27

・3倍角の公式 (理 暗記+導出)

$$\boxed{\begin{aligned} \sin 3\alpha &= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha \\ \cos 3\alpha &= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha \end{aligned}}$$

証明)

$$\begin{aligned}
\sin 3\alpha &= \sin(\alpha + 2\alpha) \\
&= \sin\alpha \underline{\cos 2\alpha} + \cos\alpha \underline{\sin 2\alpha} \\
&= \sin\alpha\,(1 - 2\sin^2\alpha) + \cos\alpha \cdot \underline{2\sin\alpha\cos\alpha} \\
&= \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha\cos^2\alpha \\
&= \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha(1 - \sin^2\alpha) \\
&= \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha - 2\sin^3\alpha \\
&= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha
\end{aligned}$$

sinで統一することを見越して
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ を使う

$$\begin{aligned}
\cos 3\alpha &= \cos(\alpha + 2\alpha) \\
&= \cos\alpha \underline{\cos 2\alpha} - \sin\alpha \underline{\sin 2\alpha} \\
&= \cos\alpha\,(2\cos^2\alpha - 1) - \sin\alpha \cdot \underline{2\sin\alpha\cos\alpha} \\
&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - 2\sin^2\alpha\cos\alpha \\
&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - 2(1 - \cos^2\alpha)\cos\alpha \\
&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - 2\cos\alpha + 2\cos^3\alpha \\
&= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha \quad \square
\end{aligned}$$

cosで統一することを見越して
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ を使う