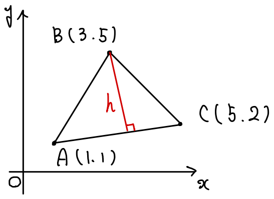
17

・三角形の面積

(例) 3点 A(1,1), B(3,5), C(5,2) を頂点とする

△ABC の面積を求めよ。

point
高さ = 点と直線の距離



直線 AC の方程式は

$$y-1=\frac{2-1}{5-1}(x-1)$$

$$\therefore\ x-4y+3=0$$

点Bと直線 AC の距離 h は

$$h=\frac{|3-4\cdot5+3|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}}=\frac{14}{\sqrt{17}}$$

また

$$AC=\sqrt{(5-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{17}$$

よって

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot h\cdot AC$$

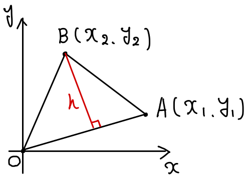
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{14}{\sqrt{17}}\cdot\sqrt{17}$$

$$=7_{\,//}$$

3点 O(0,0), A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)を頂点とする

△OAB の面積は

$$\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$



(証明)

直線 OA の方程式は

$$y_1x-x_1y=0$$

点Bと直線 OA の距離 h は

$$h=\frac{|y_1x_2-x_1y_2|}{\sqrt{y_1^2+(-x_1)^2}}=\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}$$

また

$$OA=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$$

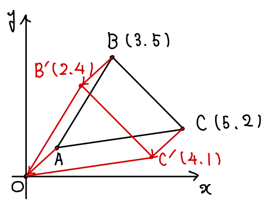
よって

$$\triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot h\cdot OA$$

$$=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|\ \square$$

(例$'$) 3点 A(1,1), B(3,5), C(5,2) を頂点とする

△ABC の面積を求めよ。



点Aが原点にくるように△ABCを平行移動させると

2点 B, C は点 B′(2,4), 点 C′(4,1) に移る。

よって

$$\triangle ABC=\triangle OB'C'$$

$$=\frac{1}{2}|2\cdot1-4\cdot4|$$

$$=7_{\,//}$$