

21

・整数部分・小数部分

(例1) 次の数の整数部分と小数部分を求めよ。

(1) $\sqrt{11}$ (2) $\frac{\pi}{3}$

point

ある数 x の小数部分は

$$(\text{小数部分}) = x - (\text{整数部分})$$

x を隣り合う整数で囲む

(1) $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ つまり $3 < \sqrt{11} < 4$ より $\sqrt{11}$ の整数部分は

$$3$$

また、小数部分は

$$\sqrt{11} - 3$$

(2) $3 < \pi < 4$ つまり $1 < \frac{\pi}{3} < \frac{4}{3}$ より $\frac{\pi}{3}$ の整数部分は

$$1$$

$$\uparrow 1 < \frac{\pi}{3} < 2$$

また、小数部分は

$$\frac{\pi}{3} - 1$$

(例2) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) a (2) b (3) $a^2 + ab$

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} &= \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} \\ &= 2\sqrt{2} + 3 \end{aligned}$$

ここで、 $\sqrt{4} < 2\sqrt{2} < \sqrt{9}$ つまり $2 < 2\sqrt{2} < 3$ より

$$\begin{aligned} 2+3 &< 2\sqrt{2}+3 < 3+3 && \leftarrow \begin{array}{l} \text{各辺に同じ値を足しても} \\ \text{不等号の向きはそのまま} \end{array} \\ \therefore 5 &< 2\sqrt{2}+3 < 6 \end{aligned}$$

であるから

$$a = 5$$

(2) $b = (2\sqrt{2}+3) - 5$

$$= 2\sqrt{2} - 2$$

(3) $a^2 + ab = a(a+b)$

$$= 5(2\sqrt{2}+3) \quad \leftarrow a+b \text{ はもとの数 } 2\sqrt{2}+3$$

$$= 10\sqrt{2} + 15$$

(参考) $2\sqrt{2}+3$ の整数部分

$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ つまり $1 < \sqrt{2} < 2$ より

$$2 < 2\sqrt{2} < 4$$

$$5 < 2\sqrt{2}+3 < 7 \quad \leftarrow \text{整数部分が5または6で一意に定まらない}$$