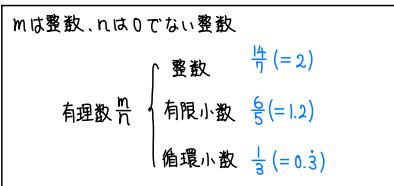


§4 分数

・分数と有限小数・循環小数



mは整数、nは0でない整数

mとnが互いに素である分数 $\frac{m}{n}$ を既約分数という。

mは整数、nは0でない整数として、整数でない既約分数 $\frac{m}{n}$ について

$\frac{m}{n}$ の分母nの素因数が2,5だけなら

$\Leftrightarrow \frac{m}{n}$ は有限小数

$\frac{m}{n}$ の分母nの素因数が2,5以外のものがある

$\Leftrightarrow \frac{m}{n}$ は循環小数

(\Rightarrow の証明)

分母nの素因数が2,5だけならるとすると、
 $\frac{m}{n}$ の分母nに2または5を何回かけることにより
 $\frac{m}{10^k}$ は有限小数
 の形になる。
 よって、 $\frac{m}{n}$ は有限小数である。□

(\Leftarrow の証明)

分母nに10^kをかけた
 $\frac{10^k m}{n}$
 は整数である。
 ここで、m,nは互いに素であるから $\frac{10^k m}{n}$ は既約分数
 10^k はnの倍数
 である。
 よって、分母nの素因数が2,5だけなら。

(例1) $\frac{7}{20}$ は有限小数 $\frac{7}{20} = 2^2 \cdot 5$
 $\frac{7}{30}$ は循環小数 $\frac{7}{30} = 2 \cdot 3 \cdot 5$

(例2) $\frac{n}{210}$ の分子を分母で割ると、有限小数となるような
 最小の自然数nを求めよ。

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

であるから、最小の自然数nは
 $n = 3 \cdot 7 = 21$, $\frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1}{2 \cdot 5} = 0.\dot{1}$