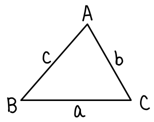
14

・三角形の角と辺の関係

$A < 90^\circ \iff a^2 < b^2 + c^2$

$A = 90^\circ \iff a^2 = b^2 + c^2$（三平方の定理）

$A > 90^\circ \iff a^2 > b^2 + c^2$



（証明）

余弦定理より

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

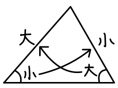
$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$A < 90^\circ$ のとき，$\cos A > 0$ つまり $b^2 + c^2 - a^2 > 0$

$A = 90^\circ$ のとき，$\cos A = 0$ つまり $b^2 + c^2 - a^2 = 0$

$A > 90^\circ$ のとき，$\cos A < 0$ つまり $b^2 + c^2 - a^2 < 0$

三角形の2辺の大小関係は、その向かい合う角の大小関係と一致する。つまり最大の辺に向かい合う角は最大の角である。



（例1）△ABCにおいて、$a = 4$, $b = 5$, $c = 6$ のとき、この三角形は鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形のいずれであるか。

$c^2 < a^2 + b^2 \quad \leftarrow \quad 6^2 < 4^2 + 5^2$

よって

$C < 90^\circ$

最大の角が C であるから，△ABCは鋭角三角形である。

（例2）△ABCにおいて、$a = 3$, $b = 4$, $c = 6$ のとき、この三角形は鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形のいずれであるか。

$c^2 > a^2 + b^2 \quad \leftarrow \quad 6^2 > 3^2 + 4^2$

よって

$C > 90^\circ$

△ABCは鈍角三角形である。