9

・指数の拡張

a^{n} — ~~自然数~~ ① ~~整数~~ ② ~~有理数~~ ③ 実数

何が都合がいいのか？

→ 指数法則を成り立たせるため

・整数の指数

$a \neq 0$, nが正の整数のとき $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ と定義する。← こう定義すると都合が良い

・有理数の指数

$a > 0$, $m.n$が正の整数, rが正の有理数のとき $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$ と定義する。← こう定義すると都合が良い

① 自然数から整数への拡張

$a^2 \cdot a^0 = a^{2+0} = a^2$

$a^0 = 1$ と定義

$a^2 a^{-2} = a^{2+(-2)} = a^0 = 1$

$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ と定義

② 整数から有理数への拡張

$(a^{\frac{2}{3}})^3 = a^{\frac{2}{3} \cdot 3} = a^2$

$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$ と定義

$a^{\frac{1}{3}} a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}+(-\frac{1}{3})} = a^0 = 1$

$a^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}$ と定義

③ 有理数から実数への拡張（怪しい説明）

$3^{\sqrt{2}} = 3^{1.4142\cdots} = ?$

ある値に近づいていく

$\sqrt{2} = 1.4$

$\sqrt{2} = 1.41$

$\sqrt{2} = 1.414$

$\sqrt{2} = 1.4142$

⋮

ある値に近づいていく

有理数

→ 指数法則が成り立つ