3

・複素数の計算

> ・i は文字として計算
>
> ・$i^2 = -1$

（例1）

(1) $(3+i)+(2-2i) = 5-i$ //

(2) $(2-i)-(5-4i) = 2-i-5+4i = -3+3i$ //

(3) $(3+2i)(1-i) = 3-3i+2i-2\underbrace{i^2}_{-1} = 5-i$ //

(4) $(1+i)^2 = 1+2i+\underbrace{i^2}_{-1} = 2i$ //

(5) $(2+i)(2-i) = 4-\underbrace{i^2}_{-1} = 5$ //

(6) $i^3 = \underbrace{i^2}_{-1}\cdot i = -i$ //

> 互いに共役な複素数の和と積は
>
> 実数である。

（証明）

$\alpha = a+bi$ (a, b は実数)と互いに共役な複素数は

$\bar{\alpha} = a-bi$　← $\bar{\alpha}$ は α と共役な複素数という意味

であるから

$\alpha+\bar{\alpha} = (a+bi)+(a-bi) = 2a$

$\alpha\bar{\alpha} = (a+bi)(a-bi) = a^2-(bi)^2 = a^2+b^2$

よって、互いに共役な複素数の和と積は実数である。□

（例2）

(1) $\dfrac{2+i}{1+2i} = \dfrac{(2+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \dfrac{2-4i+i-2i^2}{1-4i^2} = \dfrac{4-3i}{5}$ //

(2) $\dfrac{2+3i}{2-3i} = \dfrac{(2+3i)^2}{(2-3i)(2+3i)} = \dfrac{4+12i+9i^2}{4-9i^2} = \dfrac{-5+12i}{13}$ //

(3) $\dfrac{1-i}{i} = \dfrac{(1-i)(-i)}{i\cdot(-i)} = \dfrac{-i+i^2}{-i^2} = -1-i$ //

$\dfrac{1-i}{i} = \dfrac{(1-i)i}{i^2} = \dfrac{i-i^2}{-1} = -1-i$ //