

14

§2 実数

・有理数

$$\cdots, -3, -2, -1, 0, \underbrace{1, 2, 3, \dots}_{\text{整数}} \quad \text{自然数}$$

有理数 … $\frac{m}{n}$ の形で表される数 (m は整数, n は 0 でない整数)
 例として $\frac{1}{3}, 4 (= \frac{4}{1}), 0.5 (= \frac{5}{10} = \frac{1}{2})$
 ※ 整数も有理数である。

有限小数 … 小数第何位まで終わる小数
無限小数 … 小数点以下の数字が無限に続く小数
 ※ 特に、無限小数のうち、いくつもの数字の配列が繰り返されているものを**循環小数**という。
 ※ 有理数は、整数 有限小数 循環小数 のいずれかで表される。

(例1) 次の分数を小数で表せ。

- (1) $\frac{7}{4} = 1.75 \quad \leftarrow \text{有限小数}$
- (2) $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6} \quad \leftarrow \text{無限小数 (循環小数)}$
- (3) $-\frac{3}{22} = -0.13636\cdots = -0.1\dot{3}\dot{6} \quad \leftarrow \text{無限小数 (循環小数)}$
- (4) $\frac{35}{111} = 0.315315\cdots = 0.\dot{3}\dot{1}\dot{5} \quad \leftarrow \text{無限小数 (循環小数)}$

(例2) 次の循環小数を分数で表せ。

$$(1) 0.\dot{1}\dot{2} \qquad (2) 0.40\dot{6}\dot{3}$$

point
循環小数を文字式において
繰り返し部分が消えるように〇倍する。

$$(1) x = 0.\dot{1}\dot{2} \cdots \text{①} \text{とおく。}$$

①の両辺を 100 倍して

$$\begin{array}{rcl} 100x &= 12.1212\cdots & \text{②} \\ \text{②} - \text{①} \text{ より} & & \leftarrow \begin{array}{r} 100x = 12.1212\cdots \\ - x = 0.1212\cdots \\ \hline 99x = 12 \end{array} \\ 99x &= 12 & \\ \therefore x &= \frac{4}{33} & \end{array}$$

$$(2) x = 0.40\dot{6}\dot{3} \cdots \text{①} \text{とおく。}$$

①の両辺を 1000 倍して

$$\begin{array}{rcl} 1000x &= 406.3063063\cdots & \text{②} \\ \text{②} - \text{①} \text{ より} & & \leftarrow \begin{array}{r} 1000x = 406.3063063\cdots \\ - x = 0.4063063\cdots \\ \hline 999x = 405.9 \end{array} \\ 999x &= 405.9 & \\ \therefore x &= \frac{405.9}{999} = \frac{4059}{9990} = \frac{451}{1110} & \end{array}$$