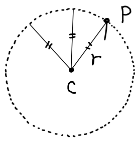
§3 軌跡と領域

・軌跡

たとえば、点Pが CP = r をみたしながら、

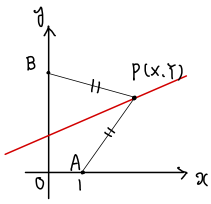
平面上を動くとき、Pがえがく図形は



中心がC、半径がrの円

与えられた条件をみたす点が動いてできる図形を その条件をみたす点の**軌跡**という。

(例1) 2点A(1.0), B(0.3)から等距離にある点Pの軌跡を求めよ。



P(X、Y)とする。← I

条件より

$AP = BP \quad \therefore AP^2 = BP^2 \cdots ①$

ここで、

$AP^2 = (X-1)^2 + Y^2 \quad BP^2 = X^2 + (Y-3)^2$

であるから、これらを①に代入して

$(X-1)^2 + Y^2 = X^2 + (Y-3)^2$

$X - 3Y + 4 = 0$ ← II

よって、Pは直線 $x - 3y + 4 = 0 \cdots ②$ 上にある。

逆に、直線②上の任意の点は条件をみたす。← III

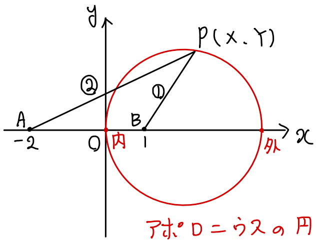
以上より、求める軌跡は

直線 $x - 3y + 4 = 0$ //

軌跡を求める手順 I-1 求める軌跡上の任意の点の座標を(X、Y)とおく。← 慣れれば(x.y)でもよい。 (I-2) 他の動点がある場合、別の座標 (s, t) などでおく。 II X、Yだけの式(軌跡の方程式)を導き、X→x, Y→y とおきかえる。 III IIで求めた図形上の任意の点が条件をみたしていること確認 ※ IIIが明らかな場合省略可

(例2) 2点 A(-2.0), B(1.0)からの距離の比が 2:1である

点Pの軌跡を求めよ。



P(X、Y)とする。← I

条件より

$AP : BP = 2 : 1$

であるから

$AP = 2BP \quad \therefore AP^2 = 4BP^2 \cdots ①$

ここで、

$AP^2 = (X+2)^2 + Y^2, \quad BP^2 = (X-1)^2 + Y^2$

であるから、これらを①に代入して

$(X+2)^2 + Y^2 = 4\{(X-1)^2 + Y^2\}$

$X^2 + Y^2 - 4X = 0$

$(X-2)^2 + Y^2 = 4$ ← II

よって、Pは、円 $(x-2)^2 + y^2 = 4 \cdots ②$ 上にある。

逆に、円②上の任意の点は条件をみたす。← III

以上より、求める軌跡は

中心(2.0)、半径2の円