13

・因数定理

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{1次式 } x-k \text{ が整式 } P(x) \text{ の因数である} \\ \Leftrightarrow \quad P(k)=0\end{array}}$$

(証明) $P(x)$を $x-k$でわったときの余りは

$P(k)$ ← 剰余の定理

また，$x-k$が $P(x)$の因数であるための必要十分条件は

$P(x)$を$x-k$でわったときの余りが 0

つまり

$P(k)=0$ //

(例1) $P(x)=x^3+ax^2+a$ が $x-1$でわりきれるとき、

aの値をもとめよ。

因数定理より $P(1)=0$ であるから

$1^3+a\cdot 1^2+a=0$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$ //

(例2) $x^3-6x^2+5x+12$ を因数分解せよ。

point

$P(x)=x^3-6x^2+5x+12$ とおく。

$P(k)=0$となるkを見つける

→ $P(x)$は $x-k$ を因数にもつ

$P(x)=x^3-6x^2+5x+12$ とおくと

$P(-1)=(-1)^3-6\cdot(-1)^2+5\cdot(-1)+12$

$=0$

であるから，$P(x)$は $x+1$ を因数にもつ。

$$\begin{array}{r} x^2-7x+12 \\ x+1 \,\big)\, \overline{x^3-6x^2+5x+12} \\ \underline{x^3+x^2 \qquad\qquad} \\ -7x^2+5x+12 \\ \underline{-7x^2-7x \qquad} \\ 12x+12 \\ \underline{12x+12} \\ 0 \end{array}$$

つまり

$x^3-6x^2+5x+12=(x+1)(x^2-7x+12)$

$=(x+1)(x-3)(x-4)$ //