

8

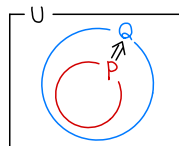
命題の真偽と集合の包含関係

全体集合を U とする命題 $P \Rightarrow Q$ において

条件 P, Q を満たす U の要素全体の集合を P, Q とすると

$P \Rightarrow Q$ が真であることと、 $P \subset Q$ が成り立つことは

同じである。

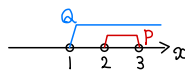


(例) x は実数とする。集合を用いて、次の命題の真偽を調べよ。

(1) $2 < x < 3 \Rightarrow x > 1$

$$P = \{x \mid 2 < x < 3, x \text{ は実数}\}$$

$$Q = \{x \mid x > 1, x \text{ は実数}\}$$



とする。 $P \subset Q$ より、この命題は

真、

(2) $|x| < 2 \Rightarrow x < 2$

$$P = \{x \mid -2 < x < 2, x \text{ は実数}\}$$

$$Q = \{x \mid x < 2, x \text{ は実数}\}$$



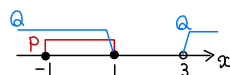
とする。 $P \subset Q$ より、この命題は

真、

(3) $|x| \leq 1 \Rightarrow |x-2| > 1$

$$P = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \text{ は実数}\}$$

$$Q = \{x \mid x < 1, 3 < x, x \text{ は実数}\}$$



とする。 $P \subset Q$ は成り立たないので、この命題は \leftarrow 反例が $x = 1$

偽、

命題 $P \Rightarrow Q$ が偽であるとは、

$P \subset Q$ が成り立たないことである。

つまり

$P \cap \bar{Q}$ に属する要素が存在する

