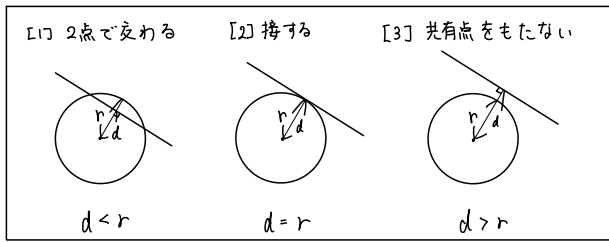


## 円と直線の位置関係



(例1) 円  $x^2 + y^2 = 4$  と直線  $2x + y = k$  の共有点の個数は

$k$  の値 によってどのように変わるか。

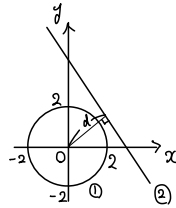
point.

原点と直線  $2x + y = k$  の距離を  $d$  とすると

$$d < 2 \Leftrightarrow \text{2個}$$

$$d = 2 \Leftrightarrow \text{1個}$$

$$d > 2 \Leftrightarrow \text{0個}$$



原点と直線  $2x + y = k$  の距離  $d$  は

$$d = \frac{|-k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

(i) 共有点を2個もつとき,  $d < 2$  であるから

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

(ii) 共有点を1個もつとき,  $d = 2$  であるから

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} = 2 \quad \therefore k = \pm 2\sqrt{5}$$

(iii) 共有点をもたないとき,  $d > 2$  であるから

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} > 2 \quad \therefore k < -2\sqrt{5}, 2\sqrt{5} < k$$

以上より

$$\begin{cases} -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5} & \text{2個} \\ k = \pm 2\sqrt{5} & \text{1個} \\ k < -2\sqrt{5}, 2\sqrt{5} < k & \text{0個} \end{cases}$$

(例2) 点  $(-1, 2)$  を中心とし、直線  $3x + 4y + 5 = 0$  に接する

円の方程式を求めよ。

円の半径を  $r$  とすると、点  $(-1, 2)$  と

直線  $3x + 4y + 5 = 0$  との距離が  $r$  に等しいので

$$r = \frac{|3(-1) + 4(2) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

よって、求める円の方程式は

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

