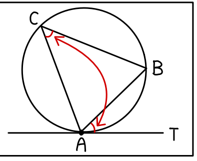
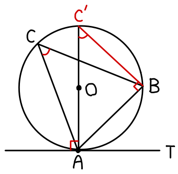
10

・接弦定理

$\angle BAT = \angle ACB$



(証明)



(i) $\angle BAT$が鋭角のとき

AC'が直径となるようにC'を定める。

$C'A \perp AT$, $\angle ABC' = 90°$であるから

$\angle BAT = 90° - \angle C'AB$

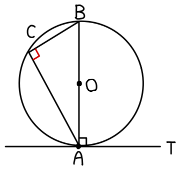
$\angle AC'B = 90° - \angle C'AB$

よって

$\angle BAT = \angle AC'B$

また, 円周角の定理より, $\angle ACB = \angle AC'B$であるから

$\angle BAT = \angle ACB$



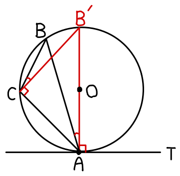
(ii) $\angle BAT$が直角のとき

ABは直径であるから

$\angle ACB = 90°$

よって

$\angle BAT = \angle ACB$



(iii) $\angle BAT$が鈍角のとき

AB'が直径となるようにB'を定める。

$B'A \perp AT$, $\angle ABC' = 90°$であるから

$\angle BAT = 90° + \angle BAB'$

$\angle ACB = 90° + \angle BCB'$

また, 円周角の定理より, $\angle BAB' = \angle BCB'$であるから

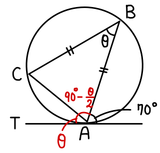
$\angle BAT = \angle ACB$

(i)〜(iii)より

$\angle BAT = \angle ACB$

(例) 右の図において、BA = BCとする。

このとき、θを求めよ。



$\triangle BCA$は二等辺三角形であるから

$\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180° - \theta) = 90° - \frac{\theta}{2}$

また, 接弦定理より

$\angle CAT = \angle ABC = \theta$

よって

$\theta + \left(90° - \frac{\theta}{2}\right) + 70° = 180° \quad \therefore \ \theta = 40°$ //