

13

・ 2直線の交点を通る直線の方程式

2直線

$$x + y - 4 = 0 \dots ①$$

$$x - 2y + 2 = 0 \dots ②$$

方程式

$$k(x+y-4) + (x-2y+2) = 0 \dots ③$$

の表す図形について考える。

③が x に関する恒等式となるとき

$$\begin{cases} x+y-4=0 \\ x-2y+2=0 \end{cases} \quad \text{+ } k \text{にどんな値を代入しても成立}$$

が成り立つ。つまり

$$x = 2, y = 2 \quad \text{+ 2直線 } ①, ② \text{ の交点も点 } (2, 2)$$

に対して、③はつねに成り立つ。

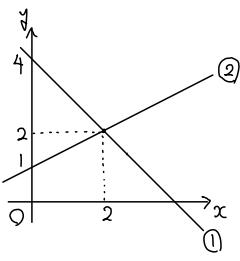
さて、③の表す図形は点(2, 2)を通る。

また、③は x に関する1次方程式であるから

③の表す図形は直線である。

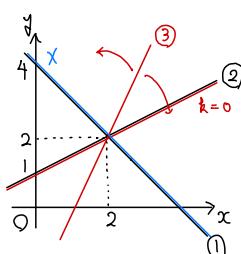
以上より、③の表す図形は

2直線①、②の交点を通る直線



※ 直線 $k(x+y-4) + (x-2y+2) = 0$ は

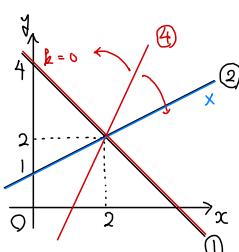
直線 $x+y-4=0$ を表さない



直線 $(x+y-4) + k(x-2y+2) = 0$ … ④

2直線①、②の交点を通る直線を表す

これは、直線 $x-2y+2=0$ を表さない



(例) 2直線 $3x + y - 1 = 0 \dots ①, x - 3y + 2 = 0 \dots ②$ の交点と点(2, 1)を通る

直線の方程式を求めよ。

2直線の交点を通る直線の方程式は、 k を定数として

$$3x + y - 1 + k(x - 3y + 2) = 0 \dots ③$$

における。直線③が点(2, 1)を通るので

$$3 \cdot 2 + 1 - 1 + k(2 - 3 \cdot 1 + 2) = 0$$

$$\therefore k = -6$$

さて、求めた直線の方程式は、③に $k = -6$ を代入して整理すると

$$3x - 19y + 13 = 0$$