

31

運動して動く点の軌跡

軌跡を求める手順

I-1 求める軌跡上の任意の点の座標を (x, y) とおく。+慣習では (x, y) でもよい。

(I-2) 他の動点がある場合、別の座標 (s, t) などでおく。

II x, y だけの式(軌跡の方程式)を書き、 $x \rightarrow s, y \rightarrow t$ とおき得る。

III IIで求めた図形上の任意の点が条件を満たしていること確認

* IIIが明らかの場合省略可

(例) 2点 $A(3, 0), B(0, 3)$ と円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動く点 Q を3つの

頂点とする三角形の重心 P の軌跡を求めよ。

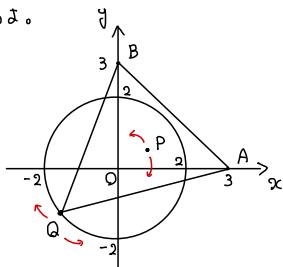
$P(x, y), Q(s, t)$ とする。 + I

Q は円 $x^2 + y^2 = 4$ 上の点であるから

$$s^2 + t^2 = 4 \quad \dots \text{①}$$

P は $\triangle ABA$ の重心であるから

$$x = \frac{3+0+s}{3}, \quad y = \frac{0+3+t}{3}$$



つまり

$$s = 3x - 3, \quad t = 3y - 3$$

これらを①に代入して

$$(3x-3)^2 + (3y-3)^2 = 4$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{4}{9}$$

よって、 P は円 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{4}{9}$ 上 … ②にある。



逆に、円②上の任意の点は条件を満たす。 + II

以上より、求める軌跡は

中心 $(1, 1)$, 半径 $\frac{2}{3}$ の円