

12

ある文字に着目した因数分解

(例1) $x^2 - xy + zx - y^2$ を因数分解せよ。

point
低い次數に着目すると
うまくいく場合がある。

$$\begin{aligned}x^2 - xy + zx - y^2 &= (x-y)z + (x^2 - y^2) \\&= (x-y)(z + (x+y)) \\&= (x-y)(x+y+z)\end{aligned}$$

(例2) $2x^2 - 5xy - 3y^2 - 3x + 2y + 1$ を因数分解せよ。

point
1つの文字に着目して、降べきの順にすると
上手くいく場合がある。

$$\begin{aligned}\text{(与式)} &= 2x^2 - (5y+3)x - (3y^2 - 2y - 1) \quad \leftarrow x \text{に着目} \\&= 2x^2 - (5y+3)x - (y-1)(3y+1) \quad \leftarrow \frac{1}{3} \times \frac{-1-3}{-2} \\&= \{x-(3y+1)\} \{2x+(y-1)\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} 1 \times -\frac{(3y+1)}{y-1} \\ 2 \times -\frac{6y-2}{-5y-3} \end{array} \\&= (x-3y-1)(2x+y-1)\end{aligned}$$

(例3) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ を因数分解せよ。

$$\begin{aligned}\text{(与式)} &= (-b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a + (bc^2 - b^2c) \quad \leftarrow a \text{に着目} \\&= -(b-c)a^2 + (b+c)(b-c)a - bc(b-c) \\&= -(b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\&= -(b-c)(a-b)(a-c) \\&= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$