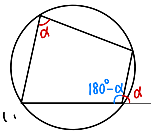
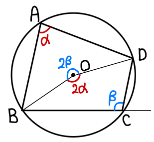
12

・円に内接する四角形

> 四角形が円に内接するとき
>
> ・四角形の対角の和は180°
>
> ・四角形の内角は、その対角の外角に等しい



(証明)



右の図のように、四角形ABCDが円に内接するとし、$\angle BAD=\alpha$, $\angle BCD=\beta$とおく

円周角の定理より

弧BCDに対する中心角は2α　＋　× $\angle BOD=2\alpha$　× 弧BDに対する中心角は2α

弧BADに対する中心角は2β

よって、

$2\alpha+2\beta=360°$　$\therefore\ \alpha+\beta=180°$ …①

ゆえに、四角形の対角の和は180°である

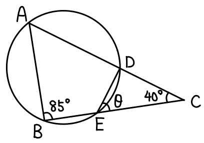
また$\angle BCD$の外角は

$180°-\beta$

であり、①よりこれはαに等しい。

したがって、四角形の内角は、その対角の外角に等しい

(例1) 右の図において、角θを求めよ。



$\triangle ABC$において

$\angle A=180°-(85°+40°)$

$=55°$

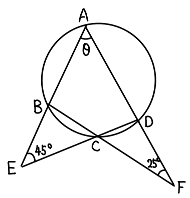
四角形ABEDは円に内接しているから

$\angle A=\theta$

よって

$\theta=55°$

(例2) 右の図において、角θを求めよ。



$\triangle ABF$に着目して

$\angle EBC=\theta+25°$

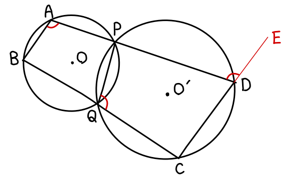
四角形ABCDは円に内接しているから

$\angle BCE=\theta$

よって、$\triangle BEC$において

$45°+(\theta+25°)+\theta=180°$　$\therefore\ \theta=55°$

(例3) 右の図において、AB // DCであることを示せ。



四角形ABQPは円Oに内接しているから

$\angle BAP=\angle PQC$ …①

CDの延長線上に点Eをとると、四角形PQCDは円O′に内接しているから

$\angle PQC=\angle PDE$ …②

①、②より

$\angle BAP=\angle PDE$

よって、錯角が等しいから

AB // DC　□