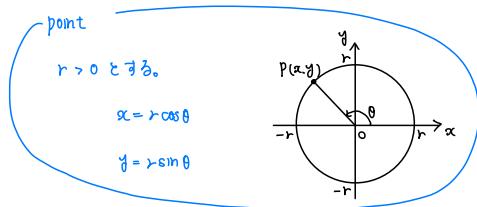


25

点の回転

(例11) 点 $P(3, 4)$ を、原点を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ

回転させた点 Q の座標を求めよ



右の図のように、 $OP = r$ 、軌道 OP と
x軸の正方向とのなす角を α とすると

$$3 = r \cos \alpha, 4 = r \sin \alpha$$

次に、 $Q(x', y')$ とすると

$$x' = r \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}), y' = r \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})$$

であるから

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - r \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3-4\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= r \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} + r \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3} \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{4+3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

よって、点 Q の座標は

$$(\frac{3-4\sqrt{3}}{2}, \frac{4+3\sqrt{3}}{2})$$

(例12) 点 $P(3, 4)$ を、点 $A(2, -1)$ を中心として $\frac{\pi}{4}$ だけ

回転させた点 Q の座標を求めよ

点 A が、原点 O に移るような平行移動により

2点 P, Q は点 $P'(1, 5)$ 点 $Q'(x, y)$ に移る。

右の図のように、 $OP' = r$ 、軌道 OP' と

x軸の正方向とのなす角を α とすると

$$1 = r \cos \alpha, 5 = r \sin \alpha$$

ここで、点 Q' は、点 P' を原点を中心として $\frac{\pi}{4}$ だけ

回転させた点であるから

$$x' = r \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}), y' = r \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$$

よって

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} - r \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} \\ &= 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= r \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + r \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} \\ &= 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

ゆえに、点 Q の座標は

$$(-2\sqrt{2} + 2, 3\sqrt{2} - 1)$$

