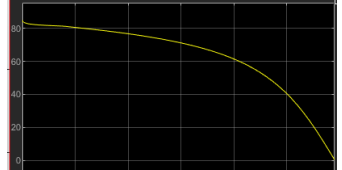
Parametreler	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	27.614
Atış Noktası Rakımı [m]	0
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.349 g
Özgül İtki (Isp) [s]	197.6
Burntime	4.17
Avg Thrust	2021.9 N
İtki Profili Dosyası	“Thrust.xlsx”
Aerodinamik Veri Seti Dosyası	“Cd_Mach.xlsx”
Roket Çapı [m]	0.135

Tablo 2: Sartek Roket Takımı Roketine ait veriler, Veriler M2020 motorunun sitesinden elde edilmiştir[5]

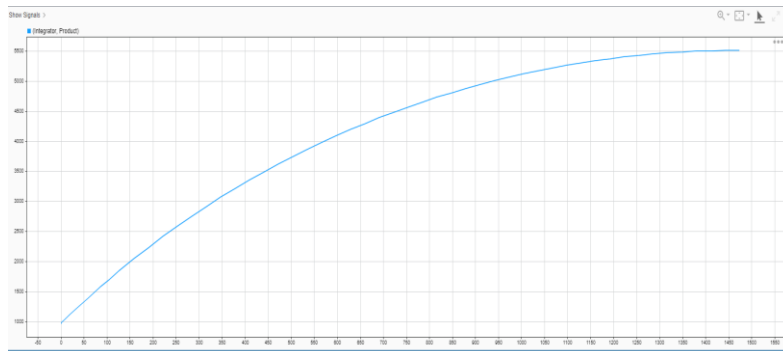
Çıktı sonuçları bölüm 3.2 içerisinde verilercektir.

### 3 Benzetim Çıktı

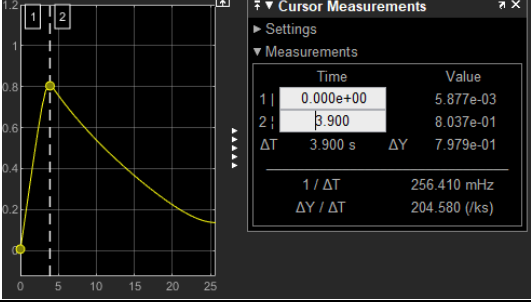
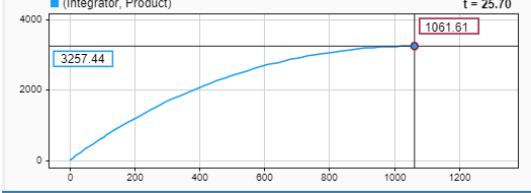
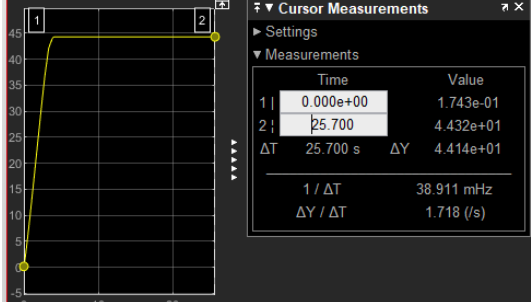
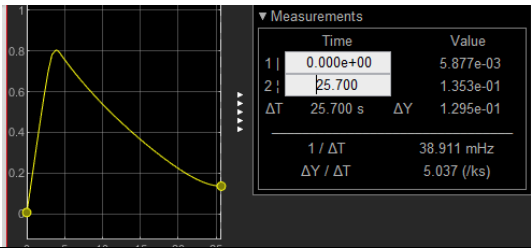
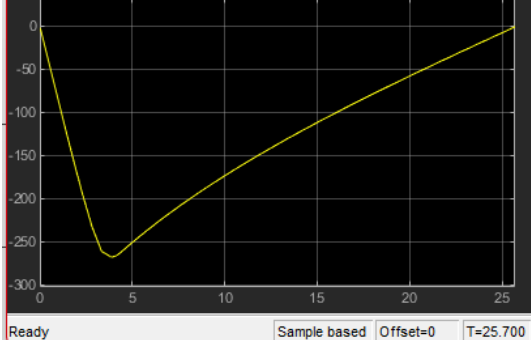
#### 3.1. Doğrulama benzetim çıktıları

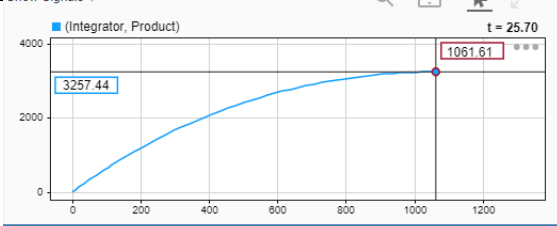
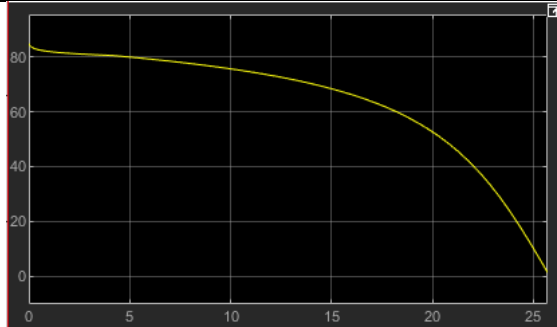
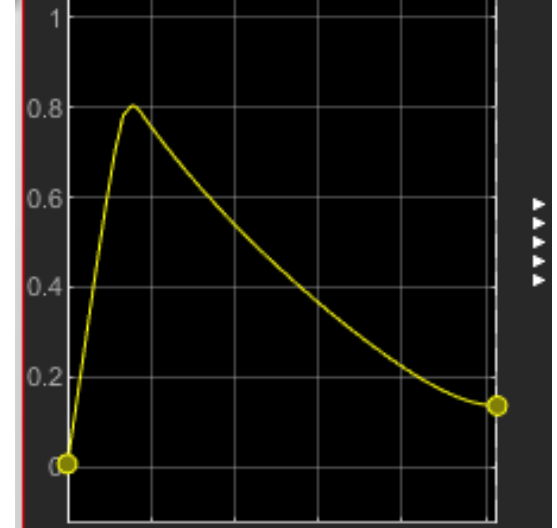
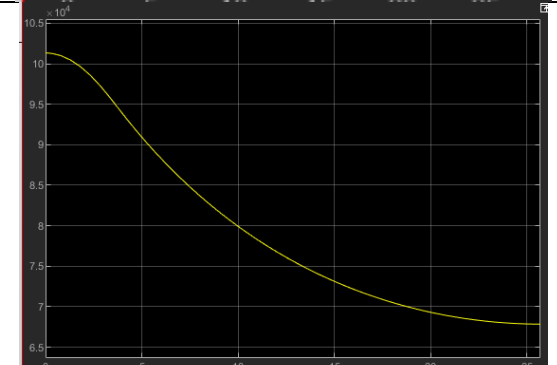
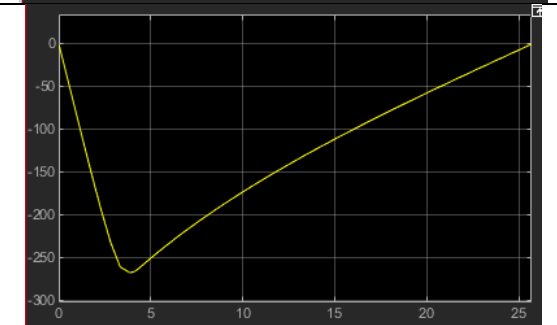
Parametreler	Değer	Matlab Grafikleri
Maksimum Mach Sayısı [-]	1.066	
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[1473, 0,5511]	
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	$V_x=53.12$ [m/s]	
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.1668	
Tepe Noktası Zamanı [s]	29.5 s $V_z$ hızının sıfır olduğu yükseklik referans alınarak seçilmiştir.	
Uçuş Yolu Açısının Zamana bağlı değişimi	Açının sıfır olduğu değer referans uçuş süresi olarak alınmıştır.	

- Bölüm 2.6 içerisinde istenen Yörünge grafiği (yükseklik - menzil)



### 3.2 Benzetim Çıktı ve Karşılaştırma

Parametreler	OpenRoket Değeri (a)	Matlab (b)	Yüzdece Fark(b-a)/a*100
Maksimum Mach Sayısı	0.809	0.8037 	%0.65
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[200,0,3052,82]m	[1061,0,3257]m 	h=%6.29 x=%81
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	9,014	44.32 	%79
Tepe Noktası Mach Sayısı	0,012287	0.135 	%90
Tepe Noktası Zamanı [s]	25,281s Vz sıfıra eşit olduğu nokta referans alınmıştır.	25.7 . sn 	%1.63

Yörünge grafiği (yükseklik- menzil)	
Uçuş yolu açısı – zaman grafiği	
Mach – zaman grafiği	
Dinamik basınç – zaman grafiği  *Maksimum dinamik basıncın roket için önemi nedir? Dinamik değeri hava yoğunluğunu etkilemektedir. Artan yada azalan hava yoğunluğu sistemde drag kuvvetinin artıp azalmasına sebep olmaktadır.	
Dikey tırmanma hızı (-Z eksenli hızı) – zaman grafiği	



## REFERANS

- [1] Wikipedia , [https://en.wikipedia.org/wiki/U.S. Standard Atmosphere](https://en.wikipedia.org/wiki/U.S._Standard_Atmosphere) ,6 December 2021
- [2] NASA, <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/atmosmet.html> ,5 Mayıs2022
- [3] Anatoly Zolotkov, 5 Mayıs 2022Standart Atmosfer Hesaplayıcısında Hava Basıncı, Yoğunluk ve Sıcaklık ile Rakım <https://www.translatorscafe.com/unit-converter/tr-TR/calculator/altitude/?a=35000&au=ft&to=10&tu=C#speed-of-sound>
- [4] Nasa , <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/sized.html>
- [5]<https://www.csrocketry.com/rocket-motors/cesaroni/motors/pro-75/6g-reloads/cesaroni-m2020-imax-rocket-motor.html>