

28

・ = 角関数を含む方程式、不等式④

(例) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

$$(1) \sin 2\theta = \sin \theta \quad (2) \cos 2\theta + 3\sin \theta - 2 \leq 0$$

point

○倍角の公式を用いて、角度を統一する

$$(1) \sin 2\theta = \sin \theta \text{ より}$$

$$\begin{aligned} 2\sin \theta \cos \theta &= \sin \theta \\ \sin \theta(2\cos \theta - 1) &= 0 \quad | \quad 2\cos \theta - 1 = 0 \text{ なら} \\ \sin \theta = 0, \cos \theta &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

よって

$$\sin \theta = 0 \text{ のとき } \theta = 0, \pi$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \text{ のとき } \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$$

したがって

$$\theta = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$$

$$(2) \cos 2\theta + 3\sin \theta - 2 \leq 0 \text{ に)$$

$$\begin{aligned} 1 - 2\sin^2 \theta + 3\sin \theta - 2 &\leq 0 \quad | \quad \sin \text{で統一することを見越して} \\ &\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta \text{ を使う} \\ -2\sin^2 \theta + 3\sin \theta - 1 &\leq 0 \\ 2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 1 &\geq 0 \\ (\sin \theta - 1)(2\sin \theta - 1) &\geq 0 \\ \therefore \sin \theta &\leq \frac{1}{2}, 1 \leq \sin \theta \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \sin \theta \leq \frac{1}{2} \text{ のとき} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \leq \theta < 2\pi \\ 1 \leq \sin \theta \text{ のとき} \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad | \quad \begin{array}{c} \text{図} \\ \text{円} \\ \text{点} \end{array} \end{aligned}$$

したがって

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}, \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi \leq \theta < 2\pi$$