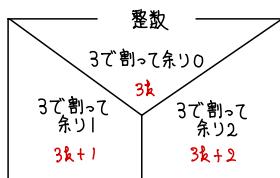
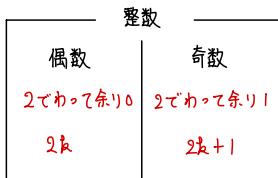


10

・余りによる分類



連續2整数の積は2の倍数
連續3整数の積は6の倍数

(証明)

連續2整数を $n, n+1$ とする。

すべての整数 n は

$$n=2k, \quad n=2k+1 \quad (k \text{は整数})$$

のいずれかで表される。

(i) $n=2k$ のとき

$$n(n+1) = 2k(2k+1)$$

(ii) $n=2k+1$ のとき

$$n(n+1) = (2k+1)(2k+1+1) = 2(2k+1)(k+1)$$

よって、 $n(n+1)$ は2の倍数である。□

一般に、正の整数 m に対して、すべての整数は

$$m, m+1, m+2, \dots, m+(m-1) \quad (m \text{は整数})$$

のいずれかの形で表せる。

* 適切な m で割った余りで分類して考える。

(例) n は整数とする。 n^2 を3で割ったときの余りが

0または1であることを証明せよ。

point

3でわったときの余り → 3でわったときの余りで分類する

すべての整数 n は

$$n=3k, \quad n=3k+1, \quad n=3k+2 \quad (k \text{は整数})$$

のいずれかで表される。

(i) $n=3k$ のとき

$$n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3 \cdot 3k^2$$

(ii) $n=3k+1$ のとき

$$n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

(iii) $n=3k+2$ のとき

$$n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

よって、 n^2 を3でわったときの余りは0または1である。□

連續3整数を $n, n+1, n+2$ とする

すべての整数 n は

$$n=3k, \quad n=3k+1, \quad n=3k+2 \quad (k \text{は整数})$$

のいずれかで表される。

(i) $n=3k$ のとき

$$n(n+1)(n+2) = 3k(3k+1)(3k+2)$$

(ii) $n=3k+1$ のとき

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2) &= 3k+1(3k+1+1)(3k+1+2) \\ &= 3(3k+1)(3k+2)(k+1) \end{aligned}$$

(iii) $n=3k+2$ のとき

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2) &= 3k+2(3k+2+1)(3k+2+2) \\ &= 3(3k+2)(k+1)(3k+4) \end{aligned}$$

よって、 $n(n+1)(n+2)$ は3の倍数である。

また、連續2整数の積は2の倍数であるから

$n(n+1)(n+2)$ は2の倍数である。

したがって、 $n(n+1)(n+2)$ は6の倍数である。