7

・指数が有理数の指数法則

~~自然数~~ 整数　~~有理数~~　実数

$a \neq 0$, m, n が~~自然数~~ のとき

1　$a^m a^n = a^{m+n}$　　1′　$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

2　$(a^m)^n = a^{mn}$

3　$(ab)^n = a^n b^n$　　3′　$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

(例)

(1)　$(a^{\frac{1}{3}})^4 \times a^{\frac{1}{2}} \div a = a^{\frac{4}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} \div a^1 = a^{\frac{4}{3}+\frac{1}{2}-1} = a^{\frac{5}{6}}$ //

(2)　$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{2}}$ //

(3)　$4^{-\frac{1}{2}} = (2^2)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$

(4)　$\sqrt[3]{9} \times \sqrt[4]{27} \div \sqrt[12]{243} = \sqrt[3]{3^2} \times \sqrt[4]{3^3} \div \sqrt[12]{3^5}$

$= 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{3}{4}} \div 3^{\frac{5}{12}}$

$= 3^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{5}{12}}$

$= 3^1$

$= 3$ //

(5)　$(ab)^{\frac{1}{4}} \times (a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{1}{4}} \cdot (a^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} (b^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}$

$= a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{1}{4}} b^{\frac{3}{4}}$

$= a^{\frac{1}{4}+(-\frac{1}{4})} \cdot b^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}$

$= a^0 b^1$

$= b$