

ERYURT ROKET TAKIMI
UÇUŞ BENZETİM RAPORU
ORTA İRTİFA
2022

İçindekiler

Kinematik ve Dinamik Denklemler	1
Atmosfer Modeli	1
Motor Modeli	3
Aerodinamik Model	5
Benzetim Yapısı	6
Benzetimin Doğrulanması	8
Benzetim Sonuçları	9
Referanslar	13

Kinematik ve Dinamik Denklemler

- İvme Denklemleri:

$$\sum F_X = m * a_X; (F_{itki} * \cos(\theta) - 0.5 * p * V^2 * A * C_d * \cos(\theta)) / m = a_X$$

$$\sum F_Z = m * a_Z; (- F_{itki} * \sin(\theta) + 0.5 * p * V^2 * A * C_d * \sin(\theta) + m * g) / m = a_Z$$

- Hız Denklemleri:

$$V_X = \int ((F_{itki} * \cos(\theta) - 0.5 * p * V^2 * A * C_d * \cos(\theta)) / m) dt$$

$$V_{X(0)} = 2 * \cos(85)$$

$$V_Z = \int ((- F_{itki} * \sin(\theta) + 0.5 * p * V^2 * A * C_d * \sin(\theta) + m * g) / m) dt$$

$$V_{Z(0)} = 2 * \sin(85)$$

- Konum Denklemleri:

$$X = \int (\int ((F_{itki} * \cos(\theta) - 0.5 * p * V^2 * A * C_d * \cos(\theta)) / m) dt) dt$$

$$Z = \int (((- F_{itki} * \sin(\theta) + 0.5 * p * V^2 * A * C_d * \sin(\theta) + m * g) / m) dt) dt$$

- Uçuş Yolu Açısı: [1]

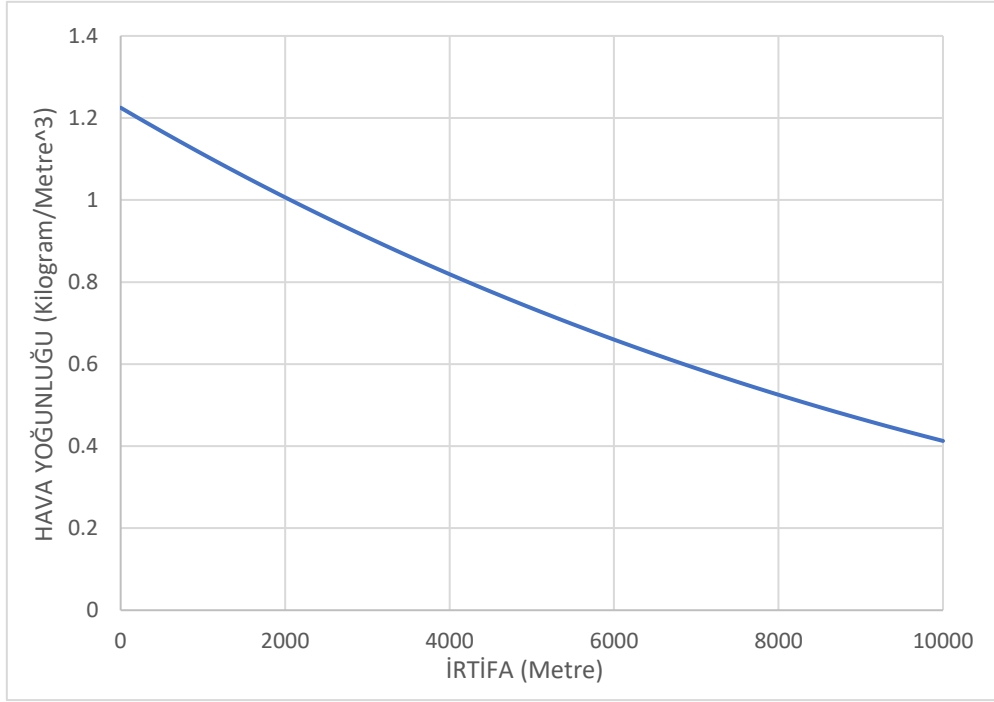
$$\tan(\theta) = -V_Z / V_X$$

$$\theta = \arctan (-V_Z / V_X)$$

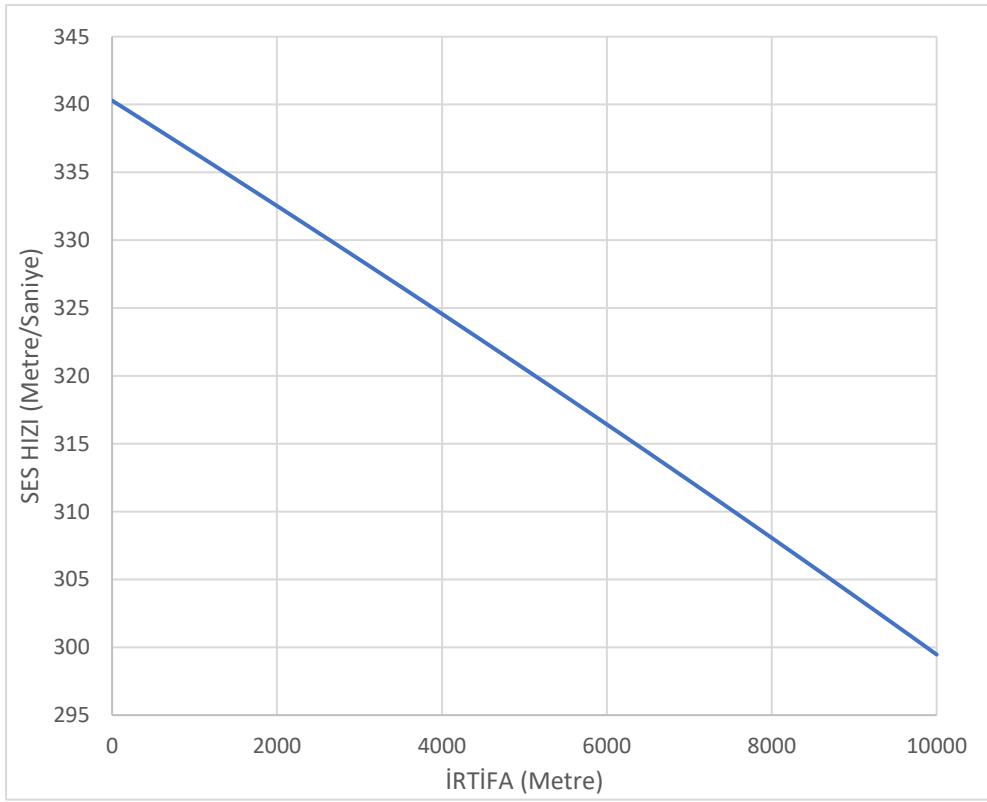
Atmosfer Modeli

Atmosfer modeli olarak MATLAB/Simulink'in hazır kütüphanesinde bulunan Coesa atmosfer modeli kullanılmıştır. Coesa atmosfer modeli deniz seviyesinden 0 km ile 85 km yükseklikleri arasında bulunan çeşitli yükseklikler için ortalama basınç, sıcaklık, hava yoğunluğu ve ses hızını hesaplamaktadır. [2]

- İrtifa – Hava Yoğunluğu Grafiği

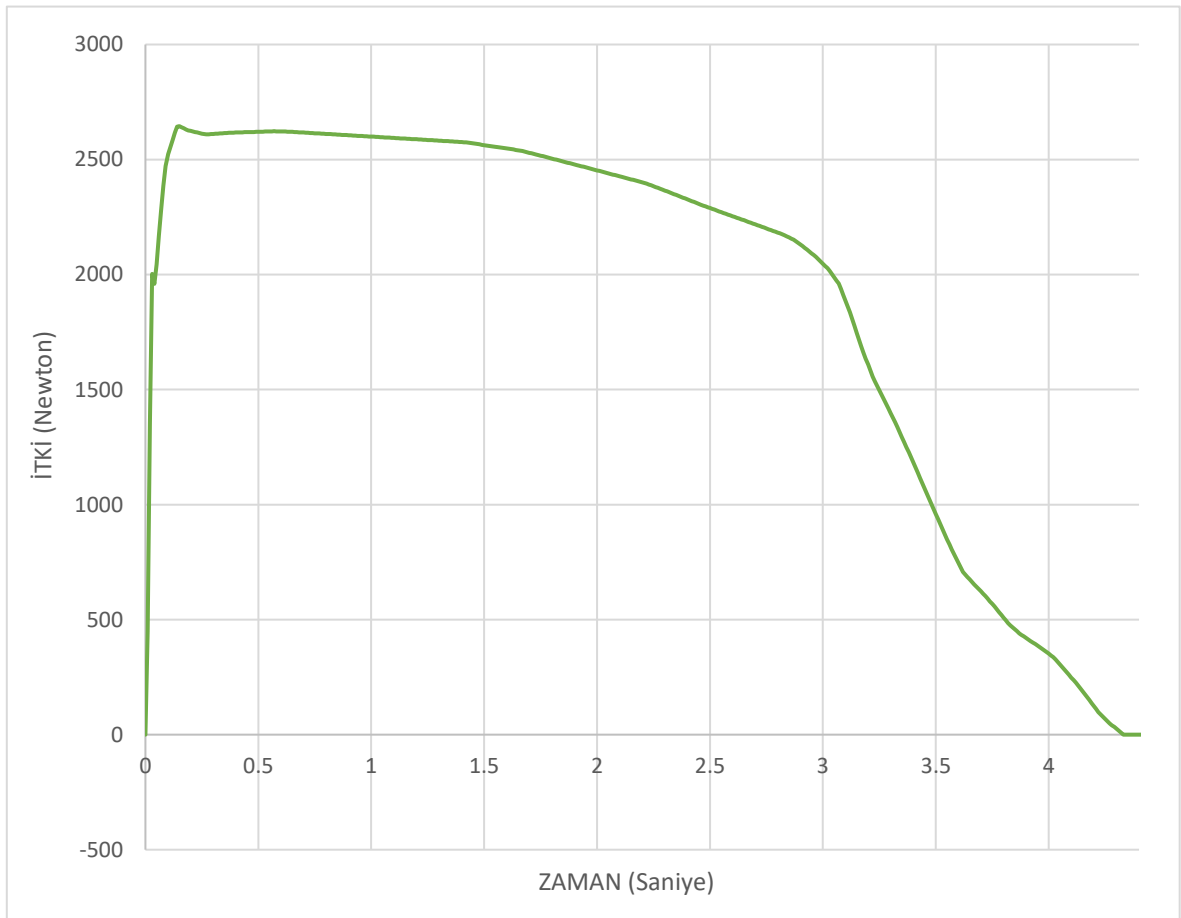


- İrtifa – Ses Hızı Grafiği



Motor Modeli

- İtKi Kuvveti – Zaman Grafiği



- Zamana bağılı atılan kütle (harcanan yakıt kütlesi) modeli

$$\dot{m} = F_{itki} / (g * I_{sp})$$

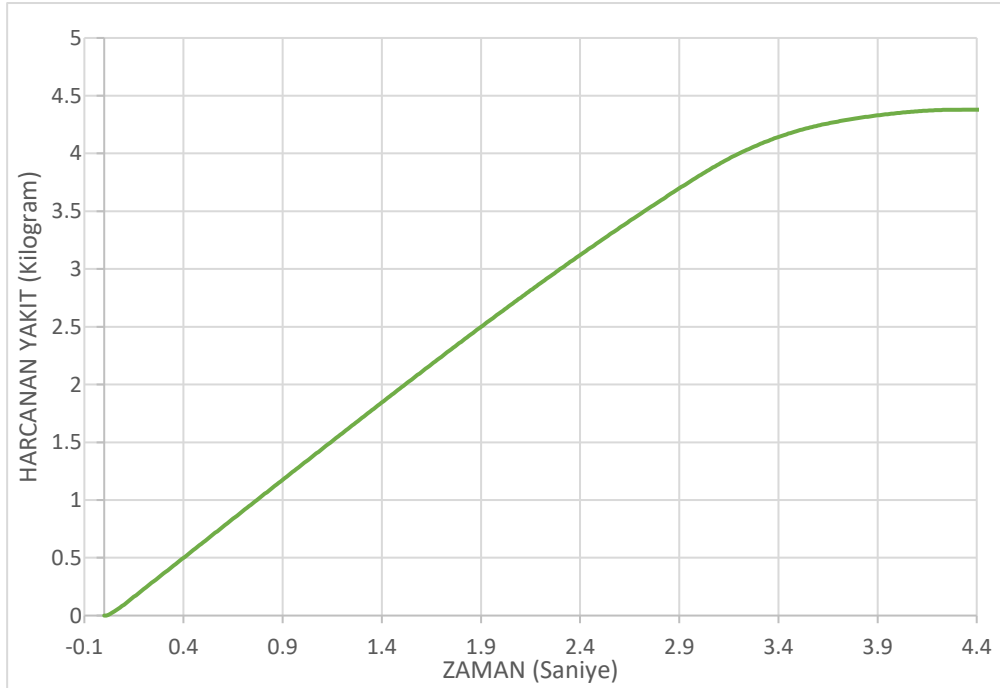
\dot{m} = Yakıtın kütleli debisi (kg/s)

$F_{itkş}$ = İtke kuvveti (N)

g = yer çekimi ivmesi (m/s²)

I_{sp} = Özgöl dürtü (s)

Yukarıda verilen formülde zamana bağılı değışken itke kuvveti, sabit yer çekimi ve özgöl dürtü verileri kullanılarak yakıtın kütleli debisi hesaplanmaktadır. Kütleli debinin integrali alınarak yakıt azalma miktarı hesaplanmaktadır.



Aerodinamik Model

Roketimiz için analitik yöntemler kullanılarak aerodinamik model oluşturulmuştur. Mach sayısı ve irtifa verisi olan hava sıcaklık, hava yoğunluğu, havadaki ses hızı verileri kullanılarak reynolds sayısı hesaplanmıştır. Hesaplanan reynolds sayısı kullanılarak C_D hesaplanmıştır.

$$Re = (\rho * a * \text{Mach sayısı} * d / \mu)$$

$C_D = 0.029 * ((Re)^{(1/10)}) / ((0.074)^{(1/2)})$ Türbülanslı akış durumunda kullanılır. Roketin uçuş boyunca türbülanslı olduğu varsayımı yapılmıştır. [3]

$$\rho = \text{hava yoğunluğu kg/m}^3$$

$$a = \text{havadaki ses hızı m/s}$$

$$d = \text{roket çapı} = 0.13 \text{ m}$$

$$\mu = \text{havanın dinamik viskozitesi (Sutherland formülü kullanılarak hesaplanmıştır.)}$$

$$\mu = \mu_0 * (T_0 + C) / (T + C) * (T / T_0)^{(1.5)} \quad [4]$$

$$\mu = \text{verilen sıcaklık değerinde havanın dinamik viskozite kg/(m*s)}$$

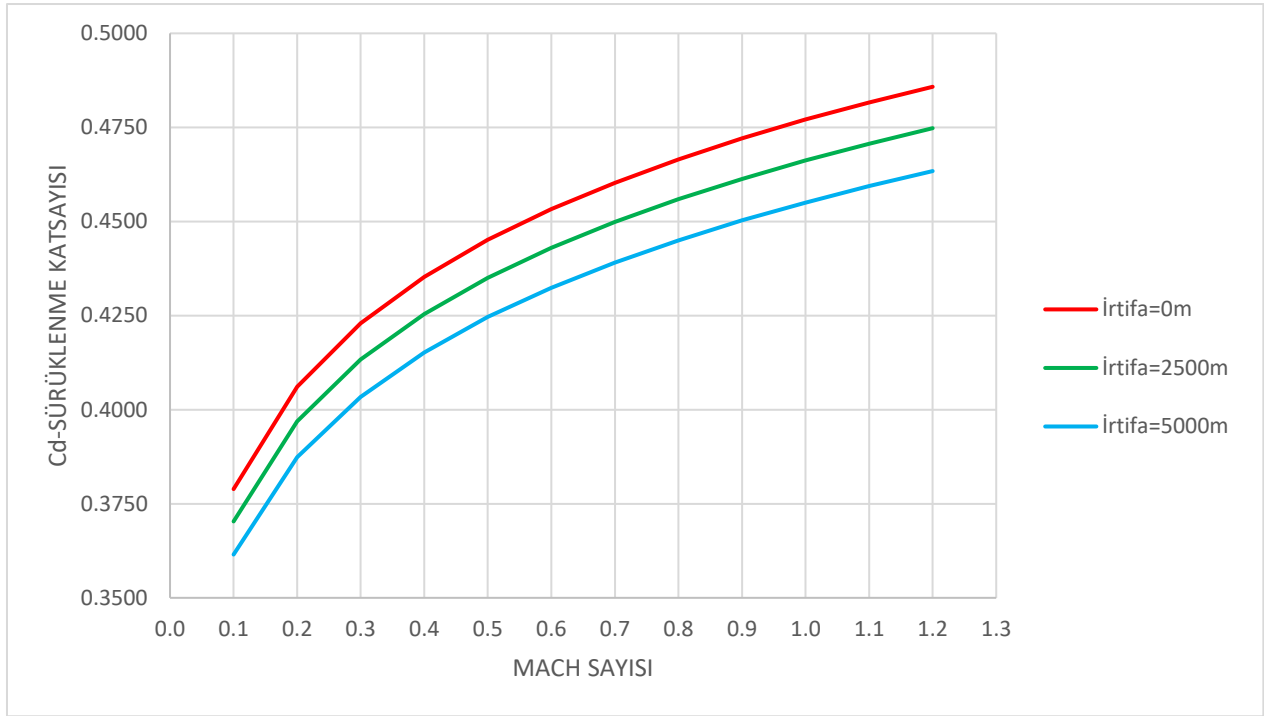
$$\mu_0 = \text{deniz seviyesinde havanın dinamik viskozitesi} = 0.00001827 \text{ kg/(m*s)}$$

$$T = \text{kelvin cinsinden sıcaklık}$$

$$T_0 = \text{deniz seviyesindeki sıcaklık değeri} = 291.15 \text{ Kelvin}$$

$$C = \text{sutherland sabiti} = 120$$

Sutherland formülü, $0K < T < 555K$ sıcaklıkları arasında geçerlidir. Roketimiz bu sıcaklık değerleri dışına çıkacak irtifalara ulaşmamaktadır.

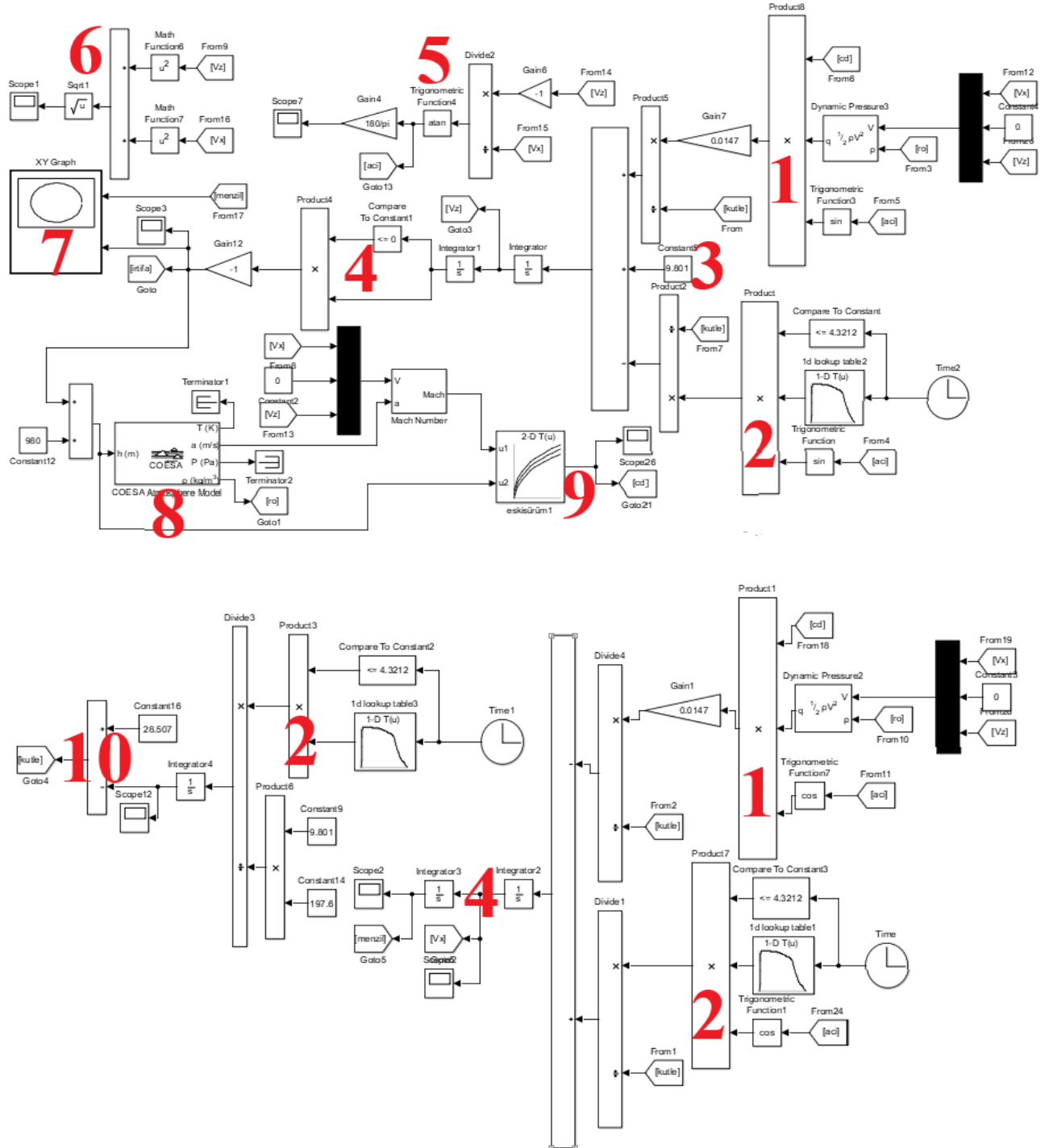


Benzetim Yapısı

Matlab/Simulink kullanılarak uçuş benzetimi yapılmıştır. Roketin serbest cisim diyagramı çizilerek rokete etki eden kuvvetler belirlenmiştir. “Kinematik ve Dinamik Denklemler” başlığı altında verilen denklemler nümerik entegrasyon yöntemlerinden birisi olan Heun metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Benzetim çözümü zaman adımı 0.01 saniyedir. Simulink’te trigonometrik fonksiyonlar radyan birimiyle çalıştığı için birim çevirme işlemi yapılmıştır.

“Kinematik ve Dinamik Denklemler” başlığı altında verilen denklemlerin blok şeması oluşturulmuştur. Rokete itki, sürüklenme ve ağırlık kuvveti etki etmektedir. İtke ve sürüklenme kuvveti x ve z eksenlerine etki etmektedir. Hücum açısı = 0 varsayımı yapıldığı için uçuş yolu açısı ile geri besleme yapılarak çalıştırılmaktadır. Ağırlık kuvveti z eksenindedir. İtke ve sürüklenme kuvvetleri x ve z bileşenlerine ayrıldıktan kuvvetlerin hepsi yer çekimi ivmesine bölünerek oluşturduğu ivmeler hesaplanmıştır. x ekseninde oluşan ivmeler ve z ekseninde oluşan ivmeler kendi içlerinde toplanarak rokete x ve z ekseninde uygulanan net ivmeler hesaplanmıştır. Hesaplanan bu ivme değerlerinin integralleri alınarak ve verilen başlangıç parametreleri kullanılarak başlangıç hızı verileri integralin içerisinde başlangıç şartı olarak sisteme dahil edilmiştir. Hız değerlerinin integralleri alınarak konum verileri hesaplanmıştır. V_z/V_x oranlaması kullanarak uçuş yolu açısı hesaplanmıştır. Yukarıda

bahsedildiği gibi itki ve sürüklenme kuvveti hesaplanan uçuş yolu açısı kullanılarak x ve z eksenlerine göre etki etmektedir yani sistem kendini besleyerek çalışmaktadır. V_x ve V_z değerleri kullanılarak bileşke hız hesaplanmıştır. Konum verileri kullanılarak yörünge çizdirilmiştir.



1 numaralı bloklarda aerodinamik sürüklenme kuvveti hesaplanmıştır.

2 numaralı bloklarda itki kuvveti hesaplanmıştır.

3 numaralı blokta yer çekimi ivmesi verilmiştir.

4 numaralı bloklarda hesaplanan ivmenin integrali alınarak ve başlangıç hızı verilerek hız verisi hesaplanmaktadır. Hesaplanan hız verilerinin integralleri alınarak konum verileri hesaplanmıştır.

5 numaralı bloklarda uçuş yolu açısı hesaplanmaktadır.

6 numaralı bloklarda bileşke hız hesaplanmaktadır.

7 numaralı blokta yörünge çizdirilmiştir.

8 numaralı blokta atmosfer modeli bulunmaktadır ve verilen roket atış noktası yüksekliği de irtifa verisine eklenerek daha gerçekçi sonuçların alınması hedeflenmektedir.

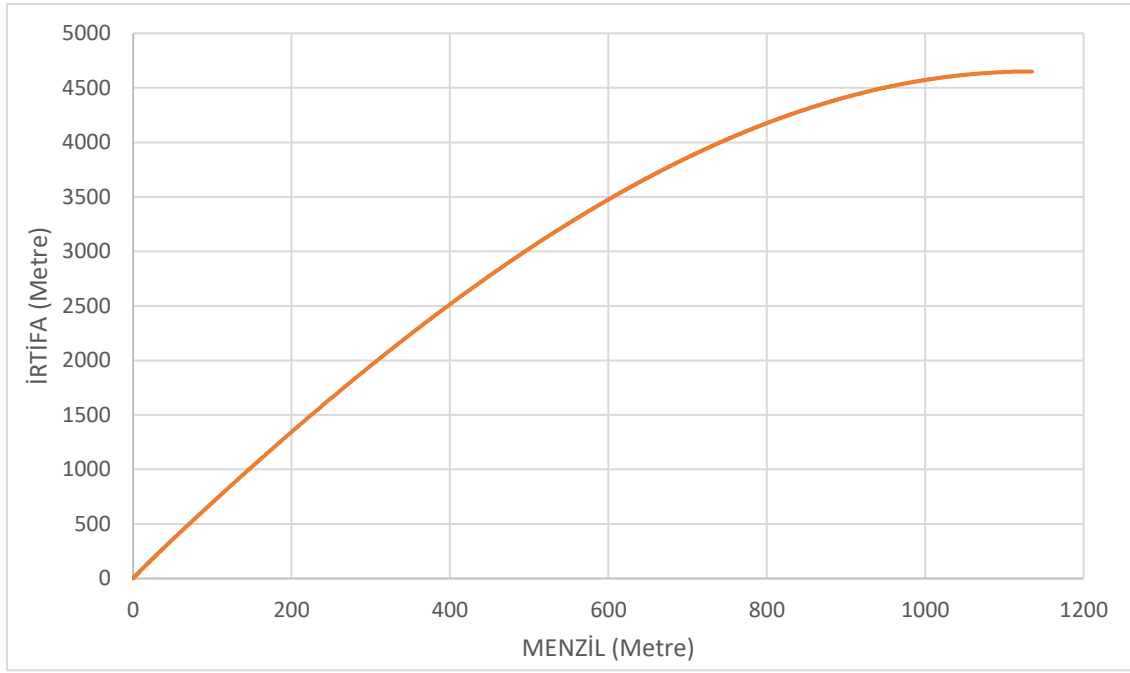
9 numaralı bloklarda aerodinamik veri seti bulunmaktadır. İrtifa ve mach sayısına göre C_D hesaplanarak geri beslemeli olarak sürüklenme kuvveti hesaplanmaktadır.

10 numaralı bloklarda harcanan yakıt kütlesi hesaplanmıştır ve her kuvvet hesaplanan değere bölünerek geri beslemeli olarak kullanılmaktadır.

Benzetimin Doğrulanması

	Değer
Maksimum Mach Sayısı [-]	1.091
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[1135, 0, -4651]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	33.44
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.1052
Tepe Noktası Zamanı [s]	29.89

- Yörünge Grafiği



Benzetim Sonuçları

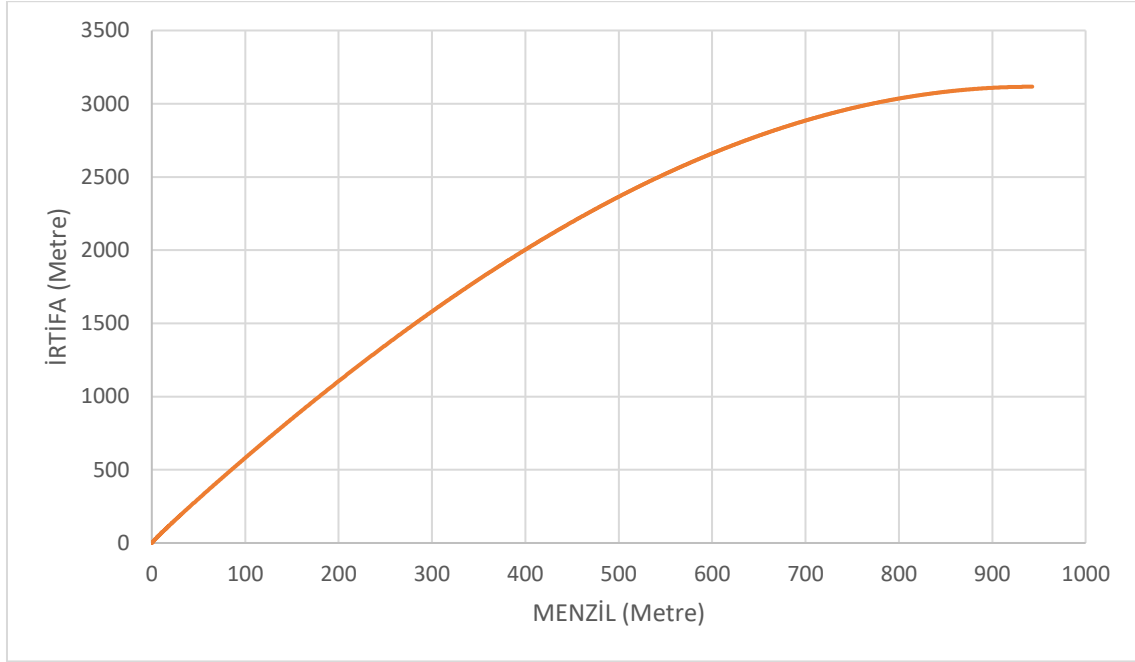
	OpenRocket	Benzetim	Yüzdece Fark
	Değeri (a)	Değeri (b)	(b-a)/a*100
Maksimum Mach Sayısı [-]	0.78295	0.7958	% 1.64
Tepe Noktası Pozisyonu [m]	[268.73, 0, -3128]	[942.8, 0, -3116]	[%250.84, 0, %-0.38]
Tepe Noktası Hızı (bileşke) [m/s]	10.266	35.09	% 241.81
Tepe Noktası Mach Sayısı [-]	0.03166	0.1082	% 241.76
Tepe Noktası Zamanı [s]	25.581	25.41	% -0.67

Apogee noktasındaki mach sayısı, bileşke hız değeri ve menzil verisindeki hataların oluşmasının nedeni benzetimin 2 serbestlik dereceli olması, sabit yer çekimi ivmesi, lift kuvvetinin ihmal edilmesi, rüzgar hızının olmaması gibi faktörlerden kaynaklıdır. Bu hataların çok yüksek olmasındaki ana neden sistemin sürekli geri besleme ile çalıştığı için her adımda yapılan ufak hatanın tetiklemesiyle büyümektedir.

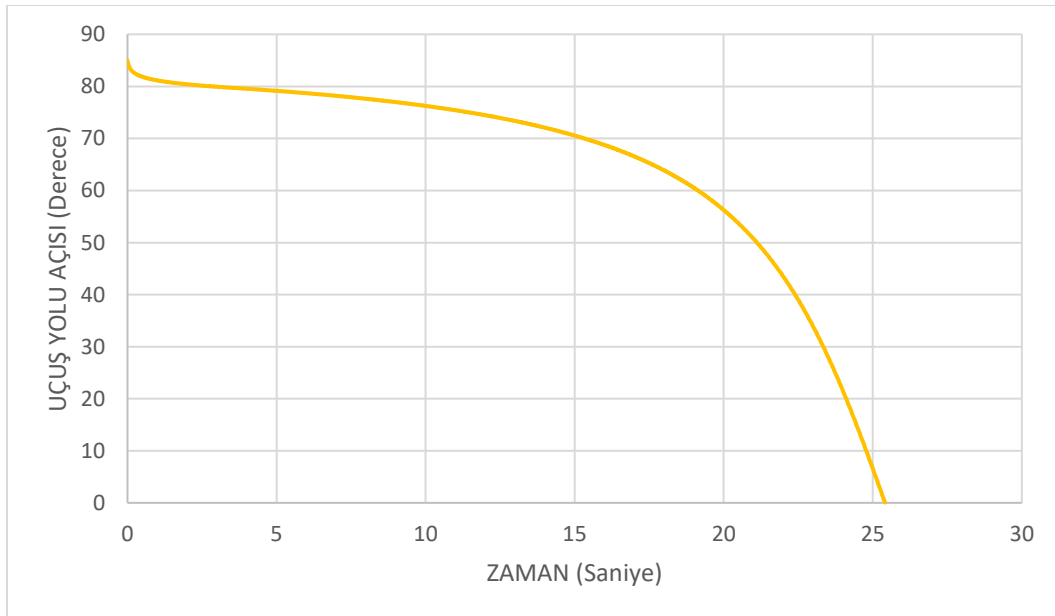
Apogee noktası zamanı, irtifa ve maksimum mach sayısının Open Rocket verilerine yakın olmasındaki ana nedeni lift kuvvetinin ihmal edilmesi, yer çekiminin sabit kabul edilmesi ile

benzetimin 2 serbestlik dereceli incelenmesiyle birbirine zıt yönlü neredeyse eşit olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

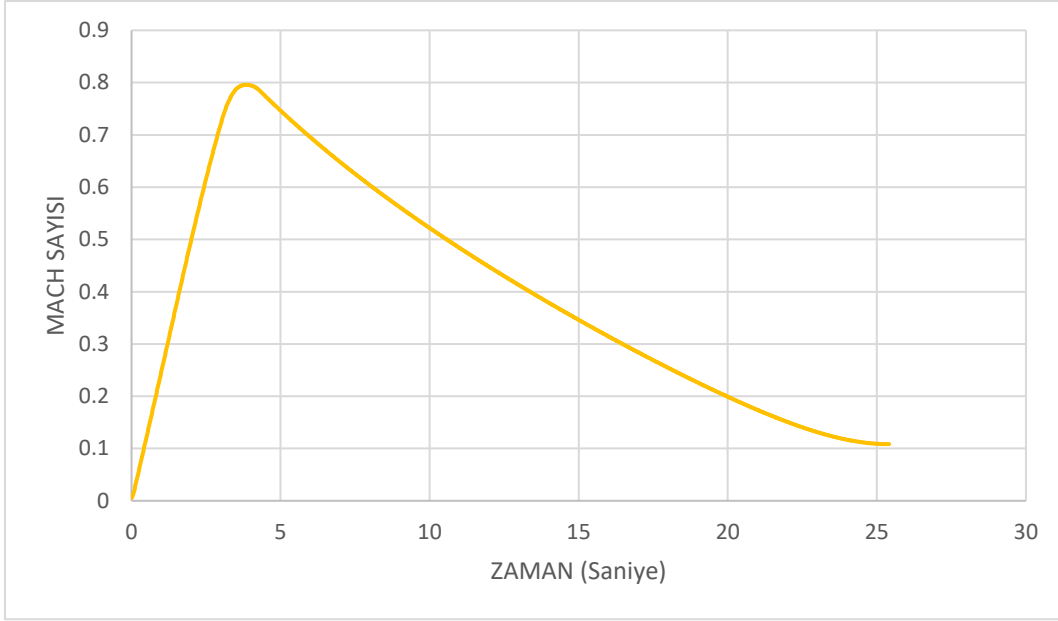
- Yörünge Grafiği



- Uçuş Yolu Açısı – Zaman Grafiği

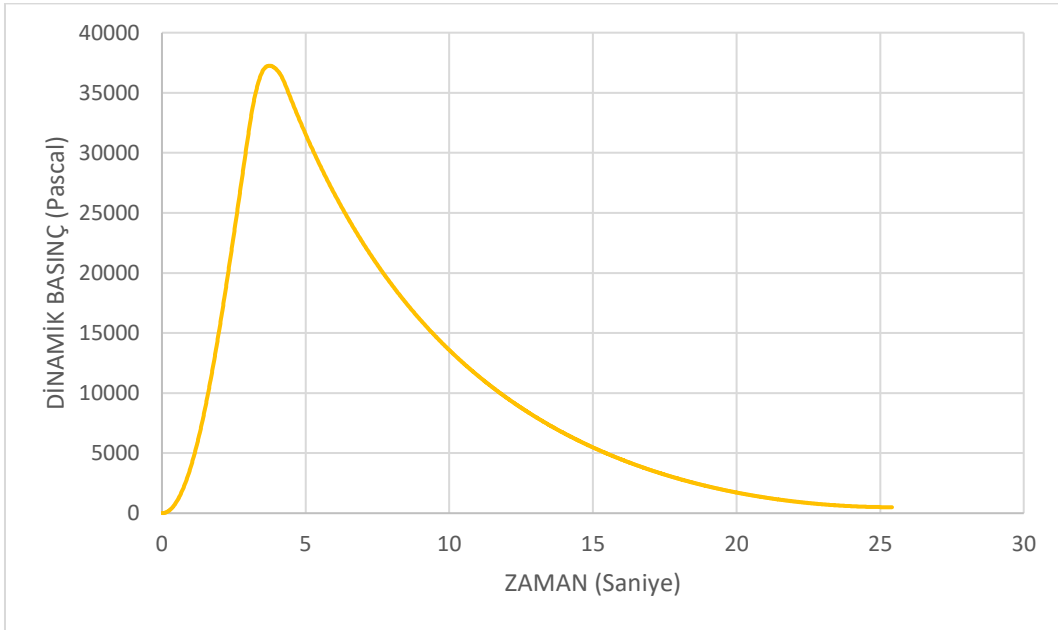


- Mach Sayısı – Zaman Grafiği



Maksimum mach yüksekliği 581.4 metrededir.

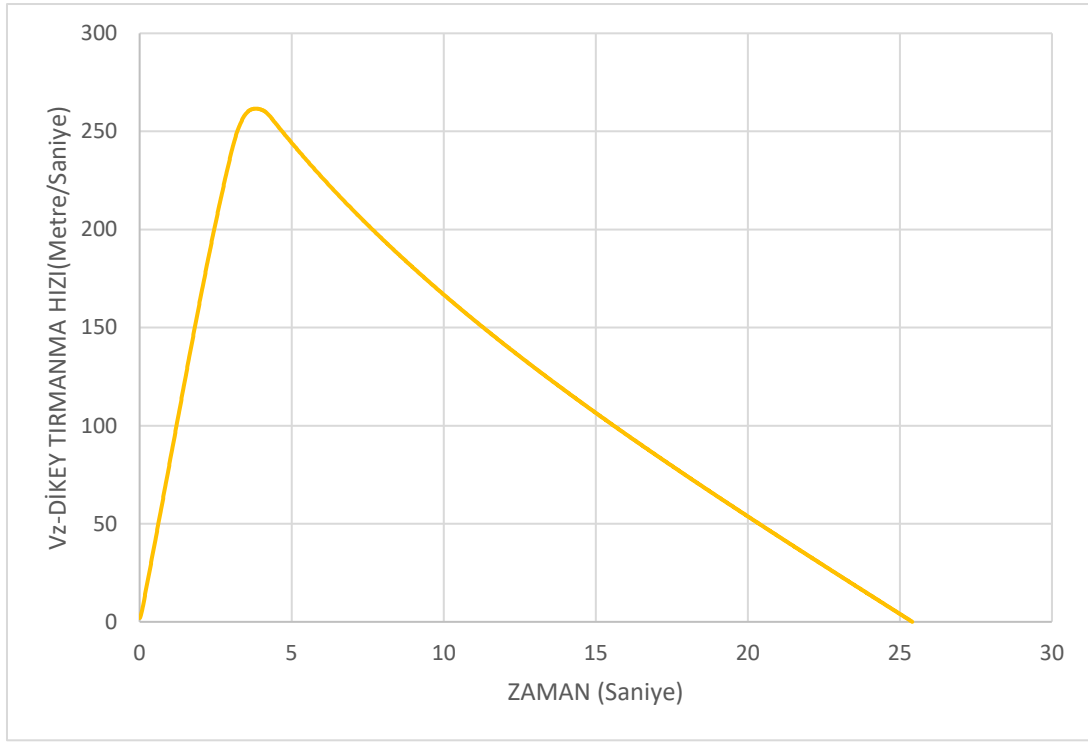
- Dinamik Basınç – Zaman Grafiği



Maksimum dinamik basınç yüksekliği 557.8 metrededir.

Maksimum dinamik basınç roketin mukavemetini hesaplamak için kullanılır. Roketin mukavemeti yetersiz ise malzemesi, geometrisi değiştirilebilir.

- Dikey Tırmanma Hızı – Zaman Grafiği



Referanslar

[1] Ay, İ. (2009). *Teknolojinin Bilimsel İlkeleri*. hacettepe.edu.tr

<http://www.balamyo.hacettepe.edu.tr/tbi.pdf>

[2] (1976) *U.S. Standart Atmosphere*.

https://www.ngdc.noaa.gov/stp/space-weather/online-publications/miscellaneous/us-standard-atmosphere-1976/us-standard-atmosphere_st76-1562_noaa.pdf

[3] D'Agostino, L. (2014). *Static and Dynamic Analysis of the Aerodynamic Stability and Trajectory Simulation of a Student Sounding Rocket*.

<https://core.ac.uk/download/pdf/79617836.pdf>

[4] Bengtsson, H. *Calculation of Gas Density and Viscosity*.

<https://pdhstar.com/wp-content/uploads/2019/06/CE-087-Calculation-of-Gas-Density-and-Viscosity.pdf>