9

・関数の増減

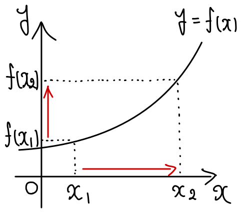
関数 $f(x)$ において，ある区間の任意の値 x_1, x_2 について

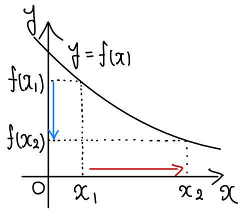
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ が成り立つとき

$f(x)$ はその区間で単調に増加するという。

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ が成り立つとき

$f(x)$ はその区間で単調に減少するという。



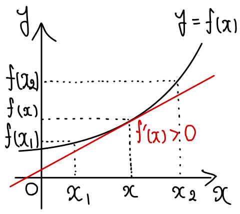


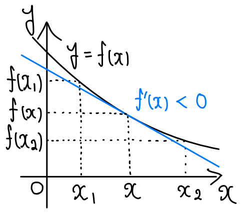
関数 $f(x)$ において，ある区間で

常に $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ はその区間で単調に増加する。

常に $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ はその区間で単調に減少する。

常に $f'(x) = 0 \Rightarrow f(x)$ はその区間で定数である。





(例) 次の関数の増減を調べよ。

(1) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$

$= 6(x+1)(x-2)$

より，増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗		↘		↗

よって，$f(x)$ は

$x \leqq -1$ および $2 \leqq x$ で単調に増加する。

$-1 \leqq x \leqq 2$ で単調に減少する。

(2) $f(x) = x^3$

$f'(x) = 3x^2$

より，増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	↗		↗

よって，$f(x)$ は常に単調に増加する。