



# YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

# YILDIZ ROKET TAKIMI

**SEMRUK V** 

UÇUŞ BENZETİM RAPORU

# İÇİNDEKİLER

## Semboller Listesi

- 1. Kinematik ve Dinamik Denklemler
  - 1.1. İvme Denklemleri
  - 1.2. Hız Denklemleri
  - 1.3. Konum Denklemleri
  - 1.4. Uçuş yolu açısı hesabı denklemi
- 2. Atmosfer Modeli
- 3. Motor Modeli
  - 3.1. Zamana Bağlı İtki Kuvveti Modeli
  - 3.2. Zamana Bağlı Atılan Kütle Modeli
- 4. Aerodinamik Model
  - 4.1. CFD Analiz Süreci
    - 4.1.1. Analiz Programı
    - 4.1.2. Enclosure Modeli
    - 4.1.3. Mesh Detayları
    - 4.1.4. Çözücü Sınır Koşulları
  - 4.2. Mach Sayısının Hesaplanması
  - 4.3. Sürtünme Kuvvetinin Hesaplaması
- 5. Benzetim Yapısı
- 6. Benzetimin Doğrulanması
- 7. Benzetim Sonuçları

Referanslar

## Semboller Listesi

 $g = \text{Yer çekimi ivmesi } [\text{m/s}^2]$ 

 $\rho = \text{Atmosfer yoğunluğu [kg/m}^3]$ 

T = Atmosfer sıcaklığı [Celcius]

P= Atmosfer Basıncı [kPa]

 $k = \ddot{O}zg\ddot{u}l$ ısılar oranı  $[c_p/c_v]$ 

a = Ses hizi [m/s]

R = Ideal gaz sabiti [J/kg.K]

 $C_D$  = Sürtünme katsayısı [-]

 $A_{ref} = \text{Referans alanı} [\text{m}^2]$ 

 $\dot{m}$  = Kütle debisi [kg/s]

 $m_0$ = Kalkış kütlesi [kg]

t = Zaman[s]

 $\gamma$  = Fırlatma Açısı [ $\circ$ ]

V = Roketin bileşke hızı [m/s]

F<sub>T</sub>= İtki kuvveti [N]

 $C_f = Y$ üzey Sürtünme Katsayısı [-]

τ<sub>w</sub>= Duvar Kayma Gerilmesi [Pa]

 $u_{\tau} = S \ddot{u} t \ddot{u} nme H_1 z_1 [m/s]$ 

 $y_p = \dot{I}lk$  Inflation Tabakası Yarı Kalınlığı [mm]

 $y_H = \dot{I}lk$  Inflation Tabakası Kalınlığı [mm]

#### 1. Kinematik ve Dinamik Denklemler

İvme, hız, konum ve uçuş yolu açısının kodları Matlab programında yazılmış olup kodlar görsel 1'de yer almaktadır.

```
function [IvmeZ, IvmeX, HizZ, HizX, KonumZ, KonumX, gama] = ...
    kinematikDinamikCozumler(Itki, KonumZ_eski, KonumX_eski, HizZ_eski, HizZ_eski, drag, g, gama_eski, Kutle, zaman_adimi)

% ivme Denklemleri
    IvmeZ = g + ((drag - Itki) * sind(gama_eski) / Kutle);
    IvmeX = (Itki - drag) * cosd(gama_eski) / Kutle;

% Hiz Denklemleri
    HizZ = HizZ_eski + IvmeZ * zaman_adimi;
    HizX = HizX_eski + IvmeX * zaman_adimi;

% Konum Denklemleri
    KonumZ = KonumZ_eski + HizZ * zaman_adimi;
    KonumX = KonumX_eski + HizX * zaman_adimi;

% Uçus Yolu Açısı Denklemi
    if (abs(KonumZ) > 6)
        gama = abs(atand(HizZ / HizX));
    else
        gama = 85;
    end
end
```

Görsel 1: Hareket Denklemleri

#### 1.1 İvme Denklemleri

İvme vektörü yer eksen takımına göre bileşenlerine ayrılır. Z ekseninde rokete z yönünde etkiyen yer çekimi ivmesi ve sürtünme kuvveti, drag, bulunmaktadır. -Z yönünde ise itki kuvveti bulunmaktadır. İvme denklemlerinde X ekseninde yerçekimi ivmesi söz konusu değildir. Dolayısıyla X ekseninde sadece itki kuvveti ve sürtünme kuvvetinin etkisi bulunmaktadır. Bu kuvvetlerin yer ile yaptığı açıya göre dönüşümleri yapılarak yer eksen takımına göre Z ekseni ve X eksenindeki ivme değerleri elde edilmiş olur. Bununla ilişkili denklemler (1.1) ve (1.2)'de yer almaktadır.

$$\frac{d^2Z}{d^2t} = g + \left[ \frac{A_{ref} * \rho * V^2 * C_D}{2} - T(t) \right] * \frac{\sin \gamma}{m(t)}$$
 (1.1)

$$\frac{d^{2}X}{d^{2}t} = \left[F_{T}(t) - \frac{A_{ref} * \rho * V^{2} * C_{D}}{2}\right] \frac{\cos \gamma}{m(t)}$$
(1.2)

#### 1.2 Hız Denklemleri

Hız vektörü yer eksen takımına göre bileşenlerine ayrılır. Z ekseni ve X ekseninde de roketin hız bileşenlerinin denklemleri aynıdır. Bir önceki adımda sahip olduğu hız değerine anlık sahip olduğu ivme değerinin zaman adımı ile çarpımı eklenerek mevcut hız değeri bulunur. Bununla ilişkili denklemler (1.3) ve (1.4)'te yer almaktadır.

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{dZ_0}{dt} + \frac{d^2Z}{d^2t} * \Delta t \tag{1.3}$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{dX_0}{dt} + \frac{d^2X}{d^2t} * \Delta t \tag{1.4}$$

#### 1.3 Konum Denklemleri

Hız denklemlerinde olduğu gibi konum denklemlerinde de aynı şekilde bir önceki adımda sahip olduğu konum değerine anlık sahip olduğu hız değerinin zaman adımı ile çarpımı eklenerek mevcut konum değeri bulunur. Bununla ilişkili denklemler (1.5) ve (1.6)'da yer almaktadır.

$$Z = Z_0 + \frac{dZ}{dt} * \Delta t \tag{1.5}$$

$$X = X_0 + \frac{dX}{dt} * \Delta t \tag{1.6}$$

## 1.4 Uçuş Yolu Açısı Hesabı Denklemi

Uçuş yolu açısı, fırlatma rampası boyunca ilerlediği mesafe haricinde tüm uçuş boyunca değişmektedir. 85°'lik açı ile fırlatılan roketin yer ile yaptığı açı Z eksenindeki hız vektörünün büyüklüğüne ve X eksenindeki hız vektörünün büyüklüğüne bağlıdır. Bununla ilişkili denklem (1.7)'de yer almaktadır.

$$\gamma = \tan^{-1} \left( \frac{dZ}{dt} / \frac{dX}{dt} \right) \tag{1.7}$$

#### 2. Atmosfer Modeli

Atmosfer modeli oluşturulurken standart atmosfer modeli kullanılmıştır. Bu model havanın irtifaya bağlı olarak değişen koşullarını modeller. Modelin çalışması için tek gereken değer irtifadır. Modelin içerisindeki denklemler irtifa girdisiyle birlikte havanın sıcaklık, basınç ve yoğunluk özelliklerinin çıktısını sağlar.

$$T = 15.04 - 0.00649 * Z \tag{2.1}$$

$$P = 101.29 * [(T + 273.1)/288.08]^{5.256}$$
 (2.2)

$$\rho = P/[0.2869 * (T + 273.1)] \tag{2.3}$$

İçerisinde irtifaya bağlı denklemler bulunduran kodlar görsel 2'de yer almaktadır.

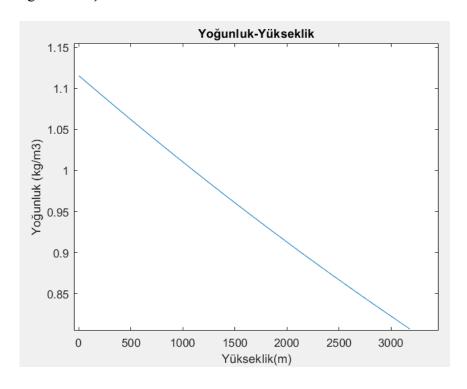
```
function [Sicaklik, Basinc, Yogunluk, SesHizi] = atmosferModeli(yukseklik)
    k = 1.4; R = 287.15;
    Baslangic_Sicakligi = 15.04;
    Sicaklik = Baslangic_Sicakligi - (0.00649 * (abs(yukseklik) + 980));
    Basinc = 101.29 * ((Sicaklik + 273.1) / 288.08) .^ (5.256);
    SesHizi = sqrt(k * R * (Sicaklik + 273.1));

    Yogunluk = Basinc / (0.2869 * (Sicaklik + 273.1));
end
```

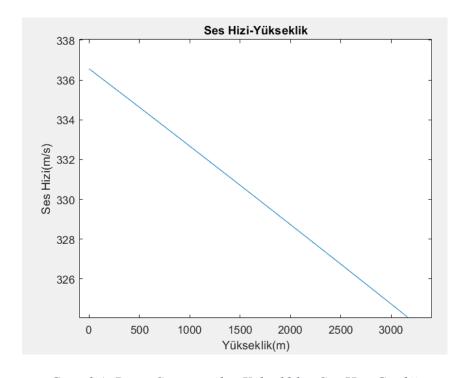
Görsel 2: Standart Atmosfer Modeli Denklemleri

Standart atmosfer modeli denklemlerinde yükseklik deniz seviyesinden itibaren hesaplanmalıdır. Atmosfer modelinin doğru çalışması için atış alanının rakımı yüksekliğe

eklenerek modele girilmiştir. Görsel 3 ve görsel 4'te hava yoğunluğu ve ses hızının yüksekliğe bağlı değişimi gösterilmiştir.



Görsel 3: Hava Yoğunluğu – Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği



Görsel 4: Deniz Seviyesinden Yükseklik – Ses Hızı Grafiği

#### 3. Motor Modeli

## 3.1 Zamana Bağlı İtki Kuvveti Modeli

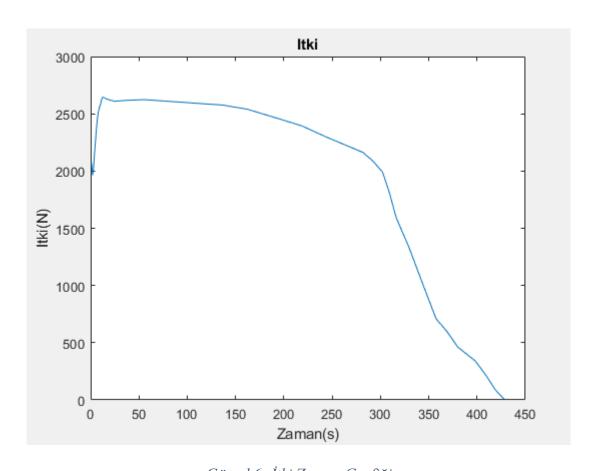
Roketin uçuşunda kullanılacak olan M2020 motorunun deneysel verilerine göre model oluşturulmuştur. İstenilen zaman adımına göre aralıklarla veri noktalarının oluşturulması gerekmektedir. Bunun için itki verileri ile zaman adımı arasında interpolasyon tekniği uygulanır. Bununla ilişkili kodlar görsel 5'te ve itki zaman grafiği görsel 6'da gösterilmiştir.

```
function [int_itki_zaman] = inter_itki()

itki_zaman = [0.0230, 0.0360, 0.0530, 0.0730,0.0890,0.1360,0.1820,0.2620,0.3640,0.5660,1.3870,1.6390,1.9860, 2.1980,2.4570,2
   itki_deger = [2070.110, 1929.890, 2147.60, 2369,2505.530000000000,2649.45000000000,2627.310000000000,2608.86000000000,2616.240|
   aralik = 0.0230:0.01:4.301;

int_itki_zaman = interp1(itki_zaman, itki_deger, aralik); % interpolasyon teknigi?
end
```

Görsel 5: Zamana Bağlı İtki Kuvveti Modeli Kodları



Görsel 6: İtki Zaman Grafiği

## 3.2 Zamana Bağlı Atılan Kütle Modeli

Roket motorunun ateşlenmesinin ardından katı yakıt azalmasıyla birlikte roketin bütününde kütle azalması olacaktır. Yakıt tükenene kadar azalan kütle motor ateşlemesi bittikten sonra sabit kalacaktır. Atılan yakıtın kütle debisi itki, spesifik impuls ve yerçekimi ivmesine bağlıdır. Bununla ilişkili kodlar görsel 7'de ve denklemler (3.1) ve (3.2)'de yer almaktadır. Atılan kütle zaman grafiği görsel 8'de gösterilmiştir.

$$\dot{m} = \frac{F}{I_{SP} * g} \tag{3.1}$$

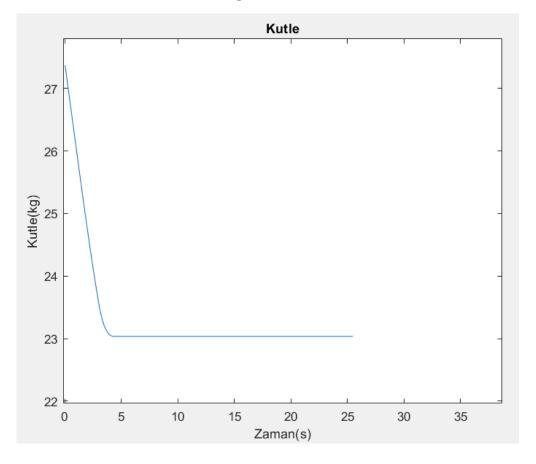
$$m = m_0 - \dot{m} * \Delta t \tag{3.2}$$

```
function [delta_m] = degiskenKutle(int_itki_zaman, ISP, g)

m_dot = int_itki_zaman / (ISP * g);

delta_m = m_dot * 0.01;
end
```

Görsel 7: Zamana Bağlı Atılan Kütle Modeli Kodları



Görsel 8: Atılan Kütle - Zaman Grafiği

#### 4. Aerodinamik Model

#### 4.1 CFD Analiz Süreci

## 4.1.1 Analiz Programı

Analizler Ansys CFD paket programında sonlu hacimler nümerik yöntemi yardımıyla hesaplanmıştır.

#### 4.1.2 Enclosure Modeli

Akış hacim modeli, enclosure, 25.67m x 1.655m x 1.655m boyutlarındadır. Enclosure modeli roketin burun konisinin ucundan x yönünde 8 metre, alt gövdenin tabanından itibaren ise -x yönünde 15 metre uzunluğunda olarak oluşturulmuştur. Akış analizlerinde genel olarak modelin yaklaşık 10 katı büyüklüğünde enclosure modeli oluşturulması daha uygun olur ancak oluşturulan enclosure modeli oransal olarak işlem süresi/analiz sonuçları yakınsaması bakımından yeterli olmaktadır. Roketin atak açısı 0 °'dir.

## 4.1.3 Mesh Detayları

Roketin dışına First Layer Thickness Inflation metodu ile mesh atılmıştır. Bu metod mesh yapısında sınır tabakayı modellemek için kullanılır.



Görsel 9: Inflation Metodu Uygulaması

Inflation metodunda ilk tabaka kalınlığına göre inflation uygulanacaksa istenilen sınır tabakayı modelleyebilmek için ilk sınır tabakanın bulunması gerekmektedir. Bunun için ise çalışılmak istenen Y<sup>+</sup> değeri belirlenir. Farklı Y<sup>+</sup> değerlerine göre yapılan analizler sonucu optimum Y<sup>+</sup> değerinin 60 olduğu tespit edilmiştir. Uçuş boyunca değişen hava koşulları ve roketin değişen hızı ile birlikte uygulanması gereken mesh yapısındaki ilk tabaka kalınlığı da değiştirilmelidir. Roketin sahip olduğu hız ne kadar yüksek ise modellenmesi gereken ilk tabaka kalınlığı da o kadar ince olacaktır. Bu ince mesh yapısı

meshte bozukluklar meydana getirebilir ve modellenen ilk tabaka kalınlığı hesaplamalarında kullanılan reynolds sayısı, roketin sahip olduğu en yüksek hız ve bu konumdaki hava koşulları ile belirlenmiştir. Bu değeri kullanarak modellenen inflation metodunda oluşturulan mesh yapısı en sık mesh yapısıdır ve bu mesh yapısı ile çalışılması diğer koşulları da kapsayacağı için sabit reynolds değeri ve sabit Y<sup>+</sup> değeri ile çalışılmıştır. Bu Y<sup>+</sup> değeri denklem (4.4)'te yerine koyularak sınır tabaka kalınlığının yarı uzunluğu belirlenmiş olur.



Görsel 10: İlk Tabaka Elemanı

$$C_f = [2\log(Re) - 6.5]^{-2.3} \tag{4.1}$$

$$T_w = \left(\frac{1}{2}\rho V^2\right) C_f \tag{4.2}$$

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{T_w}{\rho}} \tag{4.3}$$

$$y_p = \frac{Y^+ \mu}{\rho V_{\tau}} \tag{4.4}$$

 $y_p$  (ilk tabaka kalınlığının yarısı) yaklaşık 0.12 mm olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla ilk tabaka kalınlığı bu değerin 2 ile çarpımı sonucu 0.24 mm olarak elde edilmiştir. İlk tabaka kalınlığı  $(y_H)$  0.24 mm olarak ayarlanacaktır.

Genel olarak roketçilikte koşturulan akış analizlerinde inflation tabaka sayısı (N) 4-6 arasında ve tabakalar arası artış oranının (G) 1.05 – 1.3 arasında bir değer olması tavsiye edilir.

Mesh çalışması yapılırken daha iyi kalitede mesh yapısı sağlanabilmesi için son olarak tercih edilen tabaka sayısı 5 ve tercih edilen tabakalar arası artış oranı 1.3'tür.

ρ	$1.0617 \ kg/m^3$		
u	267.65 m/s		
L	2.67 m		
μ	$1.74164e-5 Ns/m^2$		
Y+	60		

İlk Tabaka Hesaplamalarında Gereken Girdiler

Reynolds Sayısı	4.381 x 10 <sup>7</sup>
$C_f$	0.006754336
$\tau_{\mathrm{w}}$	259.8632 N/m <sup>2</sup>
$u_{\tau}$	15.64412 m/s
$y_p$	0.00012 m
ун	0.00024 m

İlk Tabaka Hesaplamalarından Çıktılar

Kanatçığın tip, chord, leading ve trailing kenarlarına 2mm boyutunda mesh atılmıştır.

Roketin taban kenarına ve motor kapağı kenarına 2mm'lik edge sizing uygulanmıştır.

Kanatçıkların planform yüzeylerine 20mm'lik face sizing uygulanmıştır. Roketin uzunluğu boyunda taban kenarından burun konisinde doğru gelen inflation tabakaları burun ucunda daralacağı için bu bölgede düşük kaliteye sahip elemanlar oluşmuştur. Bunu önlemek için burun konisinin uç noktasına

24 mm çapa sahip elemanları 4'er mm'den oluşan vertex sizing işlemi uygulanmıştır.

Atılan mesh kalite değerleri ve eleman sayıları aşağıdaki gibidir.

Orthogonal Quality (Min): 0.14295

Skewness (Max): 0.84234

Toplam Node: 254817

Toplam Element: 1008444

Mesh yapısı görsel 11'de gösterilmiştir.



Görsel 11: Kesit Alınmış Mesh Yapısı

## 4.1.4 Çözücü Sınır Koşulları

Ses altı hıza sahip akışlar için daha uygun olan pressure-based metodu tercih edilmiştir. Akışkan malzeme olarak hava seçilmiştir. Akışkan yoğunluğu ideal gaz olarak girilmiştir. İrtifa ve mach değerlerine göre sürtünme katsayısı look-up table oluşturulur. Bunun için farklı irtifalar için analizler koşturulması gerekir. Hava sıcaklıkları 0 m için 8.68°, 300m için 6.73°, 600m için 4.78°, 1200m için 0.89°, 2100m için -4.94°, 3500m için -14.03°'dir. Aynı şekilde atmosfer basınçları 0m için 90176 Pa, 300m için 86949 Pa, 600m için 83816 Pa, 1200m için 77824 Pa, 2100m için 69490 Pa, 3500m için 57974 Pa'dır. Bu basınç değerleri gage pressure olarak tanımlanırken atmosfer basıncı 0 Pa olarak girilmiştir. Tüm bu değerler değişen hava koşullarından kaynaklıdır ve bu hava koşulları için analizler yapılmaktadır. Hız formu mutlaktır. Akış zamandan ve yerçekiminden bağımsız olarak tanımlanmıştır.

Türbülans modeli olarak K-w SST tercih edilmiştir. K-w SST türbülans modeli doğrudan sınır tabakası bölgesinden viskoz alt tabakaya kadar kullanılabilir

hale getirir.(AYTAÇ & AKTAŞ, 2020) İnlet'te velocity-inlet metodu, ilgili mach sayısına denk gelen hız ile m/s olarak tanımlanmıştır. İrtifa ve mach sayısına bağlı olarak oluşturulan sürtünme katsayısı tablosu, mach değerleri arttırılarak oluşturulmuştur. Outlet olarak Pressure-outlet tanımlanmıştır. Çıkış basıncı gage pressure'a eşitlenmiştir. Duvarlar symmetry olarak tanımlanmıştır. Bu şekilde duvarlarda akışkanın kaymama özelliği görülmeyecektir ve gerçeğe daha yakın bir akış analizi oluşturulacaktır.

Definitions kısmında force olarak drag kuvveti, vertex maximum olarak toplam basınç ve toplam sıcaklık değerleri için analizler yapılmıştır ve grafiklerine bakılmıştır. Sonuçlar yakınsayana kadar iterasyon sayısı arttırılmıştır ve yakınsadığında analizler durdurulmuştur. Residuals olarak X- continiuty 0.0001, diğer residuals değerleri ise 0.001 olarak girilmiştir. Methods olarak coupled çözüm teorisi kullanılmıştır. Çözücü denklemleri ikinci dereceden seçilmiştir. İterasyon sayısı başlangıçta 200 olarak girilmiştir.

#### 4.2 Mach Sayısının Hesaplanması

Daha verimli bir uçuş benzetimi içi daha verimli bir sürtünme katsayısı girdisi sağlanmalıdır. Bunun için sürtünme katsayısının mach sayısına ve atmosfer koşullarına göre değiştiği bilinmelidir. Bunun için değişen mach değeri için bir model oluşturulmalıdır. Mach sayısı (4.5) ve (4.6) denklemleri ile hesaplanabilir.

$$\alpha = \sqrt{k * R * Tk} \tag{4.5}$$

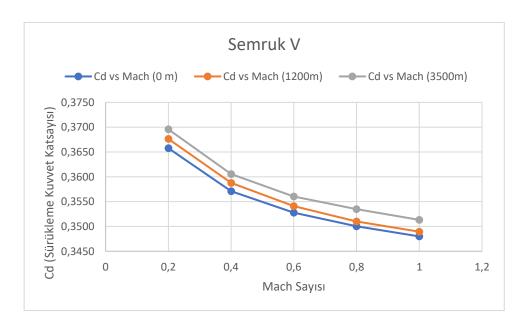
$$Mach = V/\alpha$$
 (4.6)

Denklem (4.5)'te ses hızının modellemesi yapılmıştır. Bu model havanın özelliklerine bağlıdır. Hava için özgül ısılar oranı k = 1.4, gaz sabiti ise R = 287 J/kg.K olarak sabit kabul edilmiştir. Buna göre ses hızının değişimi sadece sıcaklığa bağlı olacaktır. Atmosfer modelinde hesaplanan değişken atmosfer sıcaklığına bağlı olarak ses hızı da değişmektedir ve dolayısıyla mach değeri de değişmektedir. Mach değerinin değişimi sürtünme katsayısının değişmesine neden olacaktır. Farklı mach değerlerine denk gelen sürtünme katsayısı değerleri görsel 12'de gösterilmiştir. Her mach sayısı ve irtifa

için sürtünme katsayısı değeri elde edilebilecektir. Bununla ilişkili tablo görsel 13'de gösterilmiştir.

	0.01993119 m2		
	Semruk V	980 Rakım	
mach/irtifa	0	1200	3500
0.2	0.3658	0.3676	0.3696
0.4	0.3571	0.3588	0.3605
0.6	0.3528	0.3541	0.3560
0.8	0.3500	0.3510	0.3535
1	0.3480	0.3489	0.3513

Görsel 12: Sürtünme Katsayısı Look-up Table



Görsel 13: Farklı İrtifalara Göre Sürükleme Katsayısı - Mach Grafiği

Eğer ki ses hızının hava koşullarına göre değişmediği kabul edilseydi mach değerlerinde ciddi bir farklılık oluşmazdı ancak daha yanlış bir yaklaşım yapılmış olurdu.

## 4.3 Sürtünme Kuvvetinin Hesaplanması

Roketin kendi x eksenindeki ivme denkleminde itki ile birlikte sürtünme kuvveti hesaba katılır. Sürtünme kuvveti hesabını yapabilmek için her zaman adımına ait

yoğunluk, hız, sürtünme katsayısı verileri ile birlikte referans alan değeri girilmelidir. Burada yoğunluk atmosfer modelinden, hız ivme değerinin integre edilmesinden, sürtünme katsayısı ise CFD analizleri sonucu oluşturulan look-up table'dan çekilir. Bu şekilde sürtünme kuvveti hesaplanmış olup kodlar görsel 14'te verilmiştir.

```
function [drag, Mach, cd] = aerodinamikModel(girdi_cd, girdi_mach, girdi_irtifa, ...
          yogunluk, Aref, HizZ, HizX, irtifa f, SesHizi)
 2
 3
         % Mach Degerlerinin Hesabi
          Mach = (sqrt(HizZ.^2 + HizX.^2) / SesHizi);
4
 5
          % Mach - Surtunme Katsayisi - Irtifa Look-up Table'dan interpolasyon
 6
7
           % ile Sartname
8 -
          % Katsayilari Degerlerinin Eldesi (32. Satira Kadar)
9
10
           if (irtifa_f < girdi_irtifa(2))</pre>
11
12
              i = 1:
           elseif(irtifa_f < girdi_irtifa(3))</pre>
13
14
              j = 2;
15
          elseif(irtifa_f < girdi_irtifa(4))</pre>
16
              j = 3;
          elseif(irtifa_f < girdi_irtifa(5))</pre>
17
18
          elseif(irtifa_f < girdi_irtifa(6))</pre>
19
20
              j = 5;
21
22
          irtifa_cd = girdi_cd(j,:) + (girdi_cd(j + 1,:) - girdi_cd(j,:)) ...
23
                .* (irtifa_f - girdi_irtifa(j)) / (girdi_irtifa(j + 1) - girdi_irtifa(j));
24
25
26
          aralik = 0:0.001:girdi_mach(end);
         irtifa_intcd = interp1(girdi_mach, irtifa_cd, aralik);
27
28
29
         if (floor(Mach/0.001) == 0)
30
              cd = 0;
31
             cd = irtifa_intcd(floor(Mach/0.001));
32
33
34
35
         % Surtunme Kuvveti Denklemi
          drag = 0.5 * yogunluk * Aref * cd * (HizZ .^ 2 + HizX .^ 2);
36
37
```

Görsel 14: Sürtünme Kuvveti Hesabı Kodları

## 5. Benzetim Yapısı

Benzetim MATLAB üzerinde script yazılması ile oluşturulmuştur. Benzetim tamamen kodlardan oluşmaktadır ve kodlar tamamen bizim tarafımızdan yazılmıştır.

Benzetim ana fonksiyona ek olarak; itki değerlerini interpolasyon eden fonksiyon, aerodinamik model fonksiyonu, atmosfer modeli fonksiyonu ve kinematik-dinamik denklemleri çözen fonksiyon olmak üzere 5 parçadan oluşmaktadır.

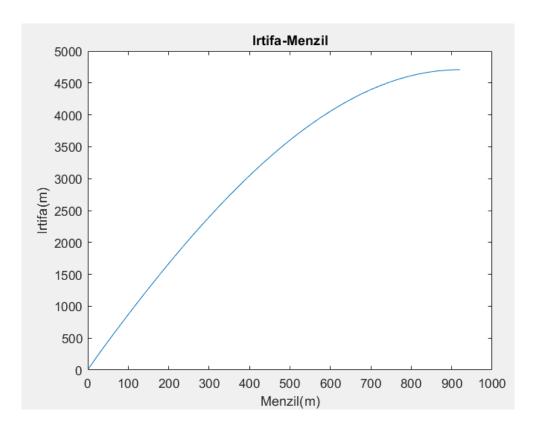
Çözüm yöntemi olarak başlangıç değer problemi olan diferansiyel denklemlerin çözümüne uygun Euler metodu kullanılmıştır. Euler metoduna göre bir fonksiyonun anlık değerinin hesaplanması için fonksiyonun bir önceki değerine türevi zaman adımı ile çarparak eklenir.

Benzetim için yazılan MATLAB kodu aşağıdaki gibidir:

```
function [IvmeZ, IvmeX, HizZ, HizX, KonumZ, KonumX, gama] = ...
   kinematikDinamikCozumler(Itki, KonumZ_eski, KonumX_eski, HizZ_eski,...
   HizX eski, drag, g, gama eski, Kutle, zaman adimi)
 % Ivme Denklemleri
   IvmeZ = g + ((drag - Itki) * sind(gama_eski) / Kutle);
   IvmeX = (Itki - drag) * cosd(gama_eski) / Kutle;
 % Hiz Denklemleri
   HizZ = HizZ_eski + IvmeZ * zaman_adimi;
   HizX = HizX_eski + IvmeX * zaman_adimi;
 % Konum Denklemleri
    KonumZ = KonumZ_eski + HizZ * zaman_adimi;
   KonumX = KonumX_eski + HizX * zaman_adimi;
 % Ucus Yolu Acisi Denklemi
    if (abs(KonumZ) > 6)
       gama = abs(atand(HizZ / HizX));
       gama = 85;
   end
end
```

## 6. Benzetimin Doğrulanması

	Değer
Maksimum Mach Sayısı [-]	1.089304
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[916.251961, 0,- 4690.647505]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	27.266981
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.085783
Tepe Noktası Zamanı [s]	30.18



Görsel 15: Yükseklik – Menzil Grafiği

# 7. Benzetim Sonuçları

	Değer
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.8204
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[661.1, 0, -3204.992]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	24.17912
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.074651498
Tepe Noktası Zamanı [s]	25.48

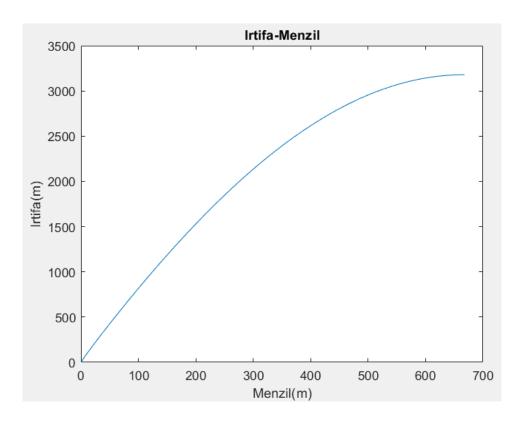
	OpenRocket	Benzetim	Yüzdece Fark
	Değeri (a)	Değeri (b)	(b-a)/a*100
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.802	0.8204	% 2.29426
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[136, 0, 2985.5,]	[661.1, 0, - 3204.992]	[% 79.428, 0, %7.3519]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	5.65	24.17912	% 76.623
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.0033	0.074651498	% 21.621666
Tepe Noktası Zamanı [s]	24.5893	25.48	% 3.6223

Openrocket ve benzetim sonuçlarına bakıldığında oluşan yüzdece farklar yukarıdaki tabloda gösterilmiştir. Bu değerler arasında en yüksek farklar tepe noktasının X ekseni mesafesi (menzil), tepe noktası bileşke hızı ve tepe noktası mach sayısında görülmüştür. Diğer isterlerde openrocket yazılımı sonucu değerleri ile benzetim sonucu değerleri arasında oluşan fark %10'un altında kaldığı gerekçesiyle farklar kabul edilebilmektedir.

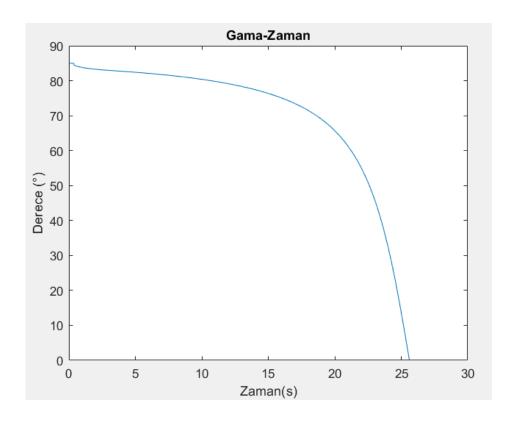
Menzilde oluşan bu farkın sebebi openrocket yazılımında rüzgar hızının dahil edilmesidir. Uçuş benzetiminde herhangi bir rüzgar yönü ve hızı tanımlanmamıştır. Openrockette rüzgar, roketin ilerlemesini olumsuz olarak etkilemiş ve dolayısıyla menzilini azaltmıştır. Yüzdece farkın sebebi budur.

Tepe noktası hızında oluşan farkın sebebi menzilde oluşan yüzdece farkın sebebi ile aynıdır. Openrocket yazılımında tanımlanan rüzgar, roketin X eksenindeki hız vektörünü olumsuz etkilemekte ve rüzgarsız bir uçuşa ve benzetim sonucuna göre tepe noktası hızı daha düşük sonuçlandırmaktadır. Yüzdece farkın sebebi budur.

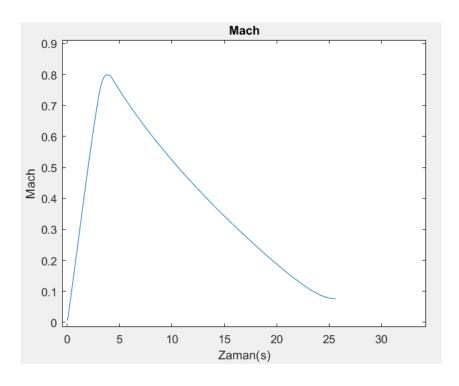
Tepe noktası mach sayısında oluşan farkın sebebi menzilde ve tepe noktası hızında oluşan yüzdece farkın sebebi ile aynıdır. Openrocket yazılımında tanımlanan rüzgar, roketin hızını rüzgarsız bir uçuşa ve benzetim sonucuna göre daha düşük sonuçlandırmaktadır. Dolayısıyla tepe noktası hızı da bu şekilde daha düşüktür. Hız değeri mach sayısıyla doğru orantılı olduğu için openrocket yazılımında mach sayısı da daha düşük sonuçlanmaktadır. Yüzdece farkın sebebi budur.



Görsel 16: Yükseklik – Menzil Grafiği

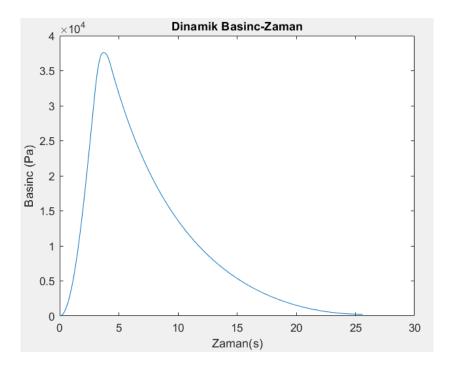


Görsel 17: Uçuş Yolu Açısı – Zaman Grafiği



Görsel 18: Mach - Zaman Grafiği

Benzetim sonucu roketin yaptığı en yüksek Mach sayısı, motor ateşlendikten 3.8 saniye sonra motor yakıtının tükenmesine yakın bir zamanda 0.82 olarak hesaplanmıştır. Bu değere yer seviyesinden 602 m yükseklikte ulaşır. Atış alanı 980 m rakımda bulunması itibariyle roketin en yüksek mach sayısına sahip deniz seviyesi yüksekliği 1582 m'dir.



Görsel 19: Dinamik Basınç - Zaman Grafiği

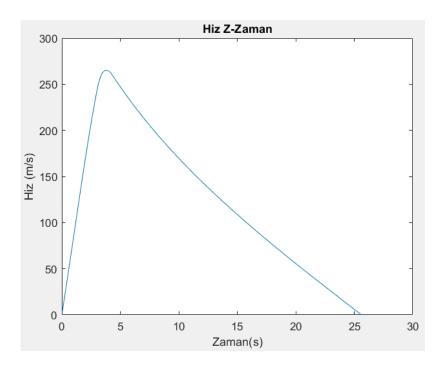
Dinamik basınç, denklem 7.1'de ifade edilmiştir.

$$q = \frac{1}{2} * \rho * V^2 \tag{7.1}$$

Burada  $\rho$  atmosfer yoğunluğunu, V ise roketin hızını ifade eder. Roket motorunun yakıtı bitene kadar hava içerisinde yükselişi boyunca atmosfer yoğunluğunun değişimi, roketin hız değişime oranla daha küçüktür. Dolayısıyla bu aşamada dinamik basınç değişiminde en büyük etken roketin hızıdır. Motor yakıtı bittikten sonra serbest bir şekilde yükselen roketin hız değişimi, yine azalan hava yoğunluğun değişimine oranla daha büyüktür ve bu aşamada da roketin hızı, atmosfer yoğunluğuna kıyasla dinamik basınç değişiminde daha etkindir.

Roketin en yüksek hıza sahip olduğu irtifa 592 metredir. Roketin en yüksek dinamik basınca maruz kaldığı yükseklik de 575 metredir. Sonuç olarak en yüksek dinamik basınç yüksekliği, roketin en yüksek hıza sahip olduğu yüksekliğe yakındır.

Dinamik basınç, rokete etkiyen aerodinamik kuvvetlerin hesaplanmasında önemli rol oynar. En yüksek dinamik basınç konumu, roketin en yüksek fiziksel baskı altında kaldığı konumdur. Bu baskının oluşturacağı etki, roketin dayanabileceği aerodinamik kuvvetlere göre düşük olmalıdır.



Görsel 20: -Z Ekseni Hızı - Zaman Grafiği

## Referanslar

Aytac, Z., & AKTAŞ, F. (2020). Utilization of CFD for the Aerodynamic Analysis of a Subsonic Rocket. *Politeknik Dergisi*.

G. M. SIOURIS, Missile Guidance and Control Systems, Ohio: Springer, 2003.

https://www.thrustcurve.org/

https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html

 $\underline{https://www.fluidmechanics101.com/pages/tools.html}$