3

・指数が整数の指数法則

整数

$a \neq 0$, m, n が~~自然数~~ のとき	
1 $a^m a^n = a^{m+n}$	1′ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
2 $(a^m)^n = a^{mn}$	
3 $(ab)^n = a^n b^n$	3′ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

(ざっくり証明)　$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, 指数が自然数の指数法則 を使って

1, $a^{③}a^{(-2)} = a^3 \cdot \frac{1}{a^2} = a^1 = a^{③+(-2)}$

2, $(a^3)^{-2} = \frac{1}{(a^3)^2} = \frac{1}{a^6} = a^{-6} = a^{3\times(-2)}$

3, $(ab)^{-2} = \frac{1}{(ab)^2} = \frac{1}{a^2b^2} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} = a^{-2}b^{-2}$

1′, $\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot \frac{1}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m+(-n)} = a^{m-n}$

3′, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(a \cdot \frac{1}{b}\right)^n = (a b^{-1})^n = a^n \cdot (b^{-1})^n = a^n b^{-n} = a^n \cdot \frac{1}{b^n} = \frac{a^n}{b^n}$

(例)

(1) $a^2 a^{-3} = a^{2+(-3)} = a^{-1} \left(= \frac{1}{a}\right)$ //

(2) $a^2 \div a^{-3} = a^{2-(-3)} = a^5$ //

(3) $(a^{-2})^{-3} = a^{(-2)\times(-3)} = a^6$ //

(4) $(ab^{-1})^{-2} = a^{-2} \cdot (b^{-1})^{-2} = a^{-2} b^{(-1)\times(-2)} = a^{-2}b^2 \left(= \frac{b^2}{a^2}\right)$