

26

§ 3 1次不等式

不等式

$$\begin{array}{c} \cancel{x+3} > 5 \\ \text{左辺} \quad \text{右辺} \\ \curvearrowleft \qquad \curvearrowright \\ \text{両辺} \end{array}$$

(例) 次の数量の大小関係を不等式で表せ。

(1) ある数 x の 2 倍から 3 引いた数は 1 より大きい

$$2x - 3 > 1$$

(2) 2 数 a, b の和は正で、5 以下である。

$$0 < a+b \leq 5$$

不等式の性質

1 $a < b, b < c$ ならば $a < c$

2 $a < b$ ならば $a+c < b+c, a-c < b-c$

3 $a < b, c > 0$ ならば $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

4 $a < b, c < 0$ ならば $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

※ 不等式では、負の数を掛けたり、割ったりすると

不等号の向きが逆になる。

(さくくり) 証明

1について

$$\begin{array}{ccccccc} & a & & b & & c & \\ \hline & \bullet & & \bullet & & \bullet & \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ & a & & b & & c & \rightarrow \\ & & & & & & \end{array}$$

$a < c$

2について

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & a & & b & & & \\ \hline & \bullet & & \bullet & & & \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ & a & & b & & & \rightarrow \\ & & +2 & & +2 & & \end{array} & \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & a & & b & & & \\ \hline & \bullet & & \bullet & & & \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ & a & & b & & & \rightarrow \\ & & -3 & & -3 & & \end{array} & \end{array} \\ a+2 < b+2 \qquad \qquad a-3 < b-3 \end{array}$$

3について

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & 0 & a & b & & & \\ \hline & \bullet & \bullet & \bullet & & & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ & 0 & a & b & & & \rightarrow \\ & & x3 & x3 & & & \end{array} & \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & 0 & a & b & & & \\ \hline & \bullet & \bullet & \bullet & & & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ & 0 & a & b & & & \rightarrow \\ & & x(-2) & x(-2) & & & \end{array} & \end{array} \\ 3a < 3b \qquad \qquad -2a > -2b \end{array}$$

4について

(参考) 「 $>, \geq$ 」の意味

正しいのは?

$$3 > 2 \quad \text{O} \quad 3 > 3 \quad \text{X}$$

$$3 \geq 2 \quad \text{O} \quad 3 \geq 3 \quad \text{O}$$

「 $a \geq b$ 」は「 $a > b$ または $a = b$ 」