8

・指数計算

(例1)

(1) $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{9\sqrt{2}}{2}$ //

(2) $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}-\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{2\cdot 2^3}-\sqrt[3]{2\cdot 3^3}-\frac{1}{\sqrt[3]{2^2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$

$= 2\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}-\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

$= -\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$ //

(3) $(a^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{4}}+b^{-\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}}-b^{-\frac{1}{4}})$

$= (a^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})\{(a^{\frac{1}{4}})^2-(b^{-\frac{1}{4}})^2\}$

$= (a^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{-\frac{1}{2}})$

$= (a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{-\frac{1}{2}})^2$

$= a-b^{-1}$ //

(4) $(\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b})(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$

$= \{(\sqrt[6]{a})^2-(\sqrt[6]{b})^2\}(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$

$= (\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})\{(\sqrt[3]{a})^2+\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+(\sqrt[3]{b})^2\}$

$= (\sqrt[3]{a})^3-(\sqrt[3]{b})^3$

$= a-b$ //

(例2) $a>0$, $a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}=4$ のとき,

$a^{\frac{2}{3}}+a^{-\frac{2}{3}}$, $a+a^{-1}$ の値を求めよ。

point

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$a^{\frac{2}{3}}+a^{-\frac{2}{3}} = (a^{\frac{1}{3}})^2+(a^{-\frac{1}{3}})^2$

$= (a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}})^2-2\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}$

$= 4^2-2\cdot 1$ ← $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}+(-\frac{1}{3})} = a^0 = 1$

$= 14$ //

$a+a^{-1} = (a^{\frac{1}{3}})^3+(a^{-\frac{1}{3}})^3$

$= (a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}})^3-3\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}(a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}})$

$= 4^3-3\cdot 1\cdot 4$

$= 52$ //