

28

対数と無理数

(例) $\log_2 3$ が無理数であることを証明せよ。

$\log_2 3$ が有理数であると仮定すると、 $\log_2 3 > 0$ なり

$$\log_2 3 = \frac{m}{n} \quad (n, m \text{ は自然数})$$

と表せる。

このとき

$$2^{\frac{m}{n}} = 3$$

$$2^m = 3^n$$

ここで、左辺は偶数であるが、右辺は奇数となり、矛盾している。

ゆえに、 $\log_2 3$ は無理数である \square