



TEKNOFEST 2022 ROKET YARIŞMASI ORTA İRTİFA KATEGORİSİ KTR AŞAMASI UÇUŞ BENZETİM RAPORU

HAVACILIK TEKNOLOJİLERİ TAKIMI

İçindekiler

.....	1
.....	1
Referanslar	2
1-Kinematik ve Dinamik Denklemler	3
1.1-İvme Denklemleri.....	3
1.2- Hız Denklemleri	4
1.3 - Konum Denklemleri	5
1.4 - Uçuş Yolu Açısı Hesabı Denklemi	6
2-Atmosfer Modeli	7
.....	9
3-Motor Modeli	9
3.1- Zamana bağlı itki kuvveti modeli.....	9
3.2- Zamana bağlı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) modeli	9
4-Aerodinamik Model	11
5- Benzetim Yapısı.....	15
6- Benzetim Doğrulaması.....	21
7- Benzetim Sonuçları	22

Referanslar

[1.1] Buğra Çetin.(2020) FACULTY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

(Bitirme Projesi). İstanbul Teknik Üniversitesi

[1.2]-Three Degree of Freedom Sounding Rocket Model with Pitch Control Study-Concordia University(2016) , sayfa.13)

[1.3]- Missile Guidance and Control System [George M. Siouris]- Atmosphere Model

[1.4] - Uçar, Ö. (2020). DEVELOPMENT OF A ROCKET FLIGHT SIMULATOR

(Yayımlanmış bitirme projesi). İstanbul Teknik Üniversitesi Havacılık ve Uzay Bilimleri

Fakültesi Uzay Mühendisliği Bölümü. Erişim adresi:

http://siga.uubf.itu.edu.tr/uubftez/upload/itu/uubf/uzay/Omer_Ucar-uzay-20200812.pdf

1-Kinematik ve Dinamik Denklemler

1.1-İvme Denklemleri

Bir roketin hareketi esnasında ivmesi; atmosfer, uçuş boyunca azalan kütle ve roketin uçuşu için gerekli olan itme kuvveti nedeniyle sürekli değişkenlik gösterir. Kinematik denklemler hareketi, sabit ivmeli ve harekete sebep olan kuvvetleri ele almadan incelediğinden dolayı kinematik denklemler yerine kinematik denklemler kullanılmıştır. Bir itki değeri olan, m kütlelerine sahip bir roketin ivmesi (1.1) numaralı denklem olan Newton'un ikinci yasası ile kolayca formüle edilebilir: [1.1]

$$F = m \times a \quad (1.1)$$

$$a = \frac{F}{m}$$

F = kuvvet

m = kütle

a = ivme

Denklemleri rokete göre uyarlırsak:

$$\frac{dV}{dt} = \dot{V} = a = \frac{F_t}{m} - \frac{F_d}{m} \quad (1.2)$$

$$\frac{dV}{dt} = \dot{V} = a = \text{ivme}$$

F_T = motorun itki kuvveti

F_D = sürüklenme kuvveti

m = roketin kütlesi

g = yerçekimi ivmesi

Belirtilen parametreler uçuş boyunca değişiklik göstermektedir.

(1.2) numaralı denklem dinamik ivme denklemidir ve bunun eksenlere göre hesaplanması gerekir. Şartnamede belirtilen eksen takımına göre ivme denklemini X ve Z eksenlerine ayırarak olursak aşağıda verilen denklemler elde edilir;

$$a_x = \frac{F_{Tx}}{m} - \frac{F_{Dx}}{m}$$

$$a_z = \frac{F_{Tz}}{m} - \frac{F_{Dz}}{m} - g$$

a = ivme

F_T = İtke kuvveti

F_D = sürüklenme kuvveti

g = yerçekimi ivmesi

m = roketin kütlesi

1.2- Hız Denklemleri

Hız denklemi olarak Ön Tasarım Raporu (ÖTR) aşaması Uçuş Benzetim Raporunda kullandığımız kinematik hız denklemi kullanılmaktadır. (1.3) numaralı denklemde “a” parametresi ivme olup, dinamik ivme denkleminde elde edilen ivme değeri kullanılmıştır.

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + at \quad (1.3)$$

1.3 numaralı denklem roket gövdesine göre hesaplanan bir denklemdir ve atış noktası eksenine göre hesap yapılabilmesi için eksenlere göre hesaplanması gerekir. Şartnamede belirtilen eksen takımına göre konum denklemini X ve Z eksenlerine ayıracak olursak aşağıda verilen denklemler elde edilir;

$$\vec{v}_x = \vec{v}_0 \times \cos(85) + a \times t$$

$$\vec{v}_z = \vec{v}_0 \times \sin(85) + a \times t$$

$$v = \sqrt{\vec{v}_x^2 + \vec{v}_z^2}$$

\vec{v}_x = x eksen hız değeri

\vec{v}_z = z eksen hız değeri

v = Başlangıç hız değeri (2 m/s)

a = ivme

t = zaman

Hız denklemini benzetim içerisinde çözdürürken integrasyon çözüm yöntemi olarak “5-Benzetim Yapısı” başlığı altında verilen 1. dereceden Runge-Kutta yöntemi olarak da bilinen Euler yöntemi, simülasyon boyunca değerleri hesaplamak için 'yeni değer = eski değer + değişim ' şeklinde kullanılır.

$$v(i) = v(i - 1) + \dot{v}.dt \quad (1.4)$$

$$v(i) = v(i - 1) + a. dt \quad (1.5)$$

Elde edilen (1.5) numaralı denklemde $V(i)$ ölçülecek yeni hız, $V(i-1)$ bir önceki iterasyonda hız, a ivme, dt ise iterasyon süresidir. Bahsedilen denkleme dikkat edilirse kinematik hız denklemini olduğu fark edilecektir. Kinematik hız denkleminde ivme parametresi sabit olarak alınmıştır lakin benzetimde roketin her iterasyon süresinde değişmektedir.

(1.5) numaralı denklemi X ve Z eksenlerine ayırarak olursak aşağıda verilen denklemler elde edilir;

$$v_x(i) = v_x(i - 1) + a_x. dt$$

$$v_z(i) = v_z(i - 1) + a_z. dt$$

1.3 - Konum Denklemleri

Hız denklemleri olarak Ön Tasarım Raporu (ÖTR) aşaması Uçuş Benzetim Raporunda kullandığımız kinematik hız denklemleri kullanılmaktadır.

$$r = r_0 + (v + \vec{v}_0) \times \frac{t}{2} \quad (1.6)$$

(1.6) numaralı denklem roket gövdesine göre hesaplanan bir denklemdir ve atış noktası eksenine göre hesap yapılabilmesi için eksenlere göre hesaplanması gerekir.

Şartnamede belirtilen eksen takımına göre konum denklemini X ve Z eksenlerine ayırarak olursak aşağıda verilen denklemler elde edilir;

$$\Delta_x = \vec{v}_x + \vec{v}_0 \times \cos(70) + g \times \frac{t}{2}$$

$$\Delta_z = \vec{v}_z + \vec{v}_0 \times \sin(70) + g \times \frac{t}{2}$$

$(\vec{v}_x) = x$ eksenini hız değeri (m/s)

$(\vec{v}_z) = z$ eksenini hız değeri (m/s)

v = Başlangıç hız değeri 2 m/s

g = Yerçekimi ivmesi (9.801 m/s²)

Δ_x = X eksenindeki yer değiştirme (m)

Δ_z = Z eksenindeki yer değiştirme (m)

Bu durum çerçevesinde hızın Euler integrasyon yöntemiyle çözümü yapılırsa nihai konum bilgisine ulaşılabacaktır. Denklem (1.7)'de verilmiştir.

$$r(i) = r(i - 1) + \dot{r} \cdot dt \quad (1.7)$$

$$r(i) = r(i - 1) + v \cdot dt \quad (1.8)$$

Elde edilen (1.8) numaralı denklemde $r(i)$ ölçülecek yeni hız, $r(i-1)$ bir önceki zaman adımındaki hız, v hız, dt ise iterasyon süresidir.

(1.8) numaralı denklemi X ve Z eksenlerine ayıracak olursak aşağıda verilen denklemler elde edilir;

$$r_x(i) = r_x(i - 1) + v_x \cdot dt$$

$$r_z(i) = r_z(i - 1) + v_z \cdot dt$$

1.4 - Uçuş Yolu Açısı Hesabı Denklemi

Roketin eksenini simetrik olduğu için hücum açısının da sıfır olduğu varsayılır ve hava akışı her yüzeyde eşit basınç oluşturur, dolayısıyla taşıma kuvveti de sıfır olarak kabul edilir. Bu varsayımlarla Pitch açısı, uçuş yolu açısı olarak kabul edilir. Simetrik eksenli roketin bileşke hız vektörü de roket eksenini üzerindedir. Ateşleme eksen takımı eksenleri üzerine ayırdığımızda elde edilen X ve Z eksenini hız vektörlerini roketin uçuş yolu açısında kullanabiliriz. Basit trigonometri bilgisi ile bu açı değeri bulunabilir. Roketin başlangıç uçuş yolu açısının kosinüsünün ve sinüsünün bileşke hız ile çarpımı bize sırasıyla X ve Z eksenindeki hız değerlerini verecektir. Bu bilgiden yola çıkarak uçuş yolu açısının tanjantı ise bize Z- eksenindeki hızın X- eksenindeki hıza oranını verecektir.

Bu trigonometrik işlemin tersini uygulayacak olursak istenilen zamandaki Z-eksenindeki hızın X-eksenindeki hıza oranının ters trigonometrik fonksiyonunu ($\arctan (v_z/v_x)$) alırsak bize istenilen zamandaki uçuş yolu açısını verecektir. Formül olarak açıklayacak olursak;

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_z}{v_x} \right) \quad (1.9)$$

Benzetimde çıkan sonuç tepe noktasından sonra negatif değerler alacaktır çünkü bileşke hız vektörel işlem yapıldığından dolayı negatif değerler alır bu sonucun mutlak değeri bize X-eksenine göre uçuş yolu açısını verir. [1.2]

2-Atmosfer Modeli

Missile Guidance and Control Systems” kaynağı referans alınarak Standart Atmosfer modeli kullanılmış ve aşağıdaki formüllerle istenilen irtifadaki basınç, yoğunluk, sıcaklık ve ses hızı verilerine ulaşılmıştır.[1.3]

$$T_0 = \text{Deniz seviyesindeki sıcaklık: } 288.1667 \text{ K}$$

$$P_0 = \text{Deniz seviyesindeki basınç: } 101314.628 \text{ N/m}^2$$

H yüksekliğinde standart atmosfere bir yaklaşım uygulanır. Bu yüzden atmosfer de üç bölgeye ayrılır:

$$h \leq 11.000\text{m}$$

$$11.000 < h \leq 25.000\text{m}$$

$$[h \geq 25.000\text{m}]$$

Roketin çıkabileceği yükseklik 11000 metreden daha küçük olduğu için sadece ilk bölgede hesaplanan değerler kayda alınır.

$$T_h = T_0 - (0.006499708)h \quad (2.1)$$

$$P_h = P_0(1 - 2.255692257 \times 10^{-5}h)^{5.2561} \text{ N/m}^2 \quad (2.2)$$

Her üç bölgede de ortamın atmosferik yoğunluğu ve ses hızı şu şekildedir:

$$\rho_h = \frac{P_h}{RT_h} + \text{ kg/m}^3 \quad (2.3)$$

$$c = \sqrt{kRT} \quad (2.4)$$

(2.5) Numaralı denklemde hesaplanan ses hızının akış hızına bölümüyle Mach sayısı elde edilir. Yani mach sayısı da akış hızına bundan kaynaklı olarak da sıcaklığa bağlıdır. Yüksekliğin değişmesiyle değişen sıcaklık ile mach sayısı da değişir.

$$M_a = \frac{V}{c} \quad (2.5)$$

T_h = h yüksekliğindeki sıcaklık

ρ_h = h yüksekliğindeki yoğunluk

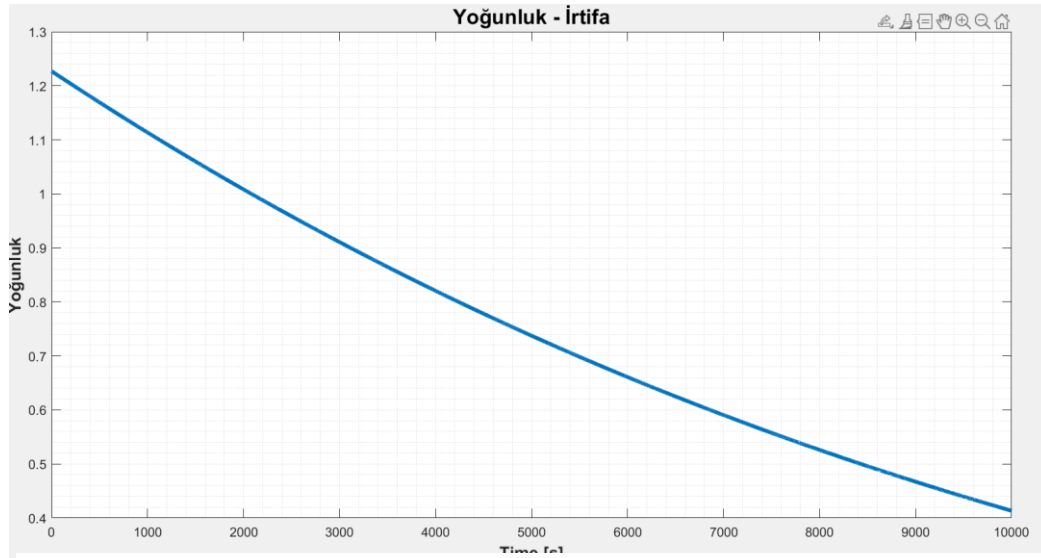
P_h = h yüksekliğindeki basınç

c = ses hızı

k = Gazın öz ısı oranı (hava için 1.4 dür)

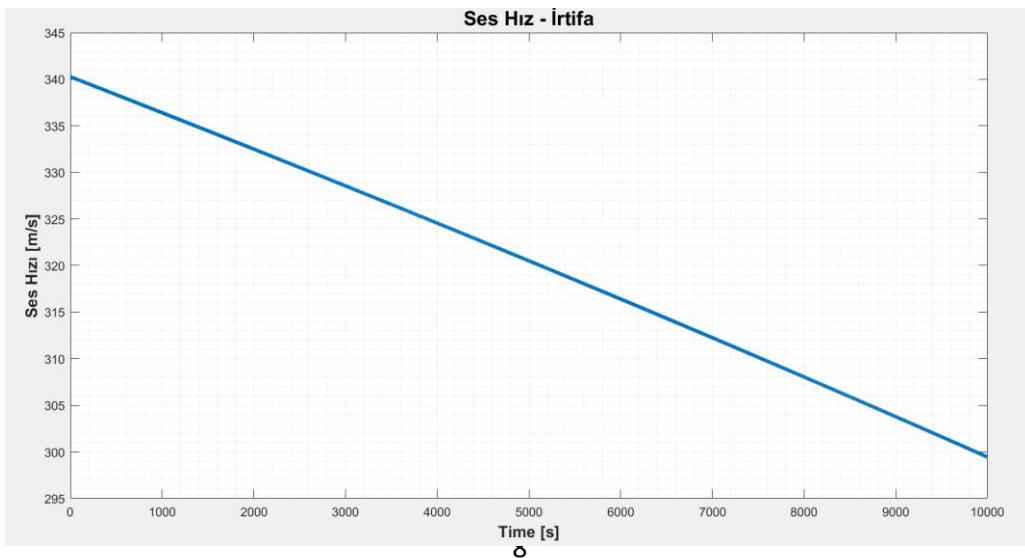
R = Gaz sabiti (286.99236)

M_a = Mach sayısı



Şekil 1- Yoğunluk-İrtifa Grafiği (0m - 10000m)

Grafiklerin çıkarılmasında kullanılan kod “Benzetim Yapısı” başlığı altında verilmiştir.

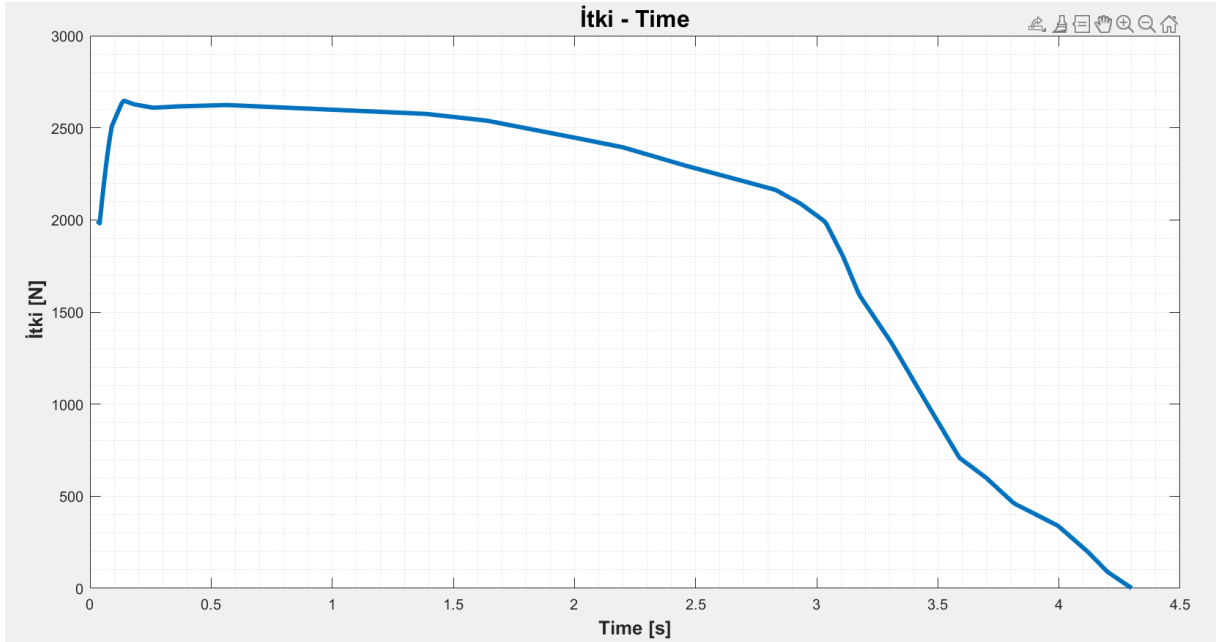


Şekil 2- Ses Hızı-İrtifa Grafiği (0m - 10000m)

3-Motor Modeli

3.1- Zamana bağlı itki kuvveti modeli

Zamana bağlı itki modelinde kullanılan Cesaroni M2020 motorunun zamana göre verdiği itki değerleri Excel formatında “m2020_v3.xlsx” dosyasından benzetimin yapıldığı yazılım ortamı olan MATLAB’a aktarılarak ara değer hesaplamaları için “MotorInterp.m” [kaynak:ömer uçar][1.4] fonksiyonu kullanılmıştır. İlgili MATLAB benzetim kodları “Benzetim Yapısı” başlığı altında paylaşılmıştır.



Şekil 3- İtki - Zaman Grafiği

3.2- Zamana bağlı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) modeli

Motorun atılan kütle debisi (\dot{m}), Isp ve itki değeri kullanılarak hesaplanmıştır. Isp değerinin formülü aşağıda verilmiştir:

$$Isp = \frac{F}{\dot{m}} \times g_0 \quad (3.1)$$

(3.1) numaralı denklemde ihtiyacımız olan \dot{m} parametresini bulmak için denklemi (3.2) numaralı denklemdeki gibi düzenlersek:

$$\dot{m} = \frac{F}{I_{sp}} \times g_0 \quad (3.2)$$

\dot{m} = atılan kütle debisi

F =itki

I_{sp} = özgül itki

g =yerçekimi ivmesi

Elde ederiz.

Elde ettiğimiz bu değer anlık motordan atılan kütledir ve hareket denklemlerinde kullanabilmek için toplam roket kütesinden çıkartarak denkleme yerleştirmemiz gerekecektir. Denklemlerde bulunan “m” parametresi olan roketin kütesini bulabilmek için, bulunan kütesel debi adım süresiyle (0.01s) çarpılarak, her iterasyon süresinde ne kadar kütle atıldığı bulunur. Bulunan bu değer yanma süresi boyunca her bir iterasyonda roketin toplam kütesinden çıkartılarak, yanma süresi bittikten sonra yakıtın toplam kütesi çıkartılarak roketin anlık kütesi bulunabilir. Bunu denklem olarak belirtecek olursak:

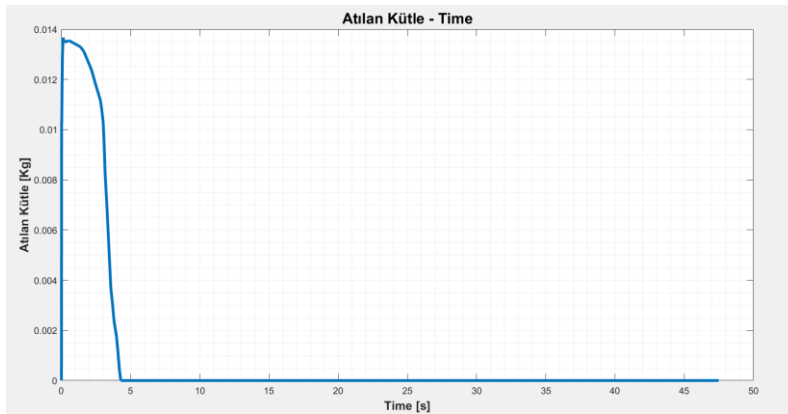
$$m_{atılan} = \dot{m} \times \text{iterasyon} \quad (3.3)$$

Yanma süresi boyunca:

$$m = m_{toplam} - m_{atılan} \quad (3.4)$$

Yanma süresi bittikten sonra:

$$m = m_{toplam} - m_{yakıt} \quad (3.5)$$



Şekil 4- Atılan Kütle- Zaman Grafiği

4-Aerodinamik Model

Aerodinamik modelde uçuş esnasında rokete etki edecek sürükleme kuvvetinin hesabı için (4.1) numaralı denklem kullanılacaktır.

$$F_D = \frac{1}{2} \times \rho \times C_D \times V^2 \times A \quad (4.1) \text{ (missile kaynak, sayfa 56)}$$

Denklem roket gövde eksen takımında olduğu için, ateşleme eksen takımına göre hesap yapılabilmesi için X ve Z eksenlerine ayrılması gerekir:

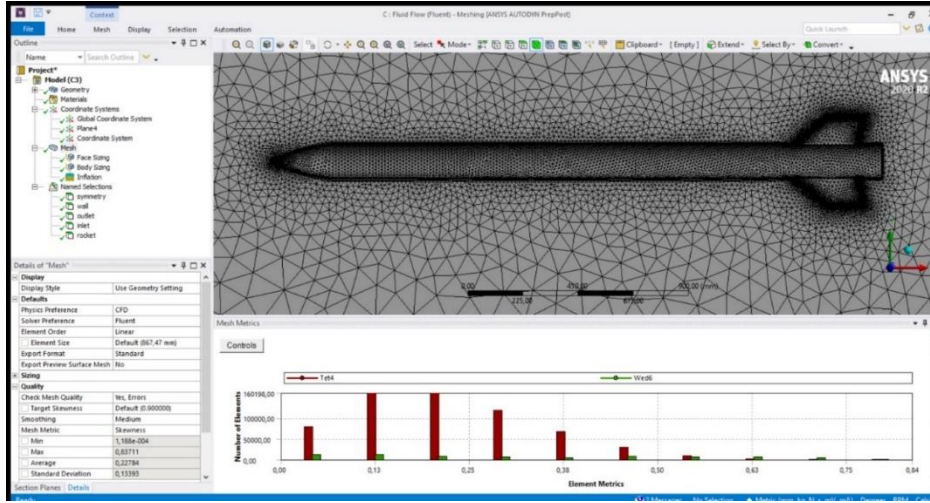
$$F_{D_x} = F_D \times \cos\theta \quad (4.2)$$

$$F_{D_z} = F_D \times \sin\theta \quad (4.3)$$

Mach sayısına göre değişecek olan sürükleme katsayısı (C_D), sürükleme kuvvetini de değiştirmektedir ve bunun için mach sayısına göre değişkenlik gösteren bir sürükleme katsayısı modeli oluşturulmuştur.

Model oluşturulurken ANSYS Workbench'te Fluid Flow (Fluent) yazılımı kullanılmıştır. Geometri çiziminde roket için uygun uzunlukta akış alanı oluşturulmuştur. Mesh atılmadan önce sınır koşulları isimlendirilmiştir. Mesh kalitesini artırmak için lokal mesh ayarlarından sizing eklenmiştir. Sizing ile roket alanında curvature ve proximity özellikleri açılarak uygun değerler girilmiştir. Sizing ile akış alanının mesh sıklığı artırılmıştır. Roket üzerinde akış ayrılmasını incelemek için $y^+=1$ değeri seçilmiştir. Inflation first layer thickness değerini $1.8e-6$ m girilmiştir. Bu adımlar sonucu mesh kalitesinin skewness değeri 0.83, min orthogonality 0.1628 ve max aspect ratio 22 değerlerindedir.

Roketin ve meshin olduğu yazılım ekran görüntüsü Şekil-5 'de verilmiştir.



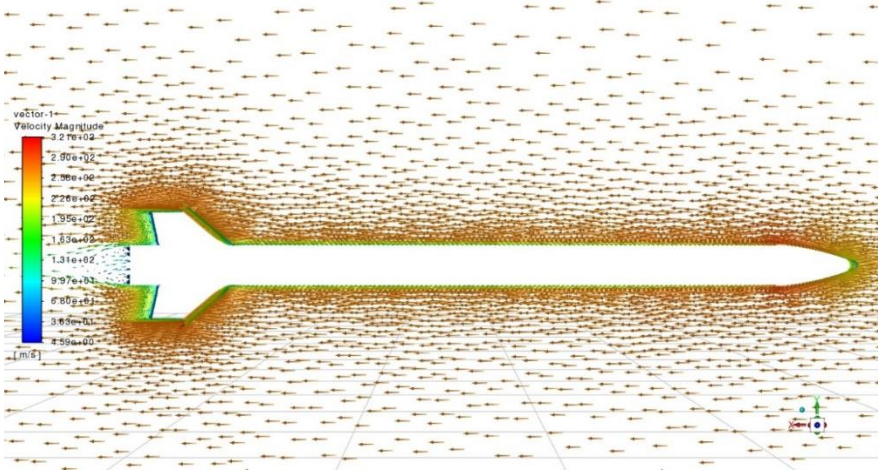
Şekil 5- CFD Roket ve Mesh Ekran Görüntüsü

Smoothing	Medium	Smoothing	Medium
Mesh Metric	Orthogonal Quality	Mesh Metric	Aspect Ratio
<input type="checkbox"/> Min	0,16289	<input type="checkbox"/> Min	1.1689
<input type="checkbox"/> Max	0,99448	<input type="checkbox"/> Max	22.271
<input type="checkbox"/> Average	0,77101	<input type="checkbox"/> Average	2.3424
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	0,13261	<input type="checkbox"/> Standard Deviation	1.8347

Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	149214
<input type="checkbox"/> Elements	687882

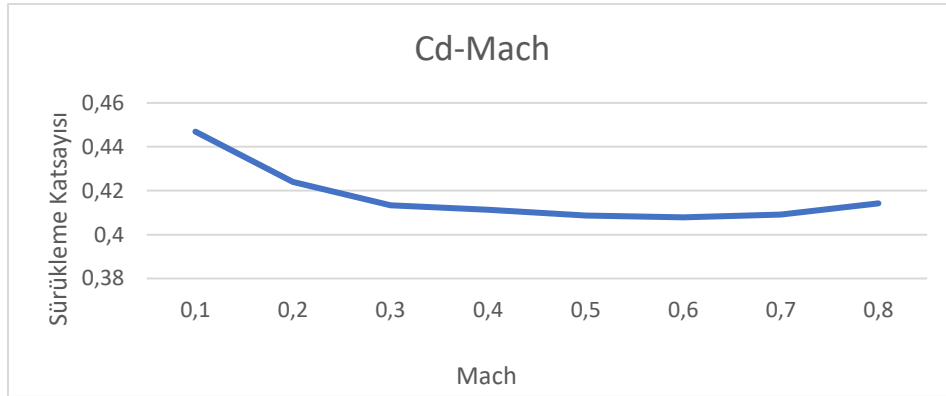
- Nodle sayısı :149214
- Element sayısı : 687882

Setup ayarına geçtiğimizde geçiş arağını ve akış ayrılmasını incelemek için türbülans modeli olan k-omega-SST seçilmiştir. Hava özelliklerini ideal gaz ve roketimizin azami hızının olduğu irtifadaki (736m) havanın yoğunluk ve viskozite değerleri girilecektir. Giriş sınırı koşulu olarak pressure far field seçilecektir ve roketimizin azami mach değeri olan 0.8 değeri girilecektir. Sonsuz alanda çalışmak için wall isimli sınır koşulu simetri olarak düzeltilmiştir. Referans değerleri sekmesinden roketimizin akışa dik olan en büyük kesit alanı 0.016100 m^2 ve roketimizin uzunluğu girilmiştir. Rapor sonuçlarını görmek için sürükleme katsayısı ve kuvveti eklenmiştir. Yaklaşık 150 iterasyon ile yakınsayarak çözüme ulaşılmıştır.

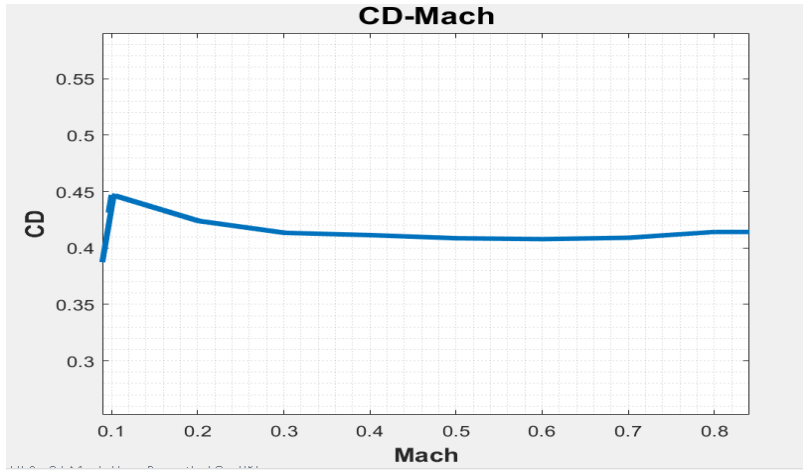


Şekil 6- Roketin Üzerinde Hava Akış Çizgilerin Yönleri ve Değerleri

Roketin ulaştığı mach sayılarına göre C_D değeri hesaplanmıştır ve “cd_mach_veri.xlsx” dosya adıyla Excel formatında çıktı elde edilmiştir. Excel grafiği ve benzetim içerisinde interpolasyon uygulanmış halinin grafiği oluşturulmuş, Şekil-7 ve Şekil-8 ’de verilmiştir.



Şekil 7- Cd-Mach Excel Grafiği



Şekil 8- Cd-Mach Uçuş Benzetimi Grafiği

Alınan çıktı MATLAB üzerinden “xlsread()” fonksiyonu ile aktarılıp değişkenler içine ataması yapılmıştır ve ara mach değerlerine ulaşabilmek için “interp1(x, v, xq)” MATLAB fonksiyonu ile interpolasyon uygulanmıştır. İnterpolasyon kod bloğu Şekil-9 ve Şekil-10 ‘da verilmiştir:

```
cd_mach=xlsread("cd_mach_veri.xlsx", 'A1:A10');
cd=xlsread("cd_mach_veri.xlsx", 'B1:B10');
```

Şekil 9- MATLAB Benzetimde CD Veri Seti Excel Veri Aktarım Kod Bloğu

```
cd_interp(i)=interp1(cd_mach,cd,mach(i-1)); % Excelden alınan CD değerinin interpolasyon işlemine tabii tutulması
```

Şekil 10- - MATLAB Benzetimde CD VERisine İnterpolasyon Uygulaması Kod Bloğu

Aerodinamik modelin girdileri “2-Atmosfer Modeli” başlığı altında elde edilen yoğunluk (ρ), “1-Kinematik ve Dinamik Denklemler” başlığı altında elde edilen hız değeri, roketin kesit alanı, sürüklenme katsayısı (C_D) ve eksenlerdeki aerodinamik kuvvetleri elde edebilmek için uçuş yolu açısı değeridir.

Modelde belirtilen girdiler ve çıktılar 0-0.81 mach değeri arasında elde edilen değerlerdir.

5- Benzetim Yapısı

Yapılan uçuş benzetiminde, Teknosfest 2022 Roket Yarışma Komitesi tarafından paylaşılan KTR Aşaması Uçuş Benzetimi ve Rapor Gereksinimleri dökümanına bağlı kalınarak; ateşleme noktası eksen takımına göre noktasal kütle/parçacık varsayımı yapılarak iki (2) serbestlik dereceli (Degree of Freedom / DoF) olarak gerçekleştirilmiştir. Dünya dönüşü benzetime dahil edilmemiş olup yer çekimi ivmesi sabit 9.801 m/s^2 kabul edilmiştir. Motor itki kuvveti, aerodinamik sürüklenme kuvveti benzetime dahil edilmiştir. Hücum açısı uçuş boyunca sıfır (0), taşıma (Lift) kuvveti ve rüzgar etkisi benzetime dahil edilmemiştir. Benzetim çözüm aralığı şartnamede belirtilen 0.01 saniye olarak belirlenmiştir.

Benzetimde kullanılan ivme denklemi değişken parametrelerden kaynaklı olarak dinamik bir denklemdir ve her iterasyon zamanında yeniden hesaplanmaktadır. Kinematik ve Dinamik Denklemler başlığı altında verilen hız ve konum kinematik denklemleri benzetimde, çözümlere sayısal yaklaşımları bulmak için kullanılan, sayısal entegrasyon olarak da bilinen Euler İntegrasyon Methodu kullanılarak döngü içerisinde çözdürülmüştür. Grafikler ve çıktılar bu çözüm yöntemi sonucunda elde edilmiştir. Her integrasyon adımında roketin yeni konumunu, hızını ve denklem içerisinde ki diğer parametrelerini hesaplar.

Genel Euler İntegrasyon Methodunun formülü (5.1) numaralı denklemde verilmiştir.

$$y(x_n) = y(x_{n-1}) + y'(x_{n-1}) \times h \quad (5.1)$$

- ☐ “n” indisli değerler hesaplanan değer.
- ☐ “n-1” indisli değerler bir önceki hesaplanan değer.
- ☐ “h”, iki hesaplanan değer arası adım boyutu.

Aerodinamik sürüklenme katsayısını hesaplamak için ANSYS Workbench’te Fluid Flow (Fluent) yazılımı kullanılmıştır. Uçuş benzetimi ve atmosfer modelinde istenen Hava yoğunluğu – deniz seviyesi yüksekliği (0 m – 10000 m), Ses hızı – deniz seviyesi yüksekliği (0 m – 10000 m) grafikleri MATLAB üzerinden kod ile çözülmüştür. İlgili kodlar aşağıda verilmiştir:

Benzetim Ana Kodu:

```
clc; clear all;
```

```
%M2020 MOTOR VERİ
```

```
motor_data = xlsread('m2020_v3.xlsx');  
thrust_time = motor_data(:,1);  
itki = motor_data(:,2);
```

```
% HAKEM MOTOR VERİ
```

```
% motor_data = xlsread('veri_itki_F_2022_w0T8e.xlsx');  
% thrust_time = motor_data(:,1);  
% itki = motor_data(:,2);
```

```
[thrust_time,itki] = MotorInterp(thrust_time,itki); % Interpolate the thrust  
curve (HAKEM VERİLERİ İLE YORUM SATIRINA ALINMALI!)
```

```
t1=length(thrust_time); % Burnout süresinin iterasyon uzunluğu
```

```
% HAKEM CD DEĞERLERİ- 0 ile 0.9 MACH ARASI DEĞERLERİN YAZILDIĞI EXCEL DOSYASI  
% CD_data = xlsread("Kitap1.xlsx");  
% cd_mach=CD_data(:,1);  
% cd=CD_data(:,2);
```

```
CD_data = xlsread("cd_mach_veri.xlsx");  
cd_mach=CD_data(:,1);  
cd=CD_data(:,2);
```

```
itki(1) =1  
itki(2) =1
```

```
time=0; % Başlangıç zamanı (sn)  
time_step=0.01; % Çözüm zaman adımı (sn)  
i=2; % İlk yineleme indisi  
tetha=85; % Başlangıç uçuş yolu açısı (Derece)  
g=9.801; % Dünya yerçekimi ivmesi (m/s^2)  
sea_level=980; % Benzetim raporunda belirtilen atış noktası rakımı  
(m)  
x_distance0=0; % X-ekseni başlangıç pozisyonu (m)  
z_distance0=0.00001; % Z-ekseni başlangıç pozisyonu (m)  
altitude=980;  
m_roket=27.396; % Roket toplam ağırlığı (kg)  
m_yakit=4.349 ;  
V=2; % Başlangıç bileşke hız (m/s)  
vx0=V*cosd(85); % Başlangıç X-ekseni hız (m/s)  
vz0=V*sind(85); % Başlangıç Z-ekseni hız (m/s)  
accx0=0; % Başlangıç X-ekseni ivme (m/s^2)  
accz0=-g; % Başlangıç Z-ekseni ivme (m/s^2)  
diameter = 0.139; % Roket çapı (m)  
A = pi*(diameter/2)^2; % Roket kesit alanı (m)  
ses_hizi = 3.36; % Başlangıç ses hızı (m/s)  
mach =0;  
atilan_kutle=0; % Atılan yakıt kütlesi  
Isp = 197.6; % Isp değeri (Caseron M2020 motoru)
```



```

%-----KİNEMATİK HIZ ve KONUM DENKLEMLERİ-----
    vx = vx0 + accx0*time_step; % Başlangıç bileşke
    hızın X-ekseni bileşeni (m/s) (kinematik =  $V = V_0 + acc*t$ )
    vz = vz0 + accz0*time_step; % Başlangıç bileşke
    hızın Z-ekseni bileşeni (m/s) (kinematik =  $V = V_0 + acc*t$ )
    x_distance = x_distance0 + (vx + vx0)*time(1)/2; % Konumun X-ekseni
    bileşeni (  $r = r_0 + (V + V_0)*t/2$  )
    z_distance = z_distance0 + (vz + vz0)*time(1)/2; % Konumun X-ekseni
    bileşeni (  $r = r_0 + (V + V_0)*t/2$  )

while z_distance < 2969.7 % Hakem Apogee :3804.3
    %Apogee noktası

    m(i) = m_roket - atılan_kutle(i-1); % Her bir iterasyon
    zamanında toplam roket kütlesi

    time(i) = time(i-1) + time_step;

    cd_interp(i)=interp1(cd_mach,cd,mach(i-1)); % Excelden alınan CD
    değerinin interpolasyon işlemine tabii tutulması

%-----İTKİ MODELİ-----
    if i > t1 %
                % Eğer burnout
    interpolasyon süresinden fazla olursa itki kuvveti 0 yapılır ve toplam kütle,
    % roketin ıslak kütlesinden
    yakıt kütlesi çıkarılır.
    itki(i)=0; %
    m(i) = m_roket - m_yakit;

end

    thrust_x(i) = itki(i)*cosd(tetha(i-1)); % X-ekseni itki kuvveti(N)
    thrust_z(i) = itki(i)*sind(tetha(i-1)); % Z-ekseni itki kuvveti(N)

    dt(i) = time(i) - time(i-1);

    atılan_debi(i) = itki(i)/(Isp*g); % Her bir iterasyon zamanında
    atılan yakıt kütle debisi (Kg/s)
    atılan_kutle(i) = atılan_debi(i)*time_step; % Her bir iterasyon zamanında
    atılan yakıt kütlesi (Kg)
%-----ATMOSFER MODELİ-----

    T(i) = 288.16-0.0065*altitude(i-1); % Standart Atmosfer Modeline
    göre sıcaklık denklemi (K)
    P(i) = 101.29*(T(i)/288.08).^5.256; % Standart Atmosfer Modeline
    göre basınç denklemi(Pa)
    rho(i) = P(i)/(.2869*T(i)); % Standart Atmosfer Modeline
    göre basınçyoğunluk denklemi(Kg/m^3)
    ses_hizi(i) = sqrt(1.4*287*T(i)); % Ses Hızı denklemi

%-----AERODİNAMİK MODELİ-----

    dinamik_basinc(i)=0.5*rho(i)*(V(i-1)^2);

```

```

    Fd(i) = dinamik_basinc(i)*cd_interp(i)*A;
    Fd_x(i) = Fd(i)*cosd(tetha(i-1));
    Fd_z(i) = Fd(i)*sind(tetha(i-1));

    accx(i) = (thrust_x(i) - Fd_x(i))/m(i);    % X-ekseni dinamik ivme denklemi (F
= m*a)

    accz(i) = (thrust_z(i) - Fd_z(i))/m(i)-g; % Z-ekseni dinamik ivme denklemi (F
= m*a)

    acc(i)= sqrt(accx(i)^2 + accz(i)^2);

    vx(i) = vx(i-1) + accx(i)*dt(i); % Kinematik X-ekseni Hız denkleminin euler
integrasyon yöntemi ile çözümü (m/s)

    vz(i) = vz(i-1) + accz(i)*dt(i); % Kinematik Z-ekseni Hız denkleminin euler
integrasyon yöntemi ile çözümü (m/s)

    V(i) = sqrt(vx(i)^2 + vz(i)^2);

    mach(i) = V(i)/ses_hizi(i);    % Mach sayısı denklemi

    x_distance(i) = x_distance(i-1) + vx(i)*dt(i); % X-eksenindeki pozisyonu
(euler integrasyon) (m)
    z_distance(i) = z_distance(i-1) + vz(i)*dt(i); % Z-eksenindeki pozisyonu
(euler integrasyon) (m)

    z_distance(z_distance < 0) = 0;    % Z-ekseni pozisyonu negatif
değer alırsa 0'a eşitler.
    altitude(i) = z_distance(i-1) + sea_level;    % Deniz seviyesine göre Z-
eksenindeki pozisyonu (m)

    tetha(i) = atand(vz(i)/vx(i-1));    % Uçuş yolu açısı denklemi
i=i+1;

end
apogee=max(z_distance)    % Apogee (Tepe noktası)
apogee_velocity=min(V)    % Tepe noktası bileşke hız
time_indice = find(apogee==z_distance)    % Tepe noktası zamanı
apogee_time = time(time_indice)    % Kinematik X-ekseni Hız denkleminin
euler integrasyon yöntemi ile çözümü (m/s)
% last_flightTime = time(i-1)
% last_positionX = x_distance(i-1)    % Son X-ekseni pozisyon
% last_positionZ = z_distance(i-1)    % Son Z-ekseni pozisyon
atilan_yakit_kutlesi = sum(atilan_kutle)    % Atılan
toplam yakıt kütlesi
apogee_mach=mach(time_indice) % Maksimum mach değeri
max_mach=max(mach)
%----- PLOT-----
figure
plot(x_distance,z_distance,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Menzil ([m]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('İrtifa [m]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Yörünge Grafiği','FontSize',16,'FontWeight','bold');

```

```

grid minor;
figure
plot(time,vz,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Zaman [s]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Dikey Hız [m/s]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Dikey Hız-Zaman','FontSize',16,'FontWeight','bold');
grid minor;
figure
plot(time,mach,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Zaman','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Mach','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Mach-Zaman','FontSize',16,'FontWeight','bold');
grid minor;
figure
plot(time,dinamik_basinc,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Zaman','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Dinamik Basınç','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Dinamik Basınç-Zaman','FontSize',16,'FontWeight','bold');
grid minor;
figure
plot(time,atılan_kutle,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Time [s]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Atılan Kütle [Kg]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Atılan Kütle - Time','FontSize',16,'FontWeight','bold');
grid minor;
%
%
figure
plot(time,tetha,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Time','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Teta','FontSize',13,'FontWeight','bold');

title('Flight Path Angle','FontSize',16,'FontWeight','bold');

```

Yoğunluk-İrtifa ve Ses Hızı-İrtifa grafiklerinin çıkarılmasında kullanılan kod bloğu:

```
%-----Atmosfer Modeli 0-10000 metre arası grafik -----
```

```

for i=1:1:10000
    T(i) = 288.16-0.0065*i;
    P(i) = 101.29*(T(i)/288.08).^5.256;
    rho(i) = P(i)/(.2869*T(i));
    ses_hizi(i) = sqrt(1.4*287*T(i));

    irtifa(i)=i;

end

```

```

figure
plot(irtifa,ses_hizi,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Time [s]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Ses Hızı [m/s]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Ses Hızı - İrtifa','FontSize',16,'FontWeight','bold');
grid minor;

figure
plot(irtifa,rho,'LineWidth', 3);
hold on;
yl=ylim;
xlabel('Time [s]','FontSize',13,'FontWeight','bold');
ylabel('Yoğunluk','FontSize',13,'FontWeight','bold');
title('Yoğunluk - İrtifa','FontSize',16,'FontWeight','bold');
grid minor;

```

6- Benzetim Doğrulaması

Tablo 1-Doğrulama Çalışması Başlangıç Koşul Değerleri

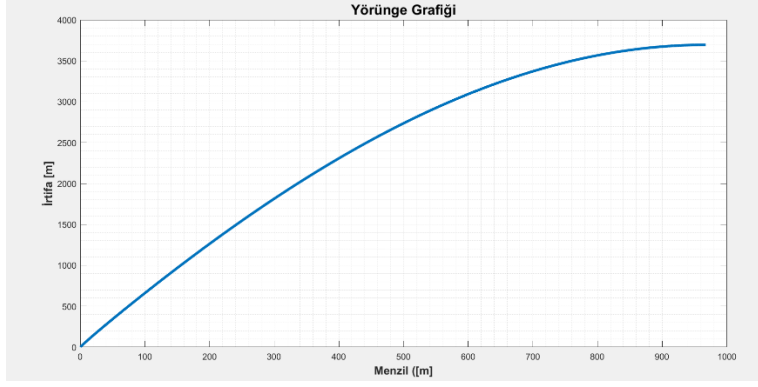
	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85

Tablo 2- Doğrulama Çalışması Diğer Verileri

	Değer
Başlangıç Kütlesi [kg]	25
Atış Noktası Rakımı [m]	980
Başlangıç Yakıt Kütlesi [kg]	4.659
Özgül İtki (Isp) [s]	209.5
İtki Profili Dosyası	“veri_itki_F_2022.xlsx”
Aerodinamik Veri Seti Dosyası	“veri_aero_Cd_2022.xlsx”
Roket Çapı [m]	0.14

Tablo 3-Doğrulama Çalışması Çıktı Tablosu,

	Değer
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.8981
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[-, 3804.3, -]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	1.8
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.07
Tepe Noktası Zamanı [s]	27.74



Şekil 11- Doğrulama Çalışması Yörünge Grafiği

7- Benzetim Sonuçları

Tablo 4- Başlangıç Koşulları

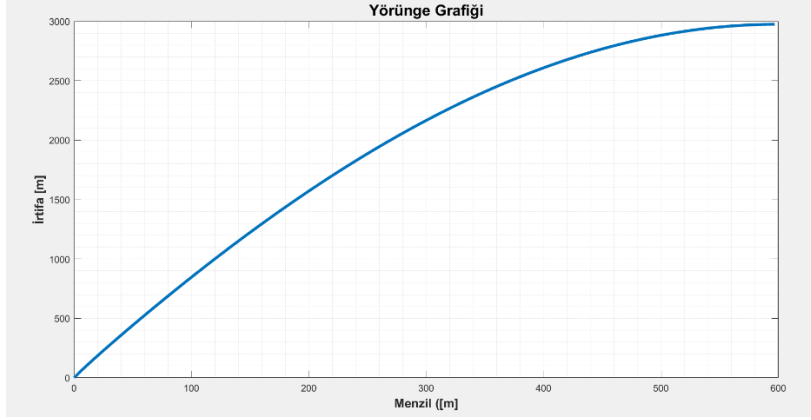
	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85
Başlangıç Kütlesi [kg]	Roket kütlesi
Atış Noktası Rakımı [m]	980

Çıktılar:

	OpenRocket Değeri (a)	Benzetim Değeri (b)	Yüzdece Fark (b-a)/a*100
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.8074	0.7595	(-6.25) – Yüzdece farkın sebebi, uçuş yolu açısındaki hata oranı ve dolaylı olarak hız hesabındaki hata oranı Openrocket’den daha fazla olmasından kaynaklı olmasıdır.
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[-, 3078.8, -]	[-, 2969.7, -]	[-, -3.54, -] – Yüzdece farkın sebebi, OpenRocket’te yerçekimi ivmesinin yapılan benzetimden farklı alınması.

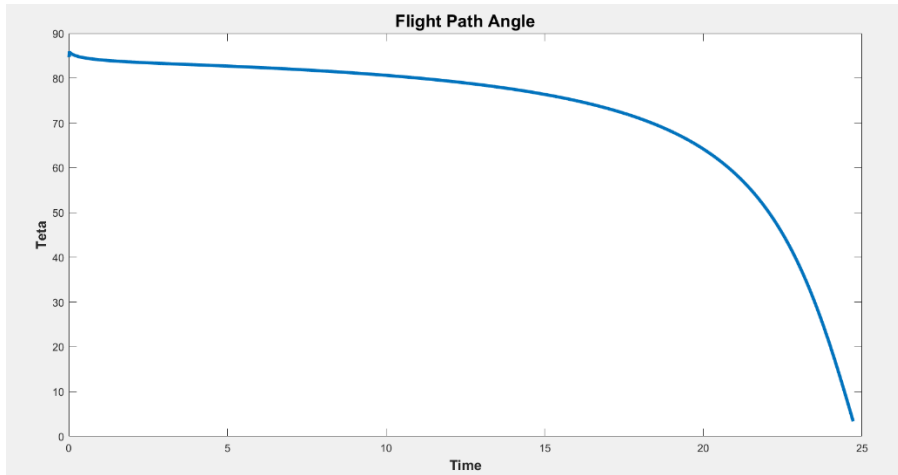
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	18.19	1.9	(-89.55) - – Yüzdece farkın sebebi, uçuş yolu açısındaki hata oranı ve ve Openrocket simülasyonunda rüzgar hızı dahil edilmesidir.
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.01	0.07	(-600) – Yüzdece farkın sebebi, hız hesaplamalarında oluşan hataların direkt olarak mach sayısını da etkilemesidir.
Tepe Noktası Zamanı [s]	25.021	24.72	-1.19- Yüzdece farkın sebebi, OpenRocket'te yerçekimi ivmesinin yapılan benzetimden farklı alınması ile oluşan tepe noktası pozisyonundan oluşan hatadan dolayıdır.

- Yörünge Grafiği



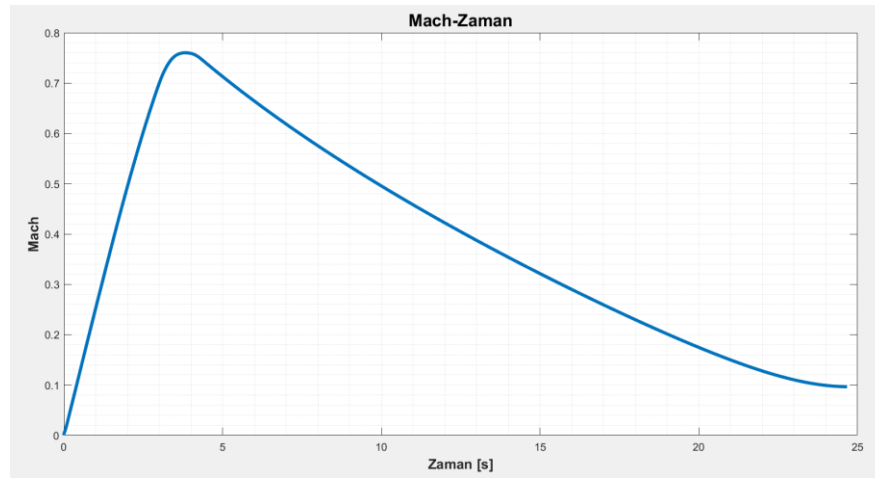
Şekil 12- Benzetim Yörünge Grafiği

- Uçuş yolu açısı- Zaman Grafiği



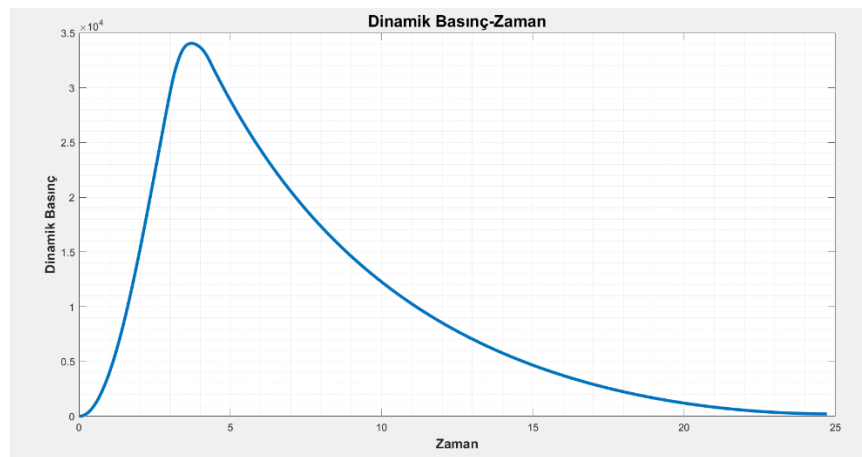
Şekil 13- Uçuş yolu açısı- Zaman Grafiği

- Mach-Zaman Grafiği
 - Maksimum mach yüksekliği : 582.3088m



Şekil 14- Mach-Zaman Grafiği

- Dinamik basınç-Zaman Grafiği



Şekil 15- Dinamik Basınç-Zaman Grafiği Maksimum dinamik basınç yüksekliği : 544.7243

Maksimum dinamik basıncın roket için önemi nedir?

Dinamik basınç, hem yoğunluğun yerel değerine hem de akışın veya roketin hızına bağlıdır ve maksimum olduğu nokta roketin yapım aşamasında büyük önem taşır.

$q = \text{dinamik basınç}$

$d = \text{atmosfer yoğunluğu}$

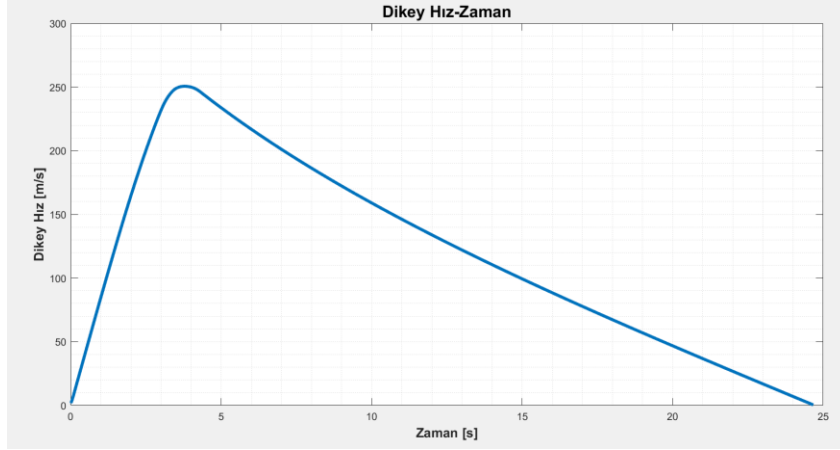
$v = \text{roketin hızı}$

Roket fırlatma rampasında fırlatılmayı beklerken hız ve hızdan etkilenecek değişen dinamik basınç sıfırdır. Yoğunluk olan d değeri ise maksimumdur. Roket fırlatıldıktan sonra hız artarken havanın yoğunluğu da yükseklik ile karmaşık bir şekilde azalır. Ardından, azalan yoğunluk nedeniyle hız ile artmış olan dinamik basınç azalmaya

başlar.

Dinamik basıncın maksimum olduğu q_{max} değeri roket için önemli bir tasarım kısıtlamasıdır çünkü roketin üzerine en fazla basıncı oluşturacak seviyeye gelinmiştir ve bu seviye aracın tasarımı ve aracın dayanıklılığının belirlenmesi için kullanılır.

- Dikey tırmanma hızı- zaman grafiği



Şekil 16- Dikey Tırmanma Hızı-Zaman Grafiği