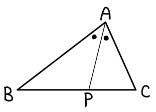
3

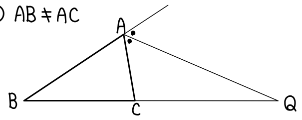
・角の二等分線と辺の比

①



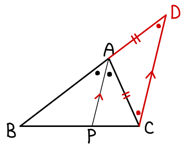
$AB:AC = BP:PC$

② $AB \neq AC$



$AB:AC = BQ:QC$

(①の証明)



Cを通りAPに平行な直線を引き

直線ABとの交点をDとする。

$AP \parallel DC$ より

$\angle PAC = \angle ACD$

$\angle BAP = \angle ADC$

仮定より，$\angle BAP = \angle PAC$ であるから

$\angle ACD = \angle ADC$

よって

$AC = AD$ …①

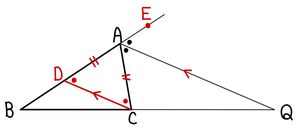
また，$AP \parallel DC$ であるから

$BP:PC = BA:AD$ …②

①．②より

$BP:PC = BA:AC$ ∎

(②の証明)



$AB > AC$ のときについて示す

Cを通りAQに平行な直線を引き

直線ABとの交点をDとする。

また，BAのAの方への延長線上に点Eをとる。

$AQ \parallel DC$ より

$\angle QAC = \angle ACD$

$\angle EAQ = \angle ADC$

仮定より，$\angle QAC = \angle EAQ$ であるから

$\angle ACD = \angle ADC$

よって

$AC = AD$ …①

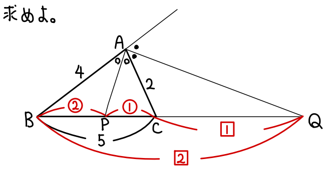
また，$AQ \parallel DC$ であるから

$BQ:CQ = BA:DA$ …②

①．②より

$BQ:CQ = BA:AC$ ∎

(例) 右の図において，線分PQの長さを求めよ。



APは∠Aの二等分線であるから

$BP:PC = AB:AC = 4:2 = 2:1$

よって

$PC = 5 \times \frac{1}{2+1} = \frac{5}{3}$

また，AQはAにおける外角の二等分線であるから

$BQ:QC = AB:AC = 4:2 = 2:1$

よって，

$BC:CQ = 1:1$

であるから

$CQ = BC = 5$

以上より

$PQ = PC + CQ = \frac{5}{3} + 5 = \frac{20}{3}$