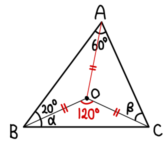
7

・五心についての求値問題

(例1) 右の図において、点Oは△ABCの外心である。

このとき、α, βを求めよ。



円周角の定理より

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2\times 60° = 120°$

Oは外心より、OB = OC である。つまり△OBCは

二等辺三角形であるから

$\alpha = \angle OBC = \frac{1}{2}\times(180° - \angle BOC) = \frac{1}{2}\times(180° - 120°) = 30°$

同様に△OAB, △OCAも二等辺三角形であるから

$\angle OAB = \angle OBA = 20°$

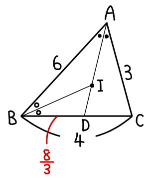
$\angle OAC = \angle OCA = \beta$

ここで、$\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = 60°$ であるから

$20° + \beta = 60° \quad \therefore \beta = 40°$

(例2) 右の図において、点Iは△ABCの内心である。

このとき、AI : IDを求めよ。



ADは∠Aの二等分線であるから

$BD : DC = AB : AC = 6 : 3 = 2 : 1$

よって、

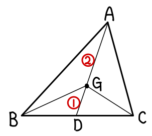
$BD = BC\times\frac{2}{2+1} = 4\times\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

また、BIは∠Bの二等分線であるから

$AI : ID = BA : BD = 6 : \frac{8}{3} = 9 : 4$ //

(例3) 右の図において、点Gは△ABCの重心である。

このとき、面積比△ABC : △GBCを求めよ。



Gは重心より

$AG : GD = 2 : 1$

であるから

$\triangle ABC : \triangle GBC = AD : GD$

$= (AG + GD) : GD$

$= 3 : 1$