7

・2次方程式の解の個数

$ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$$ 判別式D

$ax^2+2b'x+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\boxed{b'^2-ac}}}{a}$$ 判別式 $D/4$

$D>0$	$\Longleftrightarrow$	異なる2つの実数解をもつ
$D=0$	$\Longleftrightarrow$	重解をもつ
$D<0$	$\Longleftrightarrow$	異なる2つの虚数解をもつ 互いに共役な複素数

(例1) 次の2次方程式の解の種類を判別せよ。

(1) $2x^2+5x+1=0$　(2) $x^2-2\sqrt{3}x+3=0$　(3) $2x^2-x+1=0$

判別式をDとする

(1) $D=5^2-4\cdot2\cdot1=17>0$　(2) $D/4=(-\sqrt{3})^2-1\cdot3=0$　(3) $D=(-1)^2-4\cdot2\cdot1=-7<0$

異なる2つの実数解〃　重解　異なる2つの虚数解〃

(例2) $x^2+mx+m+3=0$ の解の種類を判別せよ。

この2次方程式の判別式をDとすると

$$D=m^2-4(m+3)$$
$$=m^2-4m-12$$
$$=(m+2)(m-6)$$

よって

$D>0$ つまり $m<-2,\ 6<m$ のとき　異なる2つの実数解

$D=0$ つまり $m=-2,\ 6$ のとき　重解

$D<0$ つまり $-2<m<6$ のとき　異なる2つの虚数解 〃