



# LAGARİ THRUST ROKET TAKIMI

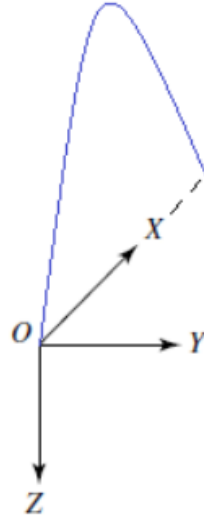
UÇUŞ BENZETİM RAPORU

## İÇİNDEKİLER

Giriş.....	2
Kinematik ve Dinamik Denklemler.....	3
İvme Denklemleri.....	3
Hız Denklemleri.....	4
Konum Denklemleri.....	4
Uçuş Yolu Açısı Hesabı Denklemleri.....	5
Atmosfer Modeli.....	5
Motor Modeli.....	7
Aerodinamik Model.....	9
Benzetim Yapısı.....	10
Referanslar.....	15

## GİRİŞ

Kritik Tasarım Raporu aşamasında yapılan uçuş benzetiminde kinematik ve dinamik denklemleri içeren yörünge benzetimi yapılmaktadır. Benzetim esnasında kullanılacak eksen takımı ve örnek yörünge çizimi aşağıda verildiği şekildedir.



**Resim.1 Eksen takımı ve örnek yörünge**

Benzetim esnasında varsayım durumları mevcuttur. Bunlardan ilki roket için kütleli/parçacık varsayımı yapılacaktır. Bu duruma göre roketin X ve Z eksenlerindeki yanal alanı birbirine eşit olmaktadır. Y ekseninde herhangi bir hareket olmadığı için parçacık üzerinde momentum etkisi yaşanmayacaktır. ÖTR aşamasında hazırlanan benzetime kıyasla farkın olduğu yer motor itki kuvvetinin ve aerodinamik sürüklenme kuvvetinin benzetime dahil edilmesidir. Benzetim esnasında orta irtifa kategori için belirlenen M2020 motoruna ait itki verileri kullanılmıştır. Parçacığın hücum açısı değeri sıfır kabul edilerek uçuş yolu açısına bağlı şekilde X ve Z eksenlerinde itki bileşenleri bulunmaktadır. Ek olarak uçuş esnasında hava yoğunluğu değerinde yaşanacak değişimler benzetimde göz önünde bulundurulacaktır.

**KİNEMATİK VE DİNAMİK DENKLEMLER**

Kinematik ve dinamik denklemler hazırlanırken parçacığın sahip olduğu itki ve sürüklenme kuvvetleri hesaba katılmalıdır. X ve Z eksenlerine etki eden kuvvetlerin bileşkesi parçacık üzerinde bulunmaktadır. X eksenine etki edecek kuvvetler oluşan itkinin uçuş yolu açısının kosinüs değeriyle sürüklenme kuvvetinin kosinüs değerinin bileşkesidir. Aşağıda verilen formülde T ile belirtilen değer itki kuvvetini gösterirken D ile belirtilen değer sürüklenme kuvvetini gösterir.

$$F_x = T * \cos(\theta) - D * \cos(\theta)$$

Z eksenine etki edecek kuvvetler ise oluşan itkinin uçuş yolu açısının sinüs değeri, sürüklenme kuvvetinin sinüs değeri ve parçacık üstüne etki eden yerçekimi kuvvetidir. Aşağıda verilen formülde T ile belirtilen değer itki kuvvetini, D ile belirtilen değer sürüklenme kuvvetini ve g ile belirtilen değer yerçekimi ivmesini gösterir. M ise roketin anlık ağırlığıdır. Z ekseninin pozitif yönünün aşağıya doğru olduğu göz önünde bulundurulmuştur.

$$F_z = -T * \sin(\theta) + D * \cos(\theta) + M * g$$

**İvme Denklemleri:** İvme hesaplamasında eksenler üzerinde etki eden kuvvetler ve kütle değerleri kullanılmıştır. Bunun için kullanılan kütle değerinin uçuş esnasında azaldığı hesaba katılmıştır. Toplam kütle yakıtın ve yakıt dışında kalan malzemelerin ağırlıkları toplamına eşittir. Buna göre aşağıda bulunan formülasyon kullanılmaktadır.

$$M_{toplam} = M_{yakt} + M_{roket}$$

Kuvvetin kütle ve ivme çarpımıyla elde edilmesiyle ivme denklemleri oluşturulmuş olur.

$$a_x = \frac{T * \cos(\theta) - D * \cos(\theta)}{M_{yakt} + M_{roket}}$$

$$a_z = \frac{-T * \sin(\theta) + D * \cos(\theta) + M * g}{M_{yakt} + M_{roket}}$$

**Hız Denklemleri:** Hız denklemleri ivme denklemlerinin integralinin alınması ile oluşturulur. Bunun için kullanılacak formüller aşağıda bulunmaktadır.

$$\int a_x \cdot dt = V_x \quad \int a_y \cdot dt = V_y$$

Verilen formüller ile başlangıç hız değerleri kullanılarak hız denklemi ortaya çıkarılmaktadır. Bu hesaplamayı raporunda devamında kullandığımız Simulink modelinde görebilirsiniz. Kullanılan başlangıç değeri tablosu aşağıda bulunmaktadır.

	Değer
Pozisyon [m]	[0, 0, 0]
Hız (bileşke) [m/s]	2
Uçuş Yolu Açısı [derece]	85

**Resim.2 Başlangıç koşul değerleri**

$$V_x(t = 0) = v * \cos(85) = 2 * \cos(85) = 0.1743 \text{ m/s}$$

$$V_z(t = 0) = -v * \sin(85) = -2 * \sin(85) = -1.9924 \text{ m/s}$$

**Konum Denklemleri:** Konum denklemleri hız denklemlerini integralinin alınmasıyla elde edilir. Dolaylı olarak 2 defa ivme denkleminin integralinin alınması aynı değeri vermektedir. Aşağıda konum denklemlerini elde etme formülünü ve başlangıç değer atamalarını görebilirsiniz.

$$\int V_x \cdot dt = L_x \quad \int V_y \cdot dt = L_y$$

$$L_x(t = 0) = 0 \text{ m} \quad L_z(t = 0) = 0 \text{ m}$$

**Uçuş Yolu Açısı Hesabı Denklemi:** Uçuş yolu açısını hesaplayabilmek için parçacığın bulunduğu anda X ve Z eksenlerindeki hız bileşenlerini bilmek gerekir. Parçacığın uçuş süresince X ekseninde sahip olduğu hız değeri her zaman pozitif işarete sahiptir. Z ekseninde yukarı yönün negatif işarete sahip olması sebebiyle açı hesabında bu durum göz önünde bulundurulur.

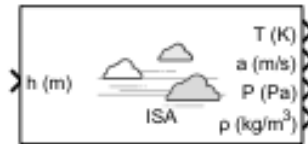
Bu değerlere göre uçuş geometrisi üzerinden aşağıdaki denklem ortaya çıkar.

$$\tan(\theta) = \frac{-V_z}{V_x}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{-V_z}{V_x}\right)$$

### ATMOSFER MODELİ

Atmosfer modeli hesaplamasında Simulink programında bulunan Atmosfer Modeli eklenti kullanılmıştır. Aşağıda görüntüsü bulunan eklentide girdi olarak irtifa verisinin verilmesi sonucunda çıktı olarak Kelvin biriminde sıcaklık, ses hızı, basınç ve havanın yoğunluğu değerleri elde edilmektedir.



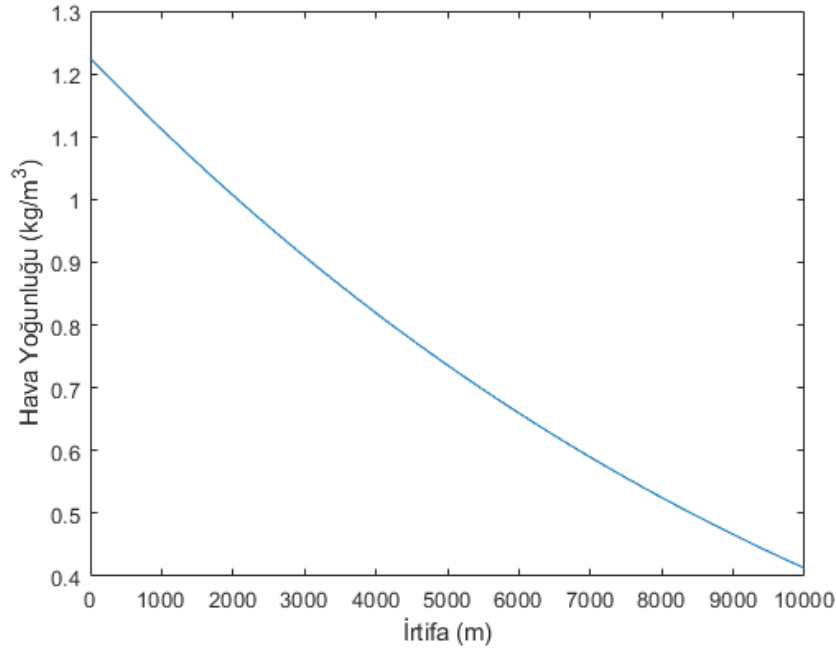
**Resim.3 Atmosfer modeli**

İçerisinde bulunan irtifaya bağlı değer hesaplaması formüllerini aşağıda bulunan arayüz üzerinde özelleştirebiliriz. Raporun devamında parçacığın 980 metre irtifada atışı gerçekleşeceği için Lowest Altitude değerinde düzenleme yapılmıştır.

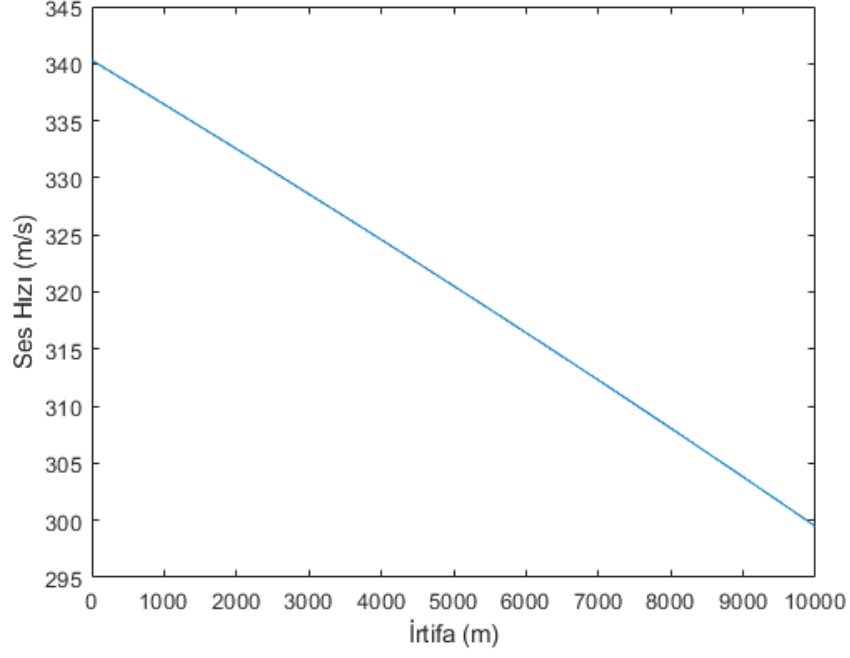
Acceleration due to gravity (m/s <sup>2</sup> ):	9.80665
Ratio of specific heats:	1.4
Characteristic gas constant (J/Kg/K):	287.0531
Lapse rate (K/m):	0.0065
Height of troposphere (m):	11000
Height of tropopause (m):	20000
Air density at mean sea level (Kg/m <sup>3</sup> ):	1.225
Ambient pressure at mean sea level (N/m <sup>2</sup> ):	101325
Ambient temperature at mean sea level (K):	288.15
Lowest altitude (m):	0

**Resim.4 Atmosfer modeli ayarları**

0 ile 10000 metre irtifa arasında elde edilen hava yoğunluğu ve ses hızı grafikleri aşağıda bulunmaktadır.



**Resim.5 Hava yoğunluğu değişimi**



**Resim.6 Ses hızı değişimi**

### **MOTOR MODELİ**

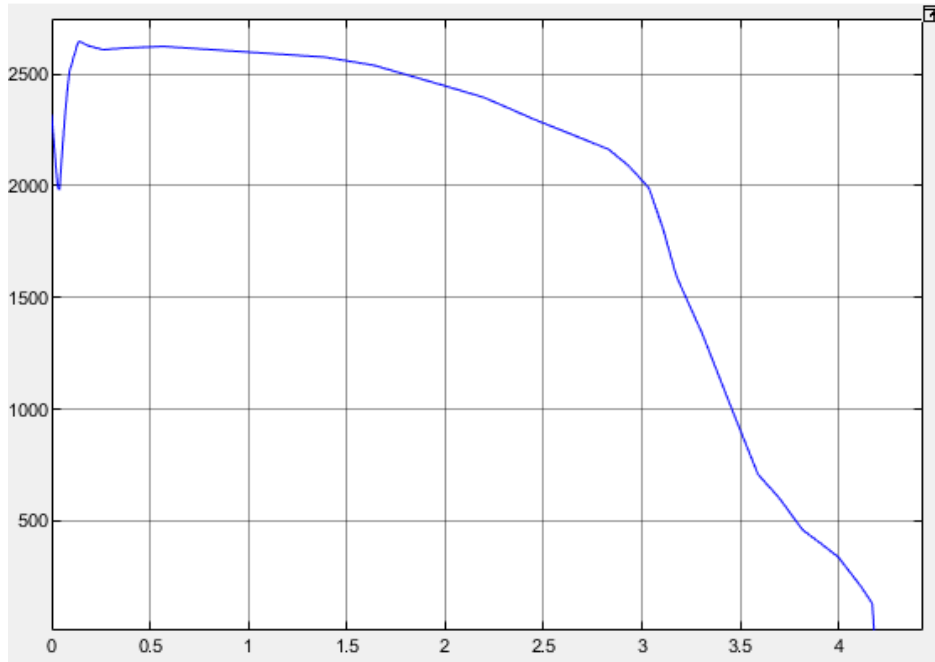
Parçacık üzerinde oluşacak kaldırma kuvveti kullanılan motora ait zamana bağlı itki verisiyle elde edilecektir. Bunun için orta irtifa kategorisinde kullanılan M2020 motorunun verileri kullanılmıştır. Aşağıda bulunan tabloda motora ait bilgileri görebilirsiniz.



Brandname	Pro75 8429M2020-P	Manufacturer	Cesaroni Technology
Man. Designation	8429M2020-P	CAR Designation	8429-M2020-P
Test Date	4/18/2010		
Single-Use/Reload/Hybrid	Reloadable	Motor Dimensions mm	75.00 x 893.00 mm (2.95 x 35.12 in)
Loaded Weight	7031.8 g	Total Impulse	8429.4 Ns (1895.0 lb.s)
Propellant Weight	4349 g	Maximum Thrust	2680.4 N (602.6 lb)
Burnout Weight	2527.3 g	Avg Thrust	2021.9 N (454.4 lb)
Delays Tested	plugged	ISP	197.6 s
Samples per second	1000	Burntime	4.17 s
Notes	64.6% M		

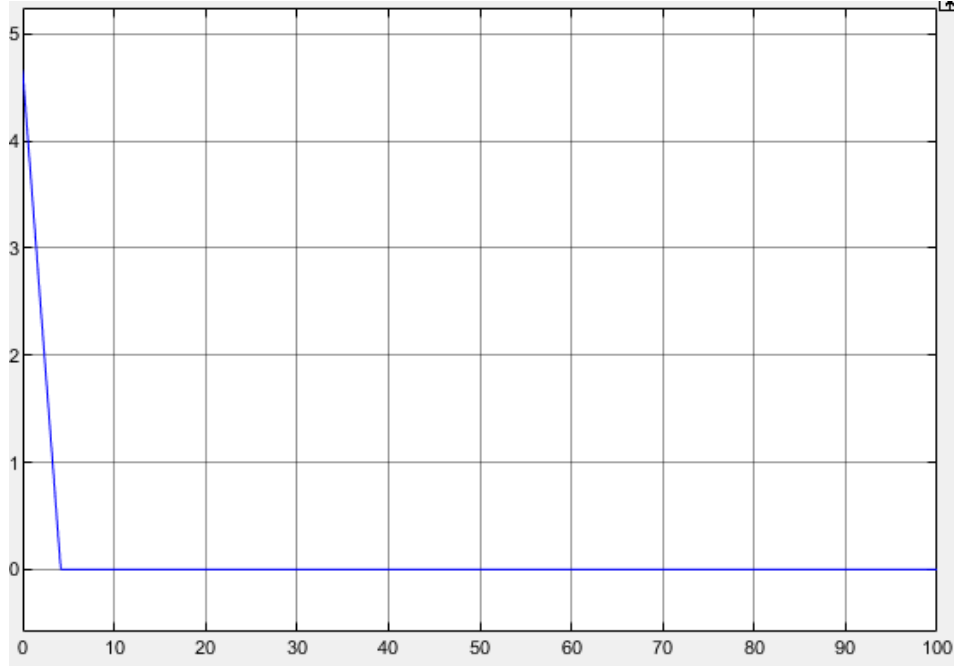
**Resim.7 M2020 motor değerleri**

Elde edilecek itki grafiğinde noktasal değerler kullanılmıştır. Yakıtın yanma süresi göz önüne alınarak kütle değişimi sınırlandırılmıştır.



**Resim.7 Zamana bağlı itki kuvveti**

Yakıtın zamana bağlı olarak kütle atımı her zaman aralığında farklı bir değere sahiptir. Tabloda verilen yakıt yanma süresi ve özgül itki değerleri kullanılarak elde edilen grafik aşağıda verildiği şekildedir.



**Resim.8 Kütle atımı grafiği**

### **AERODİNAMİK MODEL**

Aerodinamik modelde istenilen sürükleme katsayısı değerini hesaplarken drag kuvveti kullanılmıştır. Aşağıda verilen formülasyon üzerinden hesaplama yapılmıştır.

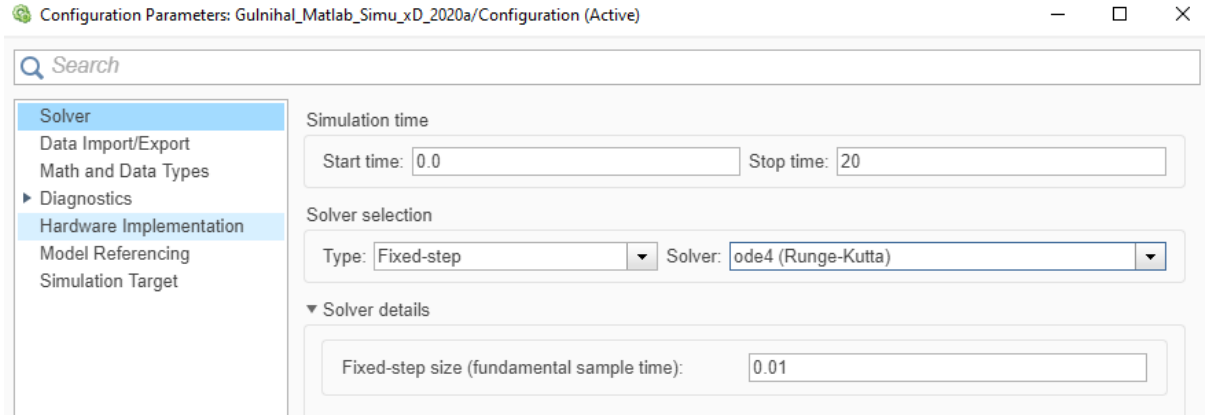
$$F_D = \frac{1}{2} * \rho * V^2 * A * C_d$$

Drag kuvveti ise kuvvet eşitliğinden çıkarılmıştır. M kütleyi belli ederken a ivme değerini vermektedir. T ise thrust değeridir.

$$M * a = T - F_D$$

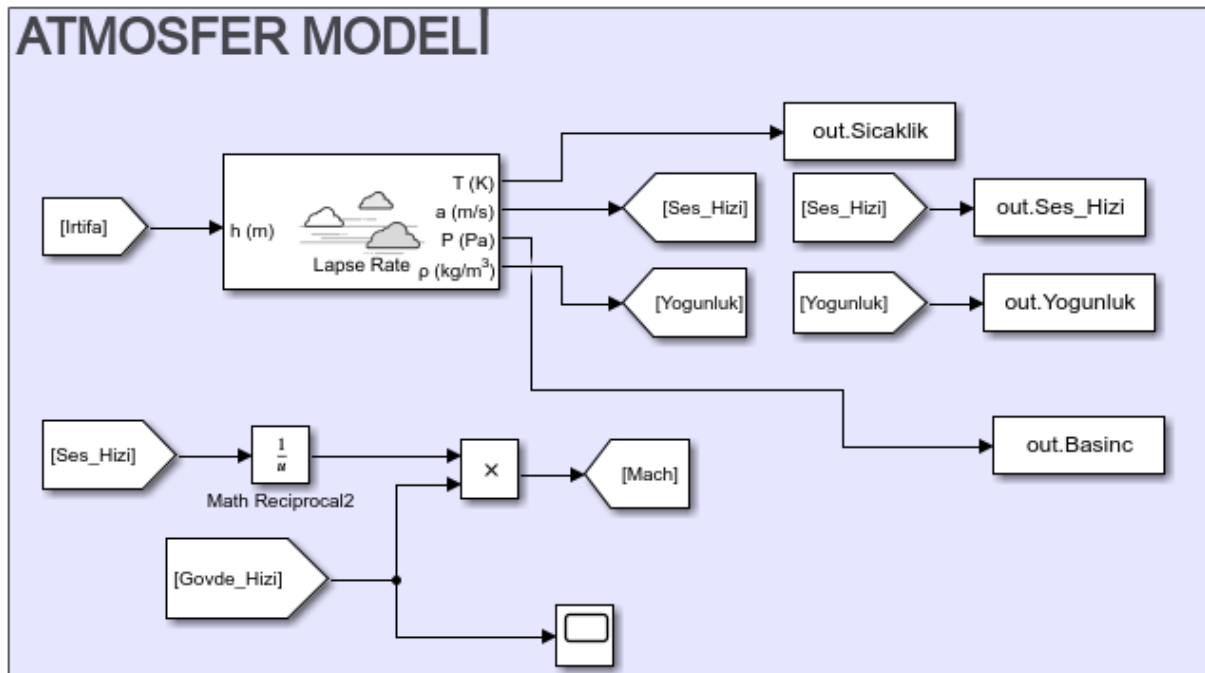
## **BENZETİM YAPISI**

Benzetim Simulink modeli üzerinden çözülmüştür. Yukarıda detayları verilen her denklem ve modelleme Simulink ortamına aktarılmıştır. Modeli çözmek için yapılan ayarlar aşağıda verilmiştir. Nümerik çözüm yöntemi olarak Runge-Kutta metodu seçilirken zaman adımı 0.01 olarak ayarlanmıştır.



**Resim.9 Simulink konfigürasyon ayarları**

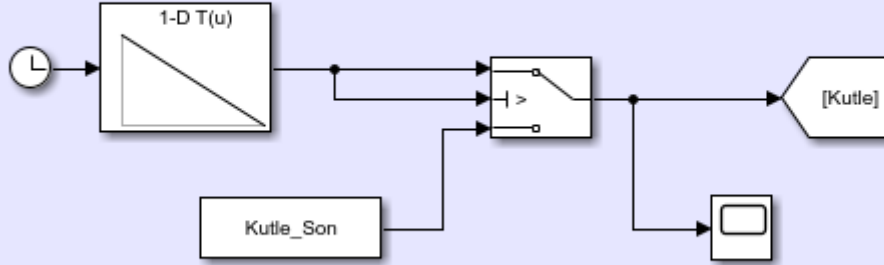
Simulink içerisinde yukarıda verilen modellemeler için oluşturulan yapılar aşağıda verilmiştir.



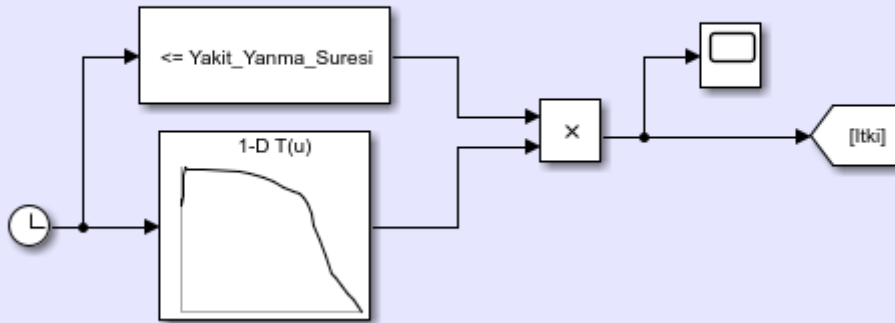
**Resim.10 Atmosfer modeli**

## MOTOR MODELİ

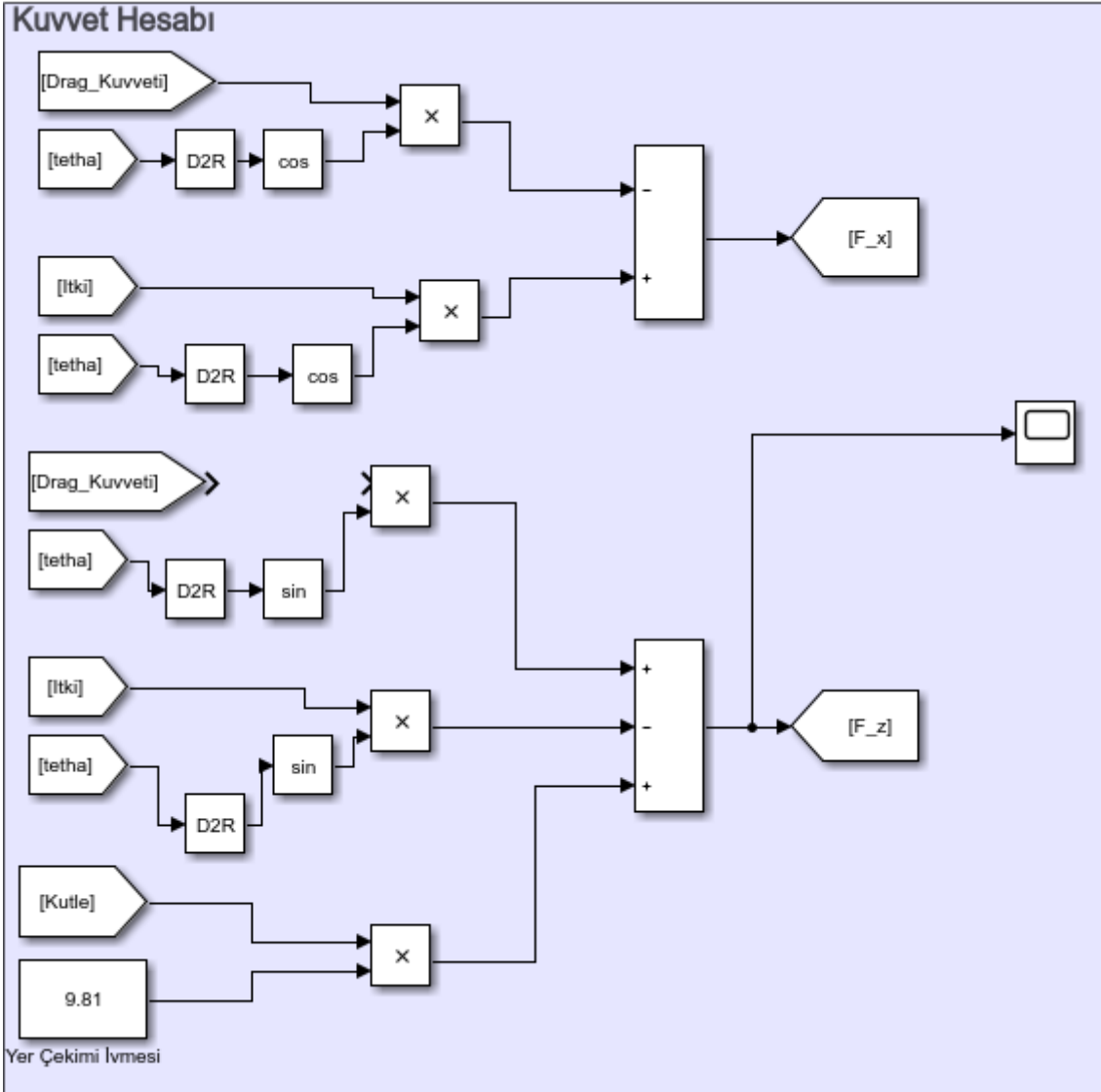
### Kütle Katsayısı Hesabı



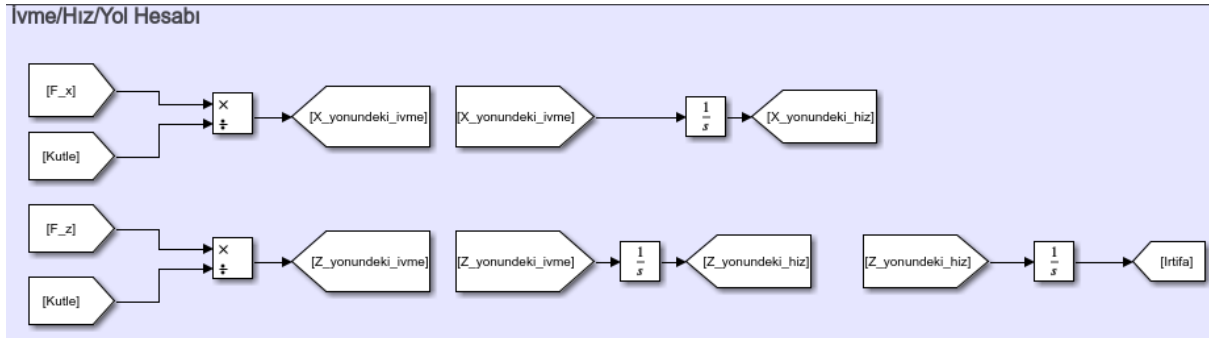
### İtki Hesabı



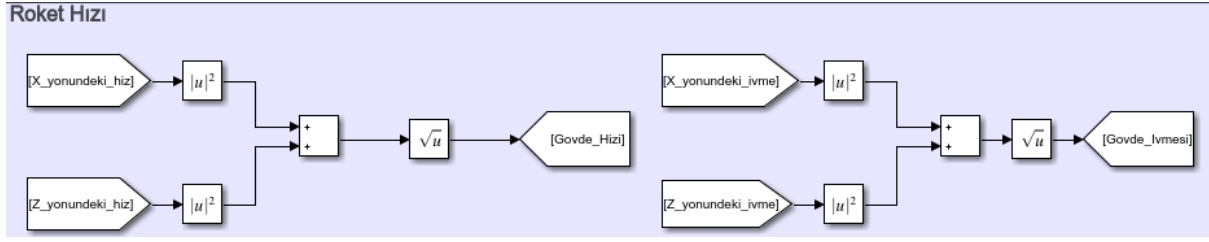
Resim.11 Motor modeli



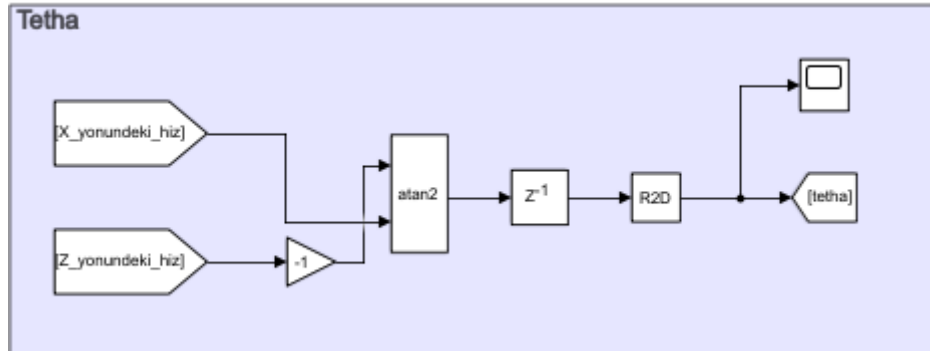
Resim.12 Kuvvet hesabı



Resim.13 İvme-hız-konum hesabı

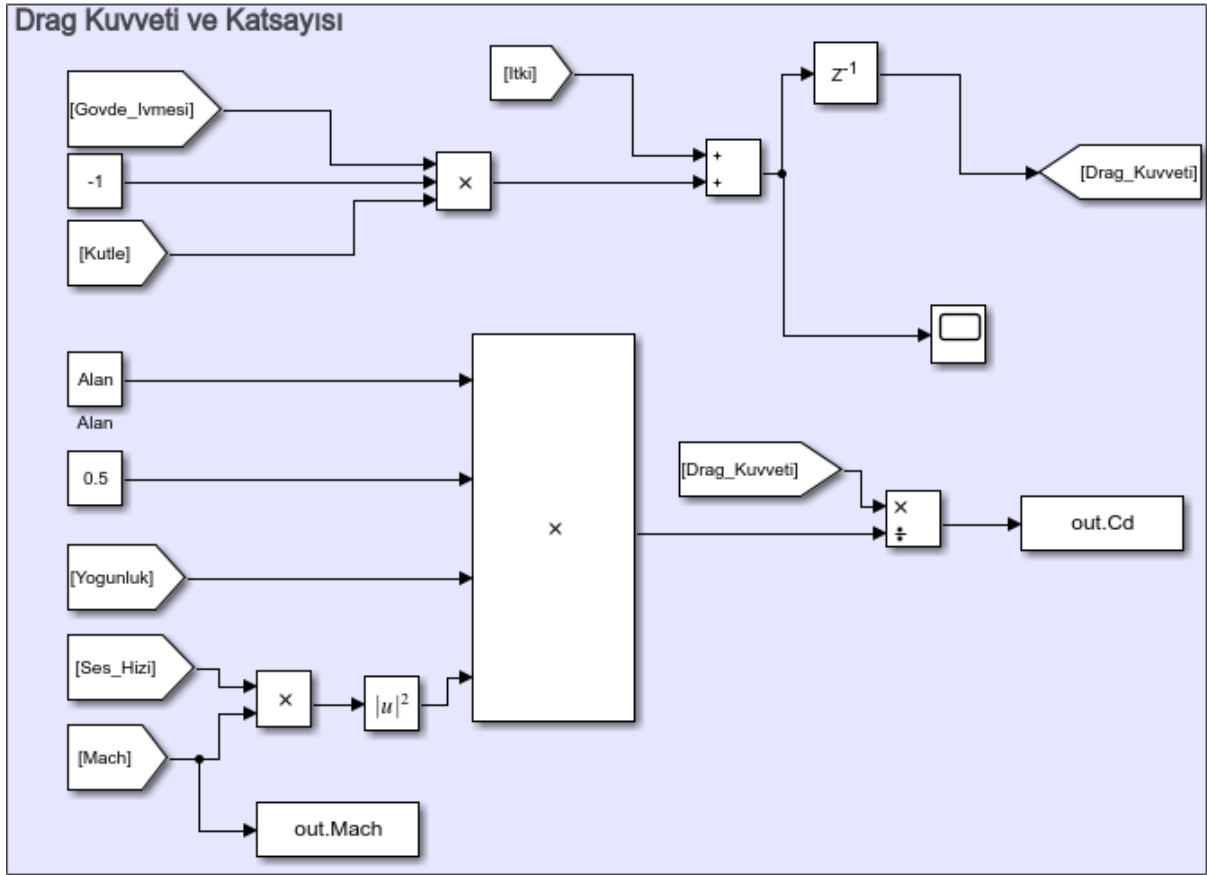


**Resim.14 Roket hızı hesabı**



**Resim.15 Uçuş yolu açısı hesabı**

## AERODİNAMİK MODEL



Resim.16 Aerodinamik model

## **REFERANSLAR**

- Aro, H. O., Oshoku, C. A., Olaniyi, B., Hamed, J. & Ojo, A. (2014). 3DOF Flight Trajectory Simulation of a Single Stage Sounding Rocket. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 5(11), 676-683.
- Siouris, G. M. (2004). *Missile Guidance and Control Systems*. Springer-Verlag.