

**TEKNOFEST**  
**HAVACILIK, UZAY VE TEKNOLOJİ FESTİVALİ**



**AGM ROKET TAKIMI**

**2022 ROKET YARIŞMASI**

**ORTA İRTİFA ROKET YARIŞMASI**

**KTR AŞAMASI UÇUŞ BENZETİM RAPORU**

## İÇİNDEKİLER

<b>1. KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER</b>	<b>3</b>
1.1. İvme Denklemleri	3
1.2. Hız Denklemleri	3
1.3. Konum Denklemleri	3
1.4. Uçuş yolu açısı hesabı denklemi	4
<b>2. ATMOSFER MODELİ</b>	<b>4</b>
2.1. Atmosfer modelinin matematiksel açıklaması	4
2.2. Atmosfer modelinin Simulink ortamında oluşturulması	5
2.3. Hava Yoğunluğu – Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği	6
2.4. Ses Hızı – Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği	7
<b>3. MOTOR MODELİ</b>	<b>7</b>
3.1. Zamana bağlı itki kuvveti modeli	7
3.2. Zamana bağlı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) hesaplamaları	7
3.3. Zamana bağlı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) modellemesi	8
3.3.1. İtke kuvveti – Zaman grafiği	9
3.3.2. Atılan Kütle – Zaman grafiği	9
<b>4. AERODİNAMİK MODEL</b>	<b>10</b>
4.1. Mach ve Yüksekliğe Bağlı Cd Değerinin Modellenmesi	10
4.2. CFD Analizleri Koşulları ve Mesh Kalitesi	10
4.3. Cd-Mach Grafiği	12
<b>5. BENZETİM YAPISI</b>	<b>12</b>
5.1 Benzetim Modeli Adımlarının Açıklanması	13
<b>6. BENZETİMİN DOĞRULANMASI</b>	<b>18</b>
6.1. Çıktı tablosu (Teknofest verilerine göre):	18
6.2. Yörünge Grafiği (Yükseklik – Menzil)	19
<b>7. BENZETİM SONUÇLARI</b>	<b>19</b>
7.1. Çıktı ve Karşılaştırma Tablosu	19
7.2. Yüzdece Farkların Nedenleri	20
7.3. Yörünge Grafiği (Yükseklik – Menzil)	20
7.4. Uçuş Yolu Açısı -Zaman Grafiği	21
7.5. Mach- Zaman grafiği	21
7.6. Dinamik Basınç- Zaman Grafiği	22
7.9. Maksimum dinamik basıncın roket için önemi nedir?	22
7.10. Dikey Tırmanma Hızı (-Z Eksen Hızı) – Zaman Grafiği	23
<b>8. REFERANSLAR</b>	<b>24</b>

## 1. KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER

### 1.1. İvme Denklemleri

x eksenindeki ivme denklemi:

$$\dot{u} = \frac{F_x}{m} - g \sin \theta$$

z eksenindeki ivme denklemi:

$$\dot{w} = \frac{F_z}{m} - g \cos \theta$$

### 1.2. Hız Denklemleri

İvme denklemlerinin integralinin alınmasıyla hız denklemleri elde edilmiştir. Bu şekilde simulink ortamında modellenmiştir. Simulink ile çözüm yaptırılırken Euler yöntemi seçildiğinden denklemlerin bu şekilde kullanımı uygun görülmüştür.

x eksenindeki hız denklemi:

$$\int \dot{u} = \int \frac{F_x}{m} - g \sin \theta$$

z eksenindeki hız denklemi:

$$\int \dot{w} = \int \frac{F_z}{m} - g \cos \theta$$

### 1.3. Konum Denklemleri

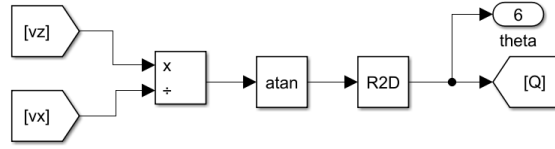
x eksenindeki ivme denklemi:

$$\iint \dot{u} = \iint \frac{F_x}{m} - g \sin \theta$$

z eksenindeki hız denklemi:

$$\iint \dot{w} = \iint \frac{F_z}{m} - g \cos \theta$$

#### 1.4. Uçuş yolu açısı hesabı denklemi



Simulink üzerinden seçilen Euler metodu ile fixed seçeneği seçilerek 0.01 adım aralığında benzetim çözülmüştür. Denklemlerin ayrı bir şekilde tekrar Euler'e dönüşümü bu yüzden yapılmamıştır.

## 2. ATMOSFER MODELİ

### 2.1. Atmosfer modelinin matematiksel açıklaması

Roketin benzetim modeli oluşturulurken; atmosferik model roketin matematiksel modellenmesine dahil edilmelidir. Atmosferik özelliklerin, aerodinamiğe etki eden kuvvetler ve momentler üzerinde büyük bir etkisi vardır. Atmosfer modeli; sıcaklık, yoğunluk, basınç, ses hızı ve dinamik basınç gibi değişkenleri kapsamaktadır. Bu değişkenler irtifaya göre farklı değerler almaktadırlar.

Deniz Seviyesinde,

$$T_0 = \text{Sıcaklık}(288.1667)[\text{Kelvin}],$$

$$P_0 = \text{Statik Basınç}(101314.628)\left[\frac{N}{m^2}\right],$$

Oluşturulan benzetimde roketimizin çıkabileceği irtifa 11.000 m'den daha az olduğundan dolayı, z irtifa

$z \leq 11.000$  için

$$T_a = T_0 - (0.006499708)z [\text{K}],$$

$$P_a = P_0(1 - 2.255692257 \times 10^{-5}z)^{5.2561} \left[\frac{N}{m^2}\right],$$

Bu denklemleri kullanarak uçuş benzetiminde x eksen ve y ekseninde oluşacak aerodinamik kuvvetleri etkileyecek olan hava yoğunluğu ( $p_a$ ) ve ses hızı (a) bulunur.

$$p_a = \frac{P_a}{RT_a} \left[\frac{Kg}{m^3}\right],$$

$$a = 20.037673\sqrt{T_a} \left[\frac{m}{sec}\right],$$

Bulunan bu değerlerle oluşturacağımız benzetimde  $p_a$ (rho) değerimiz ile Simulink üzerinden oluşturduğumuz “aero” bloğumuzu, a değerimiz ile mach bloğumuzu besleyebiliriz.

**Ses hızı denklemi,**

$$a = \sqrt{\gamma R_s T}$$

$\gamma$  = Isı sığası oranı (Cp/Cv)

R = Evrensel gaz sabiti (J/K\*Kg)

T = sıcaklık (K)

**Mach denklemi ise,**

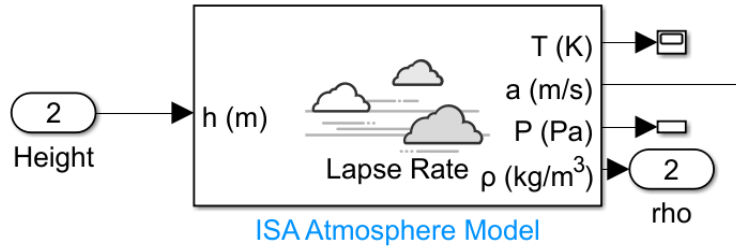
$$M = \frac{v}{a}$$

v = roketin hızı (m/s)

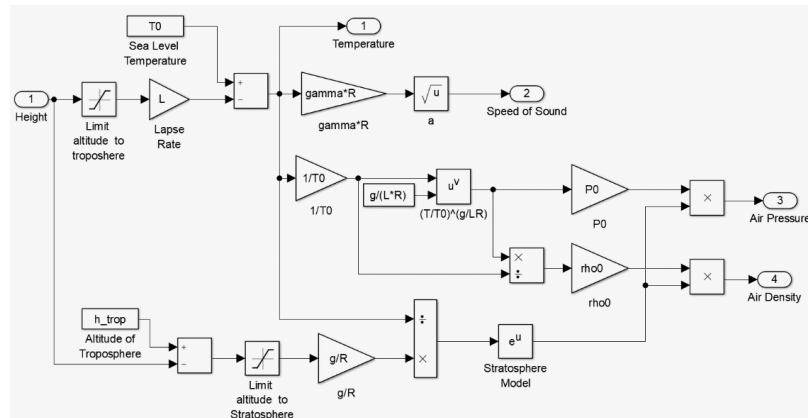
a= ses hızı (m/s)

## 2.2. Atmosfer modelinin Simulink ortamında oluşturulması

Çıkacağımız irtifa dikkate alındığında Simulink üzerinden gerçekleştireceğimiz benzetimde “ISA ATMOSPHERE MODEL” hazır bloğunu kullandık



**Şekil 1.** Benzetimde kullanılan hazır atmosfer modeli

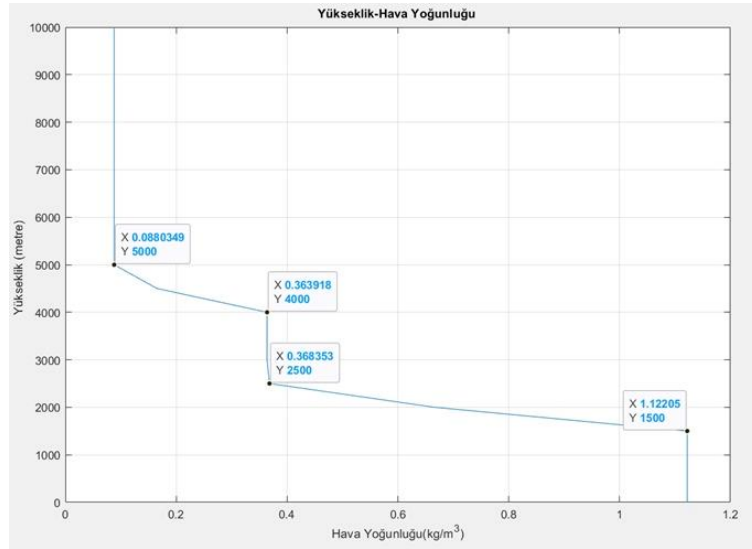


## Şekil2. Benzetimde kullanılan atmosfer modelinin matematiksel modeli

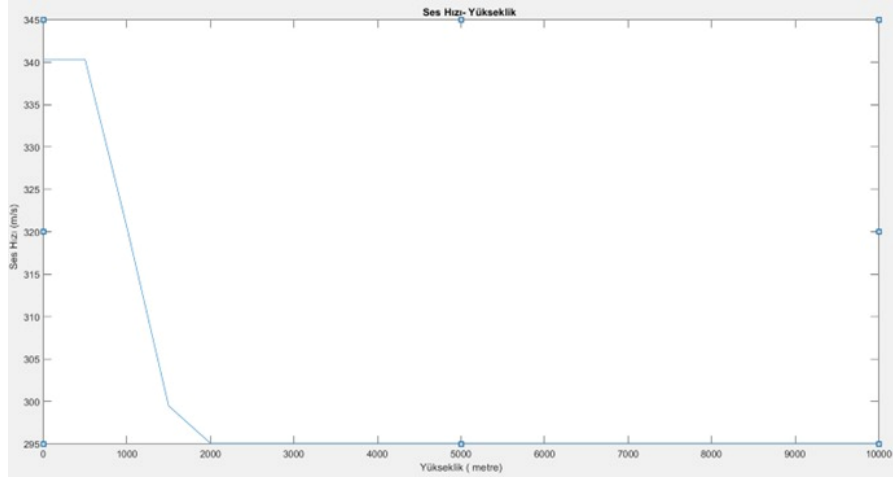
Acceleration due to gravity (m/s <sup>2</sup> ):	9.801
Ratio of specific heats:	1.4
Characteristic gas constant (J/Kg/K):	287.0531
Lapse rate (K/m):	0.0065
Height of troposphere (m):	11000
Height of tropopause (m):	20000
Air density at mean sea level (Kg/m <sup>3</sup> ):	1.225
Ambient pressure at mean sea level (N/m <sup>2</sup> ):	101325
Ambient temperature at mean sea level (K):	288.15
Lowest altitude (m):	980

Şekil 3. ISA atmosfer modelinin parametreleri standart atmosfer değerleri ve Teknofest girdi verileri göz önünde bulundurularak değerler girilmiştir.

### 2.3. Hava Yoğunluğu – Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği



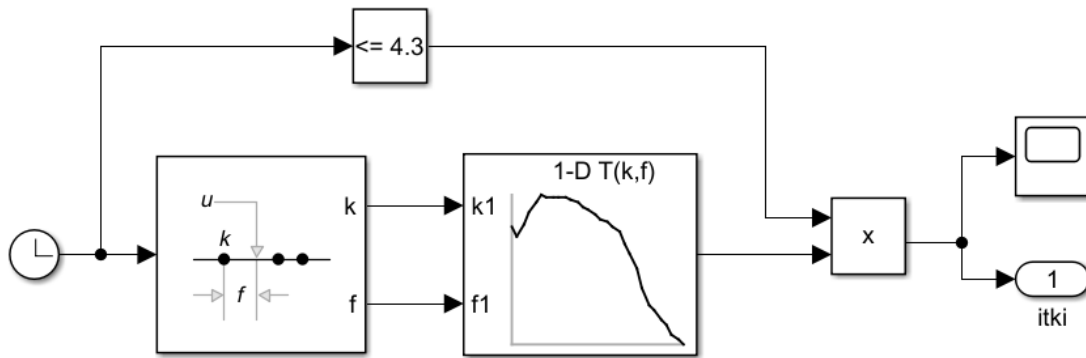
## 2.4. Ses Hızı – Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği



## 3. MOTOR MODELİ

### 3.1. Zamana bağlı itki kuvveti modeli

Rokette kullanmış olduğumuz Cesaroni M2020 motorunun itki verileri Open Rocket üzerinden alınarak zamana bağlı itki kuvveti modeli Matlab Simulinkte oluşturulmuştur.



Motor İtki verilerinde olmayan değerleri interpolasyon yapılarak modellemede kullanılmıştır. Bu modelleme yapılırken motorun yanma süresi olan 4.3 s dikkate alınmıştır.

### 3.2. Zamana bağlı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) hesaplamaları

Cesaroni M2020 motor özellikleri dikkate alınarak model oluşturulmuştur. Motor kütlesinin zamana bağlı değişimiyle oluşturulacak benzetimde roket kütlesinin değişimi bulunmuştur.

$$m_{roket} = 28.418 \text{ [Kg]}$$

$$\text{yerçekimi ivmesi } g = 9.801 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$m_{yakıt} = 4.3490 \text{ [Kg]}$$

$$t_{yanış\ süresi} = 4.27[s]$$

$$\dot{m} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{dm}{dt}$$

Birim zamanda motordan çıkan yakıt kütlesi =  $\dot{m}$

$$\dot{m} = \frac{m_{yakıt}}{t_{yanış\ süresi}}$$

Motorun itki kuvveti ve spesifik itki kuvvetiyle roketin kütle değişim debisi bulunabilir.

$$F = \dot{m}V_e + (p_e - p_0)A_e = \text{Roket itki denklemi}$$

$$V_{eq} = V_e + \frac{(p_e - p_0)A_e}{\dot{m}} = \text{Hız eşitliği}$$

$$I = F\Delta t = \int F dt = \int \dot{m}V_{eq} dt = mV_{eq} = \text{Toplam itki}$$

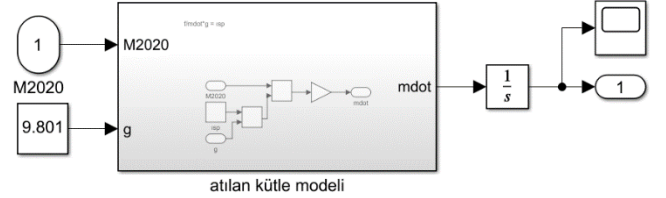
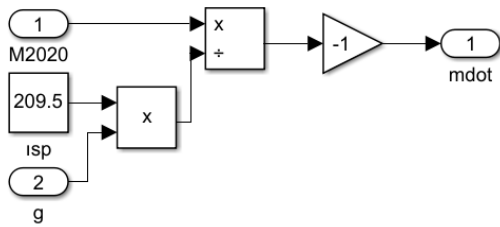
$$\text{Özgül itki } (I_{sp}) = \frac{\text{Toplam itki}}{\text{Ağırlık}}$$

$$I_{sp} = \frac{I}{mg} = \frac{V_{eq}}{g}$$

Son olarak özgül itki için;

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m}g} [s] \text{ yazılır.}$$

### 3.3. Zamana bağlı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) modellemesi

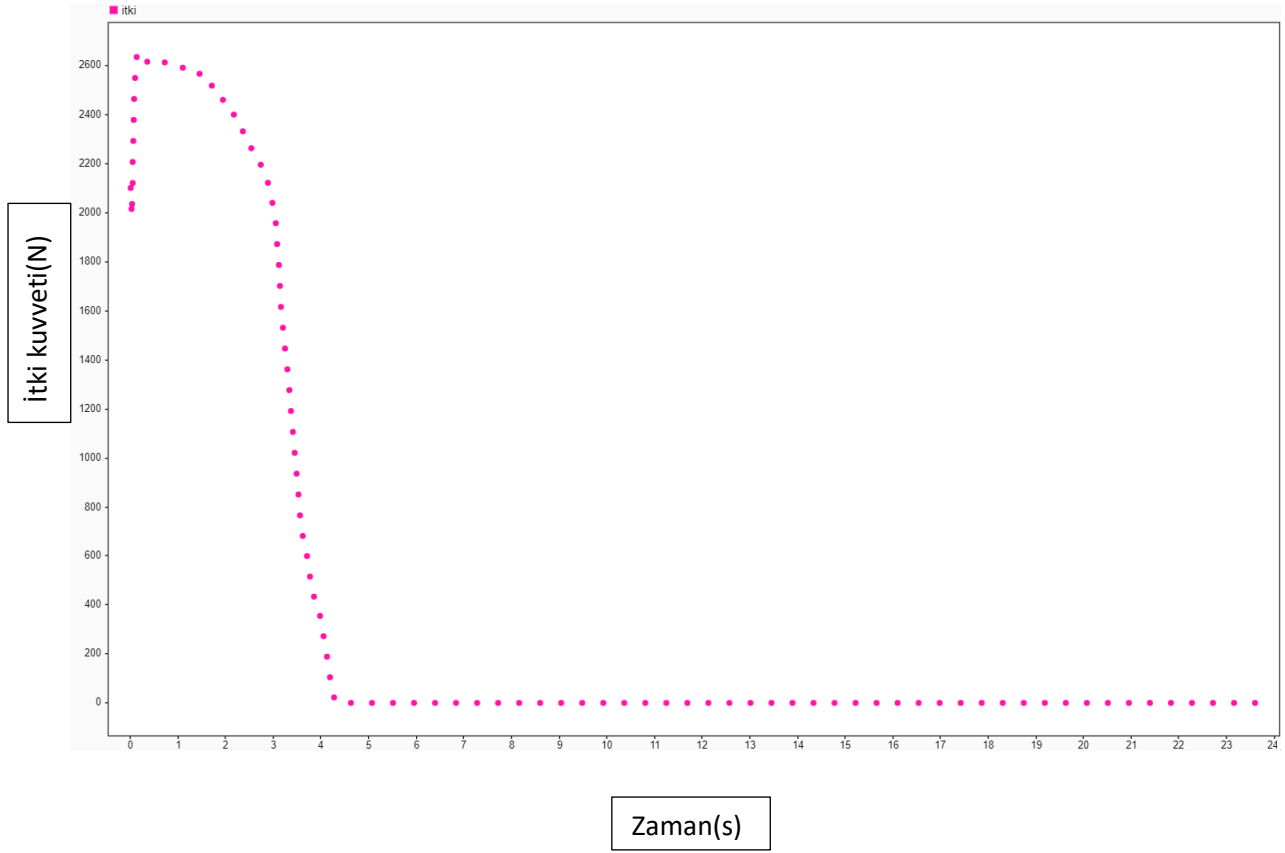


**Atılan kütle modeli**

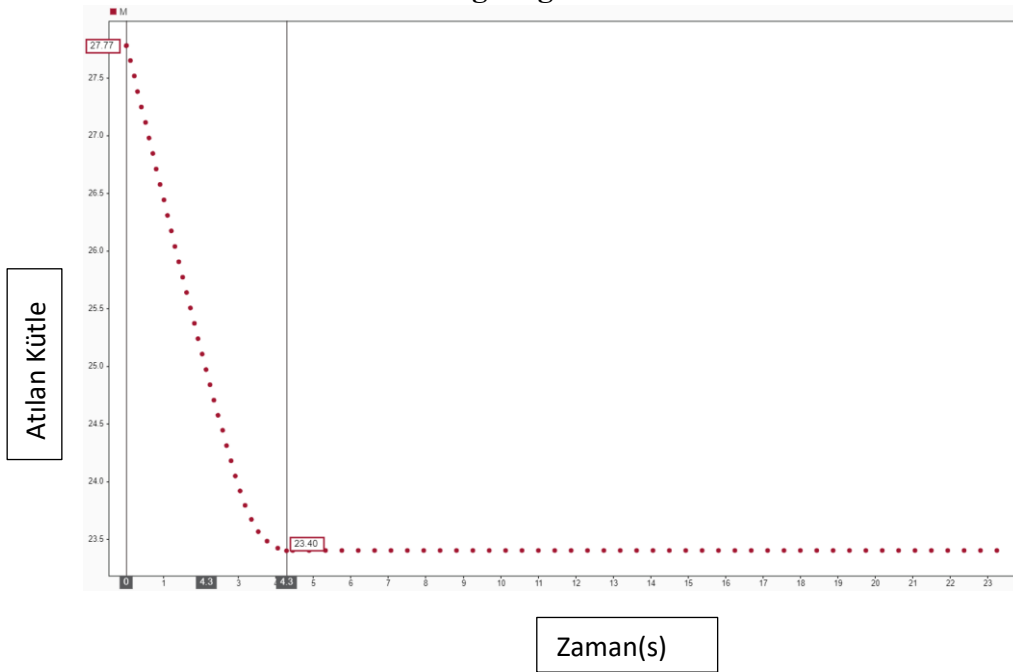
Bu modelleme yapılırken  $I_{sp}$  formülü kullanılmıştır. Modellemede eksi ile çarpma nedeni modelin devamına (sağdaki ekran görüntüsü) bakıldığında toplam kütleden azalan kütleyi (mdot) çıkarmak içindir.



### 3.3.1. İtki kuvveti – Zaman grafiği

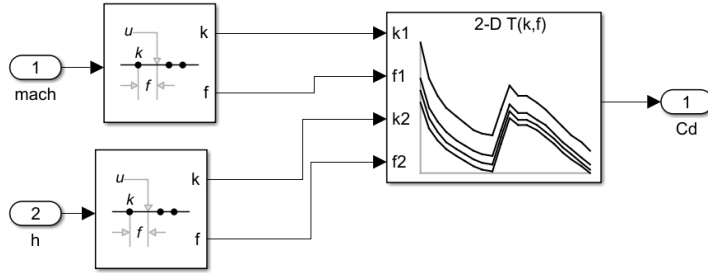


### 3.3.2. Atılan Kütle – Zaman grafiği



## 4. AERODİNAMİK MODEL

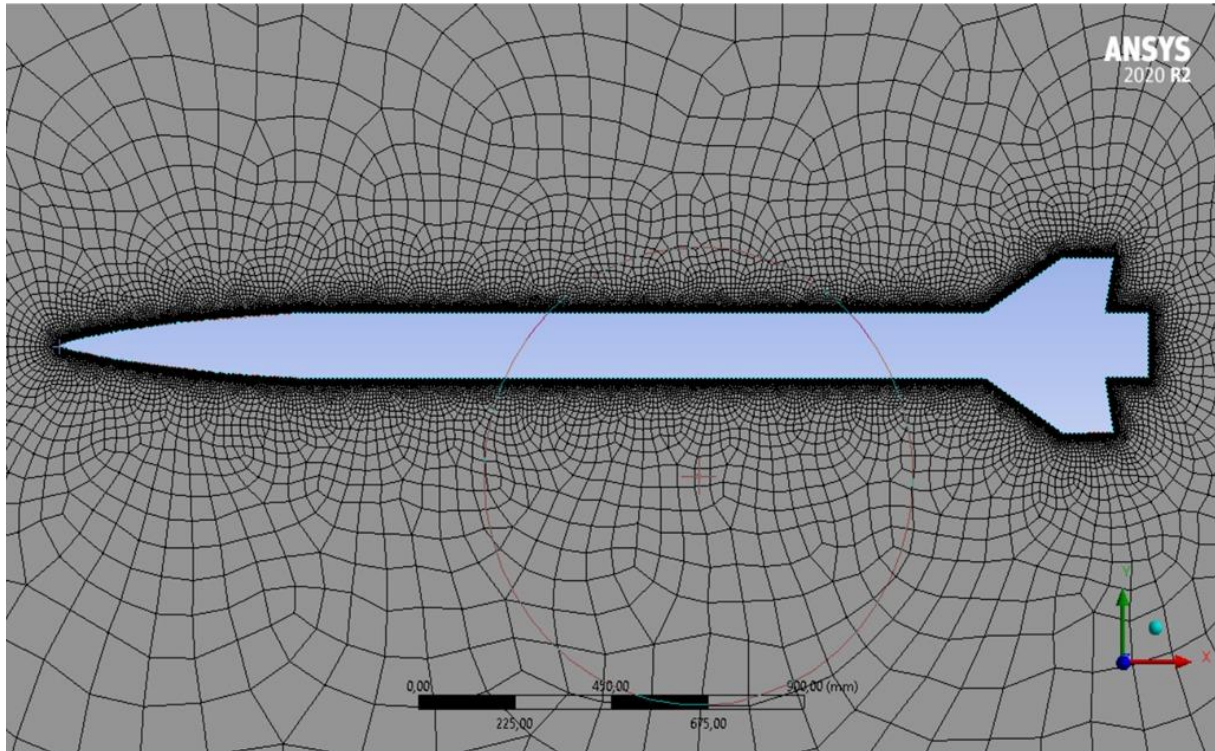
### 4.1. Mach ve Yüksekliğe Bağlı Cd Değerinin Modellenmesi



Doğrulama benzetimi için Teknofest' in vermiş olduğu sürüklenme katsayısı yükseklik ve mach değerine bağlı olduğundan cd nin benzetimi yapılırken bu iki parametre kullanılmıştır. Fakat kendi roketimizin modellemesini yaparken cd nin sadece mach ile değişimi benzetimde kullanılmıştır. Çözümün yapılmadığı veya verinin olmadığı ara noktalar için interpolasyon (ara değerlerme) yapılmıştır.

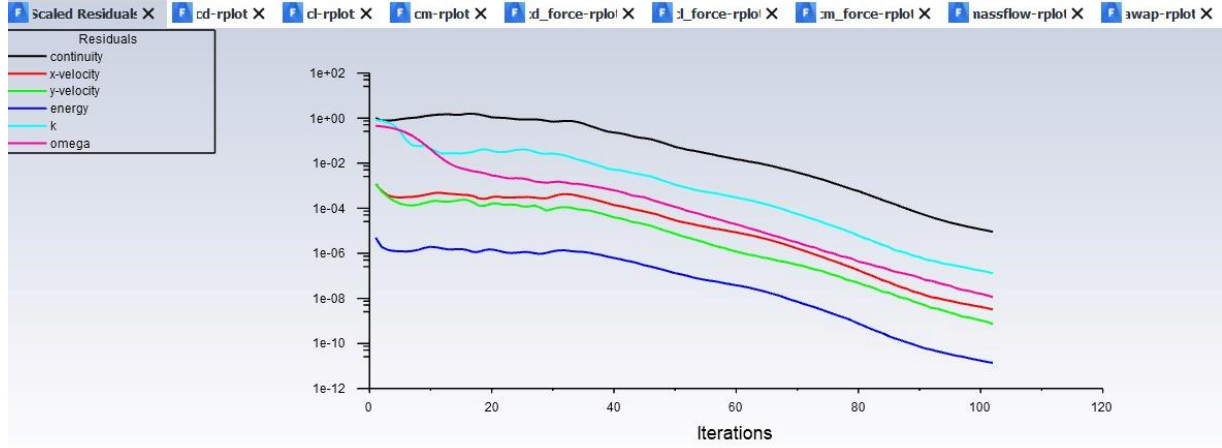
### 4.2. CFD Analizleri Koşulları ve Mesh Kalitesi

CFD analizleri ile ansys programı kullanılarak bir veri seti oluşturulmuştur roketin ve meshin olduğu yazılım ekran görüntüsü ise,



HAD analizi koşturulmadan önce setup aşamasında sınır koşulları tanımlanırken, yapılan hesaplamalara göre 44 milyon reynolds number aralığında çalışılması gerektiği saptanmıştır,

bunu takiben akış rejimimizin subsonic aralıkta olduğu bilindiğinden dolayı duvar fonksiyonu olarak  $y^+$ 30 seçilmiştir. Kullanılan  $y^+$  değerinden ve çok yüksek değerlere ulaşan reynolds number aralıklarında çalıştığımızdan dolayı türbülans modeli olarak k-omega SST tercih edilmiştir. Kritik mach number olan 0.3 mach değerinin üzerinde çalıştığımız için method olarak pressure based kullanılmıştır.



Mesh Metric	Aspect Ratio
<input type="checkbox"/> Min	1,
<input type="checkbox"/> Max	9,8207
<input type="checkbox"/> Average	2,0749
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	1,904

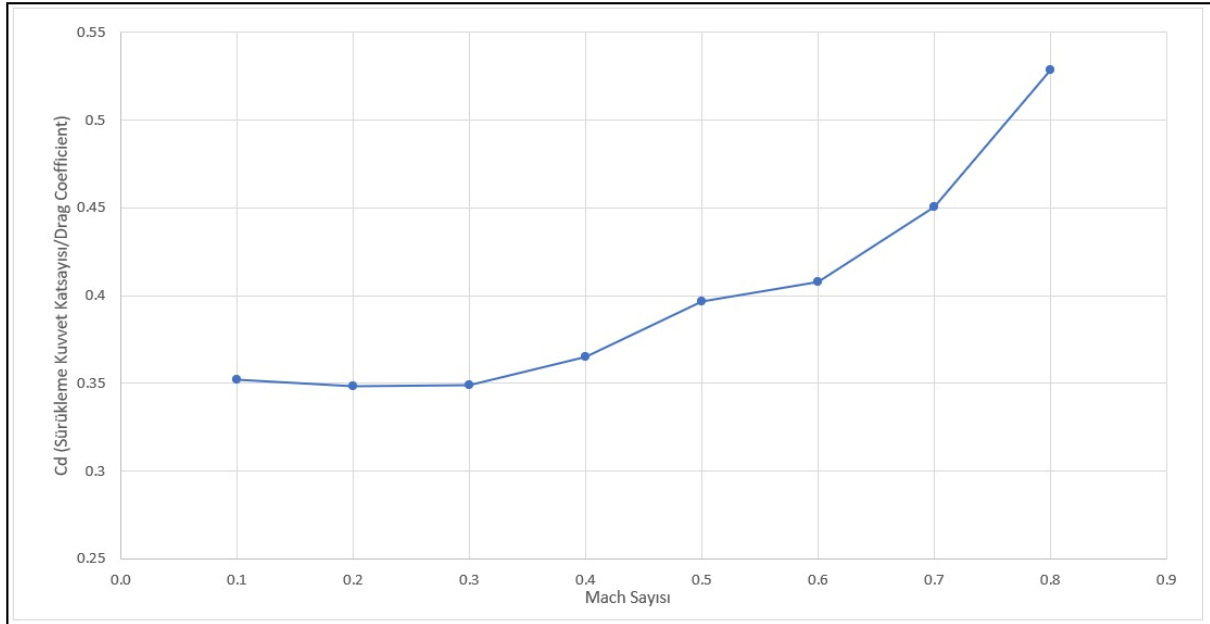
Mesh Metric	Orthogonal Quality
<input type="checkbox"/> Min	0,57413
<input type="checkbox"/> Max	1,
<input type="checkbox"/> Average	0,97834
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	3,9943e-002

Mesh Metric	Orthogonal Quality
<input type="checkbox"/> Min	0,57413
<input type="checkbox"/> Max	1,
<input type="checkbox"/> Average	0,97834
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	3,9943e-002

Mach	Cd
0,1	0,35231058
0,2	0,34828416
0,3	0,34890801
0,4	0,36502237
0,5	0,39662957
0,6	0,4080404
0,7	0,45086646
0,8	0,52881527

Ansyz programından elde edilen mach değeriine bağılı cd analizleri.

#### 4.3. Cd-Mach Grafiğı



#### 5. BENZETİM YAPISI

Benzetimi oluştururken sayısal entegrasyon yöntemi olarak Euler metodu tercih edilmiştir. Benzetim yapısının çözümlemesi yapılırken Matlab/Simulink kullanılmıştır. Burda seçilen Euler yöntemi ve belirlenen 0.01 zaman adımı ile benzetimin doğrulaması gerçekleştirilmiştir.

Solver selection

Type: Fixed-step Solver: ode1 (Euler)

▼ Solver details

Fixed-step size (fundamental sample time): 0.01

Şekil 4. Benzetim yapısında çözüm yapılırken seçilen yöntem

## EULER YÖNTEMİ

Bu yöntemde,

Yeni değer = eski değer + (eğim\*adım)

Prensibine göre bir sonraki y değerinde çizilen teğet yardımıyla hesaplanır. Adım (h) ne kadar küçük olursa o kadar hassas bir yaklaşım söz konusu olur. Eğim, grafiksel olarak bir fonksiyonun o noktadaki türevine eşit olduğundan ve  $x_0, y_0$  başlangıç noktası olduğuna göre,

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Formundaki diferansiyel denklemde çözüm için hesaplanacak ilk eğim,

$$eğim = f(x_0, y_0)$$

demektir. Adım h olmak üzere, Euler yöntemi aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$x_1 = x_0 + h$$

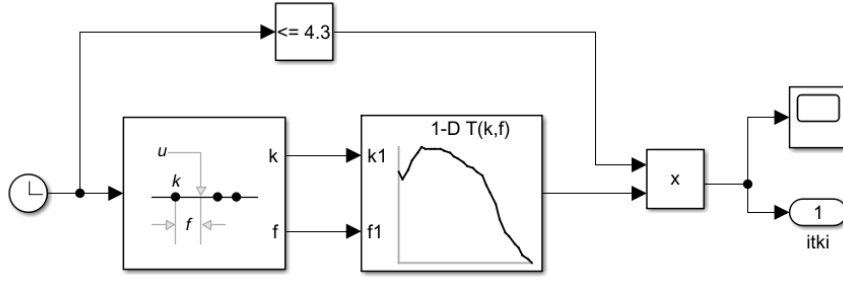
$$y_1 = y_0 + hf(x_0, y_0)$$

Bu bağıntı iteratif olarak tekrarlanırsa yeni bulunan x1 ve y1 değerleri tekrar  $x_0$  ve  $y_0$  gibi denkleme koyulup işlem, istenilen x değerine kadar devam ettirilirse, arzu edilen x değerindeki sonuç (y değeri) elde edilir.

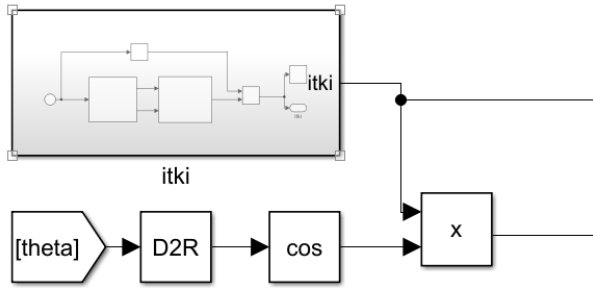
### 5.1 Benzetim Modeli Adımlarının Açıklanması

#### 1.adım

İlk olarak Open Rocket üzerinden itki verileri alınarak motor itkisinin modellenmesi yapılmıştır.

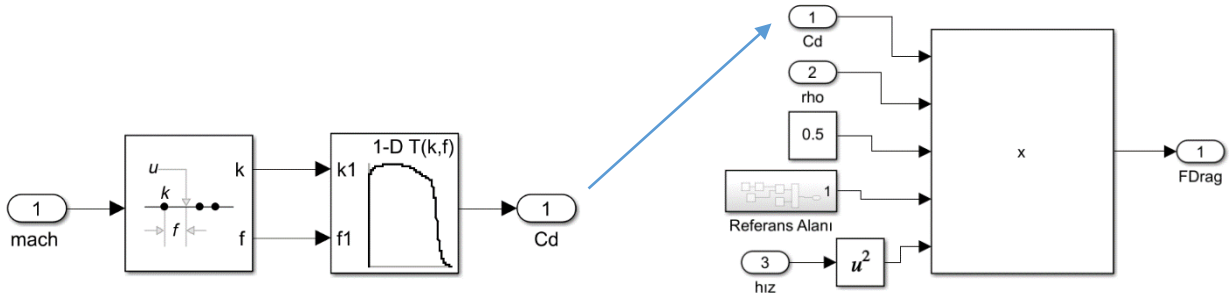


Sonrasında x eksenindeki itkiyi cos ile çarparak  $F_x$  kuvvetini modellenmiştir.



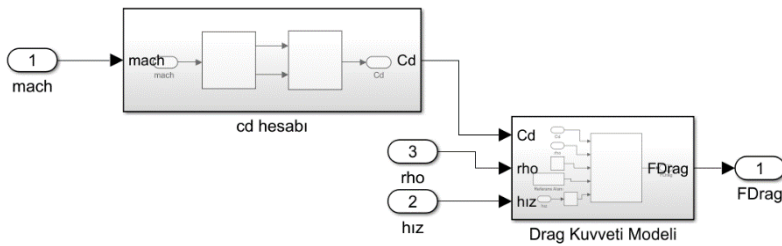
## 2.adım

Burada Ansys'ten çekilen  $C_d$  (sürüklenme katsayısı) değerinin sadece mach ile değişimi benzetimde kullanılmıştır. Çözümün yapılmadığı veya verinin olmadığı ara noktalar için interpolasyon (ara değerleme) yapılmıştır. Devamında elde edilen  $C_d$  değeri  $F_{drag}$  (sürüklenme kuvveti) bulurken girdi olarak kullanılmıştır.



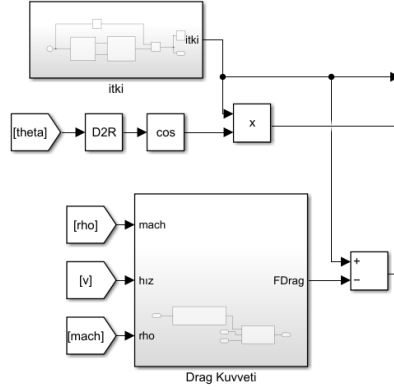
$C_d$  hesabı

Drag Kuvveti Modeli

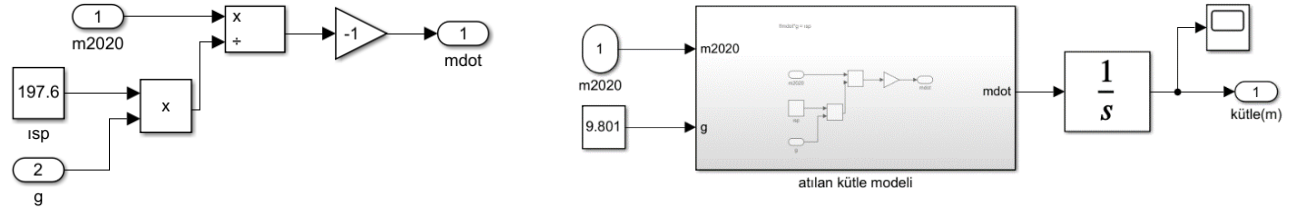


İki sistemin bir arada görünümü

1.adım da elde edilen  $F_{itki}$  den 2.adımda elde edilen  $F_{drag}$  , zıt yönlü olduğu için çıkartılmıştır. Bunun modellenmesi aşağıdaki gibidir. Ve bu  $f$  olarak benzetim yapısı subsystemine girdi olarak girilmiştir.

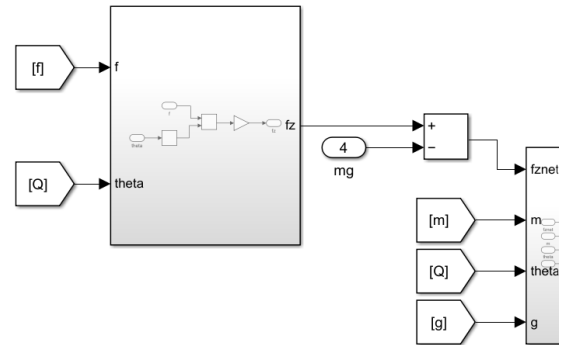


### 3.adım



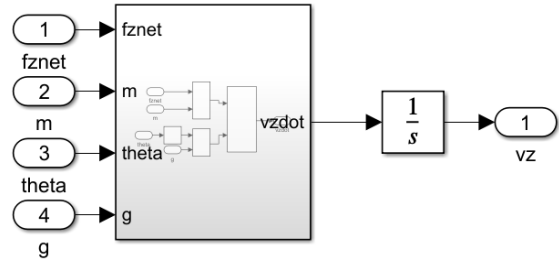
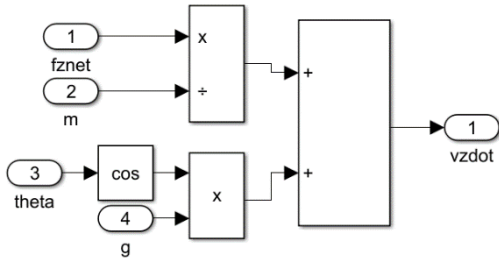
Bu modelleme yapılırken  $I_{sp}$  formülü kullanılmıştır. Modellemede eksi ile çarpma nedeni modelin devamına (sağdaki ekran görüntüsü) bakıldığında toplam kütleden azalan kütleyi ( $\dot{m}$ ) çıkarmak içindir.

### 4.adım



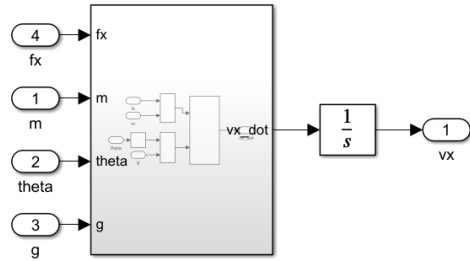
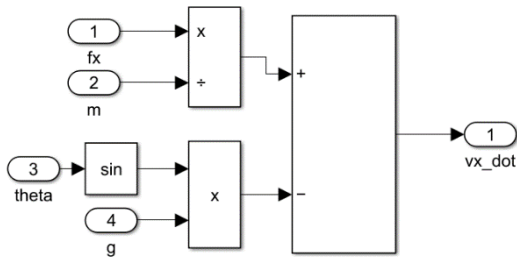
İtki kuvvetinden drag kuvvetini çıkarıldığından elde edilen  $f$  kuvvetinin  $z$  eksenindeki bileşkesi ( $f_z$ ) kuvveti modellenmiştir. Ardından  $f_z - mg$  yapılarak  $z$  eksenindeki net kuvvet elde edilmiştir.

## 5.adım

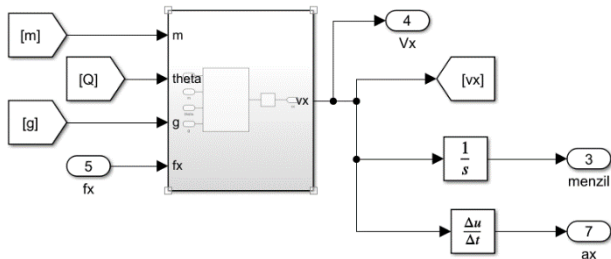


Z eksenindeki net kuvvet ve gerekli parametreler girdi olarak modellemeye girilerek z eksenindeki ivme vzdod olarak bulunmuştur. Sonrasında bu çıktının integrali alınarak z eksenindeki hız elde edilmiş olur. Bu sayede integratörün içerisine vz nin ilk değeri girilmiştir.

## 6.adım



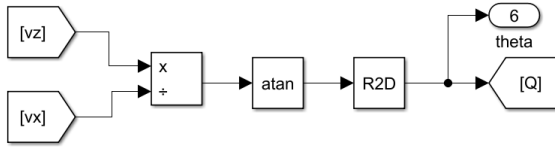
İlk olarak, vxdot uygun denklemin modellenmesiyle elde edilir. Ardından denklemin integrali alınarak x eksenindeki hız elde edilmiştir. Bu hızı elde ederken integratörün içerisine ilk değeri girilmiştir.



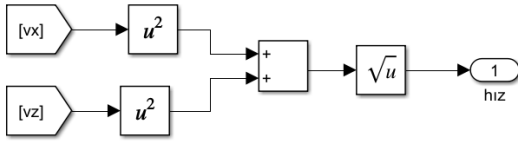
Modelleme sonucunda elde edilen vx hızının integrali alınıp menzil değeri bulunurken, türevi alınarakta x yönündeki ivmesi bulunur.



## 7.adım

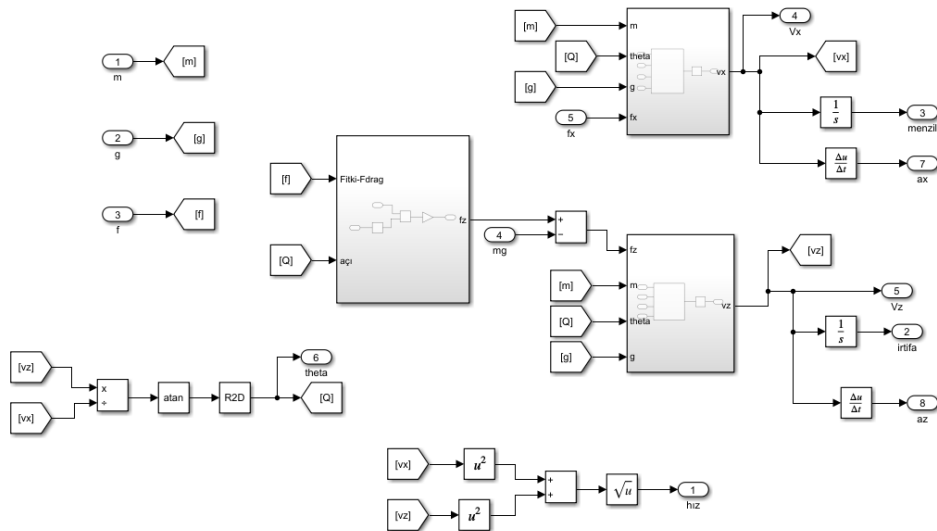


Vz ve vx hızları bulunduğundan sonra theta açısını bulmak için kullanılan denklem modellenmiştir.



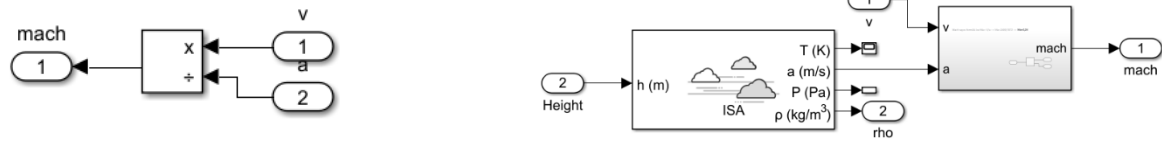
Bileşke hızı bulmak için vx ve vz hızlarından yararlanılmıştır.

## 8.adım



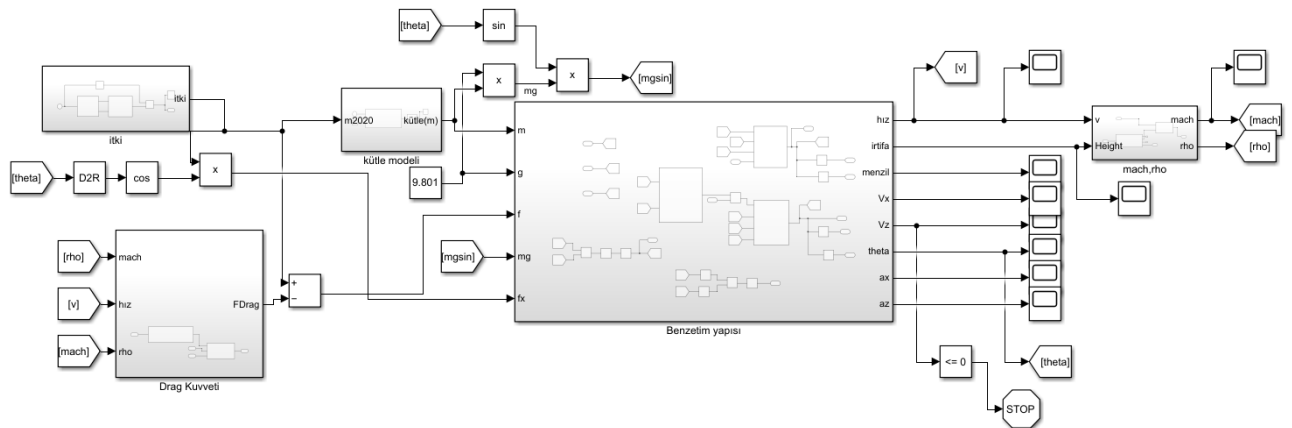
Bu subsystem içerisinde benzetim modellemesinde yer alan kinematik ve dinamik denklemler bulunmaktadır.

### 9.adım



Atmosfer modelinde çıktı olarak elde edilen ses hızı (a) ile mach değeri bulunmaktadır.

### 10.adım



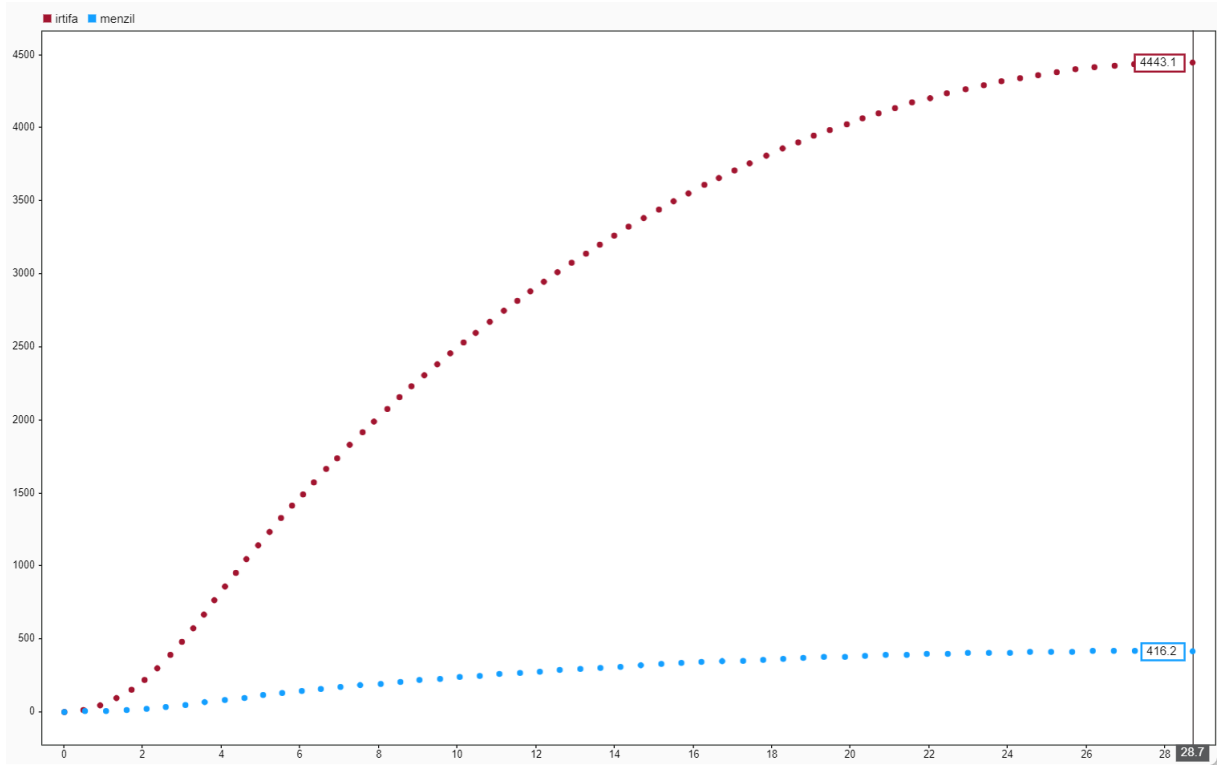
## Benzetimin Modellenmesi

## 6. BENZETİMİN DOĞRULANMASI

### 6.1.Çıktı tablosu(Teknofest verilerine göre):

	Değer
<b>Maksimum Mach Sayısı [-]</b>	0.801
<b>Tepe Noktası Pozisyonu [m]</b>	[416.2, 0, 4443]
<b>Tepe noktası Hızı (bileşke) [m/s]</b>	3.59
<b>Tepe noktası Mach Sayısı [-]</b>	0.01053
<b>Tepe Noktası Zamanı [s]</b>	28.7

## 6.2. Yörünge Grafiği (Yükseklik – Menzil)



Yörünge Grafiği (Yükseklik – Menzil)

## 7. BENZETİM SONUÇLARI

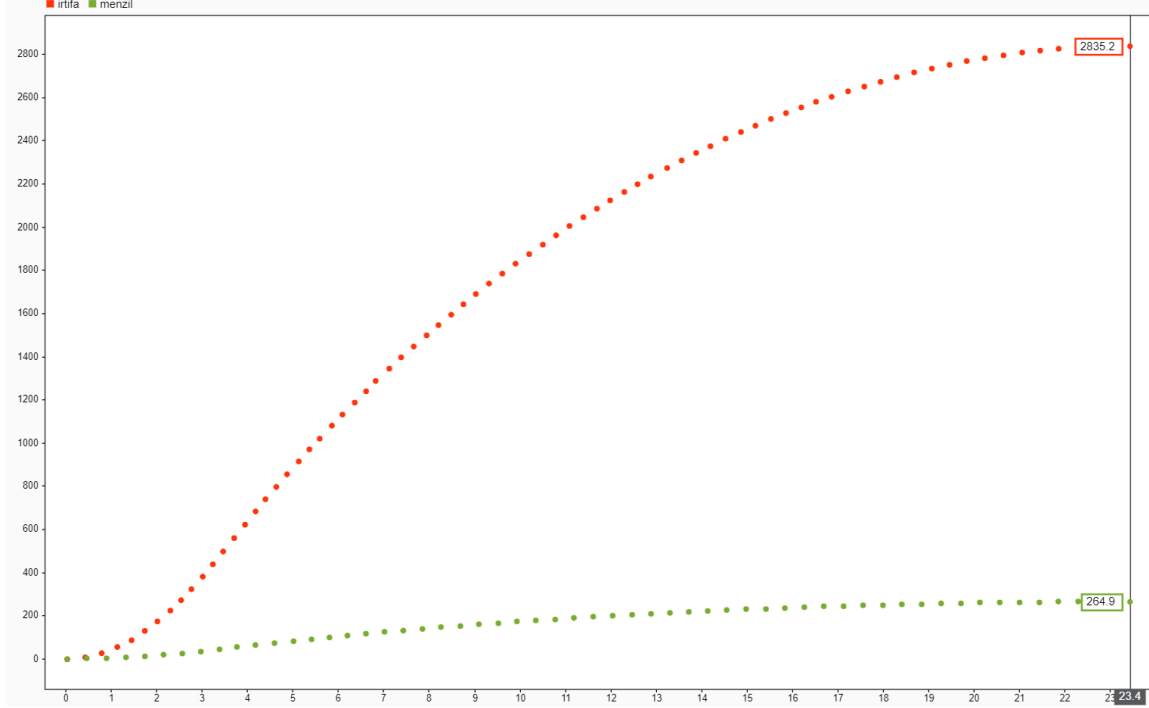
### 7.1. Çıktı ve Karşılaştırma Tablosu

	OPENROCKET	BENZETİM	YÜZDECE FARK
Maksimumum mach sayısı	0.8	0.778	2.75
Tepe Noktası Pozisyonu	[217.89, 0, 3134]	[262.8, 0, 2835]	[17.08, 0, 9.54]
Tepe noktası Hızı (Bileşke)	1.9328	1.7729	8.272
Tepe noktası Mach Sayısı	0.00568	0.00522	8.09
Tepe Noktası Zamanı	25.5	23.65	7.254

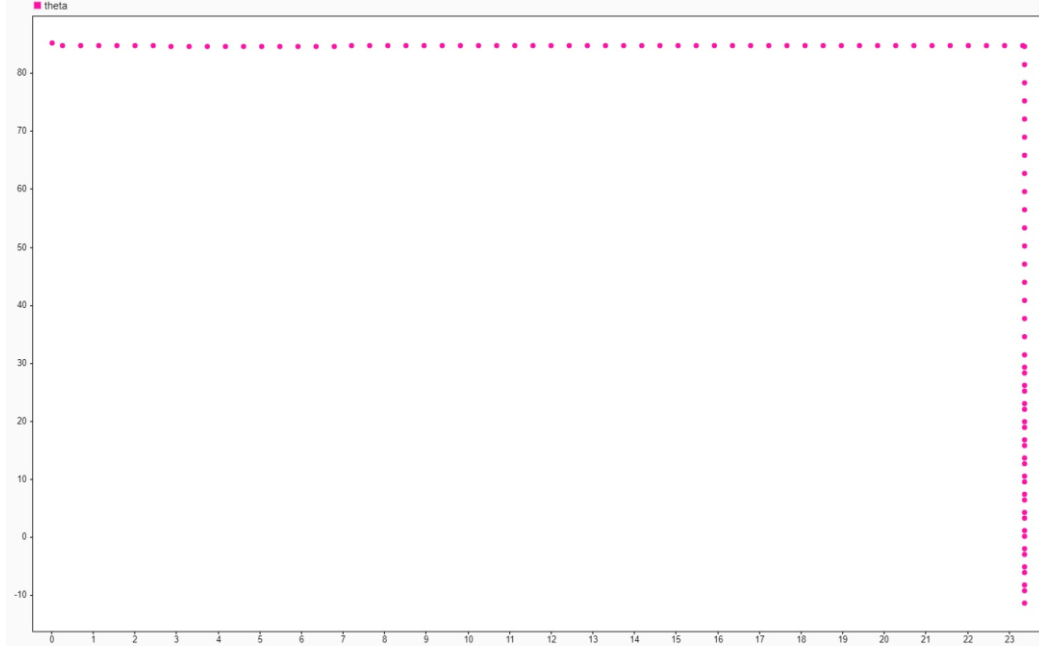
## 7.2. Yüzdece Farkların Nedenleri

Simulink üzerinden yapılan benzetim Open Rocket'e kıyasla daha basitleştirilmiş olduğundan bu yüzdece farkların oluşması beklenen durumlardır. Ayrıca Simulink üzerinden yapılan modellemede hiçbir momenti dikkate alınmadığından Open Rocket ile arasında farklar oluşmuştur.

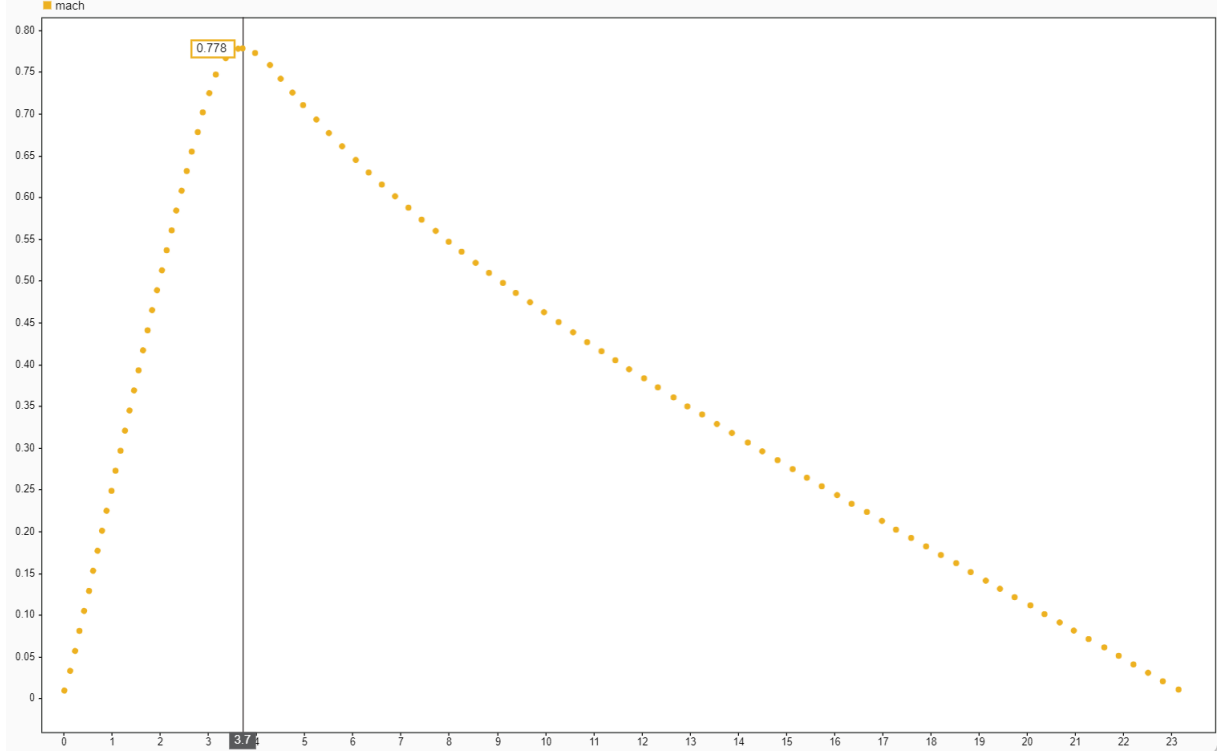
## 7.3. Yörünge Grafiği (Yükseklik – Menzil )



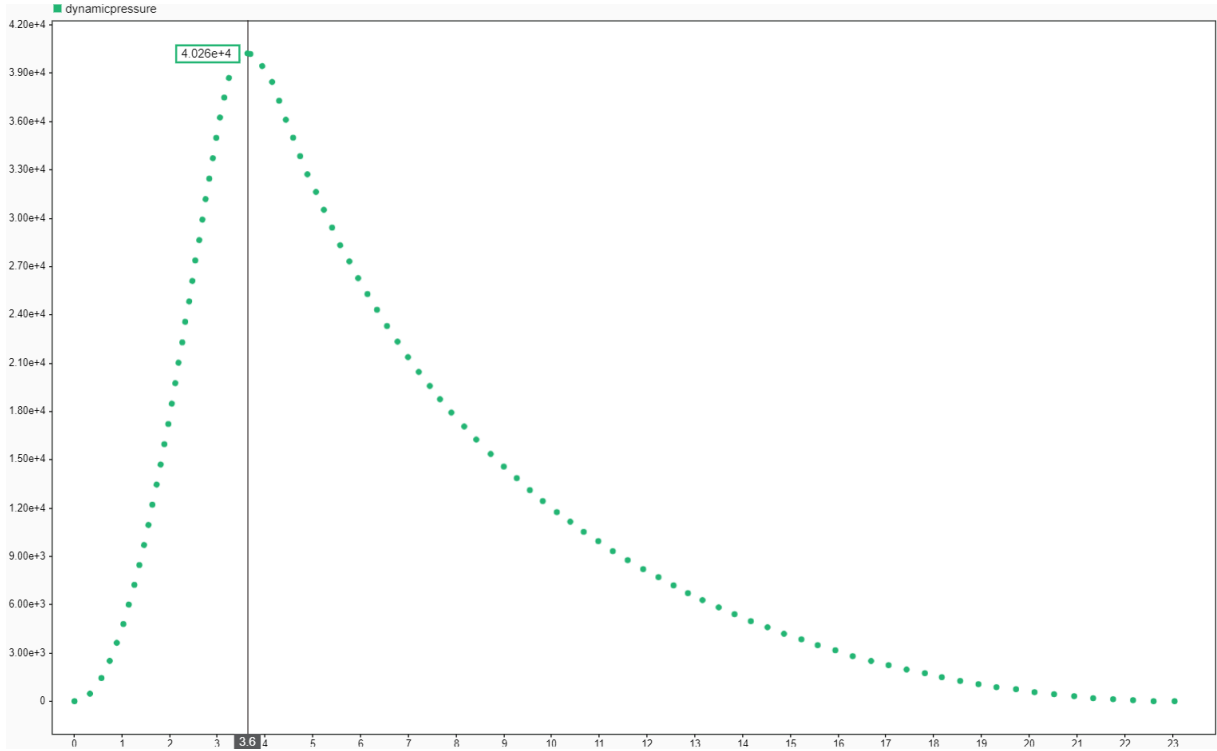
#### 7.4. Uçuş Yolu Açısı -Zaman Grafiği



#### 7.5. Mach- Zaman grafiği



## 7.6. Dinamik Basınç- Zaman Grafiği

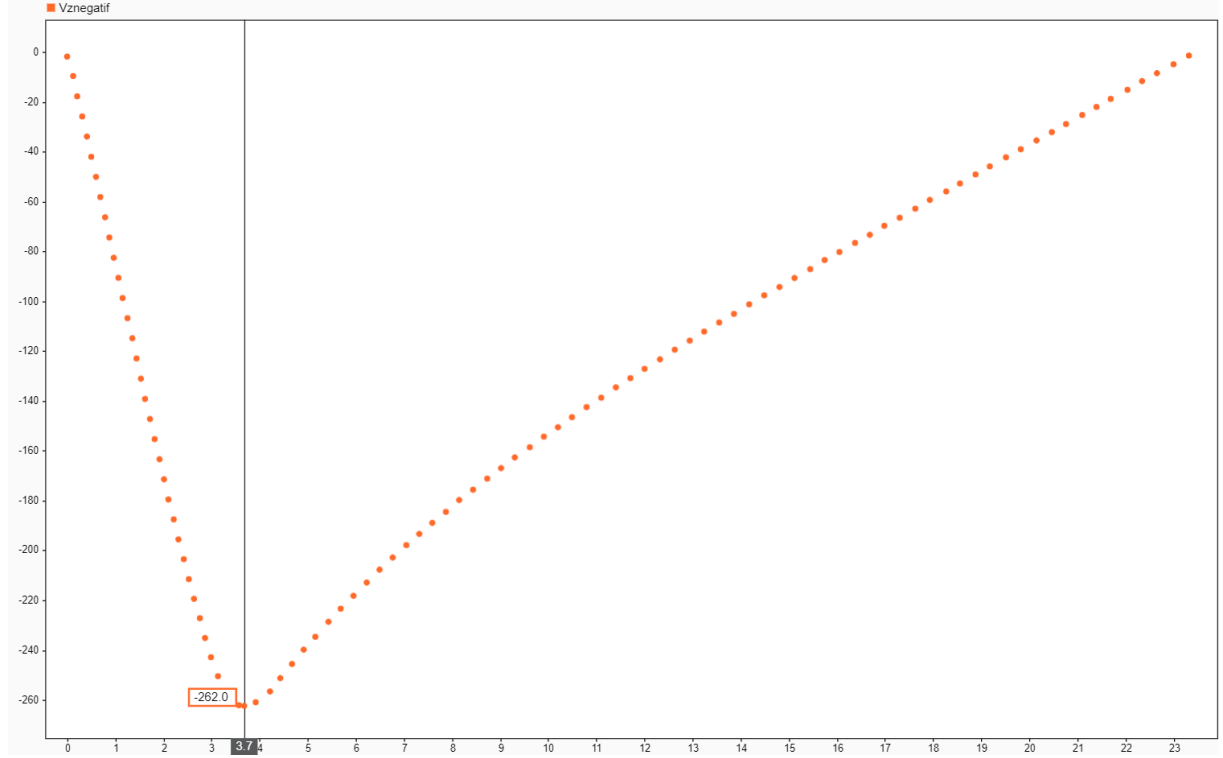


- Maksimum dinamik basınç değeri:  $4.026 \times 10^4$

## 7.9. Maksimum dinamik basıncın roket için önemi nedir?

Dinamik basınç, havada hareket eden bir cismin hareketi nedeniyle hissedilen basıncı ifade eder. Rakım arttıkça ortam hava basıncı ve belirli bir hız için dinamik basınç azalır. Bir roket fırlatıldığında hızlanıyor ama aynı zamanda yükseliyor. Başlangıçta ivme, dinamik basıncın artması anlamına gelir, ancak daha ince atmosfere girdikçe artan ivmeye rağmen dinamik basınç azalacaktır. Maksimum dinamik basınç (max q olarak da bilinir), roket üzerindeki aerodinamik stresin en yüksek olduğu nokta olduğu için önemlidir. Maksimum dinamik basınç roketin veya mekiğin “maksimum mekanik strese” maruz kaldığı fırlatma anıdır. Bu, roketin atmosferdeki tüm havada gerçekten yüksek bir hızla ilerlemesinden dolayı çok fazla fiziksel baskı hissettiğini söylemenin bir yoludur.

### 7.10. Dikey Tırmanma Hızı (-Z Eksen Hızı) – Zaman Grafiği



## 8. REFERANSLAR

- Missile Guidance and Control System - George M. Siouris ,604.sayfa
- grcnasa, 'Specific Impulse', site erişim tarihi: 03.05.2022.  
<https://www.grc.nasa.gov/www/k12/airplane/specimp.html>
- Researchgate 'Block diagram of 6-DOF model', site erişim tarihi: 03.05.2022.  
[https://www.researchgate.net/figure/Block-diagram-of-6-DOF-model\\_fig3\\_283054771](https://www.researchgate.net/figure/Block-diagram-of-6-DOF-model_fig3_283054771)
- ieeexplore, 'Six Degree of Freedom Simulation of Control Systems and Launch of a Two-Staged Rocket', site erişim tarihi: 01.05.2022.  
<https://ieeexplore.ieee.org/document/9566037>