

§2 命題

命題の真偽

正しいか正しくないかが明確に決まる文や式を **命題** という。

命題が正しいとき、その命題は **真** であるといい、正しくないとき、その命題は **偽** であるという。

(例1) 次の命題の真偽を述べよ。

(1) 2は素数である。 **真**、

(2) 二等辺三角形は正三角形である。 **偽**、

「 x は正の数である」のように、文字 x の値によって真偽が変わるものがある。

このような文字 x を含んだ文や式を、 x に関する **条件** という。

2つの条件 p 、 q について、命題「 p ならば q 」を

$p \Rightarrow q$
仮定 結論

と表す。

$p \Rightarrow q$ が真とは

p であるとき、常に q である

$p \Rightarrow q$ が偽とは

p であるのに、 q でないものがある
↳ 反例

(例2) 次の命題はすべて偽である。反例を1つ示せ。

(1) 実数 x について、 $x^2=4 \Rightarrow x=2$ である。

$x=-2$ 、

(2) 実数 x について、 $x^2>4 \Rightarrow x>2$ である。

$x=-3$ 、

(3) 実数 x, y について、 $x>y \Rightarrow x^2>y^2$ である。

$x=1, y=-2$ 、

(4) 実数 x, y について、 $|x|>|y| \Rightarrow x>y$ である。

$x=-2, y=1$ 、

(5) 実数 x について、 $\sqrt{x^2}=x$ である。

$x=-1$ 、

(6) 自然数 n について、 n が奇数 $\Rightarrow 6n+1$ は素数である。

$n=9$ 、

(7) 実数 x, y について、 $x+y=0 \Rightarrow x=y=0$ である。

$x=1, y=-1$ 、

(8) 整数 m, n について、 $m+n$ が偶数 $\Rightarrow m$ と n は偶数である。

$m=1, n=3$ 、

(9) $m+n, mn$ が整数 $\Rightarrow m$ と n は整数である。

$p=\sqrt{2}, q=-\sqrt{2}$