

13

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ の因数分解

$$\boxed{7 \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)}$$

(証明)

$$\begin{aligned}
 & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\
 &= \cancel{(a+b)^3} - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc \\
 &= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b) - 3abc \\
 &= \{(a+b)+c\}\{(a+b)^2 - (a+b)c + c^2\} - 3ab\{(a+b)+c\} \\
 &= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ca - bc + c^2 - 3ab) \\
 &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \blacksquare
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
 (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 = \cancel{a^3 + b^3} - 3ab(a+b) \\
 a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)
 \end{array}$$

より