

12

・3次関数と次数下げ

(例) 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 6x + 10$ の極大値を求めよ。

point

$f'(x) = 0$ の解が複雑なとき、

極値を求める際には、次数下げが有効

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 6$$

$$= 3(x^2 - 4x + 2)$$

ここで、 $f'(x) = 0$ の解は

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

より、増減表は次のようになる。

x	…	2-左	…	2右	…
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗ 極大	↘	↑		

↑ 極大値は $f(2-\sqrt{2})$ だが
計算するのは少しだけ

ここで

$$f(x) = (x^2 - 4x + 2)(x - 2) - 4x + 14$$

であるから、極大値は

$$f(2-\sqrt{2}) = -4(2-\sqrt{2}) + 14$$

$$= 6 + 4\sqrt{2}, //$$

↑ $f(x)$ を $f'(x)$ の $x^2 - 4x + 2$
でわった商が $x - 2$
余りが $-4x + 14$