

・最高位の値と小数首位の値

$$\log_{10} 1 = 0$$

$$\log_{10} 2 = 0.3010$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771$$

$$\log_{10} 4 = 0.6020 \quad \leftarrow 2\log_{10} 2$$

$$\log_{10} 5 = 0.6990 \quad \leftarrow \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$

$$\log_{10} 6 = 0.7781 \quad \leftarrow \log_{10} 2 + \log_{10} 3$$

$$\log_{10} 7 = 0.8451 \quad \leftarrow \text{あとで説明}$$

$$\log_{10} 8 = 0.9030 \quad \leftarrow 3\log_{10} 2$$

$$\log_{10} 9 = 0.9542 \quad \leftarrow 2\log_{10} 3$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$$1 = 10^0$$

$$2 = 10^{0.3010}$$

$$3 = 10^{0.4771}$$

$$4 = 10^{0.6020}$$

$$5 = 10^{0.6990}$$

$$6 = 10^{0.7781}$$

$$7 = 10^{0.8451}$$

$$8 = 10^{0.9030}$$

$$9 = 10^{0.9542}$$

$$10 = 10^1$$

(補足) $\log_{10} 7$ の近似値 (小数第2位まで)

$48 < 49 < 50$ より、7を底とする対数をとると

$$\log_{10} 48 < \log_{10} 49 < \log_{10} 50$$

$$\log_{10} 2^4 \times 3 < \log_{10} 7^2 < \log_{10} \frac{100}{2}$$

$$4\log_{10} 2 + \log_{10} 3 < 2\log_{10} 7 < \log_{10} 100 - \log_{10} 2$$

$$1.6811 < 2\log_{10} 7 < 1.6990$$

$$0.84055 < \log_{10} 7 < 0.8495$$

よって

$$\log_{10} 7 \approx 0.84$$

$10^{3.14}$ の最高位の値は?

$$10^3 < 10^{3.14} < 10^{0.3010} \cdot 10^3$$

$$10^3 < 10^{3.14} < 2 \cdot 10^3$$

$\therefore 1$ //

$$300 < 321 < 400$$

$$3 \times 10^2 < 321 < 4 \times 10^2$$

(例1) 12^{20} の最高位の数を求めよ。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$$\log_{10} 12^{20} = 20 \log_{10} 12$$

$$= 20 (2\log_{10} 2 + \log_{10} 3)$$

$$= 21.582$$

であるから

$$12^{20} = 10^{21.582} = 10^{0.582} \cdot 10^{21}$$

よって, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 4 = 0.6020$ であるから

$$10^{0.4771} < 10^{0.582} < 10^{0.6020}$$

$$10^{0.4771} \cdot 10^{21} < 10^{0.582} \cdot 10^{21} < 10^{0.6020} \cdot 10^{21}$$

$$3 \cdot 10^{21} < 12^{20} < 4 \cdot 10^{21}$$

ゆえに, 最高位の値は

3 //

(例2) $(\frac{1}{6})^{20}$ の小数首位の数を求めよ。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$$\log_{10} (\frac{1}{6})^{20} = \log_{10} 6^{-20}$$

$$= -20 (\log_{10} 2 + \log_{10} 3)$$

$$= -15.562$$

であるから

$$(\frac{1}{6})^{20} = 10^{-15.562} = 10^{-0.438} \cdot 10^{-16} \quad \leftarrow 10^{0.562} \cdot 10^{-16} \text{ としない}$$

よって $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ であるから

$$10^{0.3010} < 10^{0.438} < 10^{0.4771}$$

$$10^{0.3010} \cdot 10^{-16} < 10^{0.438} \cdot 10^{-16} < 10^{0.4771} \cdot 10^{-16}$$

$$2 \cdot 10^{-16} < (\frac{1}{6})^{20} < 3 \cdot 10^{-16}$$

ゆえに, 小数首位の値は

2 //