

26

桁数と小数首位

$10^{3.14}$ は何桁か？

$$10^3 < 10^{3.14} < 10^4$$

∴ 4桁

$$100 < 123 < 1000$$

$$10^2 < 123 < 10^3$$

∴ 3桁

$10^{-2.71}$ は小数第何位にはじめて0でない数が現れるか？

$$10^{-3} < 10^{-2.71} < 10^{-2}$$

∴ 第3位

$$0.01 < 0.02 < 0.1$$

$$10^{-2} < 0.02 < 10^{-1}$$

∴ 第2位

(例1) 6^{20} は何桁の整数か。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

point

$$6^{20} = 10^{\circ} \text{ と表す}$$

6^{20} の常用対数をとると

$$\log_{10} 6^{20} = 20 \log_{10} 6$$

$$= 20 (\log_{10} 2 + \log_{10} 3)$$

$$= 20 (0.3010 + 0.4771)$$

$$= 15.562$$

であるから

$$6^{20} = 10^{15.562}$$

よって

$$10^{15} < 10^{15.562} < 10^{16}$$

∴ 16桁 //

(例2) $(\frac{2}{3})^{20}$ は小数第何位にはじめて0でない数が現れるか。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

point

$$(\frac{2}{3})^{20} = 10^{\circ} \text{ と表す}$$

$(\frac{2}{3})^{20}$ の常用対数をとると

$$\log_{10} (\frac{2}{3})^{20} = 20 \log_{10} \frac{2}{3}$$

$$= 20 (\log_{10} 2 - \log_{10} 3)$$

$$= 20 (0.3010 - 0.4771)$$

$$= -3.522$$

であるから

$$(\frac{2}{3})^{20} = 10^{-3.522}$$

よって

$$10^{-4} < 10^{-3.522} < 10^{-3}$$

∴ 第4位 //