



**TEKNOFEST 2022 ROKET YARIŞMASI**

**UÇUŞ BENZETİM RAPORU (KTR)**

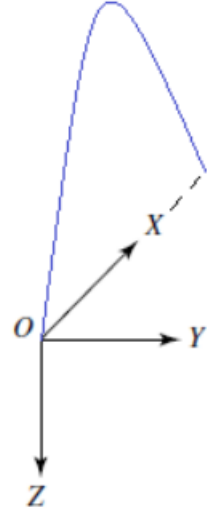
**ARES ROCKET TEAM**

# İçindekiler

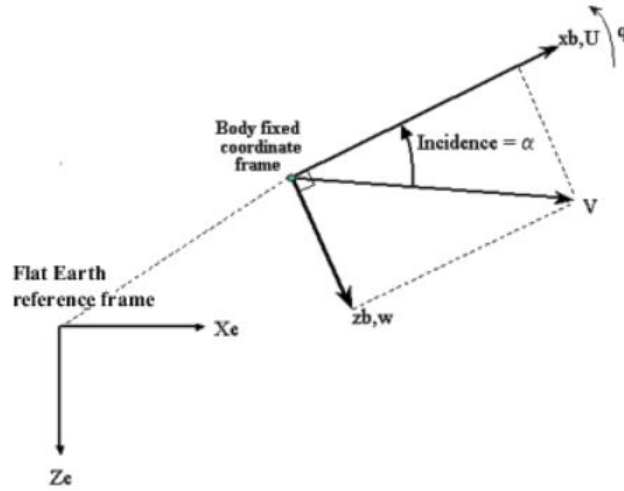
1. KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER.....	3
1.1 Denklemler .....	3
2. ATMOSFER MODELİ.....	4
2.1 İrtifaya bağlı değişen hava basıncı denklemi:.....	4
2.2 İrtifaya bağlı değişen sıcaklık denklemi:.....	4
2.3 Hava yoğunluğu denklemi:.....	4
2.4 Havadaki ses hızı değişimi:.....	4
3. MOTOR MODELİ.....	6
3.1 Kütle akış debisi formülü: .....	6
4. AERODİNAMİK MODEL.....	7
4.1 CFD Analizi Sonuçları .....	8
5. BENZETİM YAPISI.....	10
6. BENZETİM DOĞRULANMASI.....	13
7.BENZETİM SONUÇLARI .....	14
7.1 Maksimum Mach Yüksekliği Nedir ? .....	17
7.2 Maksimum Dinamik Basınc Yüksekliği Nedir ? .....	17
7.3 Maksimum Dinamik Basıncın Roket İçin Önemi Nedir ? .....	17
8. REFERANSLAR .....	18
8.1 ISA Referansı.....	18
8.2 Denklem Referansları .....	18
8.3 İtke Grafiği Referansı.....	18
8.4 Dinamik Basınc Referansı .....	18

## 1. KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER

Tasarlanan bir roket için yazılacak olan kinematik ve dinamik denklemler, roketin yapısından dolayı silindirik bir cisim üstünde tanımlanabilir. Silindirik yapıda tanımlanabilmesi için ilk olarak eksen takımlarının doğru seçilmesi gerekmektedir (Figür-1). Yeryüzüne paralel olan X ve Y eksenlerinden X eksenini atış doğrultusunda, Y eksenini sağ yönde ve Z eksenini yer çekiminin etki ettiği yöne yani aşağı yöne doğru tanımlanabilir. Tanımlamalar için noktasal kütle/parçacık varsayımı yapılması ve bütün kuvvetlerin kütle merkezine uygulandığı göz önüne alınması gerekmektedir. Yapılan analizlerde eksen takımları Figür-2’de gösterildiği şekilde denklemlere dökülmüştür.



Figür-1



Figür-2

### 1.1 Denklemler

Kullanılan düz dünya eksen takımlarına göre kinematik ve dinamik denklemler aşağıda belirtildiği gibidir:

İvme denklemleri:

$$a_z = \dot{v} = F_z - g \sin \theta - qw$$

$$a_x = \dot{w} = \frac{F_x}{m} + g \cos \theta - uw$$

Hız denklemleri:

$$v_z = \int \left( \frac{F_z}{m} - g \sin \theta - qw \right) dt$$

$$v_x = w = \int \left( \frac{F_x}{m} + g \cos \theta - uw \right) dt$$

Konum denklemleri:

$$z_e = \iint \left( \frac{F_z}{m} - g \sin \theta - qw \right) dt$$

$$x_e = \iint \left( \frac{F_x}{m} + g \cos \theta - uw \right) dt$$

Uçuş yolu açısı hesabı denklemi için ise “Atalet Momenti” kavramı önemlidir. Atalet momentini hesaplayabilmek için daha önceden de bahsedildiği gibi, roket bir silindir olarak varsayılacak ve hesaplamalar silindirin atalet momentine göre yapılacaktır.

Uçuş yolu açısı denklemleri:

$$\theta = \left[ \int q dt \right] \frac{180}{\pi}$$

$$q = \frac{M_x}{I_{xx}} dt$$

$$I_{xx} = \frac{m(3r^2 + h^2)}{12}$$

## 2. ATMOSFER MODELİ

Tasarımı yapılan roketin simülasyonu yapılacağı zaman dikkat edilmesi gereken önemli unsurlardan biri atmosferdir. Simulink üzerinden modellenen atmosfer modeli irtifaya bağlı değişen basıncı, sıcaklığı ve hava yoğunluğunu tanımlamaktadır. Atmosfer modelini oluşturmak için kullanılan formüller aşağıdaki gibidir.

### 2.1 İrtifaya bağlı değişen hava basıncı denklemi:

$$P = P_0 \left( 1 - \frac{Lh}{T_0} \right)^{\frac{gM}{RL}} \quad [P_0 \text{ (Deniz seviyesi hava basıncı -Pa-), } T_0 \text{ (Deniz seviyesi sıcaklık -K-), } h \text{ (irtifa -m-), } g \text{ (yerçekimi -m/s}^2\text{-), } R \text{ (gaz sabiti -J/Kmol-), } M \text{ (molar kütle -kg/mol-)}]$$

### 2.2 İrtifaya bağlı değişen sıcaklık denklemi:

$$T = T_s - L_s (h - h_s) \quad [T_s \text{ (Deniz seviyesi hava sıcaklığı -K-), } L_s \text{ (Sıcaklık değişimi -K/m-), } h \text{ (İrtifa -m-), } h_s \text{ (rakım -km-)}]$$

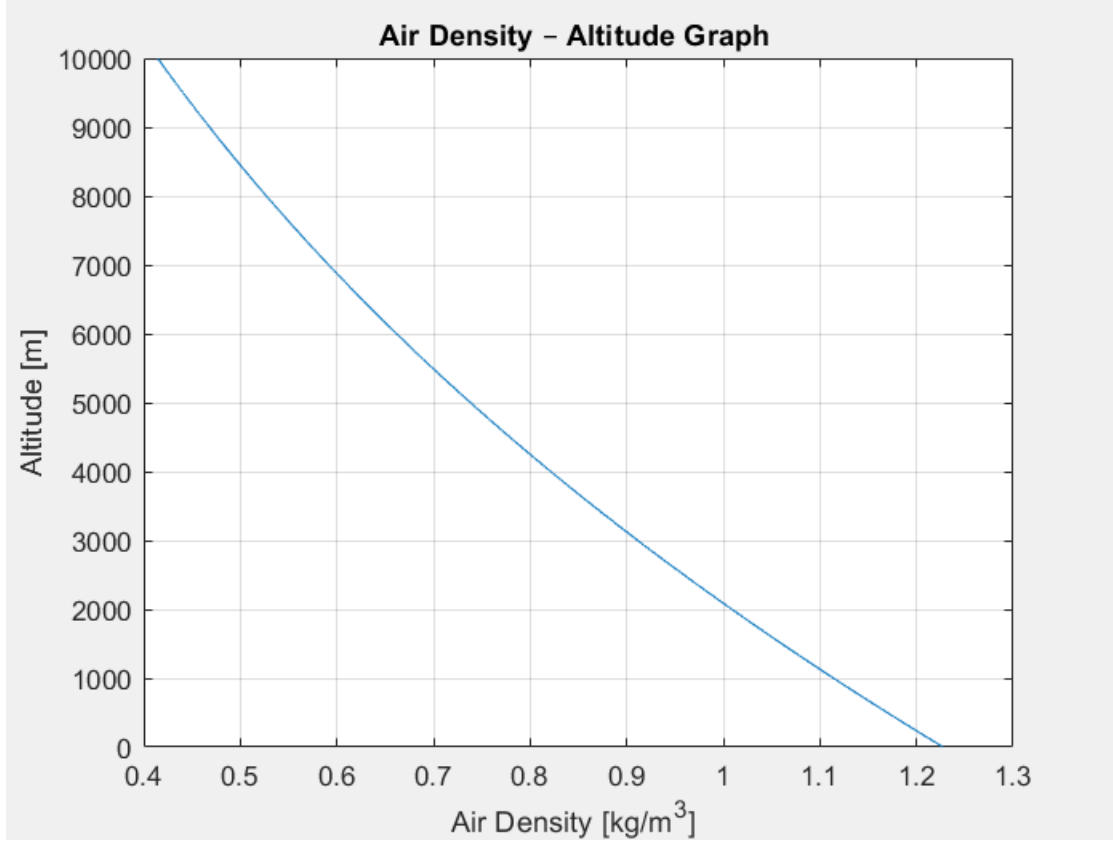
### 2.3 Hava yoğunluğu denklemi: [P (Basıncı -Pa-), R (Gaz sabiti J/KgK), T (Sıcaklık -K-)]

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

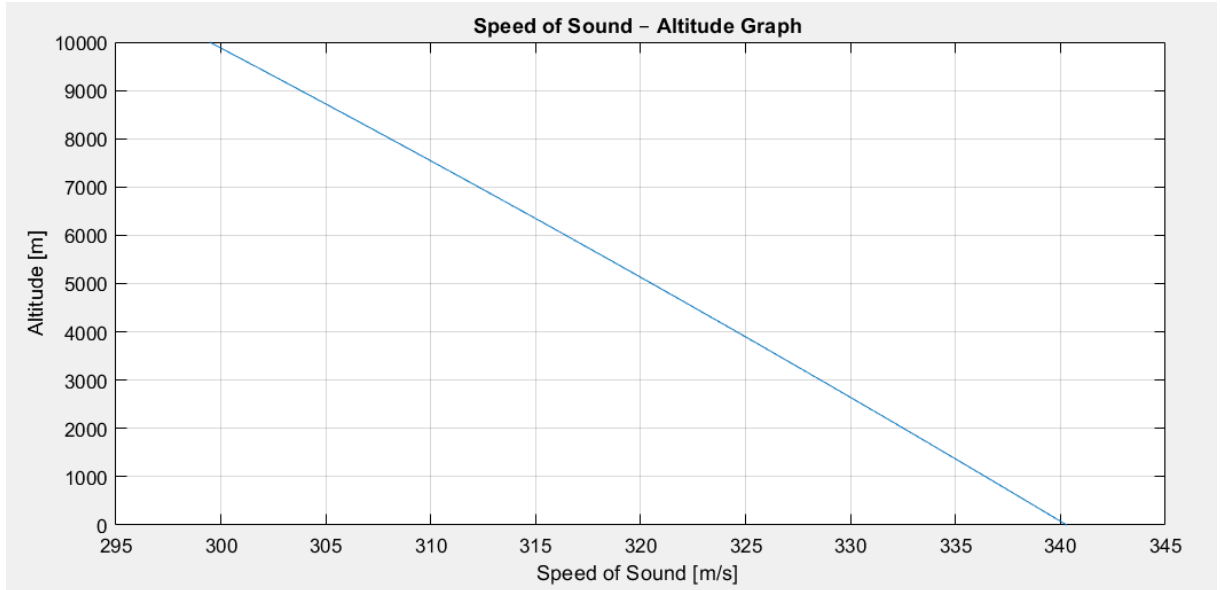
### 2.4 Havadaki ses hızı değişimi:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad [\gamma \text{ (özgül ısı oranı), } R \text{ (gaz sabiti -J/KgK-), } T \text{ (sıcaklık -K-)}]$$

Hazırlanan atmosfer modeli ile oluşturulan “Hava Yoğunluğu - Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği” aşağıda verilmiştir.



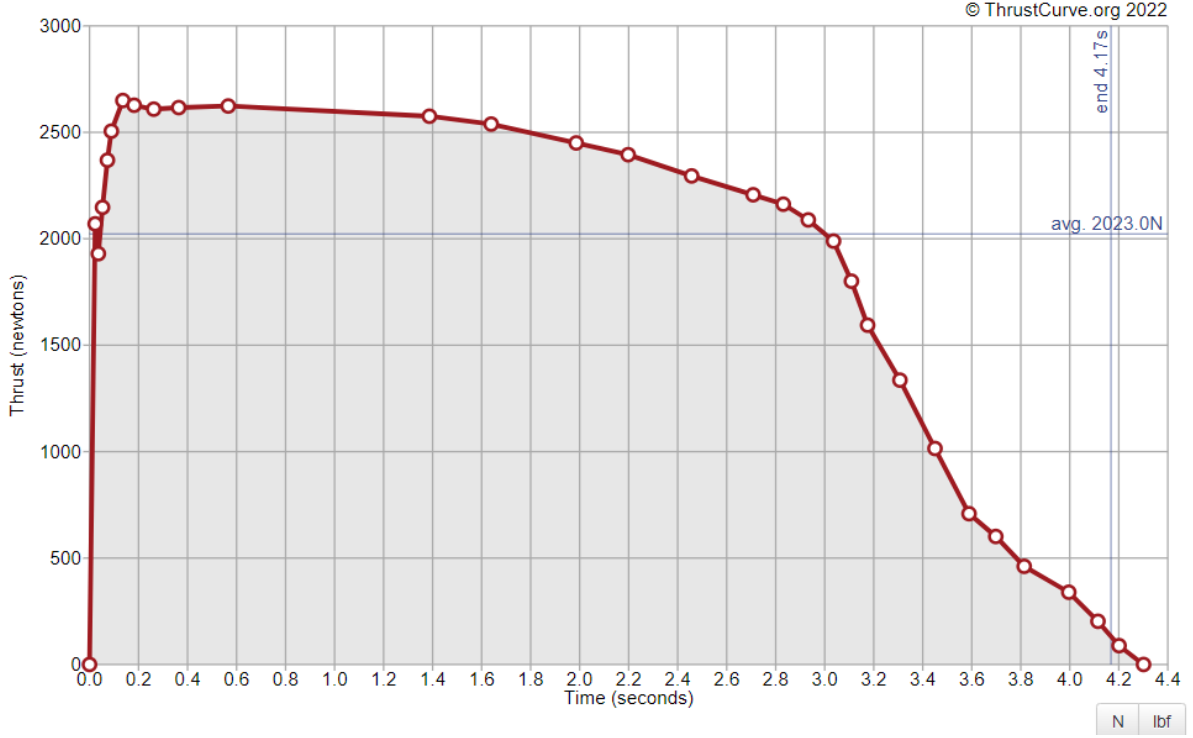
Hazırlanan atmosfer modeli ile oluşturulan “Ses Hızı - Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği” aşağıda verilmiştir.



Hazırlanan model ISA'ya göre yapılmış ve kullanılan kaynaklar referanslar kısmında gösterilmiştir.

### 3. MOTOR MODELİ

Tasarımı yapılan rokette M2020 motoru kullanılacaktır. Maksimum 2680.4 [N] itki verebilen ve 4.2 [s] boyunca itki vermeye devam eden “Cesaroni Technology M2020” motorunun itki kuvveti-zaman grafiği aşağıda gösterildiği gibidir.

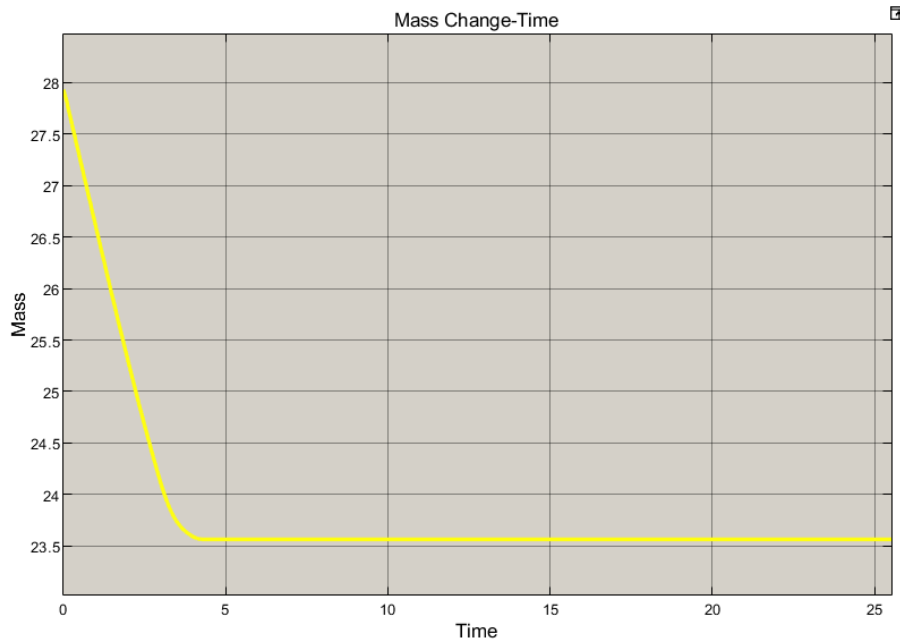


M2020 motoru ateşleme anından sonra yaktığı yakıt zamanla bitecektir. Yakıtın zaman içindeki kütle değişimi yer çekimine, toplam itkiye, özgül itkiye ve kütle akış debisine bağlıdır.

#### 3.1 Kütle akış debisi formülü:

$$\dot{m} = \frac{\int T dt}{I_{sp} g} \quad [\text{Kütle akış debisi (Kg/s), T (İtki -N-), Isp (Özgül itki -s-), g (yer çekimi - m/s^2-)}]$$

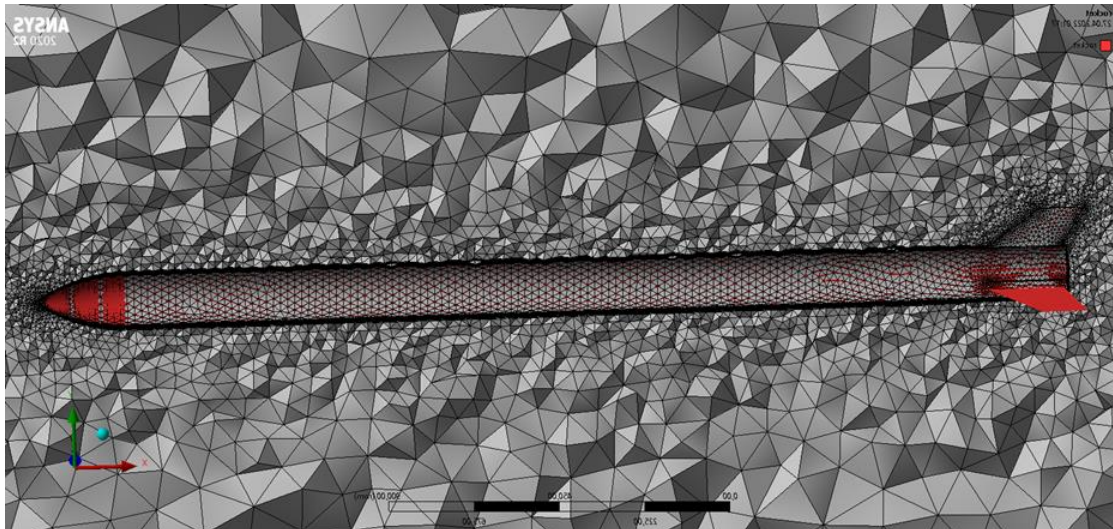
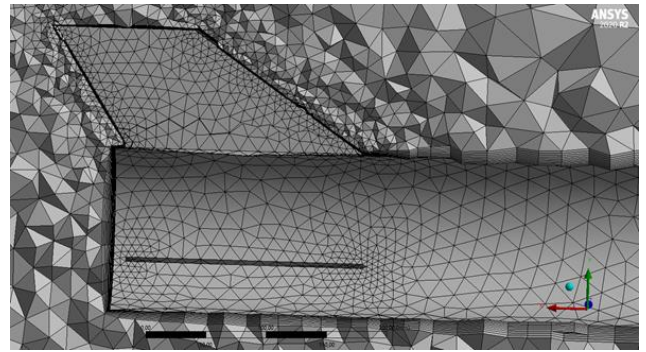
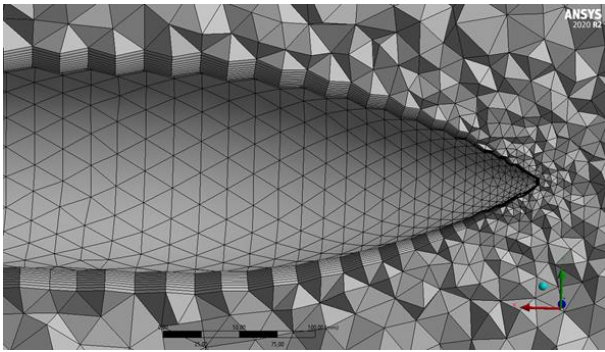
Kütle-zaman grafiği aşağıda gösterildiği gibidir.



#### 4. AERODİNAMİK MODEL

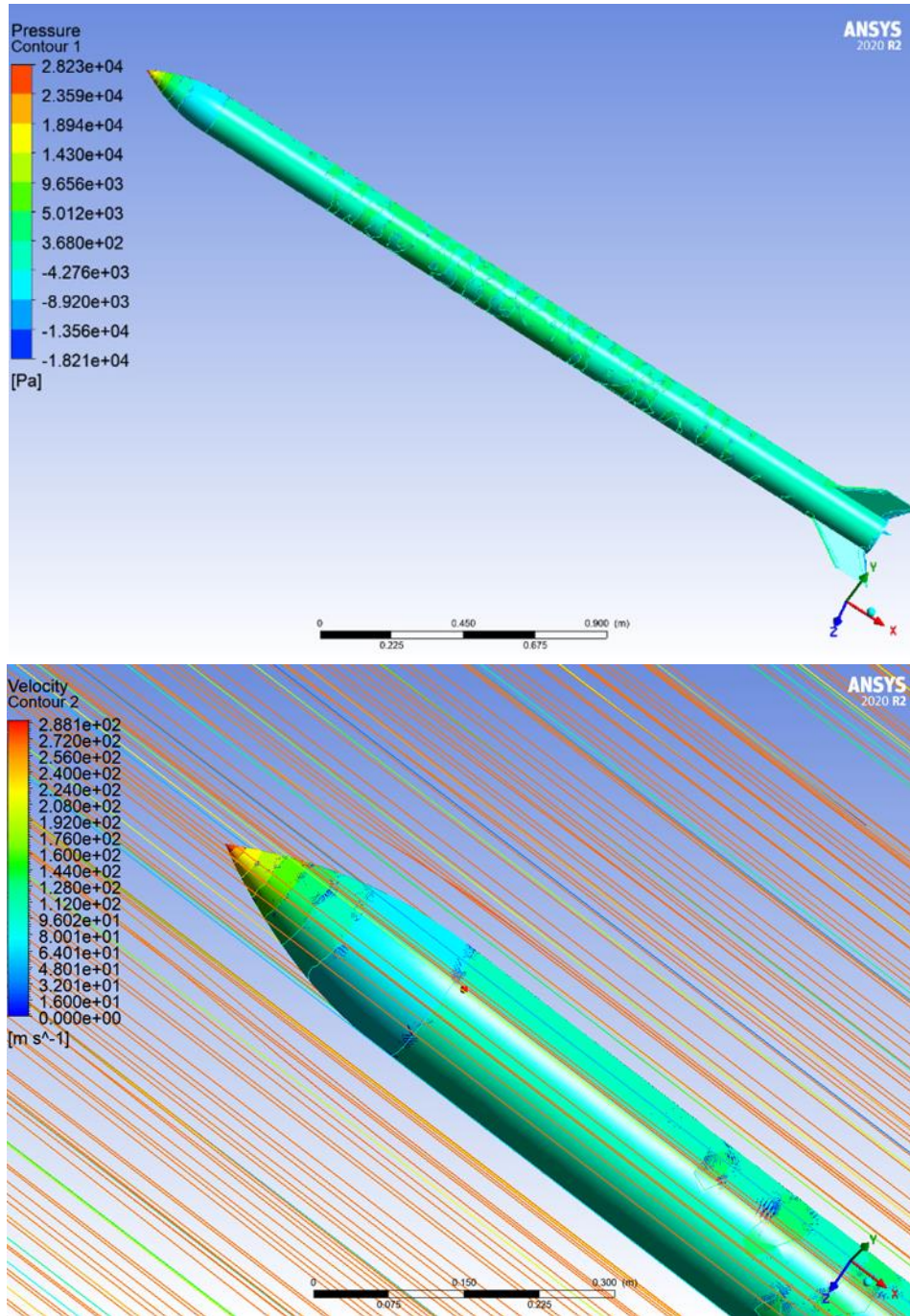
Uçuş esnasındaki roketin üzerindeki aerodinamik kuvvetleri hesaplamak için daha önce ileri seviyede deneyimlemiş olduğumuz CFD analizini kullanılmıştır. Roketin üstünde oluşacak olan sürüklenme kuvveti, momentum sabiti gibi değerler CFD analiziyle Ansys Workbench üzerinden elde edilmiştir. Roketin üzerine etki eden kuvvetler elde edildikten sonra simulink üzerinden hazırlanan modellemeye eklenmiştir. Böylelikle sistemin ulaştığı irtifa-menzil gibi değerler doğrulanmıştır.

Solidworks üzerinden çizimi yapılan roketimiz öncelikle Ansys Workbench programına aktarılmıştır. Ardından meshing bölümünden ağ oluşturulmuştur. Kullanılan mesh metodlarında first layer thickness ve inflation kullanılmış ardından  $y^+$  değeri hesaplanmıştır.  $Y^+60$  değeri uygun görülmüş ve ilk sınır katman aralığı 0.16 [mm] olarak bulunmuştur. Element sayısı 2874309 ve element kalitesi 0.169 olarak elde edilmiştir. Meshing kısmı bittikten sonra Fluent kısmına geçilmiş ve ses altı hızlarda kullanılan pressure-based yöntemi ve k-epsilon realizable çözüm metodu kullanılmıştır. Giriş için maksimum roket hızı 266 [m/s] kabul edilmiş ve ardından çözüm başlatılmıştır. Çıktılarda alınan  $C_d$ ,  $C_m$  ve  $C_z$  değerleri Simulink modeline entegre edilip doğruluğu sağlanmıştır. Atılan mesh kalitesi aşağıdaki görsellerde görüldüğü gibidir.





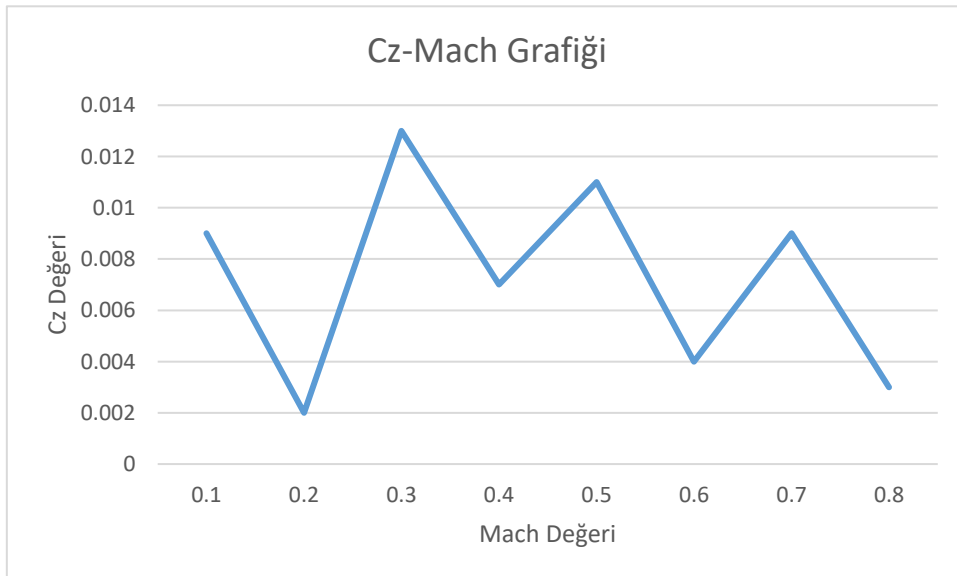
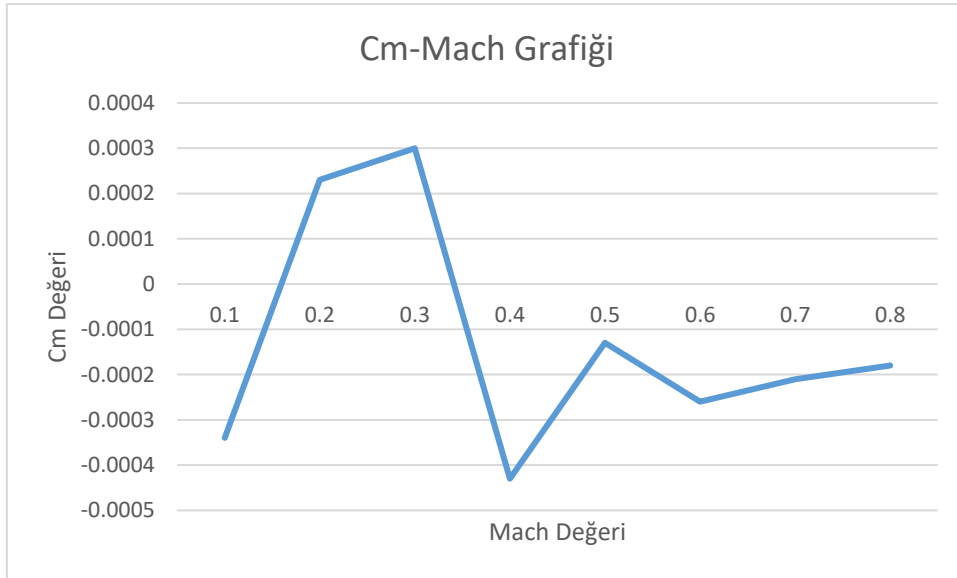
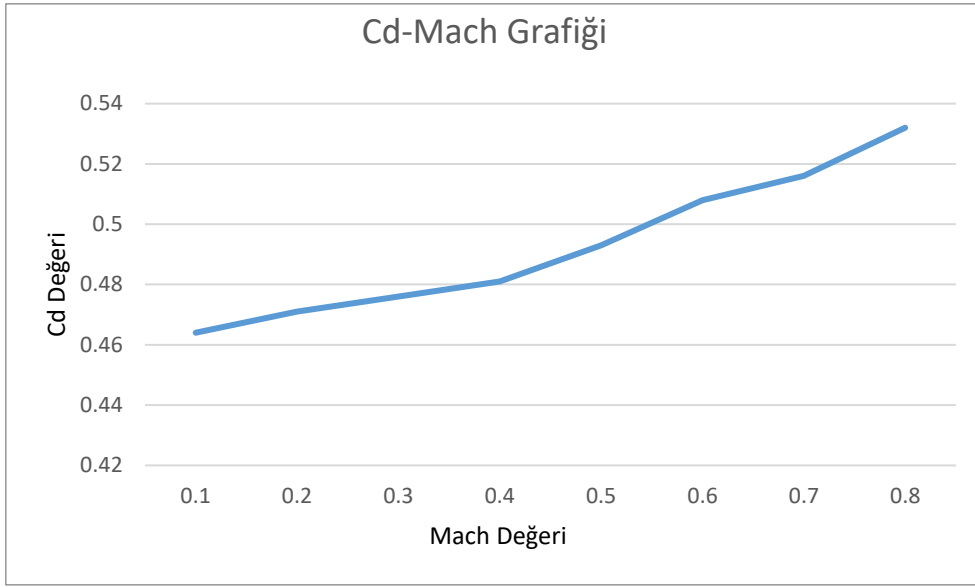
#### 4.1 CFD Analizi Sonuçları



Yapılan analizler sonucu roketin burun konisinde maksimum basınç 0.2823 [MPa] olarak bulunmuş ve burun konisi için de maksimum hava akış hızı 288 [m/s] olarak hesaplanmıştır.



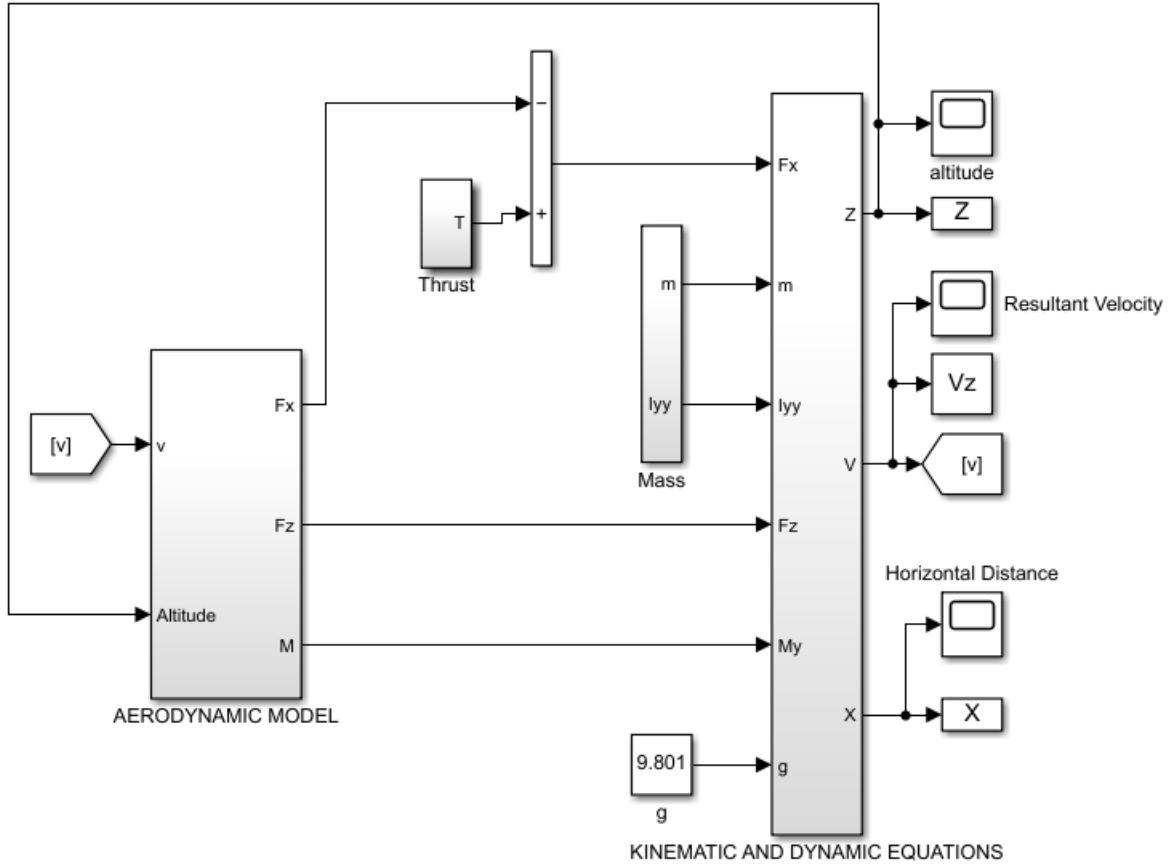
Hesaplanan Cd-Cm-Cz-Mach grafikleri aşağıdaki gibidir:



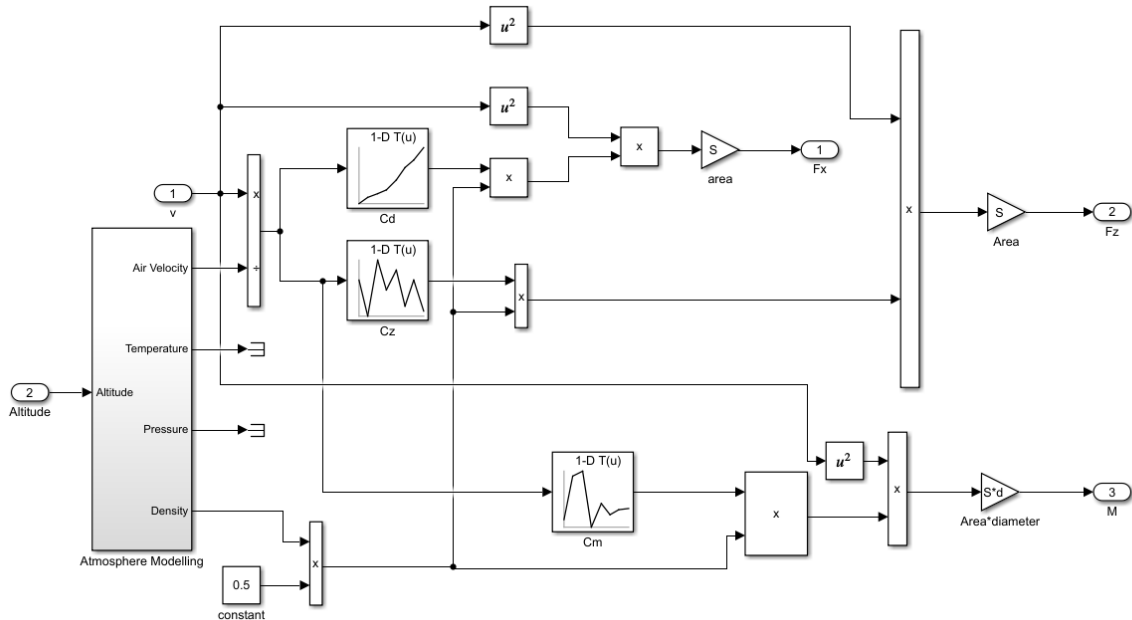
## 5. BENZETİM YAPISI

Yapılan simülasyon Euler metodu kullanılarak yapılmış olup Matlab-Simulink üzerinde simulink blokları ile gösterilmiştir. Çözümlerin daha kesin sonuçlar verebilmesi için step-time 0.01 olarak ayarlanmıştır.

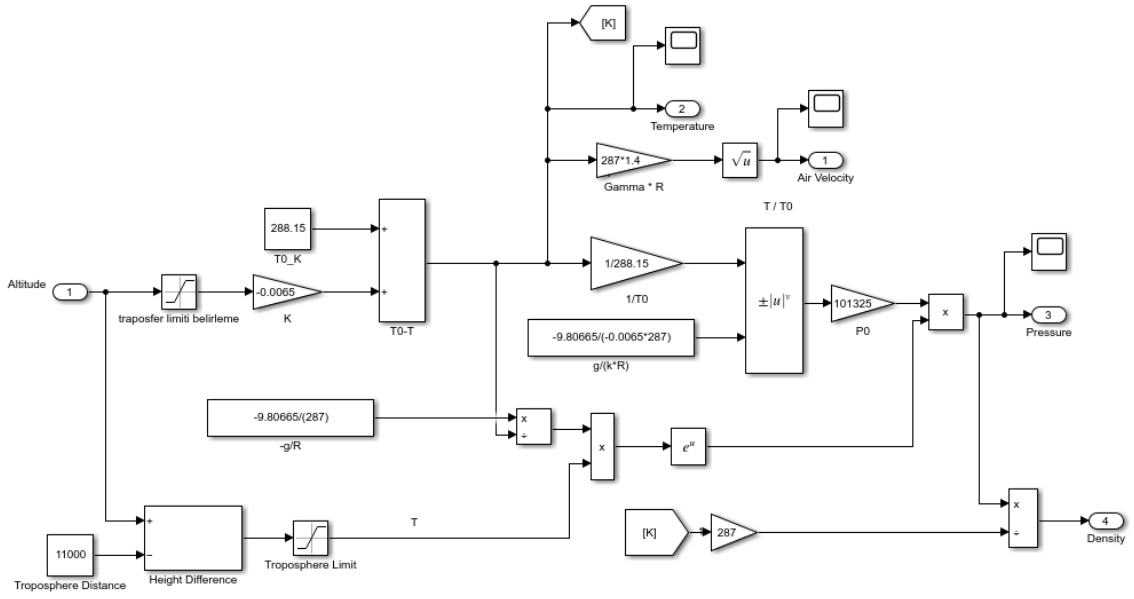
Yapılan Simulink modellemesi aşağıda gösterildiği gibidir.



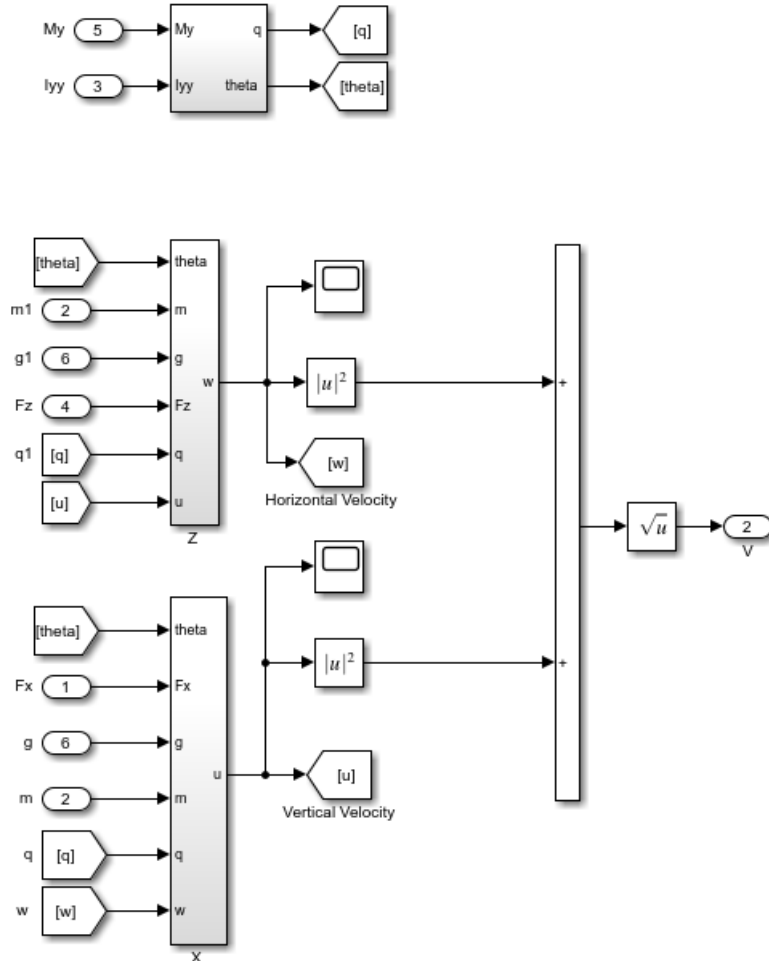
“Aerodinamik Modellemesi” Simulink bloklarıyla oluşturulmuş şekilde aşağıda gösterilmiştir.



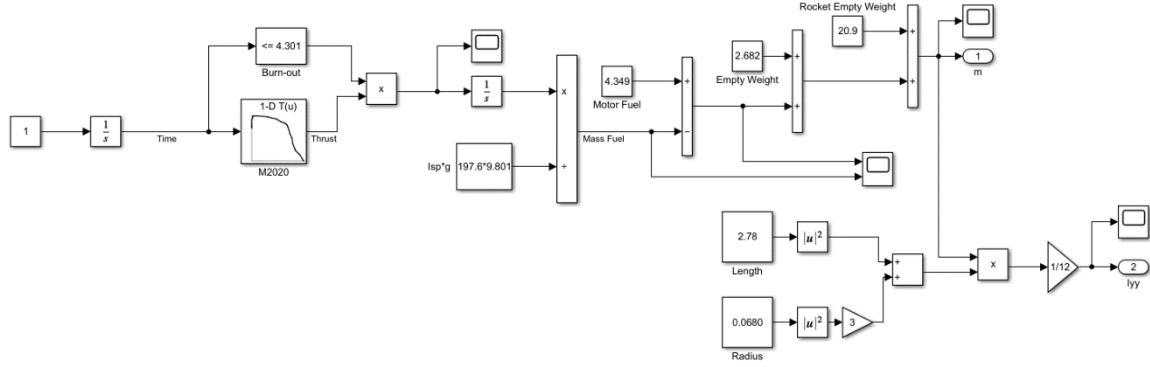
“Atmosfer Modeli” roketin irtifası artarken etkisi altında kaldığı kuvvetler hesaba katılıp ISA’ya bağlı kalınarak hazırlanmış ve aşağıda gösterilmiştir.



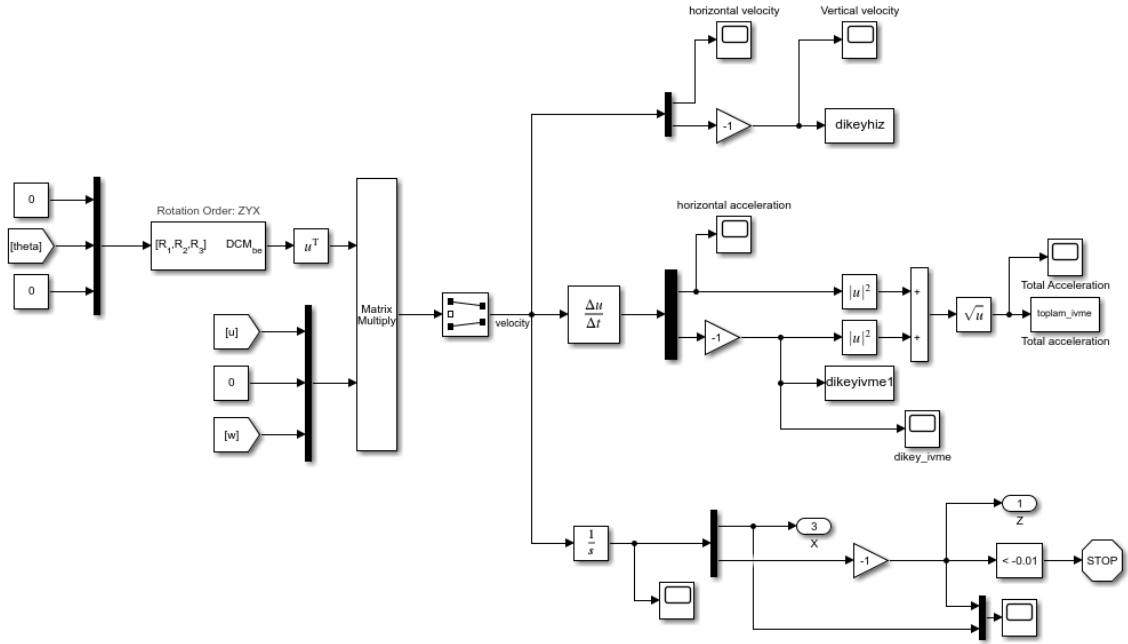
Anlatımı yapıлып formüllerle açıklanan “Kinematik ve Dinamik Denklemler” modellenerek Simulink bloklarıyla aşağıda gösterilmiştir.



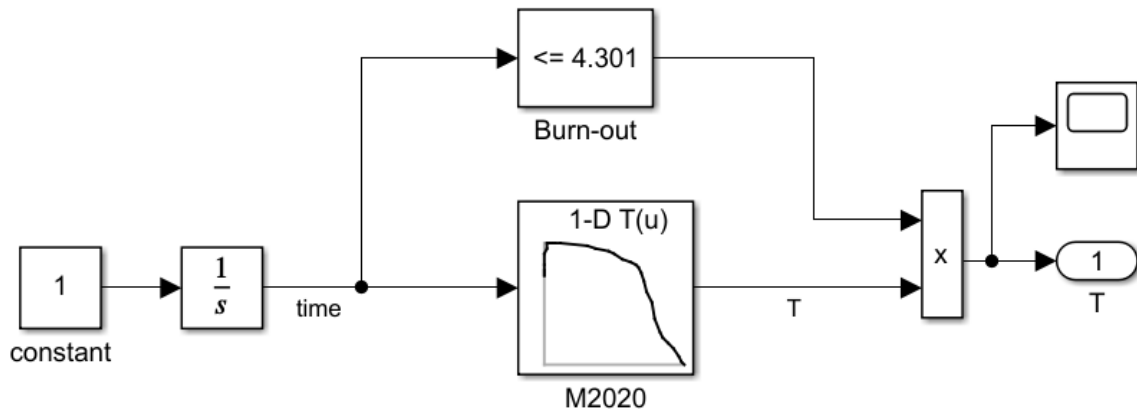
Motorun itkisinin hesaba katıldığı ve harcanan kütlenin simülasyon üzerinde gösterildiği “Motor Modeli” aşağıda gösterildiği gibidir.



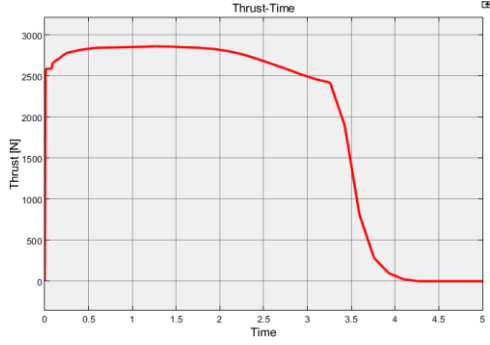
Daha önce anlatılan eksen takımlarından “Gövde Eksen Takımı” tekrardan yeryüzüne göre sabit olarak alınan eksen takımına dönüştürülmesi aşağıdaki Simulink-Blok görselinde belirtilmiştir.



Roketin itkisinin hesaplandığı “İtki Modeli” aşağıda belirtilmiştir.

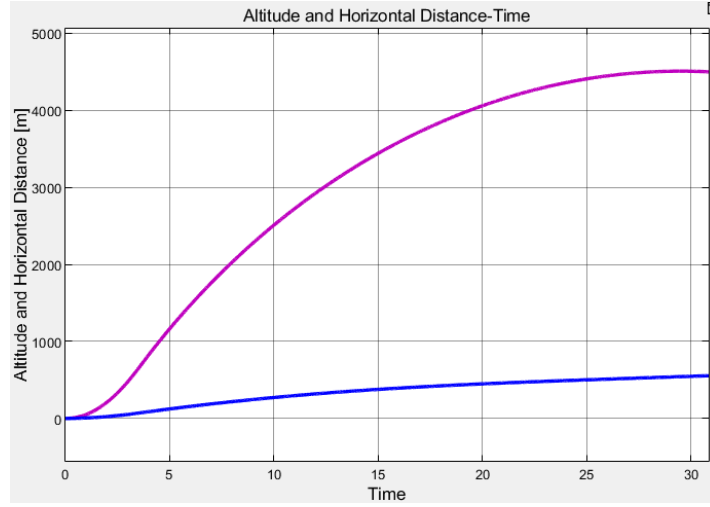


## 6. BENZETİM DOĞRULANMASI

BENZETİM GİRDİLERİ	
	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	25
Atış Kütlesi Rakımı [m]	980
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.659
Özgül İtki (Isp) [s]	209.5
Yerçekimi İvmesi [m/s^2]	9.801
Roket Çapı [m]	0.14
Motor İtki Profili	

BENZETİM ÇIKTILARI	
	Değer
Maksimum Mach Sayısı [-]	1.068
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[554, 0, 4500]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	15.90
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.0493
Tepe Noktası Zamanı [s]	30.84

“Yörünge-Zaman Grafiği” aşağıdaki gibidir.

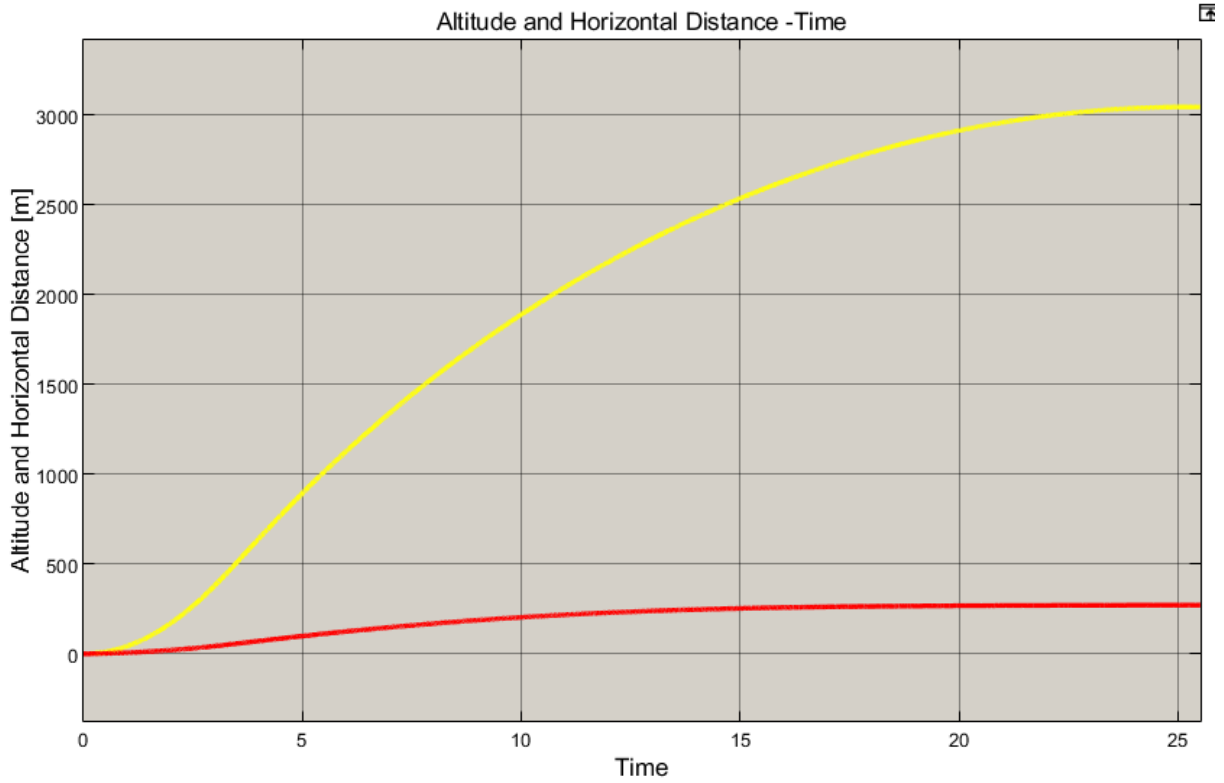


## 7.BENZETİM SONUÇLARI

BENZETİM GİRDİLERİ	
	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	27.949
Atış Kütlesi Rakımı [m]	980
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.349
Özgül İtki (Isp) [s]	197.6
Roket Çapı [m]	0.136
Yerçekimi İvmesi [m/s^2]	9.801
Motor İtki Profili Cesaroni Technology M2020	<p>The thrust profile graph shows thrust in newtons on the y-axis (0 to 3000) versus time in seconds on the x-axis (0.0 to 4.4). The curve starts at (0,0), rises sharply to a peak of approximately 2600N at 0.2 seconds, then gradually declines to about 2000N at 3.0 seconds, and finally drops to zero at 4.4 seconds. A horizontal line at 2023.0N is labeled "avg. 2023.0N". A vertical line at 4.17s is labeled "end 4.17s". The graph is credited to "© ThrustCurve.org 2022".</p>

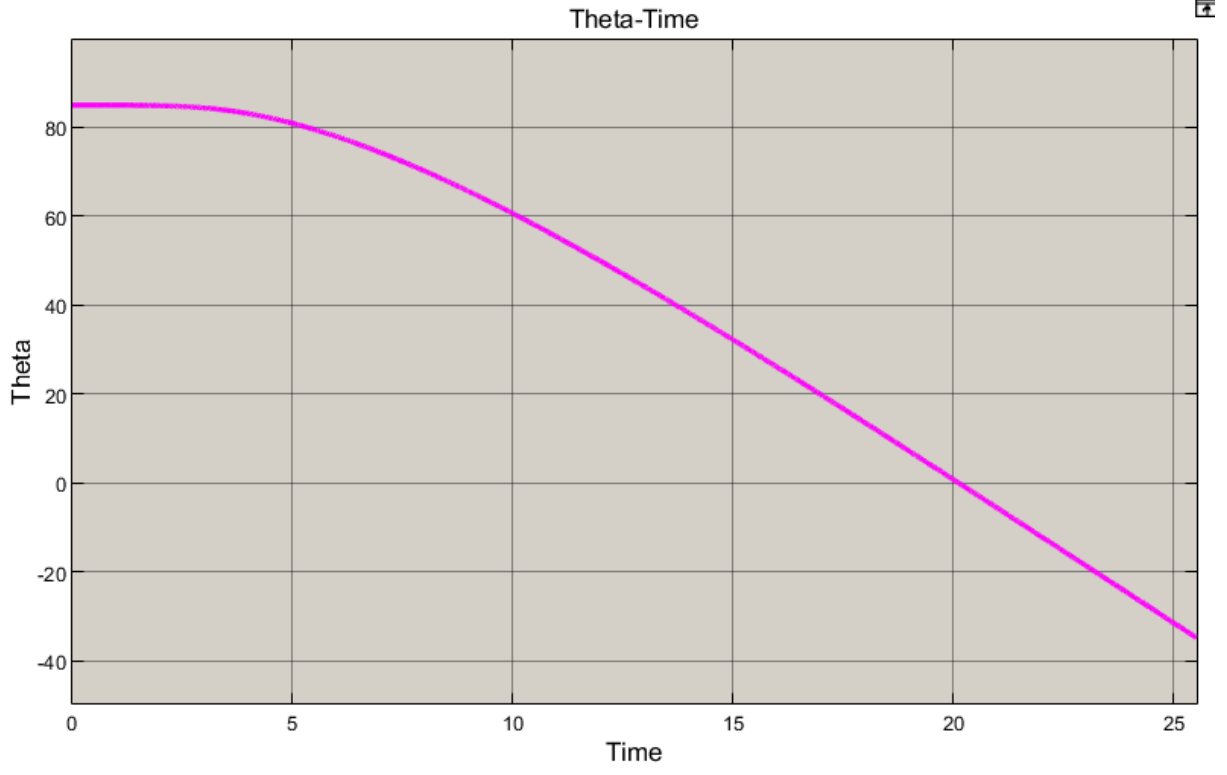
BENZETİM ÇIKTILARI				
	Open Rocket Değeri (a)	Benzetim Değeri (b)	Yüzdece Fark (b-a)/a*100	Yorumlama
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.7938	0.7877	%0.76	Tutarlıdır
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[235, 0, 3085]	[271, 0, 3045]	[%15, %0, %1.29]	Tutarlıdır
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	2.3343	3.2333	%38	Tutarlıdır. Yüzdece fark, küçük olan değerlerde yüksek çıkmaktadır.
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.0105	0.0101	%3.8	Tutarlıdır
Tepe Noktası Zamanı [s]	25.23	25.52	%1.14	Tutarlıdır

Benzetim sonuçlarının incelenmesi için yörünge grafiği aşağıda verilmiştir.

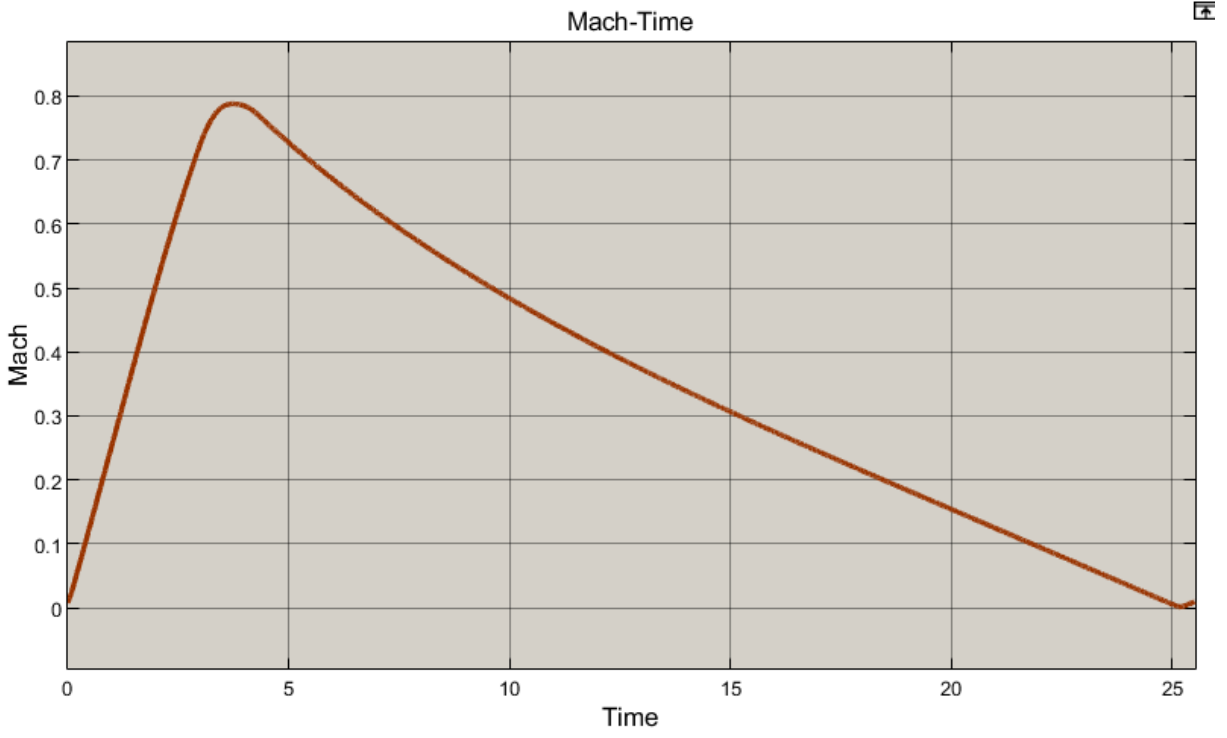




Uçuş yolu açısı (theta) – zaman grafiği aşağıda verilmiştir.



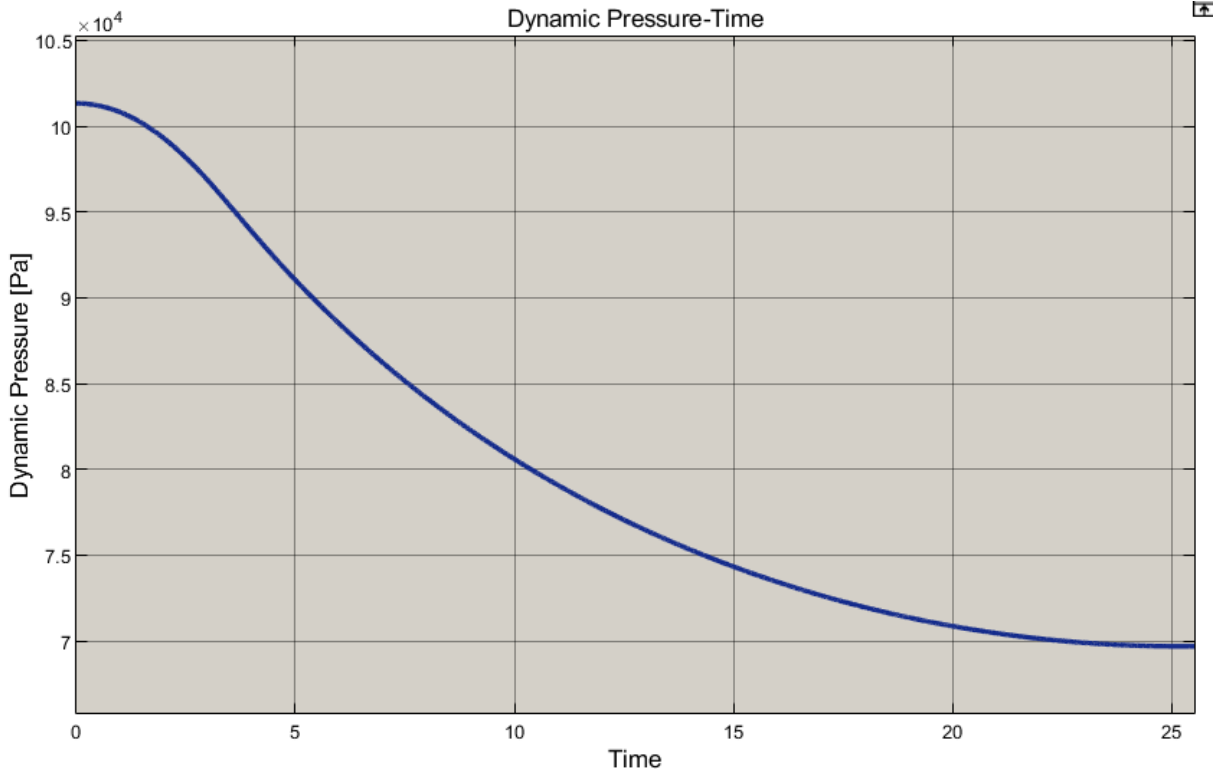
Zamana bağlı değişen Mach değerinin grafiği aşağıda verilmiştir.



### 7.1 Maksimum Mach Yüksekliği Nedir ?

“Maksimum Mach Yüksekliği” mach değerinin formülünden gelen roket hızının ses hızına bölümünden elde edilebilir. Bu işlem uygulanırken değişen dinamik etkenler kullanılır. ISA atmosfer modeline göre sıcaklık, basınç, hava yoğunluğu gibi değerler irtifa arttıkça azalmaktadır. Böylelikle roketin ulaştığı en yüksek irtifa “Maksimum Mach Yüksekliği” ismiyle adlandırılır.

Dinamik basınç grafiği aşağıda gösterildiği gibidir.



### 7.2 Maksimum Dinamik Basınç Yüksekliği Nedir ?

Hareket eden bir gazın basıncını dinamik basınç olarak adlandırabilir. Dinamik basınç atmosfer içinde değişen hava yoğunluğuna ve hıza bağlıdır. Yükselişe geçen bir roketi ele alırsak yoğunluğun düştüğünü söyleyebiliriz. Ancak hız artışı dinamik basıncı arttıracaktır. Böylelikle irtifası artan bir roketin hızının en yüksek olduğu noktaya “Maksimum Basınç Yüksekliği” denir. Dinamik basınç formülü aşağıda belirtilmiştir.

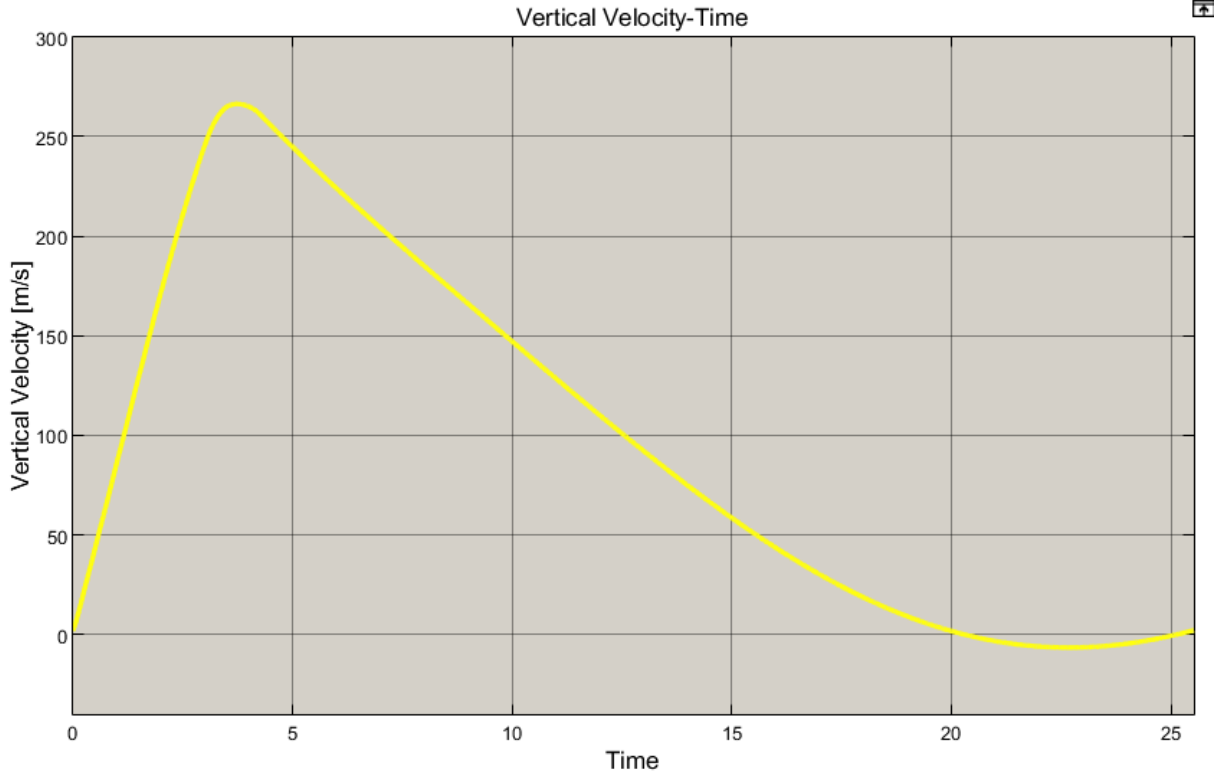
$$q = \frac{1}{2} \rho v^2$$

### 7.3 Maksimum Dinamik Basıncın Roket İçin Önemi Nedir ?

Maksimum dinamik basınç roket üstüne ciddi büyüklüklerde aerodinamik kuvvetler bindirebilir. Böyle bir durumla karşılaşıldığında roket çok ciddi hasarlar alarak infilak etme

olasılığına sahiptir. Bunun önüne geçilebilmesi için roketin yapısal malzemelerinin sağlamlığına dikkat edilmeli, kullanılan motorun maksimum hıza çıktığı süreçte oluşturduğu dinamik basınç modellerle hesaplanmalı ve eğer uçuş süreci ciddi kırımlara yol açacaksa motor tipi değiştirilmeli ve roket tasarımı uygun hesaplamalar yapılarak tamamlanmalıdır.

Aşağıdaki görselde “Dikey Tırmanma Hızı-Zaman Grafiği” verilmiştir.



## 8. REFERANSLAR

### 8.1 ISA Referansı

[https://en.wikipedia.org/wiki/International\\_Standard\\_Atmosphere#:~:text=The%20International%20Standard%20Atmosphere%20\(ISA,range%20of%20altitudes%20or%20elevations.](https://en.wikipedia.org/wiki/International_Standard_Atmosphere#:~:text=The%20International%20Standard%20Atmosphere%20(ISA,range%20of%20altitudes%20or%20elevations.)

### 8.2 Denklem Referansları

<https://ch.mathworks.com/help/aeroblks/3dofbodyaxes.html>

[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_moments\\_of\\_inertia](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_moments_of_inertia)

### 8.3 İtke Grafiği Referansı

<https://www.thrustcurve.org/>

### 8.4 Dinamik Basınç Referansı

[https://en.wikipedia.org/wiki/Max\\_q](https://en.wikipedia.org/wiki/Max_q)