2

・二項定理

$$(x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

4つの x^3y はどうやって出てくる?

$$(x+y)(x+y)(x+y)(x+y)$$

$$x \quad x \quad x \quad ⓨ \quad \rightarrow \quad x^3y$$
$$x \quad x \quad ⓨ \quad x \quad \rightarrow \quad x^3y$$
$$x \quad ⓨ \quad x \quad x \quad \rightarrow \quad x^3y$$
$$ⓨ \quad x \quad x \quad x \quad \rightarrow \quad x^3y$$

4つの x^3y
||
$_4C_1$
4つの因数から y を1つ
えらぶ場合の数

項	x^4	x^3y	x^2y^2	xy^3	y^4
えらび方の例	ⓧ+y ⓧ+y ⓧ+y ⓧ+y	x+ⓨ ⓧ+y ⓧ+y ⓧ+y	x+ⓨ ⓧ+y x+ⓨ x+ⓨ	x+ⓨ x+ⓨ ⓧ+y x+ⓨ	x+ⓨ x+ⓨ x+ⓨ x+ⓨ
y をえらぶ個数	0	1	2	3	4
係数	$_4C_0$	$_4C_1$	$_4C_2$	$_4C_3$	$_4C_4$

$$(x+y)^n = {}_nC_0\, x^n y^0 + {}_nC_1\, x^{n-1}y + {}_nC_2\, x^{n-2}y^2$$
$$+ \cdots + {}_nC_r\, x^{n-r}y^r + \cdots + {}_nC_n\, x^0 y^n$$

n 個のうち y を
r 個えらぶ

(例1)

$$(x-y)^5 = \{x+(-y)\}^5$$
$$= {}_5C_0\, x^5(-y)^0 + {}_5C_1\, x^4(-y)^1 + {}_5C_2\, x^3(-y)^2 + {}_5C_3\, x^2(-y)^3 + {}_5C_4\, x(-y)^4 + {}_5C_5\, x^0(-y)^5$$
$$= x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

$$(x+2y)^4 = {}_4C_0\, x^4(2y)^0 + {}_4C_1\, x^3(2y)^1 + {}_4C_2\, x^2(2y)^2 + {}_4C_3\, x(2y)^3 + {}_4C_4\, x^0(2y)^4$$
$$= 1 \cdot x^4 \cdot 1 + 4 \cdot x^3 \cdot 2y + 6 \cdot x^2 \cdot 4y^2 + 4 \cdot x \cdot 8y^3 + 1 \cdot 1 \cdot 16y^4$$
$$= x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4$$

(例2) $(2x-y)^8$ の展開式における x^6y^2 の係数

point
一部だけ取り出して考える

$(2x-y)^8$ を展開したとき, x^6y^2 をふくむ項は

$$_8C_2 \cdot (2x)^6(-y)^2 \qquad \{2x+(-y)\}^8$$

8個のうち $-y$ を2個えらぶ

$$= 28 \cdot 64x^6 \cdot y^2$$
$$= 1792x^6y^2$$

よって, x^6y^2 の係数は

$$1792$$