

・ 2直線の交点を通る直線の方程式

2直線

$$x + y - 4 = 0 \quad \dots ①$$

$$x - 2y + 2 = 0 \quad \dots ②$$

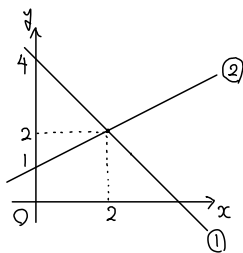
方程式

$$k(x + y - 4) + (x - 2y + 2) = 0 \quad \dots ③$$

の表す図形について考える。

③がkに関する恒等式となると

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ k \text{ にどんな値を} \\ \text{代入しても成立} \end{array}$$



が成り立つ。つまり

$$x = 2, y = 2 \quad \leftarrow \text{2直線①, ②の交点も点(2, 2)}$$

に対して、③はつねに成り立つ。

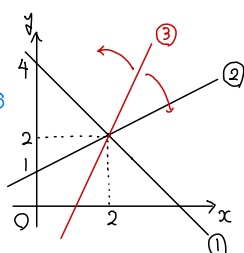
よって、③の表す図形は点(2, 2)を通る。

また、③はxとyに関する1次方程式であるから

③の表す図形は直線である。

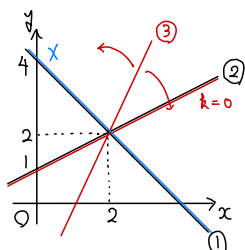
以上より、③の表す図形は

2直線①, ②の交点を通る直線



※ 直線 $k(x + y - 4) + (x - 2y + 2) = 0$ は

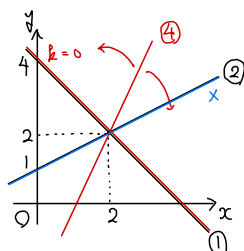
直線 $x + y - 4 = 0$ を表さない



$$\text{直線 } (x + y - 4) + k(x - 2y + 2) = 0 \quad \dots ④$$

2直線①, ②の交点を通る直線を表す

これは、直線 $x - 2y + 2 = 0$ を表さない



(例1) 2直線 $3x + y - 1 = 0 \quad \dots ①$, $x - 3y + 2 = 0 \quad \dots ②$ の交点と点(2, 1)を通る

直線の方程式を求めよ。

2直線の交点を通る直線の方程式は、kを定数として

$$3x + y - 1 + k(x - 3y + 2) = 0 \quad \dots ③$$

とおける。直線③が点(2, 1)を通るため

$$3 \cdot 2 + 1 - 1 + k(2 - 3 \cdot 1 + 2) = 0$$

$$\therefore k = -6$$

よって、求める直線の方程式は、③に $k = -6$ を代入して整理すると

$$3x - 19y + 13 = 0$$