25

・2重根号

> $a>0,\ b>0$ のとき
>
> $\sqrt{(\underset{和}{a+b})+2\sqrt{\underset{積}{ab}}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
>
> $\sqrt{(\underset{和}{a+b})-2\sqrt{\underset{積}{ab}}}=\underset{大}{\sqrt{a}}-\underset{小}{\sqrt{b}}$ （ただし、$a>b$ とする）

（証明）

$$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}$$

$$=\sqrt{a}+\sqrt{b}\quad (\because \sqrt{a}+\sqrt{b}>0)$$

$$\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}$$

$$=\sqrt{a}-\sqrt{b}\quad (\because \sqrt{a}-\sqrt{b}>0)$$

（例）次の式の2重根号をはずして簡単にせよ。

(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}$ ← 足して5、掛けて6になる2数は 3と2

$=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 〃

(2) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{7-2\sqrt{12}}$

$=\sqrt{(\sqrt{4}-\sqrt{3})^2}$ ← 足して7、掛けて12になる2数は 4と3

$=\sqrt{4}-\sqrt{3}$ ← $\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{4})^2}=-(\sqrt{3}-\sqrt{4})=\sqrt{4}-\sqrt{3}$ $(\because \sqrt{3}-\sqrt{4}<0)$

$=2-\sqrt{3}$ 〃

(3) $\sqrt{6+\sqrt{35}}=\sqrt{\dfrac{12+2\sqrt{35}}{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{12+2\sqrt{35}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ ← 足して12、掛けて35になる2数は 7と5

$=\dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{10}}{2}$ 〃