



## **TEKNOFEST 2022 ROKET YARIŞMASI**

### **KTR AŞAMASI**

### **UÇUŞ BENZETİMİ RAPORU**

Hisar Takımı

Denizli

## İÇİNDEKİLER

Kinematik ve Dinamik Denklemler.....	3
Atmosfer Modeli.....	6
Motor Modeli.....	8
Aerodinamik Model.....	10
Benzetim Yapısı.....	13
Benzetimin Doğrulanması.....	14
Benzetim Sonuçları.....	15
Referanslar.....	19

## Kinematik ve Dinamik Denklemler

### • İvme Denklemleri:

İvme denklemleri belirtilen eksen takımına için dinamiğin temel prensibine göre yazılmıştır. Dinamiğin temel prensibi; ‘Bir cisme ya da cisimlerden oluşan düzeneğe net bir kuvvet etki ederse cisim ivmeli olarak hareket etmektedir.’ şeklinde açıklanmaktadır.

Formül:

$$F = m \cdot a \quad \text{olmak üzere;}$$

"F" : Hareket doğrultusundaki Bileşke Kuvvet, [Newton(N)]

"m": Harekete katılan cisimlerin toplam Kütle, [Kilogram(kg)]

"a": Sistemin kazandığı İvme, [Metre/Saniye<sup>2</sup>(m/s<sup>2</sup>)] 'dir.

### • Hız Denklemleri:

- Hız- Konum bağıntısı için temel formüllerden;  $v \cdot dv = a \cdot ds$  ifadesi kullanılabilir.

a = sabit olmak üzere;

$$v \, dv = a \, ds \rightarrow \int_{v_0}^v v \, dv = a \int_{s_0}^s ds \quad (1)$$

$$\frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^v = a \, s \Big|_{s_0}^s \rightarrow \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = a (s - s_0) \quad (2)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0) \quad (3)$$

1 ve 2 no'lu denklemler üzerinde sadeleştirmeler yapılarak 3 no'lu nihai denklem hız- konum bağıntısı için kullanılır.

-Hız – Zaman bağıntısı için temel formüllerden;  $a = dv / dt$  ifadesi kullanılabilir.

a= sabit olmak üzere;

$$a = \frac{dv}{dt} \longrightarrow dv = a . dt \quad (1)$$

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_{t_0=0}^t dt \longrightarrow v|_{v_0}^v = a . t|_0^t \quad (2)$$

$$v = v_0 + a . t \quad (3)$$

1 ve 2 no'lu denklemler üzerinde sadeleştirmeler yapılarak 3 no'lu nihai denklem hız- zaman bağıntısı için kullanılır.

• Konum Denklemleri:

- Konum-Zaman bağıntısı için temel formüllerden  $v = ds / dt$  ifadesi kullanılabilir.

a= sabit olmak üzere;

$$v = \frac{ds}{dt} \longrightarrow ds = v . dt \quad (1)$$

$$\int_{s_0}^s dv = \int_{t_0=0}^t v dt \longrightarrow s|_{s_0}^s \longrightarrow \int_{t_0=0}^t (v_0 + a . t) dt \quad (2)$$

$$s - s_0 = v_0 \int_{t_0=0}^t dt + a \int_{t_0=0}^t t dt \quad (3)$$

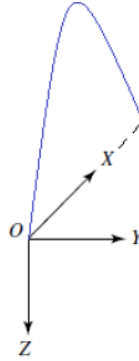
$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (4)$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (5)$$

1, 2, 3 ve 4 no'lu denklemler üzerinde sadeleştirmeler yapılarak 5 no'lu nihai denklem konum- zaman bağıntısı için kullanılır.

• Uçuş Yolu Açısı Hesabı Denklemi:

‘x’ eksenindeki yer değiştirmenin , ‘z’ eksenindeki yer değiştirmeye oluşturduğu bileşke; toplam uçuş hızını vermektedir. Eksen takımı şekildeki gibidir.



- x’deki yer değiştirme veya z’deki yer değiştirmenin uçuş hızına oranı, 1 no’lu denklemde görüldüğü üzere, Sinüs denklemine göre tersinin açısı; anlık uçuş yolu açısını vermektedir

-2 no’lu denklemde görüldüğü üzere kısaca vektörel hızlara göre karşı dik kenarın hipotenüse oranı olarak ifade edilebilir:

$$A = \frac{(x_1 - x_0) * 100}{\sqrt{((x_1 - x_0) * 100)^2 + ((z_1 - z_0) * 100)^2}} \quad (1)$$

$$A = \frac{(V_x)}{\sqrt{(V_x)^2 + (V_z)^2}} \quad (2)$$

-3 no’lu denklemde görüldüğü üzere; A oranı sinüsün tersine göre değerini aldığımızda ise düşüş açısının z eksenine göre değerini bulmaktayız.

$$a = \arcsin (A) \quad (3)$$

- Bulunan bu açının pozitif değerini 90 derece ekleyerek bulurken, yere düşme açısının gerçek değerini 4 no’lu denklemde görüldüğü üzere ‘270 derece’ ekleyerek bulabiliriz.

$$Uçuş Yolu Açısı = a + 270 \quad (4)$$

## Atmosfer Modeli

Atmosfer modeli; Missile Guidance and Control System [George M. Siouris] kitabından alınan referanslar ile oluşturulmuştur.

Modelde kullanılan denklemler:

- $z \leq 11,000$  (irtifa) metre için olmak üzere;

$$T_a = T_0 - (0.006499708 \times z) \quad [\text{K}] \quad (1)$$

$$P_a = P_0 (1 - 2.255692257 \times 10^{-5} \times z)^{5.2561} \quad [\text{N/m}^2] \quad (2)$$

$$\rho_a = P_a / R T_a \quad [\text{kg/m}^3] \quad (3)$$

$$V_a = 20.037673 \times \sqrt{T_a} \quad [\text{m/sec}] \quad (4) \quad \text{olup,}$$

- (1) No'lu denklem irtifaya bağlı sıcaklık değişimini,
  - (2) No'lu denklem irtifaya bağlı basınç değişimini,
  - (3) No'lu denklem irtifaya bağlı hava yoğunluğu değişimini,
  - (4) No'lu denklem irtifaya bağlı hava yoğunluğu değişimini
- vermektedir.

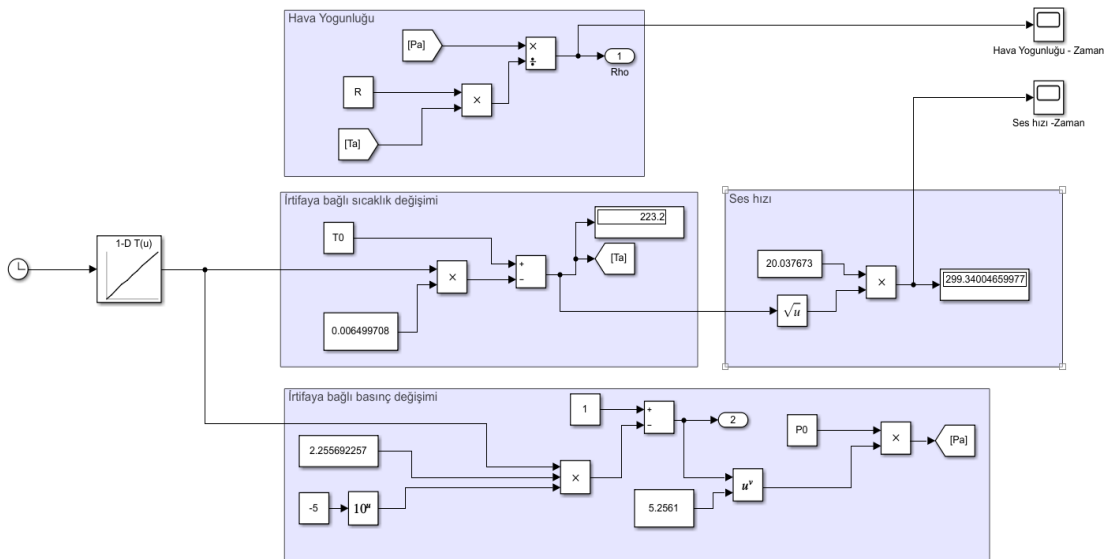
- $T_0$  ve  $P_0$  değerleri deniz seviyesi için olmak üzere;

$$T_0 = 288.1667 \quad [\text{Kelvin}]$$

$$P_0 = 101314.628 \quad [\text{N/m}^2] \quad \text{alınmıştır.}$$

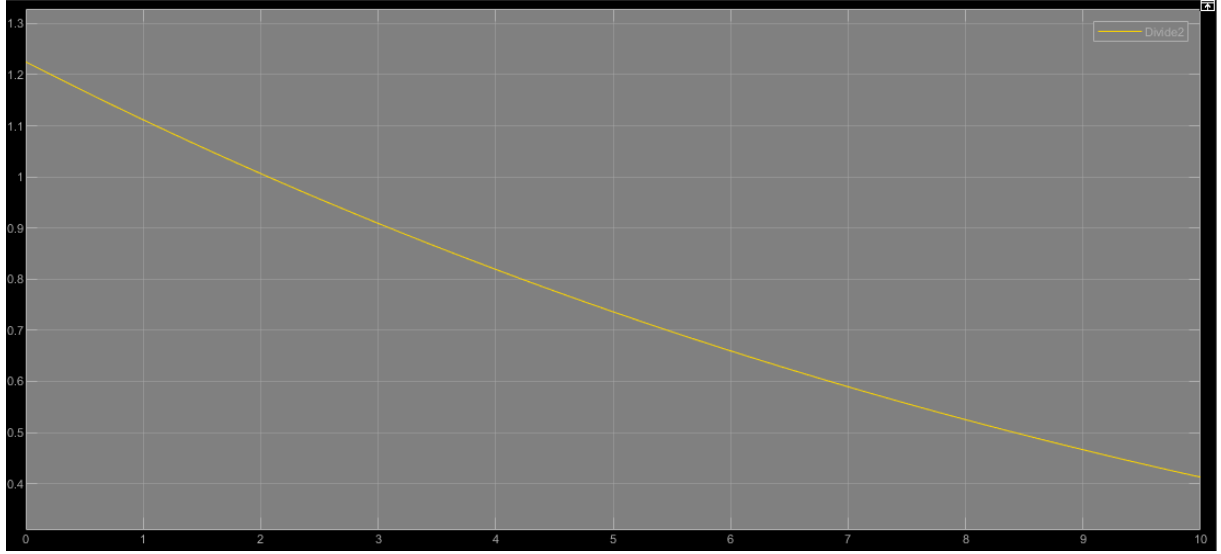
- R gaz sabiti değeri;

$$R = 286.99236 \quad [(\text{N-m})/(\text{Kg} \cdot ^\circ\text{K})] \quad \text{alınmıştır.}$$

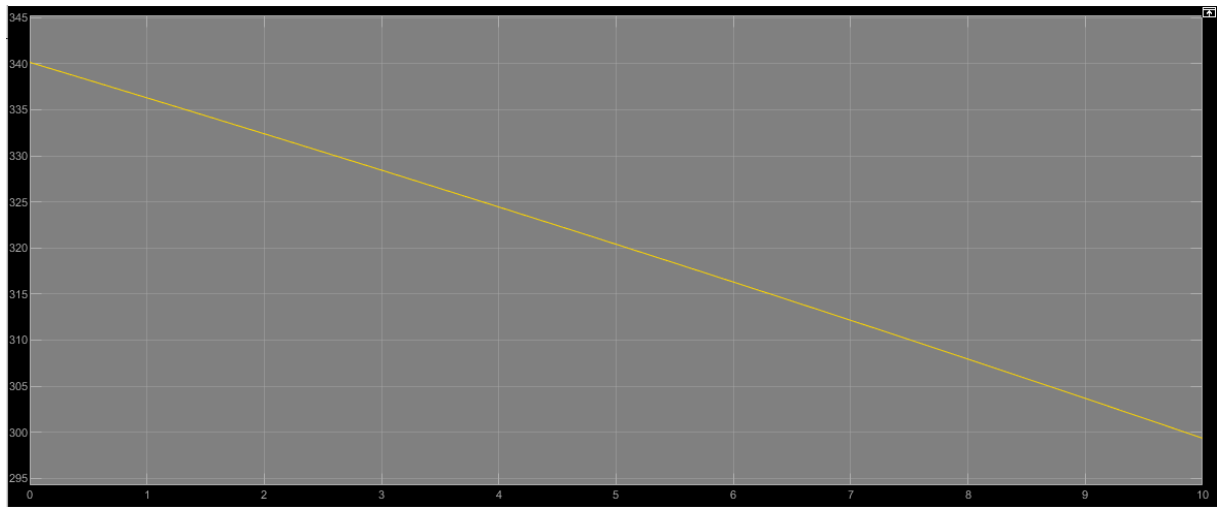


- Benzetim, 10000 metre irtifa için anlık irtifa verilerini veren blok üzerinden oluşturulmuştur. 1, 2, 3, 4 no'lu denklemler kullanılarak 'hava yoğunluğu- deniz seviyesi yüksekliği grafiği' ve 'ses hızı- deniz seviyesi yüksekliği grafiği' çizdirilmiştir.

Hava yoğunluğu – deniz seviyesi yüksekliği grafiği:



Ses hızı – deniz seviyesi yüksekliği grafiği:



## Motor Modeli

Verilen “veri\_itki\_F\_2022.xlsx” itki profili dosyasından alınan itki verileri ve itki verilerinin olmadığı ara değerler için interpolasyon yöntemi kullanılarak bulunan veriler ile benzetim oluşturulmuştur.

-İnterpolasyon bloğu; saniyelik veri çoğaltımı yapılarak anlık olarak veri aktarmıştır.

$$g = 9.801 \text{ m/s}^2$$

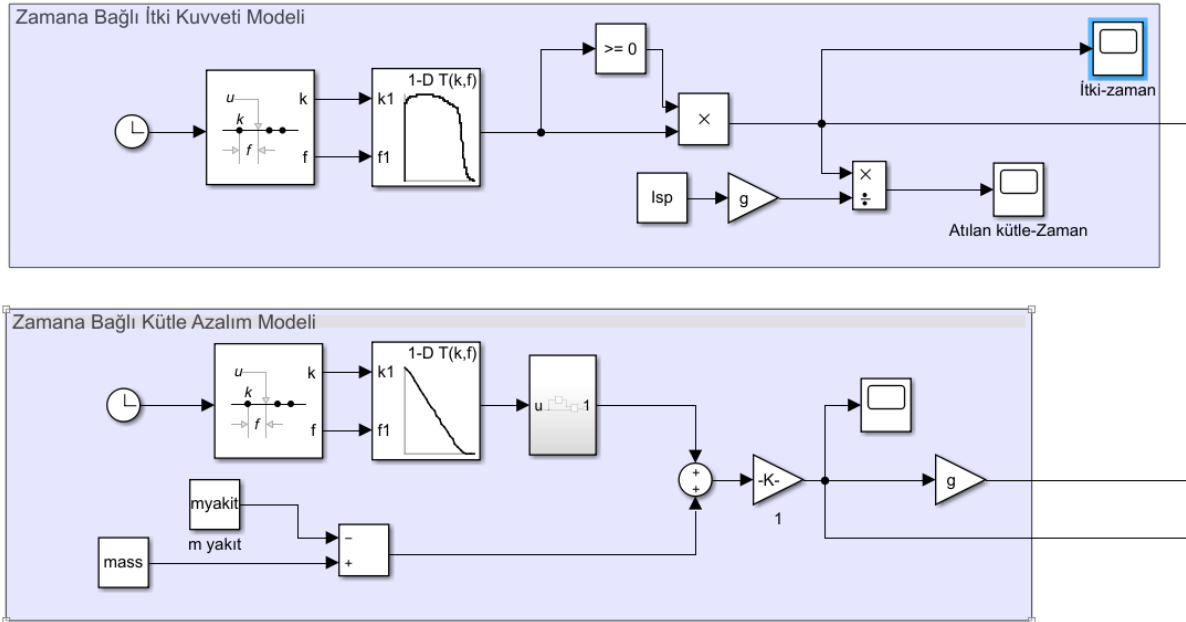
$$I_{sp} = 209.5$$

$\dot{m}$  = birim zamanda atılan kütle miktarı olmak üzere;

$$I_{sp} = \frac{\text{İtki}}{\text{Ağırlık}} \longrightarrow \frac{I}{\dot{m} \times g} \quad (1)$$

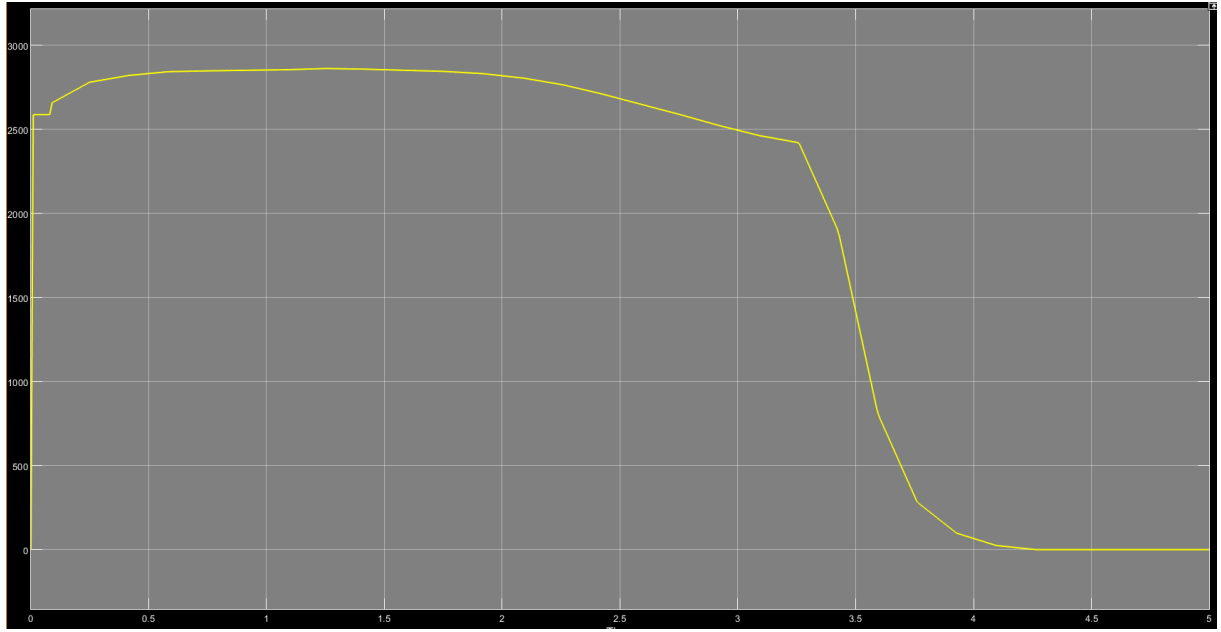
$$\dot{m} = \frac{I}{I_{sp} \times g} \quad (2)$$

1 no’lu formülден ‘ $\dot{m}$ ’ değeri çekilerek 2 numaralı nihai denklem oluşturulmuş ve benzetimde kullanılmıştır.

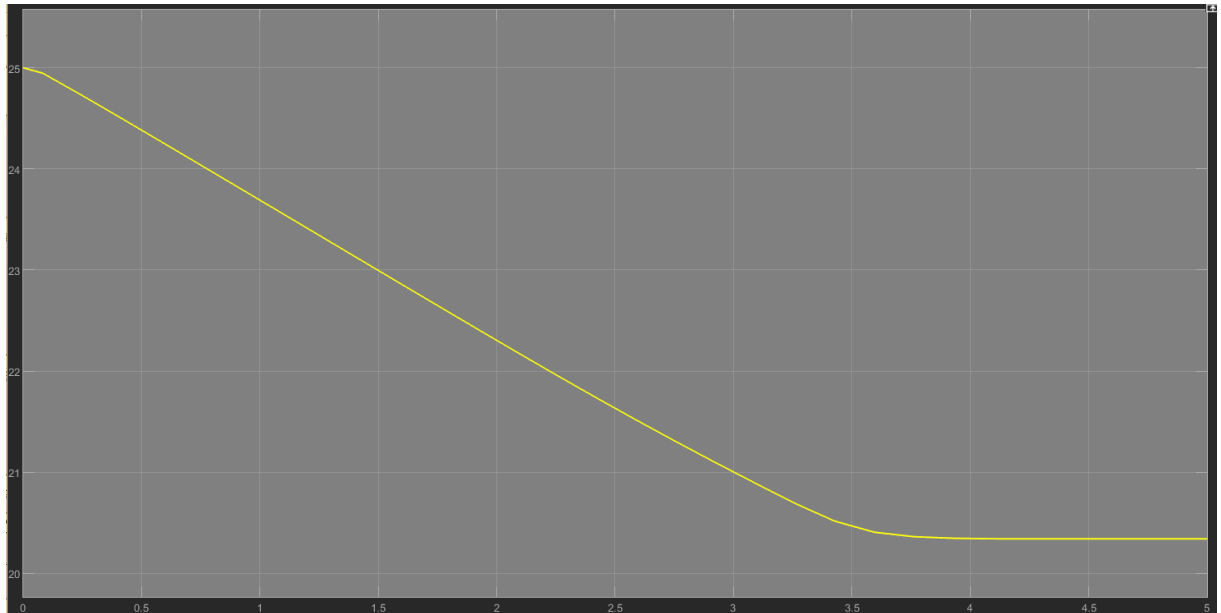




Zamana bağılı itki kuvveti grafiği:

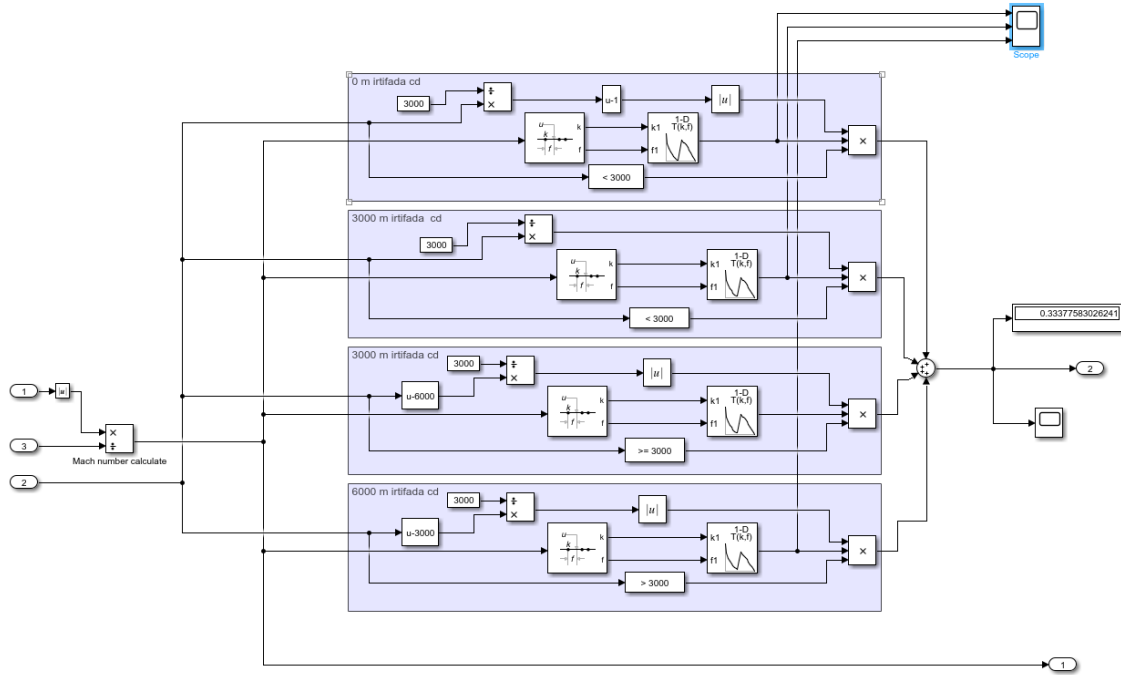


Zamana bağılı atılan kütle grafiği:



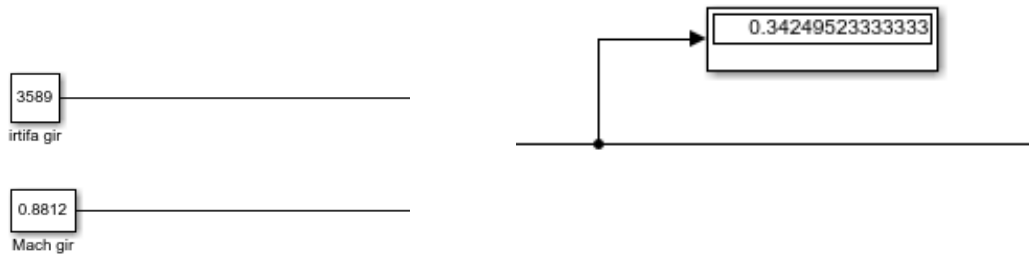
## Aerodinamik Model

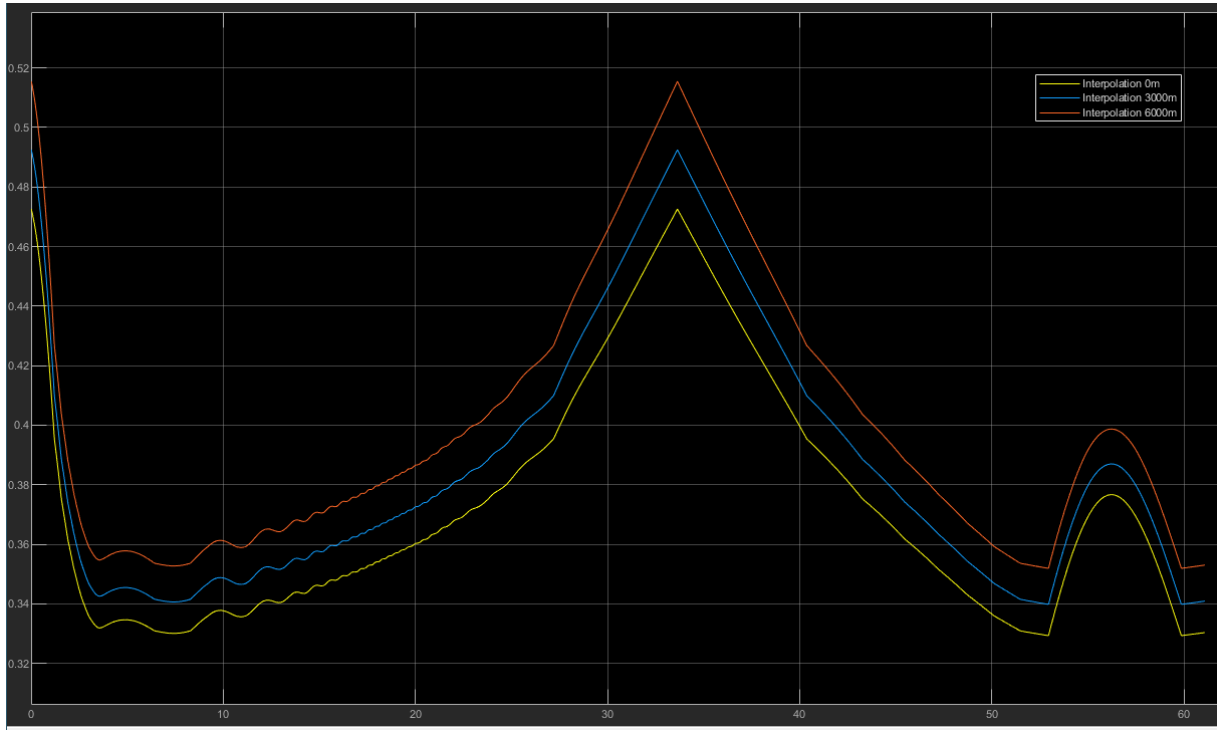
Sürüklenme katsayısı ( $C_d$ ); irtifaya, kesit alanına, anlık hıza ve ach sayısına bağlı aerodinamik bir değişkendir. Bu değer bir sabite göre hesaplanır.



Mach hızına bağlı olan Drag Coefficient ( $C_d$ ) verileri interpolasyon yöntemiyle çoğaltılarak belirli irtifa aralıkları için sınırlandırılmıştır. Modelde; 0-3000 m arası ve 3000-6000 metre arasında anlık irtifaya göre de interpolasyon yapılmaktadır. (Roket bu aralıklar için uçuş yapmakta olup; 6000-12000 m arası irtifa için blok modele eklenmemiştir.) Bu sayede multi-interpolasyon yaparak ara bir Mach değeri için herhangi bir irtifaya göre  $C_d$  değerleri hesaplatılabilmektedir.

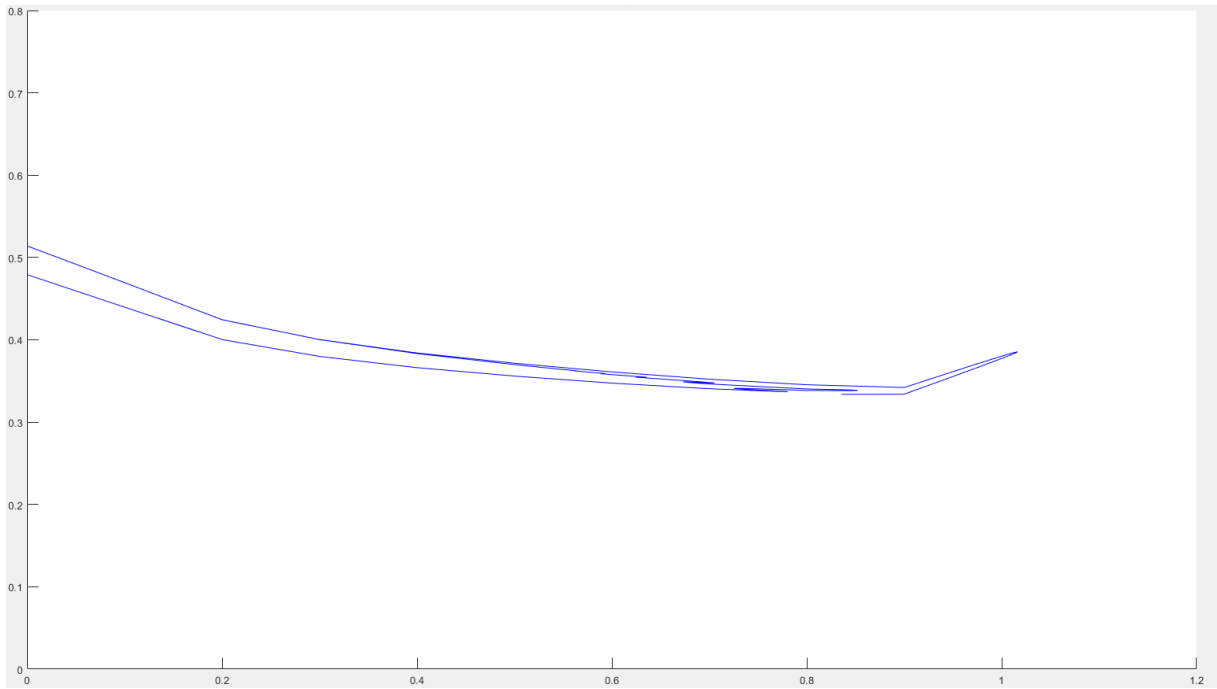
Örneğin:



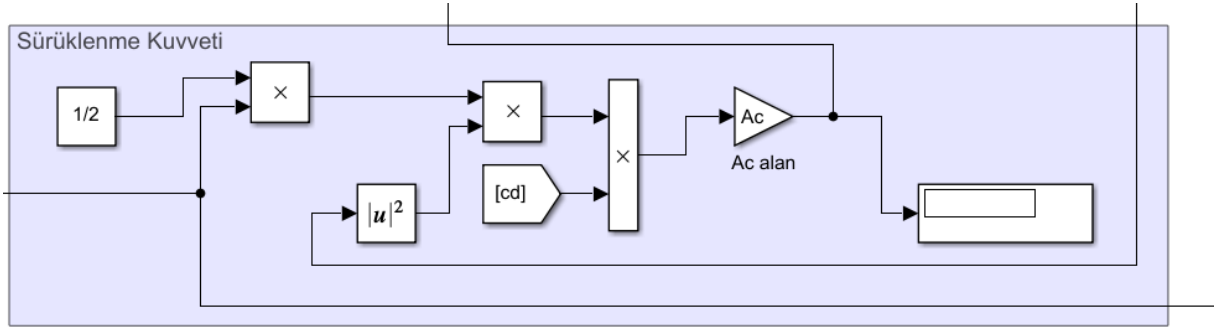


Mach Sayısı – Cd grafiği

- Grafik, farklı yükseklikler için üst üste çizdirilmiştir. Modelde multi-interpolasyon yöntemiyle anlık Cd hesaplatıldığında bu grafikleri doğrudan kullanamayıp kendine yeni bir veri seti oluşturup grafik çizdirilmiştir.



Anlık Mach Sayısı-Anlık Cd Grafiği



-Anlık hesaplatırılan Cd değeri, sürüklenme (drag) formülünde yerine koyulup anlık hıza, yoğunluğa göre drag kuvveti hesaplatırılmıştır.

$$F_{drag} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d A_c \quad \text{olup;}$$

$F_{drag}$  = Sürüklenme Kuvveti

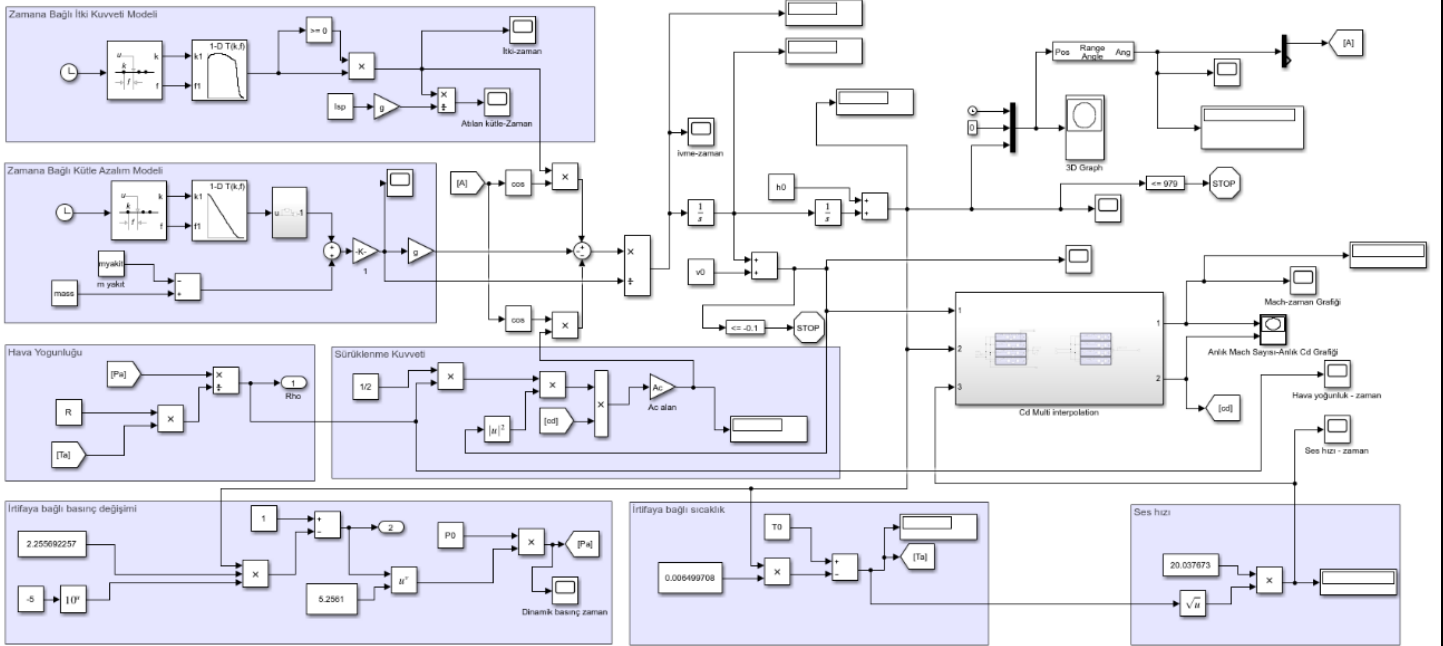
$\rho$  = Hava Yoğunluğu

$v$  = Hava Akış Hızı

$C_d$  = Sürüklenme Katsayısı

$A_c$  = Kesit Alanı 'dır.

## Benzetim Yapısı



```

Isp=209.5;
mass=25000;
g=9.801;
myakit =4659.2;
Rampatetha=90-tetha;
Roketcap= 0.14;
Ac=pi*Roketcap.^2;
    
```

Workspace	
Name ^	Value
Ac	0.0616
Cd0	20x1 double
Cd3	20x1 double
Cd6	20x1 double
f	[0,2,4]
g	9.8010
h0	980
Isp	209.5000
k	1.2000
K	542.8560
kutl3	27x1 double
kutl1	31x1 double
mach1	20x1 double

mass	25000
myakit	4.6592e+03
out	1x1 SimulationO...
P0	1.0131e+05
R	286.9924
Rampatetha	85
Roketcap	0.1400
T0	288.1667
tetha	5
thrust	424x1 double
ti34	27x1 double
tim4	424x1 double
time	31x1 double
trust	31x1 double
V	2
V0	0

-Benzetim Matlab'ın Simulink modelinde oluşturulup, ek Matlab kodları ile desteklenmiştir.

-Verilen itki profilindeki motor itki grafiğine göre gövde üzerindeki kuvvet uçuş açısına göre hesaplanmıştır. Ağırlık kuvveti, yakıtın azalmasına bağlı olarak benzetimde değiştirilmiştir.

-Oluşturulan atmosfer modeline göre hesaplatırılan sürütlenme kuvveti irtifaya ve Mach hızına göre Cd katsayısı çekilerek sürüklenme kuvveti uçuş açısına göre hesaplatılmıştır.

-Toplam eş kuvvet anlık kütleye bölünerek ivme, ivmenin integrali alınarak hız ve hızın integrali alınarak konum verileri alınmıştır.

## Benzetimin Doğrulanması

Başlangıç koşul değerleri ve diğer veriler:

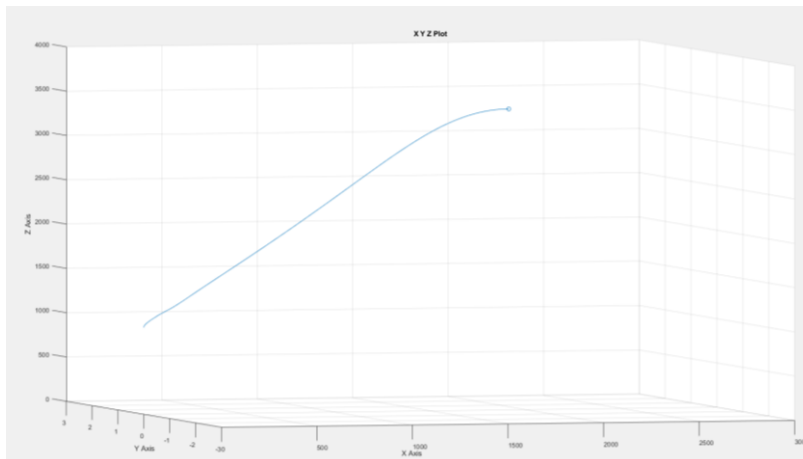
	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85

	Değer
Başlangıç Kütlesi [kg]	25
Atış Noktası Rakımı [m]	980
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.659
Özgül İtki (Isp) [s]	209.5
İtki Profili Dosyası	"veri_itki_F_2022.xlsx"
Aerodinamik Veri Seti Dosyası	"veri_aero_Cd_2022.xlsx"
Roket Çapı [m]	0.14

●Çıktı tablosu:

	Değer
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.852323968
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[1910.40, 0, 3395.81]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	55.7146
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.17046
Tepe Noktası Zamanı [s]	22.066

●Yörünge Grafiği:



## Benzetim Sonuçları

Başlangıç Koşul Değerleri:

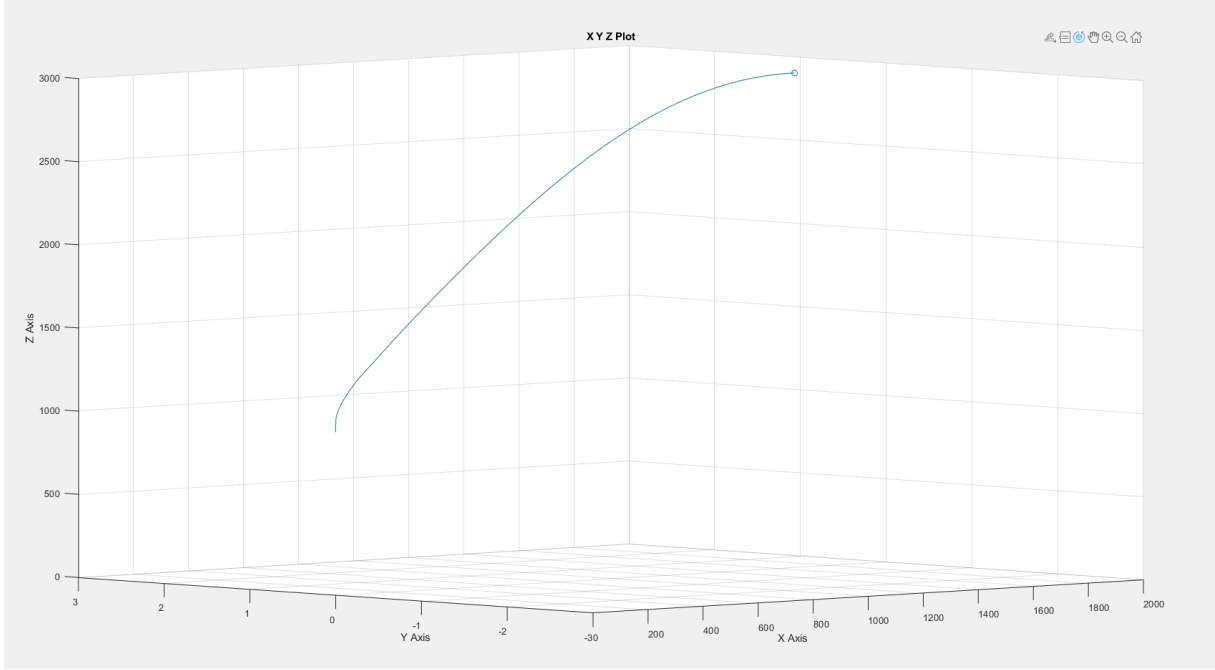
	Değer
Pozisyon [m]	[0,0,0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	28.654
Atış Noktası Rakımı [m]	980

●Çıktı ve Karşılaştırma Tablosu:

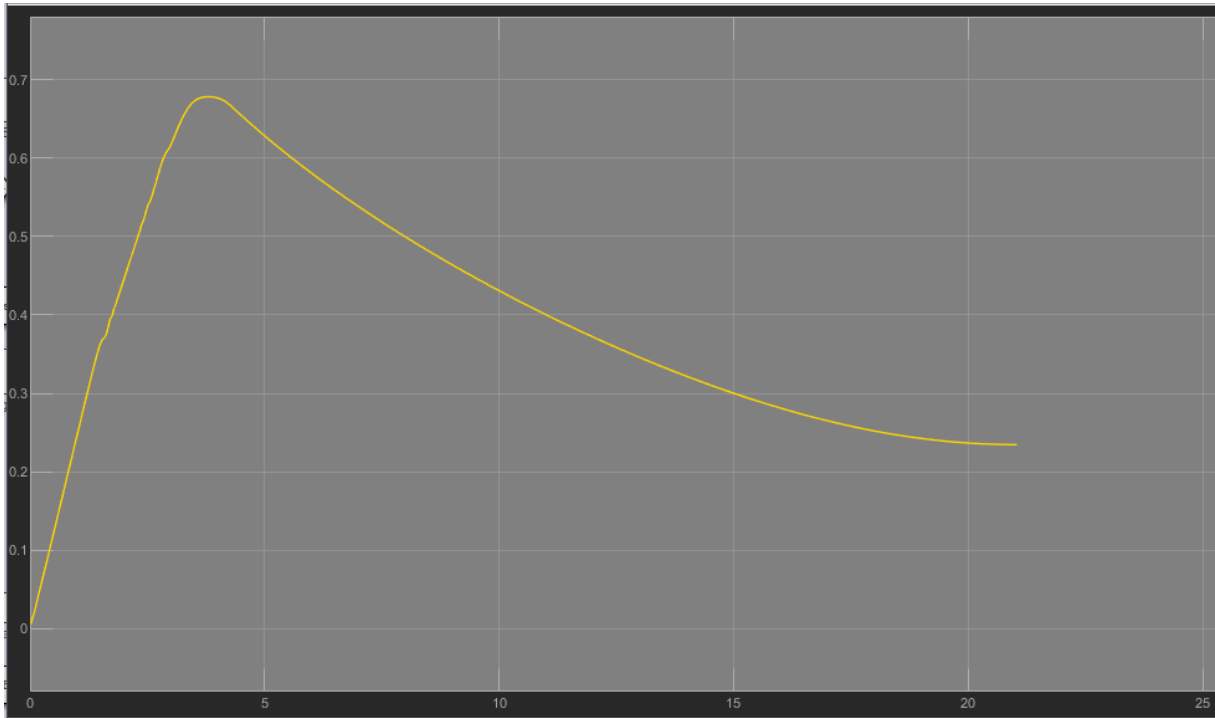
	OpenRocket Değeri (a)	Benzetim Değeri (b)	Yüzdece Fark (b-a)/a*100
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.77	0.75	%2.59
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[ 1551.34,0,3073]	[1667.7,0,2973.09]	[%7.5,0,%3.25]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	11.01	9.7812	%11.16
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.01357	0.012547	%7.538
Tepe Noktası Zamanı [s]	25.531	21.45	%15.98

Çıktı ve karşılaştırma tablosunda belirtilen benzetimler arası yüzdece farkın sebepleri; benzetimlerin farklı irtifalar ve kütleler üzerinde çözümlenmiş olması, OpenRocket'in bazı değerleri tam sayılara yuvarlaması ve kullanılan roket motorlarının farklılık göstermesinden kaynaklı olabilir.

- Yörünge Grafiği (Yükseklik-Menzil):

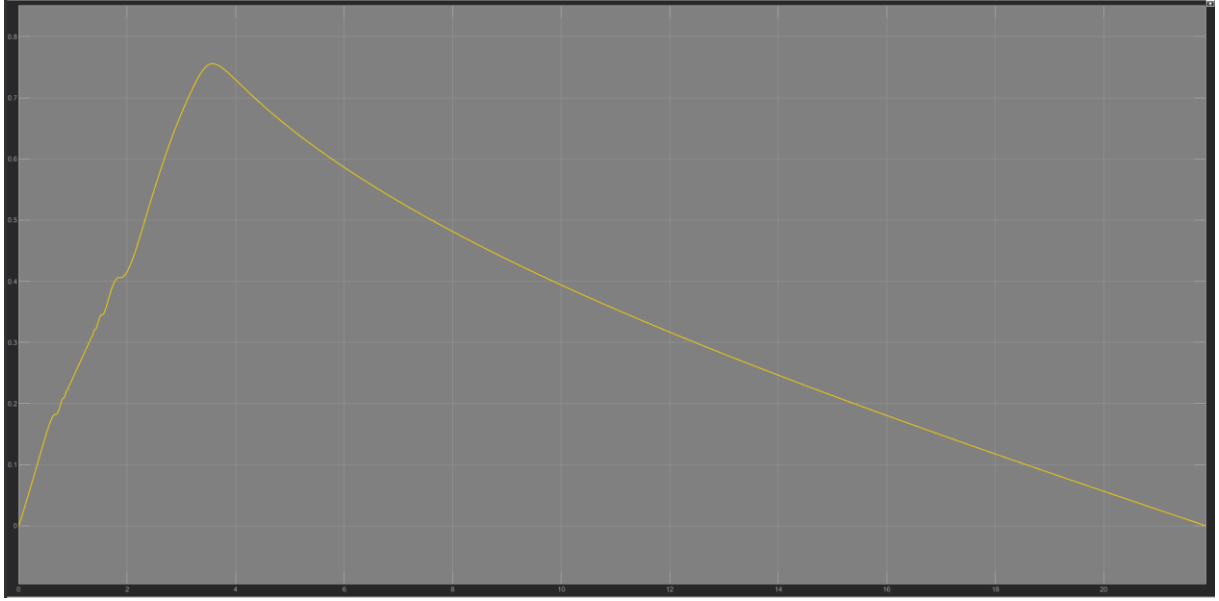


- Uçuş Yolu Açısı-Zaman Grafiği:



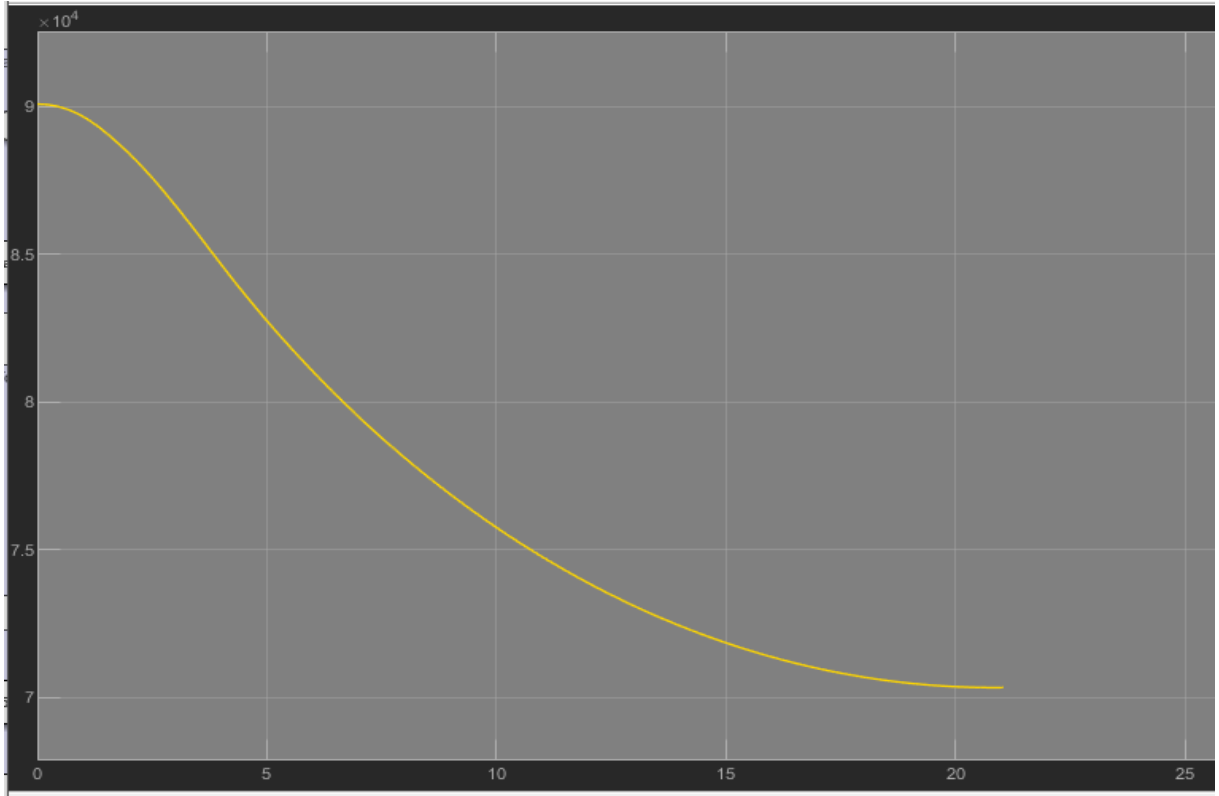


- Mach-Zaman Grafiği:



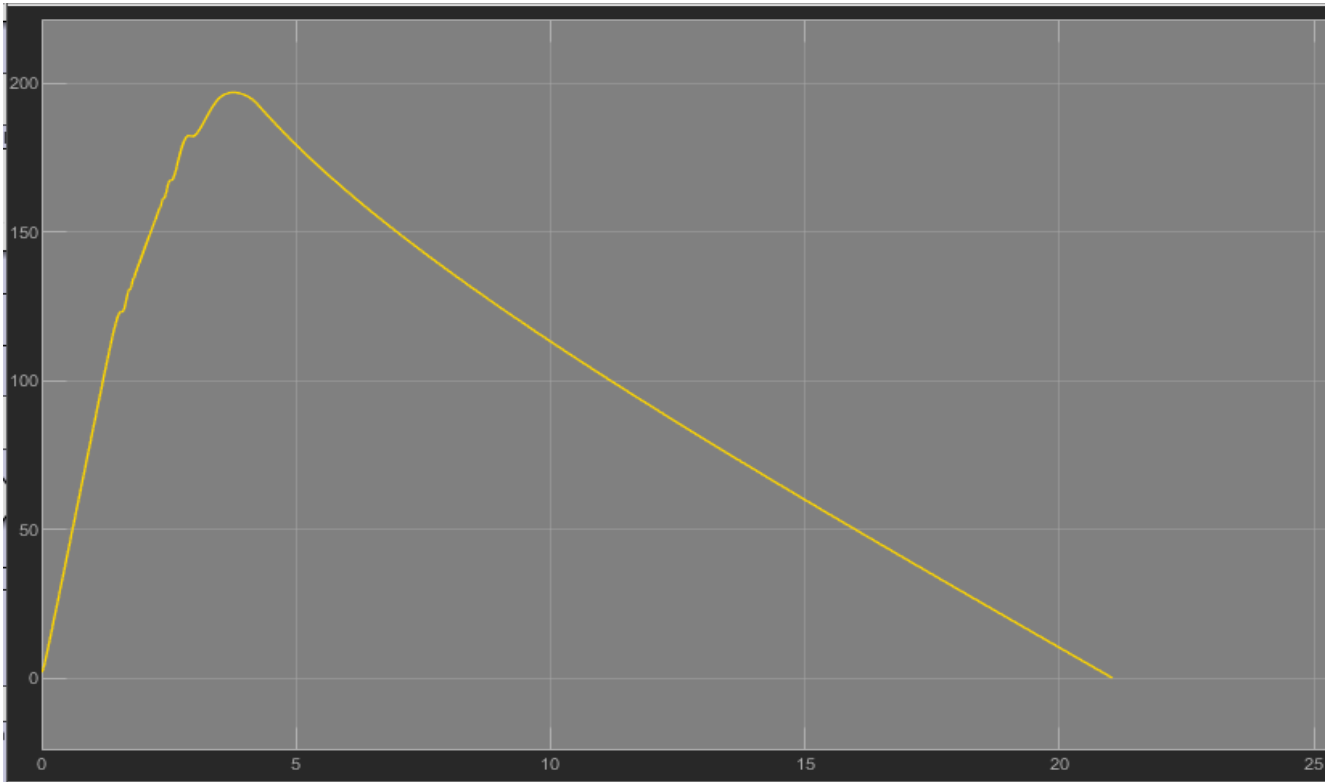
-Maksimum Mach yüksekliği 0.75 olarak okunmaktadır.

- Dinamik Basınç-Zaman Grafiği:



-Maksimum dinamik basınç  $9 \times 10^4$  olarak okunmaktadır.  
-Fırlatma sırasında roket üzerindeki dinamik basınç, hız sıfır olduğu için başlangıçta sıfırdır. Havada hareket eden bir cisme etki eden aerodinamik kuvvetler, dinamik basınçla doğru orantılıdır. Bu nedenle dinamik basınç, kaldırma katsayısının ve direnç katsayısının tanımında kullanılır.

• Dikey Tırmanma Hızı (-Z eksenli hızı) - Zaman Grafiği:



## Referanslar

- Lewis, F. L. Aircraft Control and Simulation, Brian L. Stevens.
- Siouris, G. M. (2004). *Missile guidance and control systems*. Springer Science & Business Media.
- <http://www.ibrahimcayiroglu.com/Dokumanlar/Dinamik/DinamikDersNotu-1.Hafta.pdf>
- <https://www.physicsclassroom.com/class/1DKin/Lesson-6/Kinematic-Equations>
- <https://ch.mathworks.com/help/simulink/slref/minmax.html>
- <https://blogs.mathworks.com/pick/2017/03/10/3d-scope/>
- <https://scholarsjunction.msstate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4251&context=td>
- <https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/1454524-how-to-plot-several-signals-in-3d>
- <https://ch.mathworks.com/help/dsp/ug/configure-time-scope.html>
- Selimhocalı, B. T. (2014). *Aerodynamic and three-degree-of-freedom flight mechanics analysis of a slender body of rectangular cross section* (Master's thesis, Middle East Technical University).