# 9

・2次式の因数分解

$$\boxed{\begin{array}{l} ax^2+bx+c=0 \text{ の2解を } \alpha,\beta \text{ とすると} \\ \quad ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta) \end{array}}$$

(証明)

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$$

$$=a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\} \quad \Leftarrow \alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ ,\ \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

$$=a(x-\alpha)(x-\beta) \ \blacksquare$$

(例) 次の2次式を複素数の範囲で因数分解せよ。

(1) $x^2-2x-1$　　(2) $2x^2-x+1$

(1) $x^2-2x-1=0$ の解は

$$x=1\pm\sqrt{2}$$

であるから

$$x^2-2x-1=\{x-(1+\sqrt{2})\}\{x-(1-\sqrt{2})\}$$

$$=(x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})_{//}$$

(2) $2x^2-x+1=0$ の解は

$$x=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{4}$$

であるから

$$2x^2-x+1=2\left(x-\frac{1+\sqrt{7}i}{4}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{7}i}{4}\right)$$