

§2 実数

有理数

$$\cdots, -3, -2, -1, 0, \overbrace{1, 2, 3, \cdots}^{\text{自然数}}$$

整数

有理数 $\cdots \frac{m}{n}$ の形で表される数 (m は整数, n は0でない整数)例として $\frac{1}{3}, 4 (= \frac{4}{1}), 0.5 (= \frac{5}{10} = \frac{1}{2})$

※ 整数も有理数である。

有限小数 \cdots 小数第何位かで終わる小数無限小数 \cdots 小数点以下の数字が無限に続く小数

※ 特に、無限小数のうち、いくつかの数字の配列が

繰り返されているものを循環小数という。※ 有理数は、整数 有限小数 循環小数 のいずれかで表される。

(例1) 次の分数を小数で表せ。

(1) $\frac{7}{4} = 1.75$ ← 有限小数

(2) $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$ ← 無限小数 (循環小数)

(3) $-\frac{3}{22} = -0.13636\cdots = -0.1\dot{3}6$ ← 無限小数 (循環小数)

(4) $\frac{35}{111} = 0.315315\cdots = 0.3\dot{1}5$ ← 無限小数 (循環小数)

(例2) 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{1}\dot{2}$

(2) $0.4\dot{0}6\dot{3}$

point

循環小数を文字で書いて

繰り返し部分が消えるように○倍する。

(1) $x = 0.\dot{1}\dot{2} \cdots$ ① とおく。

①の両辺を100倍して

$100x = 12.1212 \cdots$ ②

②-① より

$$\begin{array}{r} 100x = 12.1212 \cdots \\ \leftarrow -) \quad x = 0.1212 \cdots \\ \hline 99x = 12 \end{array}$$

$99x = 12$

$\therefore x = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

(2) $x = 0.4\dot{0}6\dot{3} \cdots$ ① とおく。

①の両辺を1000倍して

$1000x = 406.3063063 \cdots$ ②

②-① より

$999x = 405.9$

$$\begin{array}{r} 1000x = 406.3063063 \cdots \\ \leftarrow -) \quad x = 0.4063063 \cdots \\ \hline 999x = 405.9 \end{array}$$

よって

$x = \frac{405.9}{999} = \frac{4059}{9990} = \frac{451}{1110}$