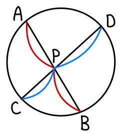
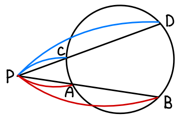
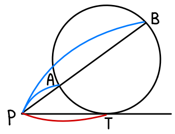
14

・方べきの定理



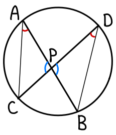


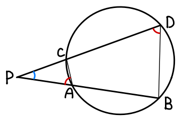
$PA \cdot PB = PC \cdot PD$



$PT^2 = PA \cdot PB$

(証明)





$\triangle PAC$ と $\triangle PDB$ において

$\angle APC = \angle DPB$

$\angle CAP = \angle BDP$

2組の角がそれぞれ等しいから

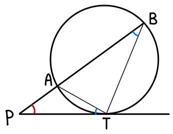
$\triangle PAC \sim \triangle PDB$

よって、対応する辺の比が等しいから

$PA : PD = PC : PB$

$\therefore \quad PA \cdot PB = PC \cdot PD \quad \square$

(証明)



$\triangle PAT$ と $\triangle PTB$ において

$\angle APT = \angle TPB$ (共通)

$\angle ATP = \angle TBP$ (接弦定理)

2組の角がそれぞれ等しいから

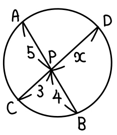
$\triangle PAT \sim \triangle PTB$

よって、対応する辺の比が等しいから

$PT : PB = PA : PT$

$\therefore \quad PT^2 = PA \cdot PB \quad \square$

(例1) 右の図において、x の値を求めよ。

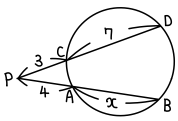


方べきの定理より $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ であるから

$5 \cdot 4 = 3 \cdot x$

$x = \frac{20}{3}$

(例2) 右の図において、x の値を求めよ。

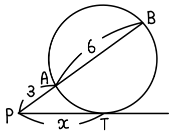


方べきの定理より $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ であるから

$4(4+x) = 3 \cdot (3+7)$

$x = \frac{7}{2}$

(例3) 右の図において、x の値を求めよ。



方べきの定理より $PT^2 = PA \cdot PB$ であるから

$x^2 = 3 \cdot (3+6)$

$x > 0$ より

$x = 3\sqrt{3}$