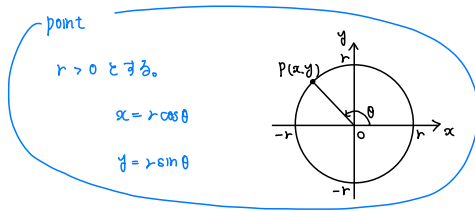


## 点の回転

(例1) 点  $P(3, 4)$  を、原点を中心として  $\frac{\pi}{3}$  だけ

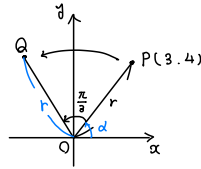
回転させた点  $Q$  の座標を求めよ



右の図のように、 $OP = r$ 、半径  $OP$  と

$x$  軸の正方向とのなす角を  $\alpha$  とすると

$$3 = r \cos \alpha, \quad 4 = r \sin \alpha$$



次に、 $Q(x, y)$  とすると

$$x = r \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}), \quad y = r \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})$$

であるより

$$\begin{aligned} x &= r \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - r \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3-4\sqrt{3}}{2} \\ y &= r \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} + r \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3} \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{4+3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

よって、点  $Q$  の座標は

$$\left( \frac{3-4\sqrt{3}}{2}, \frac{4+3\sqrt{3}}{2} \right)$$

(例2) 点  $P(3, 4)$  を、点  $A(2, -1)$  を中心として  $\frac{\pi}{4}$  だけ

回転させた点  $Q$  の座標を求めよ

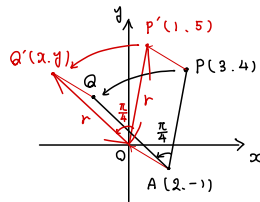
点  $A$  が原点  $O$  に移るような平行移動により

2点  $P, Q$  は点  $P'(1, 5)$  点  $Q'(x, y)$  に移る。

右の図のように、 $OP' = r$ 、半径  $OP'$  と

$x$  軸の正方向とのなす角を  $\alpha$  とすると

$$1 = r \cos \alpha, \quad 5 = r \sin \alpha$$



ここで、点  $Q'$  は、点  $P'$  を原点を中心として  $\frac{\pi}{4}$  だけ

回転させた点であるより

$$x = r \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}), \quad y = r \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$$

よって

$$\begin{aligned} x &= r \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} - r \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} \\ &= 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= -2\sqrt{2} \\ y &= r \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + r \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} \\ &= 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

ゆえに、点  $Q$  の座標は

$$(-2\sqrt{2} + 2, 3\sqrt{2} - 1)$$