

おき換えを利用した 因数分解

(例1) $(x^2+x)^2+2(x^2+x)-8$ を因数分解せよ。

$x^2+x=X$ とおくと

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= X^2+2X-8 \\&= (X+4)(X-2) \\&= (x^2+x+4)(x^2+x-2) \\&= (x^2+x+4)(x+2)(x-1),\end{aligned}$$

(例2) x^2-y^2+2y-1 を因数分解せよ。 $\leftarrow \begin{array}{l} = (x+y)(x-y)+2y-1 \\ \text{としても、うまくいかなそう} \end{array}$

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= x^2-(y^2-2y+1) \\&= x^2-(y-1)^2\end{aligned}$$

ここで、 $y-1=A$ とおくと

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= x-A^2 \\&= (x+A)(x-A) \\&= \{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\} \\&= (x+y-1)(x-y+1),\end{aligned}$$

(例3) 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-3x^2-4 (2) x^4-8x^2+4

point

$x^2=X$ とおくと

$$\begin{aligned}(1) \quad x^4-3x^2-4 &= X^2-3X-4 \quad \leftarrow \text{うまくいかなそう} \\&= (X+1)(X-4) \quad \rightarrow \text{平方の差をつくる}\end{aligned}$$

(1) $x^2=X$ とおくと

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= X^2-3X-4 \\&= (X+1)(X-4) \\&= (x^2+1)(x^2-4) \\&= (x^2+1)(x+2)(x-2),\end{aligned}$$

$$(2) \quad x^4-8x^2+4 = (x^2-2)^2-4x^2 \quad \leftarrow \begin{array}{l} = (x^2+2)^2-12x^2 \\ \text{としても、うまくいかなそう} \end{array}$$

ここで、 $x^2-2=X$ とおくと

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= X^2-4x^2 \\&= (X+2x)(X-2x) \\&= \{(x^2-2)+2x\}\{(x^2-2)-2x\} \\&= (x^2+2x-2)(x^2-2x-2),\end{aligned}$$