

## ・1次不定方程式の特殊解

$ax+by=c \cdots ①$  ( $a, b$  は互いに素) を満たす整数  $x, y$  の求め方

1. ①の解を1つ  $(x_1, y_1)$  を見つける  $\leftarrow$  カンでも互除法でもよい  
特殊解

2.  $(x_1, y_1)$  を①に代入した式  $ax_1+by_1=c \cdots ②$  として

①-② より

$$a(x-x_1)+b(y-y_1)=0 \cdots ③ \leftarrow \text{整数は積に強い}$$

をつくる。

3.  $a, b$  は互いに素であるから

$$x-x_1=bk \quad (k \text{ は整数})$$

これを③に代入して

$$y-y_1=-ak$$

ゆえに

$$x=bk+x_1, y=-ak+y_1 \quad (k \text{ は整数})$$

(例2) 等式  $308x+255y=1$  を満たす整数  $x, y$  の組を1つ求めよ。

$$255 \cdot 1 + 33 \cdot x + 235y = 1$$

$$33x + 235(x+y) = 1$$

$$x+y=z \cdots ① \quad \text{とあくと}$$

$$53x + 235z = 1$$

$$53x + (33 \times 4 + 43)z = 1$$

$$53(x+4z) + 43z = 1$$

$$x+4z=v \cdots ② \quad \text{とあくと}$$

$$53v + 43z = 1$$

$$(43 \cdot 1 + 10)v + 43z = 1$$

$$10v + 43(v+z) = 1$$

$$v+z=w \cdots ③ \quad \text{とあくと}$$

$$10v + 43w = 1$$

これを用いた整数  $v, w$  の組を1つは

$$(v, w) = (13, -3)$$

よって、これを②に代入して

$$13 + z = -3 \quad \therefore z = -16$$

ゆえに、②より

$$x + 4 \cdot (-16) = 13 \quad \therefore x = 77$$

さらに、①より

$$77 + y = -16 \quad \therefore y = -93$$

以上より

$$(x, y) = (77, -93)$$

(例1) 等式  $71x+33y=4$  を満たす整数  $x, y$  の組を1つ求めよ。

$$(33 \cdot 2 + 5)x + 33y = 4$$

$$5x + 33(2x+y) = 4$$

$$2x+y=z \cdots ① \quad \text{とあくと}$$

$$5x + 33z = 4$$

これを用いた整数  $x, z$  の組を1つは

$$(x, z) = (14, -2)$$

よって、これを①に代入して

$$2 \cdot 14 + y = -2 \quad \therefore y = -30$$

以上より

$$(x, y) = (14, -30) \quad \leftarrow \text{前回の } x=33k-52, y=-71k+112 \text{ において } k=2 \text{ とした場合である}$$