

# 28

≡ 角関数を含む方程式, 不等式 (4)

(例)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 次の方程式, 不等式を解け。

(1)  $\sin 2\theta = \sin \theta$

(2)  $\cos 2\theta + 3\sin \theta - 2 \leq 0$

point

〇倍角の公式を用いて, 角度を統一する

(1)  $\sin 2\theta = \sin \theta$  より

$$2\sin \theta \cos \theta = \sin \theta$$

$$\sin \theta (2\cos \theta - 1) = 0$$

$$2\cos \theta = 1 \text{ になる!}$$

$$\sin \theta = 0, \cos \theta = \frac{1}{2}$$

よって

$$\sin \theta = 0 \text{ のとき } \theta = 0, \pi$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \text{ のとき } \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$$

したがって

$$\theta = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$$

(2)  $\cos 2\theta + 3\sin \theta - 2 \leq 0$  より

$$1 - 2\sin^2 \theta + 3\sin \theta - 2 \leq 0$$

sin で統一することを見越して

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta \text{ を使う}$$

$$-2\sin^2 \theta + 3\sin \theta - 1 \leq 0$$

$$2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 1 \geq 0$$

$$(\sin \theta - 1)(2\sin \theta - 1) \geq 0$$

$$\therefore \sin \theta \leq \frac{1}{2}, 1 \leq \sin \theta$$

よって

$$\sin \theta \leq \frac{1}{2} \text{ のとき } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \leq \theta < 2\pi$$

$$1 \leq \sin \theta \text{ のとき } \theta = \frac{\pi}{2}$$

したがって

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}, \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi \leq \theta < 2\pi$$

