

20

・対数の大小比較

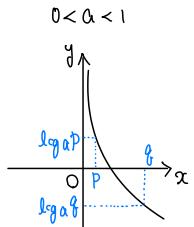
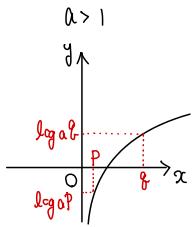
$a > 1$ のとき

$$P < Q \Leftrightarrow \log_a P < \log_a Q \quad \text{一致}$$

$0 < a < 1$ のとき

$$P < Q \Leftrightarrow \log_a P > \log_a Q \quad \text{逆転}$$

(ざっくり説明)



(例) 次の数の大小を調べよ。

$$(1) 2 \log_2 3 \quad (2) \log_{\frac{1}{2}} 3, \log_{\frac{1}{4}} 5$$

$$(3) \log_3 2, \log_5 2 \quad (4) \log_3 0.5, \log_5 0.5$$

point

底をそろえる

$$(1) 2 = \log_2 2^2 = \log_2 4$$

$$\log_2 3$$

底2は1より大きいから、 $3 < 4$ より

$$\log_2 3 < \log_2 4 \quad \text{つまり } \log_2 3 < 2,$$

$$(2) \log_{\frac{1}{2}} 3$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 5 = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 5}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 5 = \log_{\frac{1}{2}} 5^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{5}$$

底 $\frac{1}{2}$ は1より小さいから、 $\sqrt{5} < 3$ より

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{5} > \log_{\frac{1}{2}} 3 \quad \text{つまり } \log_{\frac{1}{4}} 5 > \log_{\frac{1}{2}} 3,$$

(3)

$$\log_3 2 = \frac{1}{\log_3 2}$$

$$\log_5 2 = \frac{1}{\log_5 2}$$

底2は1より大きいから、 $3 < 5$ より

$$0 < \log_3 2 < \log_5 2 \quad \text{つまり } \frac{1}{\log_3 2} > \frac{1}{\log_5 2}$$

よって

$$\log_3 2 > \log_5 2,$$

(4)

$$\log_3 0.5 = \frac{1}{\log_3 0.5}$$

$$\log_5 0.5 = \frac{1}{\log_5 0.5}$$

底0.5は1より小さいから、 $3 < 5$ より

$$0 > \log_3 0.5 > \log_5 0.5 \quad \text{つまり } \frac{1}{\log_3 0.5} < \frac{1}{\log_5 0.5}$$

よって

$$\log_3 0.5 < \log_5 0.5 //$$