

4

二項定理の応用

(例1) $nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n = 2^n$ が成り立つことを示せ。

point

= 二項定理

$$(x+y)^n = nC_0 x^ny^0 + nC_1 x^{n-1}y^1 + nC_2 x^{n-2}y^2 + \dots + nC_n x^0y^n \dots ①$$

の x, y に適当な値を代入する

①式において、 $x=1, y=1$ を代入して

$$(1+1)^n = nC_0 \cdot 1^n \cdot 1^0 + nC_1 \cdot 1^{n-1} \cdot 1^1 + nC_2 \cdot 1^{n-2} \cdot 1^2 + \dots + nC_n \cdot 1^0 \cdot 1^n$$

$$2^n = nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n \quad \square$$

(例2) $nC_0 - nC_1 + nC_2 + \dots + (-1)^n nC_n = 0$ が成り立つことを示せ。

①式において、 $x=1, y=-1$ を代入して

$$\{1+(-1)\}^n = nC_0 \cdot 1^n \cdot (-1)^0 + nC_1 \cdot 1^{n-1} \cdot (-1)^1 + nC_2 \cdot 1^{n-2} \cdot (-1)^2 + \dots + nC_n \cdot 1^0 \cdot (-1)^n$$

$$0 = nC_0 - nC_1 + nC_2 + \dots + (-1)^n nC_n \quad \square$$