

§1 置式の計算

・パスカルの三角形

おさらい

$$\begin{aligned}
 (x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
 (x+y)^3 &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \\
 (x+y)^4 &= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \\
 x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \\
 \times x + y &\quad \text{係数だけ} \\
 x^4 + 3x^3y + 3x^2y^2 + xy^3 \\
 + x^3y + 3x^2y^2 + 3xy^3 + y^4 &\quad \text{足す} \\
 \hline
 x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1 \ 3 \ 3 \ 1} \\
 \times \quad \boxed{1 \ 1} \\
 \hline
 \boxed{1 \ 3 \ 3 \ 1} \\
 \hline
 \boxed{1 \ 3 \ 3 \ 1} \\
 \hline
 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1
 \end{array}$$

$(x+y)^n$ の各項の係数だけ並べると

$$\begin{array}{c}
 (x+y)^1 \\
 (x+y)^2 \\
 (x+y)^3 \\
 (x+y)^4 \\
 (x+y)^5 \\
 \vdots
 \end{array}
 \left.
 \begin{array}{ccccccc}
 1 & & 1 \\
 & 1 & \swarrow & 2 & \searrow & 1 \\
 & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & & 1 & & & \\
 & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
 & & & & 1 & & & \\
 & & & & & 5 & 10 & 10 & 5 & 1
 \end{array}
 \right\} \text{パスカルの三角形}$$