

T.C.  
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ  
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ

TEKNOFEST 2022 ROKET YARIŞMASI  
ORTA İRTİFA KATEGORİSİ

2 SERBESTLİK DERECELİ MODELLEME VE BENZETİM SUNUŞU

ERCİYES ROKET TAKIMI

2022

## İÇİNDEKİLER

1.KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER.....	1
2.ATMOSFER MODELİ.....	3
3. MOTOR MODELİ.....	5
4. AERODİNAMİK MODEL.....	7
5.BENZETİM YAPISI.....	8
6. BENZETİMİN DOĞRULANMASI.....	10
7.BENZETİM SONUÇLARI.....	12
KAYNAKÇA.....	13

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1. Ses Hızı-Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği.....	4
Şekil 1.2. Hava Yoğunluğu-Deniz Seviyesi Grafiği.....	5
Şekil 2.1. İtke- Zaman Grafiği.....	6
Şekil 2.2. Atılan Kütle- Zaman Grafiği.....	7
Şekil 3.1. Cd vs Mach Grafiği.....	8
Şekil 4.1. Ses Hızı-Deniz Seviyesi Grafiği MATLAB kodu.....	8
Şekil 4.2. Yoğunluk-Deniz Seviyesi Grafiği MATLAB Kodları.....	9
Şekil 4.3. Atılan Kütle- Zaman MATLAB Kodları.....	9
Şekil 4.4. Mach-Cd MATLAB Kodları.....	10

## TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1. Benzetim Girdi Değerleri.....	11
Tablo 1.2. Benzetim Yardımcı Girdi Değerleri.....	11
Tablo 1.3. Benzetim Çıktı Değerleri.....	11
Tablo 2.1. Kaplan Roketi Benzetim Girdi Değerleri.....	12
Tablo 2.2. Kaplan Roketi Benzetim Çıktı Karşılaştırma Tablosu.....	12

## 1.KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER

İki serbestlik dereceli roket hareketi denklemleri için roket noktasal bir cisimmiş gibi kabul edilmekte ve  $85^\circ$  'lik açıyla eğik atış hareketi yaptığı varsayılmaktadır. Oluşturulan denklemlerde havacılık kanunlarında kabul edilen yönler referans alınmıştır.

### 1.1.İvme Denklemleri

$C_d$  = Sürüklenme kat sayısı

$q$  = Hava yoğunluğu

$A$ = Cismin alanı

$$F_{net} = m \times a$$

$$F_{net} = F_{th} - (G + F_{drag})$$

$$F_{drag} = \frac{1}{2} \times C_d \times q \times A \times V^2$$

$$G = m \times g$$

$$\frac{F_{net}}{m} = a$$

Roketin uçuş süresince var olan ivme hesabı için Newton'un 2.yasası olan kuvvet denkleminde yararlanılmaktadır. Roketin uçuş süresince maruz kaldığı net kuvvet hesabı için itki kuvveti, sürüklenme kuvveti ve ağırlığın bilinmesi gerekmektedir. Sürüklenme kuvveti hesabı için havanın yoğunluğu, cismin havayla etkiye girdiği alanı, sürüklenme kat sayısı ve cismin sahip olduğu hızının bilinmesi gerekmektedir. Ağırlık sebebiyle oluşan kuvvet ve sürüklenme kuvveti aynı yönlüyken itki kuvveti ters yönde etki etmektedir. Hesaplanan net kuvvetin cismin kütlesine oranı ile cismin sahip olduğu ivme hesabı yapılmaktadır.

### 1.2.Hız Denklemleri

#### 1.2.1. X Eksenine Boyunca Sahip Olunan Hız Hesabı

$$v_{x_b} = v \times \cos \theta$$

$$v_x = v \times \cos \theta + \int a_x$$

Roketin x eksenini boyunca sahip olduğu hız x eksenini boyunca cisim sahip olduğu motor itki kuvveti ve sürüklenme kuvveti sayesinde ivmelenme yaşayacaktır ve bu sebeple roketin x eksenini hızı değışken olacaktır.

### 1.2.2. Z Eksenini Boyunca Sahip Olunan Hız Hesabı

$$\vartheta = a \times t$$

$$\vartheta_{z_b} = \vartheta \times \sin \theta$$

$$\vartheta_z = \vartheta_{z_b} + \int a_z$$

Roketin z eksenini boyunca sahip olacağı hız hesabı için öncelikli olarak z eksenindeki başlangıç hızı bulunmaktadır. Herhangi bir andaki z eksenini hızını bulmak için başlangıç z eksenine roketin sahip olduğu z eksenindeki ivmesinin integrali eklenerek hesap yapılmaktadır.

### 1.3. Konum Denklemleri

#### 1.3.1. X Eksenini Konumu

$$x = \vartheta \times t$$

$$x_x = x_{x_b} + \int \vartheta_x$$

Roketin x eksenini menzilini hesaplamak için x eksenindeki başlangıç konumu ile x ekseninde sahip olacağı hızın integrali alınmaktadır. Hız ivmeye maruz kaldığından dolayı sürekli değışkendir bu sebeple integrali alınmaktadır.

#### 1.3.2. Z Eksenini Konumu

$$x_z = x_{z_b} + \int \vartheta_z$$

$$x_z = x_{z_b} + \int \left( \vartheta_{z_b} + \int \frac{F_{th} - (G + F_{drag})}{m} \right)$$

Roketin sahip olduğu z eksen konumu hesabı için roketin z eksen boyunca sahip olduğu hızın integrali alınmaktadır ve sonuç roketin başlangıç z konumuna eklenmektedir.

### 1.3.3. Maksimum İrtifa

$$h_{max} = v_z \times t_{çıkış} + \frac{1}{2} a t_{çıkış}^2$$

$$h_{max} = \left( v_{z_b} + \int \frac{F_{th} - (G + F_{drag})}{m} \right) \times t_{çıkış} + \frac{1}{2} \left( \frac{F_{th} - (G + F_{drag})}{m} \right) t_{çıkış}^2$$

Yukarıdaki denklemlerde roketin ulaşabileceği maksimum irtifa yani apogee noktası hesaplanmaktadır. Hesaplamalara dahil edilen süre toplam uçuş süresinin yarısı kadardır. İlk denklemden yararlanarak sahip olunan veriler yerine konulmuş ve roketin apogee noktasının yeryüzünden uzaklığı hesaplanmıştır.

### 1.4. Uçuş Yolu Açısı

$$\begin{aligned} &= \frac{-v_z}{v_x} \\ &= \frac{\left( v_{z_b} + \int \frac{F_{th} - (G + F_{drag})}{m} \right)}{v_x} \end{aligned}$$

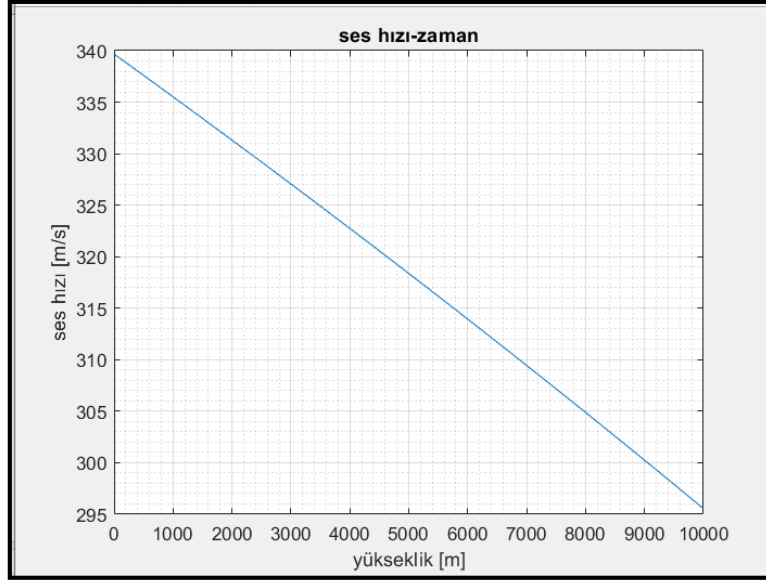
Uçuş yolu açısı hesabı roketin son konumunda sahip olduğu hızın yeryüzü ile yaptığı açığı vermektedir.

## 2.ATMOSFER MODELİ

$$a = \sqrt{\gamma \times R \times T}$$

Verilen denklem seti rokete ait ses hızı değerinin bulunmasını sağlamaktadır.

a ses hızını ifade etmektedir.  $\gamma$  sabit bir değerdir ve hava için yaklaşık olarak 1.4 olarak kabul edilmektedir. R gaz sabitidir ve hesaplamalarda değeri 287 J/kgK olarak kabul edilmektedir. T ise mutlak sıcaklığı ifade etmektedir. Ses hızı roket bulunduğu irtifayı arttırdıkça azalmaktadır.



Şekil 1.1. Ses Hızı-Deniz Seviyesi Yüksekliği Grafiği

Deniz seviyesinde ses hızı 343.2 m/s 'dir. Cismin sahip olduğu irtifa arttıkça ses hızı azalmaktadır.

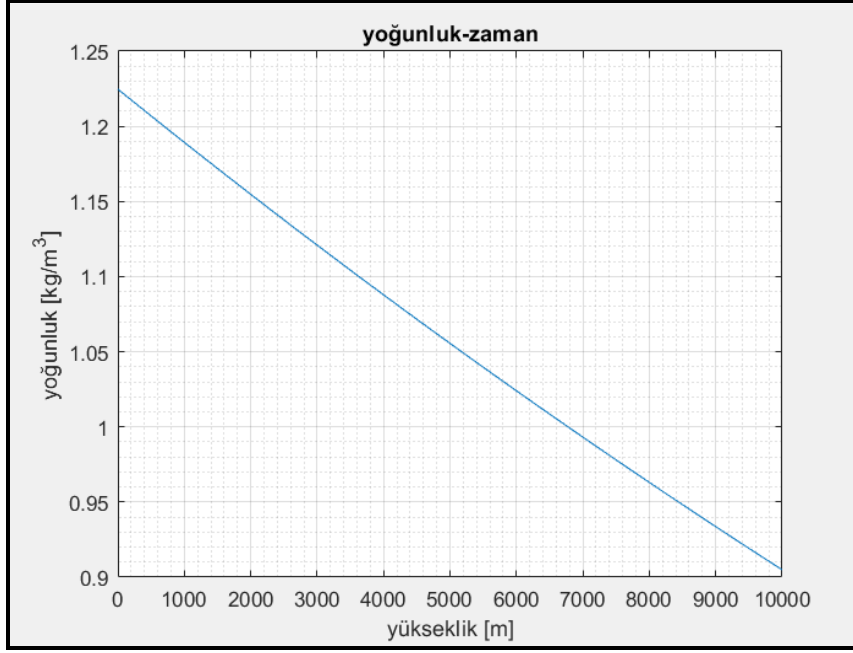
$$T = 59 - .00356h$$

$$p = 2116 \times \left( \frac{T + 459.7}{518.6} \right)^{5.256}$$

$$\rho = \frac{p}{(1718 \times (T + 459.7))}$$

Verilen denklem setleri sayesinde roketin troposfer katmanındaki yoğunluk hesabı yapılabilmektedir. İlk denklem setinde roketin bulunduğu irtifadaki sıcaklığın ölçümü yapılmaktadır. Verilen ikinci denklem setinde o irtifadaki basınç hesaplanmaktadır. Bu hesabı yapabilmek için o irtifadaki sıcaklığa ihtiyaç vardır. Hesaplamalar yapıldıktan sonra her iki denklem setinin yardımıyla belirli değerler dahil edilerek roketin bulunduğu irtifadaki hava yoğunluğu hesaplanmaktadır. Bulunan veriler İngiliz Birim Sistemine göre yapılmış olup daha sonradan SI birim sistemine çevrilmektedir.





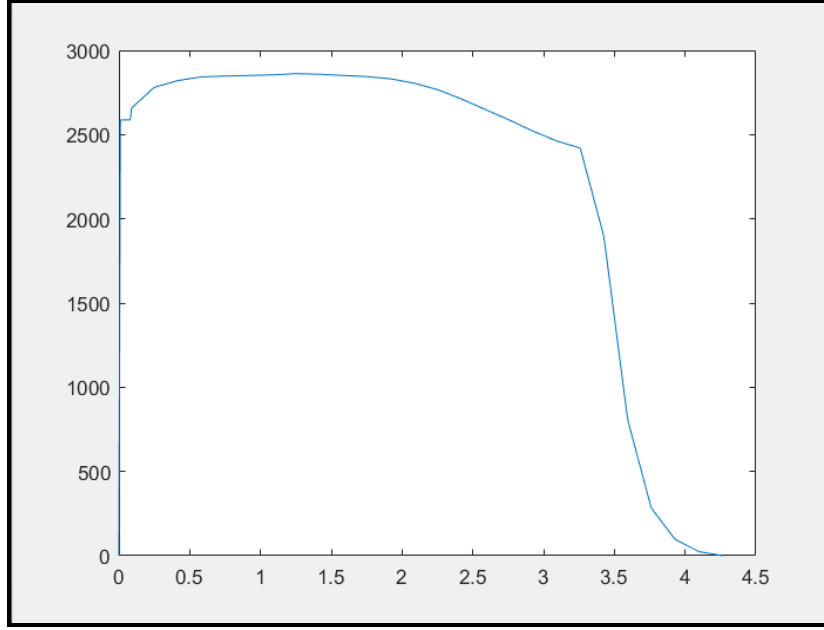
Şekil 1.2. Hava Yoğunluğu-Deniz Seviyesi Grafiği

Deniz seviyesinde hava yoğunluğu  $1.225 \text{ kg/m}^3$ 'tür. Deniz seviyesinden yukarılara çıkıldıkça hava yoğunluğu azalmaktadır.

### 3. MOTOR MODELİ

$$F_{th} = \dot{m} \times I_{sp} \times g$$

Verilen denklem seti motor itki kuvveti hesabını yapmaktadır.  $\dot{m}$  zamanla atılan kütleyi yani kütle debisini,  $I_{sp}$  özgül itki değeri  $g$  ise yer çekimi ivmesidir.  $I_{sp}$  değeri TEKNOFEST komitesinin seçmiş olduğu motora aittir ve 860 s olarak kabul edilmiştir.  $g$  ise  $9.801 \text{ m/s}^2$ 'dir.

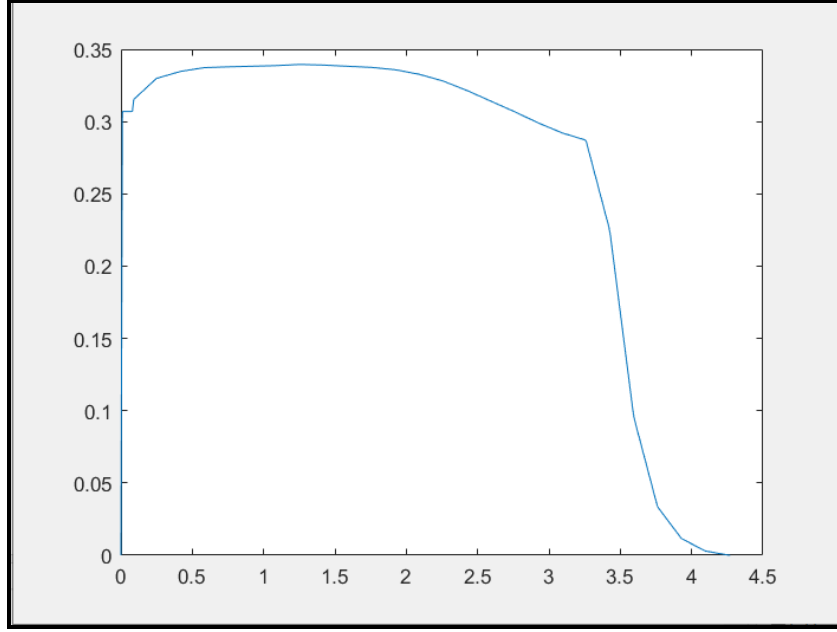


Şekil 2.1. İtki- Zaman Grafiği

Verilen itki grafiği paylaşılmış olan itki kuvveti değerlerinden yararlanılarak hesaplanmıştır. Zamanla atılan kütle değerine göre değişim göstermektedir.

$$dm = \frac{F_{th}}{I_{sp} \times g}$$

Verilen denklem seti özgül itki değeri ve itki kuvveti kullanılarak zamanla ne kadar kütle azaldığının hesabını yapmaktadır. İtki kuvveti TEKNOFEST komitesi tarafından paylaşılan değerlerden alınmıştır. Özgül itki değeri ise TEKNOFEST komitesinin seçmiş olduğu motora ait değerdir.



Şekil 2.2. Atılan Kütle- Zaman Grafiği

Değerler yardımıyla roket başlangıçta 0.31 kg'lık bir kütle atarak başlamakta ve orantısız olarak, değişen kuvvet değerine göre saniyede attığı kütle değeri değişmektedir.

#### 4. AERODİNAMİK MODEL

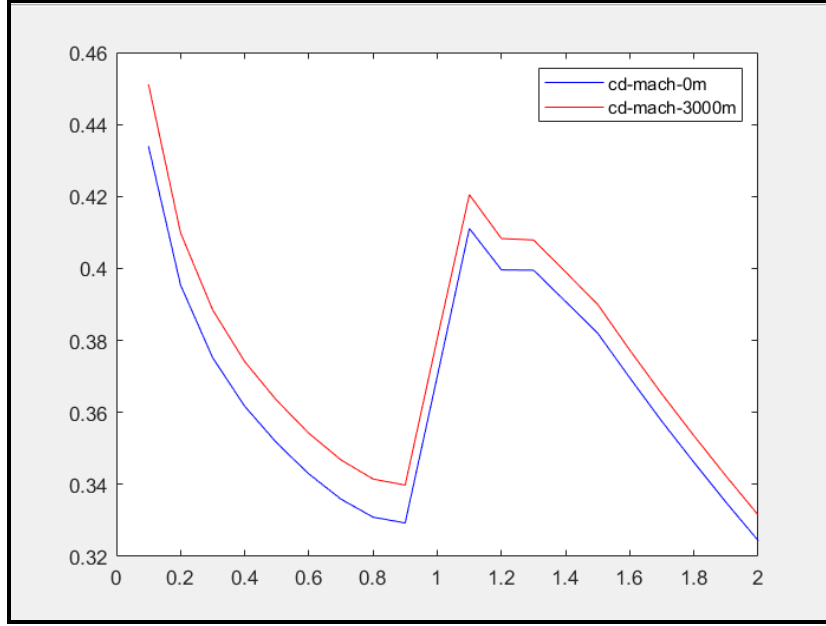
$$F_{drag} = \frac{1}{2} \times C_d \times \rho \times A \times v^2$$

$$C_d = \frac{2 \times F_{drag}}{\rho \times A \times v^2}$$

Sürüklenme kuvveti; sürüklenme kat sayısı, hava yoğunluğu, cismin yüzey alanı ve hızının karesine bağlıdır. Sürüklenme kat sayısı bu formülden bulunmaktadır.

$$M = \frac{v}{a}$$

Mach sayısı, roketin sahip olduğu hızın bulunduğu irtifadaki ses hızına oranıdır. İrtifa arttıkça ses hızı azalmakta bu sebeple mach sayısı artmaktadır.



Şekil 3.1. Cd vs Mach Grafiği

## 5.BENZETİM YAPISI

İsterler MATLAB kullanılarak kodlar yardımıyla çözümlenmiş, aynı zamanda isterleri elde etmek için Simülink blokları oluşturulmuştur.

```

1 - h=0:0.01:10000;
2 - T=273.15+(15-0.007*h);
3 - ozgul_isi_katsayi=1.4;
4 - R=286;
5 - v_ses=power((ozgul_isi_katsayi*R*T),0.5);
6 - plot(h,v_ses)
7 - grid minor
8 - grid on
9 - ylabel('ses hızı [m/s]')
10 - xlabel('yükseklik [m]')
11 - title('ses hızı-zaman')
12

```

Şekil 4.1. Ses Hızı-Deniz Seviyesi Grafiği MATLAB kodu

Yukarıda verilen MATLAB kodları ses hızının cisim deniz seviyesinden yükseldikçe nasıl değiştiğini göstermektedir. İlk olarak irtifa değerlerini ve hangi aralıklarla denklemleri tekrar edeceğini tanımlıyoruz. Tekrar etme aralığını küçük tutma sebebimiz daha detaylı ve net bir grafik elde etmek içindir. Sıcaklık denklemi Kelvin cinsinden yazılmıştır.

Cisim yükseldikçe 1 metrede 0.007 °C'lık değişim yaşamaktadır. R gaz sabitidir. Özgül ısı katsayısı hava için 1.4 değerine sahip olmaktadır. Ses hızını hesaplamak için de özgül ısı katsayısı, gaz sabiti ve sıcaklık değerlerinin karekökü alınmaktadır.

```

1 - h=0:0.01:32808;
2 - T=59-0.00356*h;
3 - p=2116*power((T+459.7)/518.6,5.256);
4 - q=((p./(1718*(T+459.7)))*515.238;
5 - plot(h,q)
6 - grid minor
7 - grid on
8 - ylabel('yoğunluk [kg/m^3]')
9 - xlabel('yükseklik [m]')
10 - title('yoğunluk-zaman')
11

```

Şekil 4.2. Yoğunluk-Deniz Seviyesi Grafiği MATLAB Kodları

Verilen kodlar hava yoğunluğunun deniz seviyesine göre nasıl değiştiğini hesaplamaktadır. Hava yoğunluğu birim hacimdeki hava kütlesidir. Yükseklik feet cinsinden ele alınmaktadır. Sıcaklık Fahrenheit cinsinden hesaplanmıştır. p sıcaklık değişimine bağlı olarak değişen basınç hesabı denklemdir. q ise hava yoğunluğu hesabı denklemdir. Denklemler İngiliz Birim Sistemine göre yapılmış olup en son yoğunluk SI birimine çevrilmiştir. Basıncın sabit olduğu durumlarda sıcaklık arttıkça hava yoğunluğu azalmaktadır. Kullanılan denklemler NASA'ya aittir.

```

835 18.07742857
836 16.61957143
837 15.16171429
838 13.70385714
839 12.246
840 10.78814286
841 9.330285714
842 7.872428571
843 6.414571429
844 4.956714286
845 3.498857143
846 2.041
847 0.583142857
848 0];
849 - I_sp=860;
850 - g=9.801;
851 - dm= (f_itki/(I_sp*g));
852 - plot(t,dm)

```

Şekil 4.3. Atılan Kütle- Zaman MATLAB Kodları

$I_{sp}$  değeri 860 s ve  $g$  9.801  $m/s^2$  olarak alınmıştır.  $f_{itki}$  değeri komitenin paylaştığı 0.01 saniyede değişmekte olan itki kuvveti değerleridir. Tanımlanan değerler denklemde yerine koyularak grafik elde edilmektedir.

```
77      0.4430
78      0.4331
79      0.4233
80      0.4098
81      0.3968
82      0.3844
83      0.3725
84      0.3610
85      ];
86 -   mach=0.1:0.1:2.0;
87 -   figure;
88 -   plot(mach,cd_0,'-b','DisplayName','cd-mach-0m')
89 -   hold on
90 -   plot(mach,cd_3000,'-r','DisplayName','cd-mach-3000m')
91 -   legend
92
```

Şekil 4.4. Mach-Cd MATLAB Kodları

Roketin maksimum irtifası 3000 metre olduğundan kaynaklı roketin  $cd$  değerini 3000 metreye kadar değişen değerler kabul edilmektedir. Mach sayısı bu değerlere bağlı olarak sürekli ve orantılı bir şekilde değişmektedir. Mach sayısı 0.1 değerinden 2.0 değerine kadar çıkmaktadır. Verilen kod sisteminde mach sayısı belirli bir aralık olarak verilmekte ve 0.1 değerinde artış yaşamaktadır.  $Cd$  değeri TEKNOFEST komitesi tarafından verilen formattan 0 ve 3000 metre arasındaki değerleri alınmaktadır ve hem deniz seviyesindeki hem de 3000 metredeki değişim değerlerinin çıktısı alınmıştır.

## 6. BENZETİMİN DOĞRULANMASI

	Değerler
Pozisyon [m]	[0,0,0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85

Tablo 1.1. Benzetim Girdi Değerleri

	Değerler
Başlangıç Kütlesi [kg]	25
Atış Noktası Rakımı [m]	980
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.659
Özgül İtki [s]	209.5
İtki Profili Dosyası	“veri_itki_F_2022.xlsx”
Aerodinamik Veri Seti Dosyası	“veri_aero_Cd_2022.xlsx”
Roket Çapı [m]	0.14

Tablo 1.2. Benzetim Yardımcı Girdi Değerleri

	Değerler
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.82
Tepe Noktası Pozisyonu [0,-,0]	
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	0
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0
Tepe Noktası Zamanı [s]	28

Tablo 1.3. Benzetim Çıktı Değerleri

## 7.BENZETİM SONUÇLARI

	Değerler
Pozisyon [m]	[0,0,0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	21.037
Atış Noktası Rakım [m]	980

Tablo 2.1. Kaplan Roketi Benzetim Girdi Değerleri

	Open Rocket Değeri	Benzetim Değeri	Yüzdece Fark
Maksimum Mach Sayısı	0.79	0.82	1.03
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	3059	3225	1.05
Tepe Noktası Hızı [m/s]	0	0	0
Tepe Noktası Mach Sayısı	0	0	0
Tepe Noktası Zamanı [s]	25	28	12

Tablo 2.2. Kaplan Roketi Benzetim Çıktı Karşılaştırma Tablosu



## KAYNAKÇA

- [1] BAYINDIRLI, C., & ÇELİK, M. (2019). Bir taşıta etki eden aerodinamik direnç kuvvetinin bagaj üstü spoiler ile iyileştirilmesi. Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi, 19(2), 470-479.
- [2] KORKMAZ, S., & YAMAN, H. Kriyojenik Hidrojen Yakıtlı 100 kN İtici Kapasiteli Bir Roketin RPA Programı ile Kavramsal Tasarım ve Analizi. International Journal of Engineering Research and Development, 14(1), 164-175.
- [3] Serway, R. A., & Beichner, R. J. (2002). Fen ve Mühendislik için Fizik 1, 5. Baskı, Çev. Kemal Çolakoğlu, Palme Yayıncılık, Ankara. [82-86]
- [4] Siouris, G. M. (2004). Missile guidance and control systems. Springer Science & Business Media.
- [5] Stevens, BL, Lewis, FL ve Johnson, EN (2015). Uçak kontrolü ve simülasyonu: dinamikler, kontrol tasarımı ve otonom sistemler . John Wiley ve Oğulları.
- [6] Pedro, J. ve Bigg, C. (2005). Esnek bir gömülü uçak/Kontrol sistemi simülasyon tesisinin geliştirilmesi. AIAA Modelleme ve Simülasyon Teknolojileri Konferans ve Sergisinde ( s. 5889).
- [7] Gürol, B. & Yılmaz, İ. (2016). Basketbolda Serbest Atışın Kinematik Analizi . İstanbul Üniversitesi Spor Bilimleri Dergisi , 6 (4) , [28-34]
- [8] YILDIRIM, G. (2017). İki ayaklı yürüme hareketinin modellenmesi ve akıllı kontrolü/Modelling of biped locomotion and intelligent control.[8-18]
- [9] Beng, K., Aydil, S., & Özkan, P. (2014). Üç boyutlu bilgisayarlı yürüme analizi: kinematik ve kinetik. TOTBİD Dergisi, 13(4), [337-343]