

12

・3次関数と交点下げ

(例) 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 6x + 10$ の極大値を求めよ。

point

$f'(x) = 0$ の解が複雑なとき、
極値を求める際には、交点下げが有効

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 12x + 6 \\ &= 3(x^2 - 4x + 2) \end{aligned}$$

ここで、 $f'(x) = 0$ の解は

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

より、増減表は次のようになる。

x	...	$2-\sqrt{2}$...	$2+\sqrt{2}$...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗	極大	↘	↗

← 極大値は $f(2-\sqrt{2})$ だが
計算するのは少し大変

ここで

$$f(x) = (x^2 - 4x + 2)(x - 2) - 4x + 14 \quad \leftarrow \begin{array}{l} f(x) \text{ を } f'(x) \text{ の } x^2 - 4x + 2 \\ \text{で割った商が } x - 2 \\ \text{余りが } -4x + 14 \end{array}$$

であるから、極大値は

$$\begin{aligned} f(2-\sqrt{2}) &= -4(2-\sqrt{2}) + 14 \\ &= 6 + 4\sqrt{2} // \end{aligned}$$