

26

・桁数と小数首位

$10^{3.14}$ は何桁か？

$$10^3 < 10^{3.14} < 10^4$$

∴ 4桁

$$100 < 123 < 1000$$

$$10^2 < 123 < 10^3$$

∴ 3桁

$10^{2.71}$ は小数第几位にはじめて 0 でない数が現れるか？

$$10^0 < 10^{2.71} < 10^1$$

∴ 第3位

$$0.01 < 0.02 < 0.1$$

∴ 第2位

$$10^{-1} < 0.02 < 10^{-2}$$

(例1) 6^{20} は何桁の整数か。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

point
 $6^{20} = 10^0$ と表す

6^{20} の常用対数をとると

$$\begin{aligned}\log_{10} 6^{20} &= 20 \log_{10} 6 \\ &= 20(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) \\ &= 20(0.3010 + 0.4771) \\ &= 15.562\end{aligned}$$

であるから

$$6^{20} = 10^{15.562}$$

よって

$$10^{15} < 10^{15.562} < 10^{16}$$

∴ 16桁 //

(例2) $(\frac{2}{3})^{20}$ は小数第几位にはじめて 0 でない数が現れるか。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

point
 $(\frac{2}{3})^{20} = 10^0$ と表す

$(\frac{2}{3})^{20}$ の常用対数をとると

$$\begin{aligned}\log_{10} (\frac{2}{3})^{20} &= 20 \log_{10} \frac{2}{3} \\ &= 20(\log_{10} 2 - \log_{10} 3) \\ &= 20(0.3010 - 0.4771) \\ &= -3.522\end{aligned}$$

であるから

$$(\frac{2}{3})^{20} = 10^{-3.522}$$

よって

$$10^{-4} < 10^{-3.522} < 10^{-3}$$

∴ 第4位 //