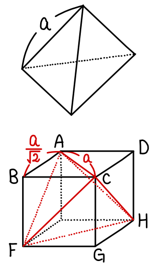
26

・正多面体の体積

(例1) 1辺の長さaの正四面体の体積を求めよ。



右の図のように、1辺の長さ a の正四面体は

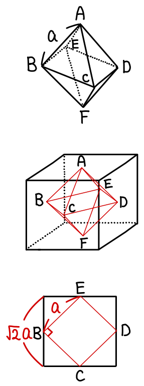
1辺の長さ$\frac{a}{\sqrt{2}}$の立方体の中につくることができる。

よって、求める体積は、立方体の体積から、4つの

三角錐の体積を引いたものであるから

$$\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3-4\times\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{a}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$$ //

(例2) 1辺の長さaの正八面体の体積を求めよ。



右の図のように、1辺の長さ a の正八面体は

1辺の長さ$\sqrt{2}a$の立方体の中につくることができる。

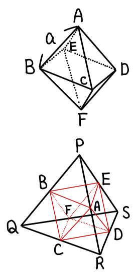
よって、この正八面体の体積は正四角錐 A-BCDE

F-BCDE の体積の和であり、それぞれの正四角錐の

高さは立方体の1辺の長さの半分であるから

$$2\times a^2\times\frac{\sqrt{2}}{2}a\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$$ //

(例2)′ 1辺の長さaの正八面体の体積を求めよ。



右の図のように、1辺の長さ a の正八面体は

1辺の長さ$2a$の正四面体の中につくることができる。

よって、求める体積は、1辺の長さ$2a$の正四面体の体積

から、1辺の長さaの正四面体の体積4つ分を引いた

ものであるから

$$\frac{\sqrt{2}}{12}(2a)^3-4\times\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$$ //