

# 21

・三角関数を含む関数の最大・最小②

(例)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、関数

$$y = \cos^2 \theta + \sin \theta$$

の最大値と最小値を求めよ。また、そのとき  $\theta$  の値を求めよ。

point

相互関係を用いて、三角関数を統一する

おまけ → おまけえた文字の範囲に注意

$$y = \cos^2 \theta + \sin \theta$$

$$= (1 - \sin^2 \theta) + \sin \theta \quad \leftarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$= -\sin^2 \theta + \sin \theta + 1$$

ここで、 $\sin \theta = t$  とおくと、 $0 \leq \theta < 2\pi$  であるから

$$-1 \leq t \leq 1 \quad \leftarrow -1 \leq \sin \theta \leq 1$$

よって、 $y$  は

$$y = -t^2 + t + 1$$

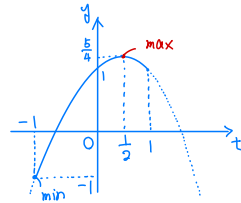
$$= -(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$$

と表せる。

ゆえに、

$$t = \frac{1}{2} \text{ のとき 最大値 } \frac{5}{4}$$

$$t = -1 \text{ のとき 最小値 } -1$$



ここで

$$t = \frac{1}{2} \text{ つまり } \sin \theta = \frac{1}{2} \text{ のとき } \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$$

$$t = -1 \text{ つまり } \sin \theta = -1 \text{ のとき } \theta = \frac{3}{2}\pi$$

なので

$$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \text{ のとき 最大値 } \frac{5}{4}$$

$$\theta = \frac{3}{2}\pi \text{ のとき 最小値 } -1$$