

## 媒介変数と軌跡

点  $P(x, y)$  が、実数  $t$  によって

$$x = t + 1, y = t^2$$

で表されるとする。

たとえば、 $t = -2, -1, 0, 1, 2$  を代入すると、 $P$  の座標は

$$(-1, 4), (0, 1), (1, 0), (2, 1), (3, 4)$$

このように、 $t$  の値に応じて  $P$  が 1 つに定まる

じゃあ、 $P$  が描く軌跡は？

$$x = t + 1 \text{ より}$$

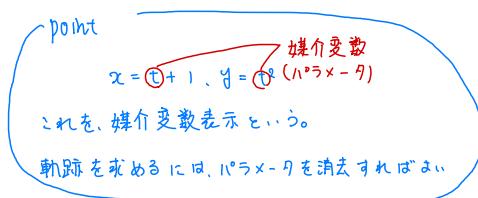
$$t = x - 1$$

これを、 $y = t^2$  に代入して

$$y = (x-1)^2$$

よって、求めた軌跡は

$$\text{放物線 } y = (x-1)^2$$



(例) 放物線  $y = x^2 + (2t-2)x + t+1$  の頂点を  $P$  とする。

$t$  が 0 以上の値をとって変化するとき、 $P$  の軌跡を求めよ。

$$y = x^2 + (2t-2)x + t+1$$

$$= (x + (t-1))^2 - (t-1)^2 + t+1$$

$$= (x + (t-1))^2 - t^2 + 3t$$

よって、頂点  $P$  の座標を  $(x, y)$  とすると

$$x = -t + 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = -t^2 + 3t \quad \dots \textcircled{2}$$

媒介変数表示

①より

$$t = -x + 1 \quad \dots \textcircled{3}$$

③を②に代入して

$$y = -(-x+1)^2 + 3(-x+1)$$

$$= -x^2 - x + 2$$

また、 $t \geq 0$  であるから ③より

$$-x+1 \geq 0 \quad \therefore x \leq 1$$

定義域の確認

よって、求める軌跡は

$$\text{放物線 } y = -x^2 - x + 2 \quad (x \leq 1) //$$