

7

§2 命題

命題の真偽

正しいか正しくないかが明確に決まる文や式を命題といふ。

命題が正しいとき、その命題は真であるといい、正しくないとき、その命題は偽であるといふ。

(例1) 次の命題の真偽を述べよ。

(1) 2は素数である。 真。

(2) 二等辺三角形は正三角形である。 偽。

「 x は正の数である」のように、文字 x の値によって真偽が変わるものがある。
このような、文字 x を含んだ文や式を、 x に関する条件といふ。

2つの条件 p, q について、命題「 p ならば q 」を

$\overset{p}{\text{仮定}}$ $\overset{q}{\text{結論}}$

と表す。

$p \Rightarrow q$ が真とは

$\cancel{\text{や}}\text{であるとき、常に } q \text{ である}$

$p \Rightarrow q$ が偽とは

$\cancel{\text{や}}\text{であるのに、} q \text{ でないものがある}$

→反例

(例2) 次の命題はすべて偽である。反例を1つ示せ。

- (1) 実数 x について、 $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ である。 $x = -2$ „
- (2) 実数 x について、 $x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$ である。 $x = -3$ „
- (3) 実数 x, y について、 $x > y \Rightarrow x^2 > y^2$ である。 $x = 1, y = -2$ „
- (4) 実数 x, y について、 $|x| > |y| \Rightarrow x > y$ である。 $x = -2, y = 1$ „
- (5) 実数 x について、 $\sqrt{x^2} = x$ である。 $x = -1$ „
- (6) 自然数 n について、 n が奇数 $\Rightarrow 6n+1$ は素数である。 $n = 9$ „
- (7) 実数 x, y について、 $x + y = 0 \Rightarrow x = y = 0$ である。 $x = 1, y = -1$ „
- (8) 整数 m, n について、 $m+n$ が偶数 $\Rightarrow m$ と n は偶数である。 $m = 1, n = 3$ „
- (9) $m+n, mn$ が整数 $\Rightarrow m$ と n は整数である。 $\cancel{m = \sqrt{2}, n = -\sqrt{2}}$