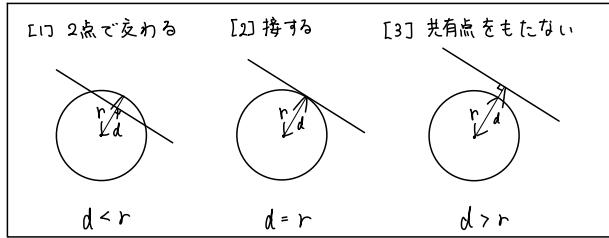


23

・円と直線の位置関係

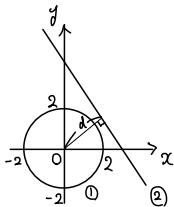


(例1) 円 $x^2 + y^2 = 4$ と直線 $2x + y = k$ の共有点の個数は

k の値によってどのように変わらうか。

point.

原点と直線 $2x + y = k$ の距離を d とすると
 $d < 2 \Leftrightarrow$ 2個
 $d = 2 \Leftrightarrow$ 1個
 $d > 2 \Leftrightarrow$ 0個



原点と直線 $2x + y = k$ の距離 d は

$$d = \frac{|k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

i) 共有点を2個もつとき, $d < 2$ であるとき

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

ii) 共有点を1個もつとき, $d = 2$ であるとき

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} = 2 \quad \therefore k = \pm 2\sqrt{5}$$

iii) 共有点をもたないとき, $d > 2$ であるとき

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} > 2 \quad \therefore k < -2\sqrt{5}, \quad 2\sqrt{5} < k$$

以上より

$$\begin{cases} -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5} & \text{のとき 2個} \\ k = \pm 2\sqrt{5} & \text{のとき 1個} \\ k < -2\sqrt{5}, \quad 2\sqrt{5} < k & \text{のとき 0個} \end{cases}$$

(例2) 点(-1, 2)を中心とし、直線 $3x + 4y + 5 = 0$ に接する

円の方程式を求めよ。

円の半径を r とすると、点(-1, 2)と

直線 $3x + 4y + 5 = 0$ との距離が r に等しいので
 $r = \frac{|3(-1) + 4 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$

よって、求める円の方程式は

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

