

12

ある文字に着目した因数分解

(例1) $x^2 - yz + zx - y^2$ を因数分解せよ。

point

低い次数に着目すると

うまくいく場合がある。

$$\begin{aligned} x^2 - yz + zx - y^2 &= (x - y)z + (x^2 - y^2) \\ &= (x - y)z + (x + y)(x - y) \\ &= (x - y)\{z + (x + y)\} \\ &= (x - y)(x + y + z), \end{aligned}$$

(例2) $2x^2 - 5xy + 3y^2 - 3x + 2y + 1$ を因数分解せよ。

point

1つの文字に着目して、降べきの順にすると

上手くいく場合がある。

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= 2x^2 - (5y + 3)x - (3y^2 - 2y - 1) \quad \leftarrow x \text{に着目} \\ &= 2x^2 - (5y + 3)x - (y - 1)(3y + 1) \quad \leftarrow \frac{1}{2} \times \frac{-1}{-2} \\ &= \{x - (3y + 1)\} \{2x + (y - 1)\} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times \frac{-(3y+1)}{y-1} \quad \frac{-6y-2}{-5y-3} \end{array} \\ &= (x - 3y - 1)(2x + y - 1), \end{aligned}$$

(例3) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= (-b + c)a^2 + (b^2 - c^2)a + (bc^2 - b^2c) \quad \leftarrow a \text{に着目} \\ &= -(b - c)a^2 + (b + c)(b - c)a - bc(b - c) \\ &= -(b - c)\{a^2 - (b + c)a + bc\} \\ &= -(b - c)(a - b)(a - c) \\ &= (a - b)(b - c)(c - a), \end{aligned}$$