

21

・関数の増減と不等式の証明

(例) 次の不等式が成り立つことを証明せよ

$$x \geq 0 \text{ のとき } 2x^3 + 1 \geq 3x^2$$

point

ある区間で $f(x) \geq g(x)$ を示す

ある区間で $h(x) = f(x) - g(x) \geq 0$ を示す

ある区間で $(h(x) \text{ の最小値}) \geq 0$ を示す

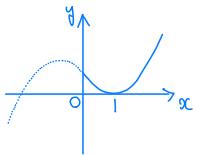
$$f(x) = 2x^3 + 1 - 3x^2 \text{ とおくと}$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$= 6(x+1)(x-1)$$

より、増減表は次のようになる。

x	0	...	1	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		↓	0	↗



よって、 $x \geq 0$ のとき、 $f(x)$ は $x=1$ で最小値 0 をとる。

ゆえに、 $x \geq 0$ のとき、 $f(x) \geq 0$ であるから

$$2x^3 + 1 \geq 3x^2 \quad \square$$