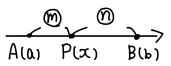
3

・数直線上の 内分点・外分点

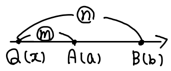
2点 A(a), B(b) に対して

・線分 AB を m:n に内分する点 P の座標は $\dfrac{na+mb}{m+n}$



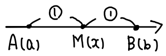
A(a) B(b)
m : n

・線分 AB を m:n に外分する点 Q の座標は $\dfrac{-na+mb}{m-n}$



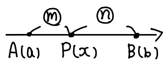
A(a) B(b)
m : −n

・線分 AB の中点 M の座標は $\dfrac{a+b}{2}$ (平均)



(内分の証明)

2点 A(a), B(b) を m:n に内分する点 P(x) の座標について考える



(i) $a<b$ のとき

$AP = x-a$, $PB = b-x$

AP : PB = m : n であるから

$(x-a):(b-x) = m:n$

$m(b-x) = n(x-a)$

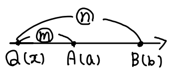
$x = \dfrac{na+mb}{m+n}$ …①

(ii) $a>b$ のとき

(i) と同様にして, ① が導かれる

(外分の証明)

2点 A(a), B(b) を m:n に外分する点 Q(x) の座標について考える



まず, $m<n$, $a<b$ のときについて考える。

$AQ = a-x$, $QB = b-x$

AQ : QB = m : n であるから

$(a-x):(b-x) = m:n$

$m(b-x) = n(a-x)$

$x = \dfrac{-na+mb}{m-n}$ …②

同様にして考えると, ② は a と b, m と n の大小に関係なく成り立つ。

(例) 2点 A(7), B(−1) に対して, 次の点の座標を求めよ

(1) 線分 AB を 3:1 に内分する点

$\dfrac{1\cdot 7+3\cdot(-1)}{3+1} = 1$ //

A B
7 −1
3 : 1

(2) 線分 BA を 3:1 に内分する点

(3) 線分 AB を 3:1 に外分する点

(4) 線分 AB の中点