

・ 負の数の平方根

 $a > 0$ とする。

$$\cdot \sqrt{-a} = \sqrt{a} i \quad (\text{ただし、}\sqrt{-1} = i)$$

・ $-a$ の平方根は $\pm\sqrt{-a}$ すなわち $\pm\sqrt{a} i$
 2乗して $-a$ になる数
 と定める。

(例1)

(1) $\sqrt{-3} = \sqrt{3} i$

(2) -5 の平方根は $\pm\sqrt{-5}$ すなわち $\pm\sqrt{5} i$

(例2)

(1) $\sqrt{-2}\sqrt{-3}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}}$

point

 $\sqrt{-a}$ ($a > 0$) があつたらす $\sqrt{a} i$ とする

(1) $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{2}i \cdot \sqrt{3}i = \sqrt{6}i^2 = -\sqrt{6}$

$(\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{6} \times)$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i} = \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}i^2} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i = -\frac{\sqrt{6}}{2}i$

$(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{-\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}i \times)$

(例3) 次の等式において、 a, b の符号によって

成り立つものはどれか

(1) $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$\begin{array}{c} \backslash b \\ a \end{array}$	正	負
正	○	○
負	○	×

$\begin{array}{c} \backslash b \\ a \end{array}$	正	負
正	○	×
負	○	○

point

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

は本来 $a > 0, b > 0$ で成り立つものである。

上記のように 負の場合でも成り立つ場合があるが、

たまたまである。(計算としては誤り)