

GNEBEHI BAGRE JEAN-PHILIPPE

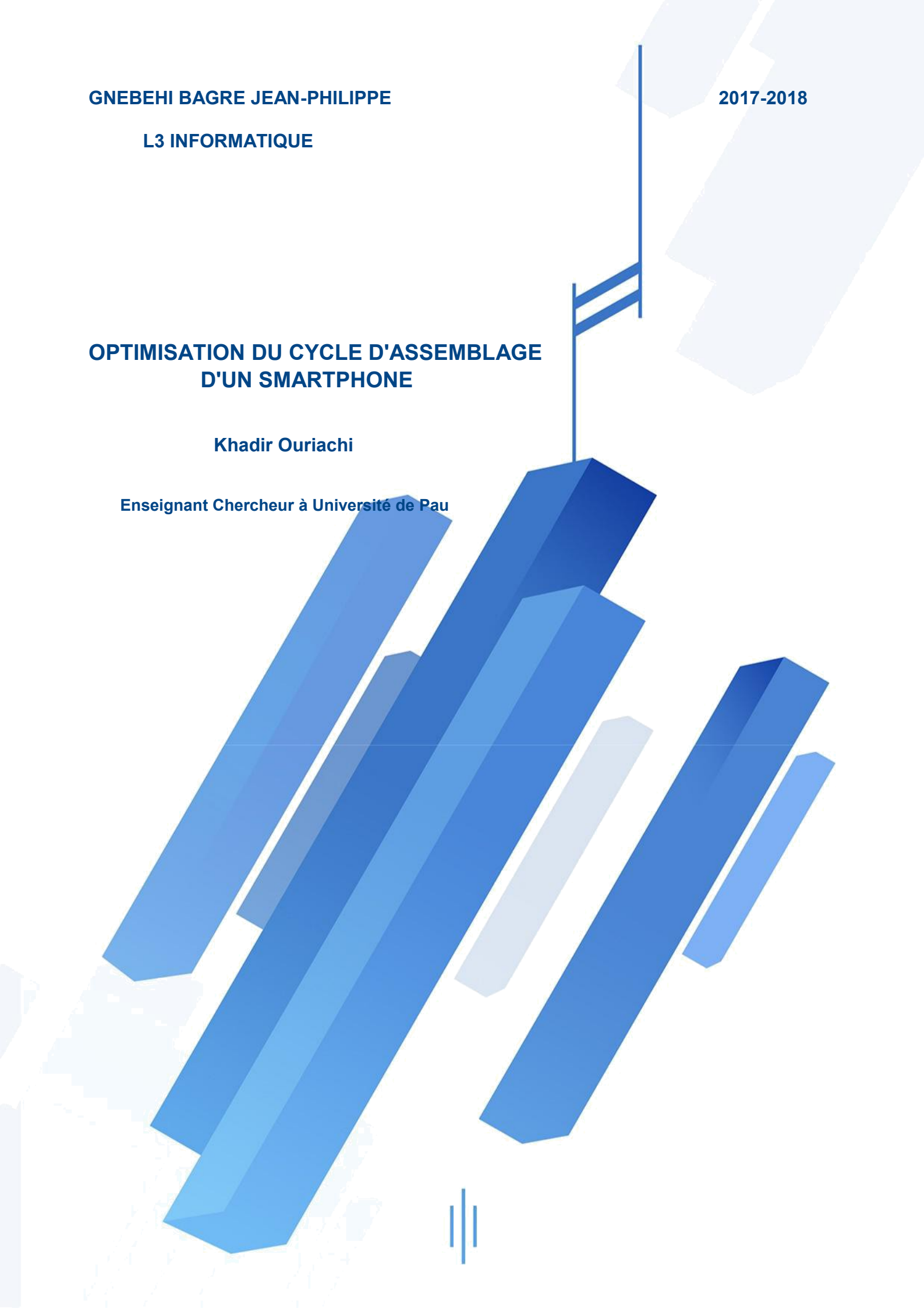
L3 INFORMATIQUE

2017-2018

**OPTIMISATION DU CYCLE D'ASSEMBLAGE
D'UN SMARTPHONE**

Khadir Ouriachi

Enseignant Chercheur à Université de Pau



I- POSITION DU PROBLEME

De nos jours la production des appareils comme le smartphone est en pleine apogée. Il est donc important d'améliorer la qualité de production et augmenter la fiabilité de ces smartphones.

Dans le cadre de notre formation à l'Université de Pau, nous nous confrontons à un problème d'**optimisation du cycle d'assemblage d'un smartphone**.

Le problème soumis à notre sagacité consiste donc à disposer les tâches de sorte à maximiser la **parallélisation** des tâches.

Cela revient à mettre en évidence dans le cycle de montage **le nombre minimum de tâches incompatibles**.

En d'autres termes nous sommes amenés à mettre en exergue dans le cycle de montage le nombre minimum de tâches.

II- REALISATION

II-1 GRAPHE

Pour formaliser le problème nous allons modéliser un graphe qui met en évidence la préemption des tâches à l'aide d'un graphe non orienté $G=(S,A)$, défini comme suit :

-l'ensemble S des nœuds représente l'ensemble des tâches

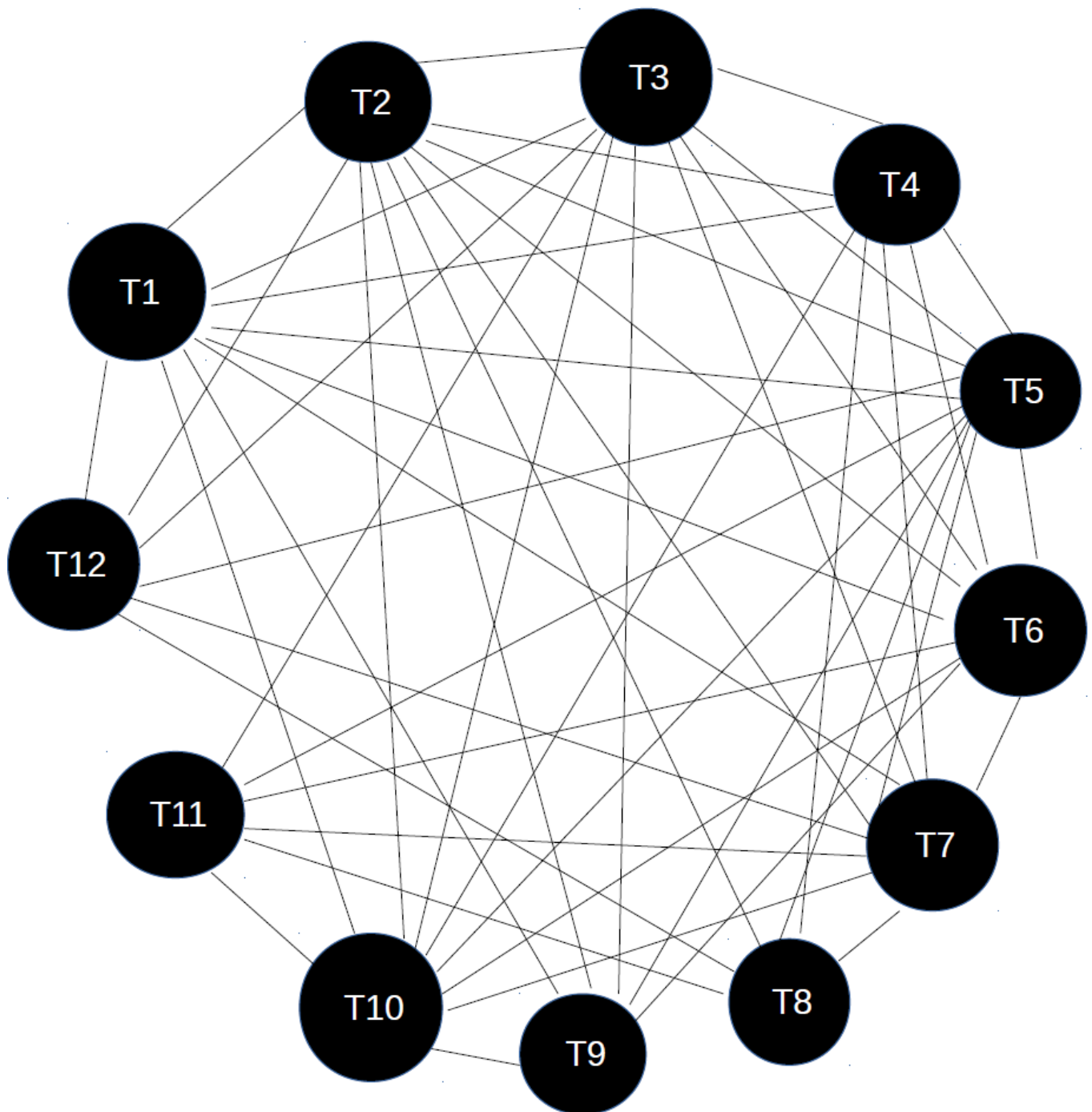
-l'ensemble A des arêtes qui formalisent la relation d'incompatibilité entre les tâches

Après avoir analyser et étudier le tableau soumis à notre compréhension nous déduisons donc le tableau ci-dessous .

Ce tableau montre les différentes **relations d'incompatibilité entre les différentes tâches** .

Tâches	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
Incompatible avec	T2	T1	T1	T1	T1	T1	T1	T2	T1	T1	T3	T1
	T3	T3	T2	T2	T2	T2	T2	T4	T2	T2	T4	T2
	T4	T4	T4	T3	T3	T3	T3	T5	T3	T3	T5	T3
	T5	T5	T5	T5	T4	T4	T4	T7	T5	T4	T6	T5
	T6	T6	T6	T6	T6	T5	T5	T11	T6	T5	T7	T7
	T7	T7	T7	T7	T7	T7	T6	T12	T10	T6	T8	T8
	T9	T8	T9	T8	T8	T9	T8			T7	T10	
	T10	T9	T10	T10	T9	T10	T10			T9		
	T12	T10	T11	T11	T10	T11	T11			T11		
		T12	T12		T11		T12					
					T12							

A partir du tableau ci-dessus nous sommes désormais à mesure de construire notre graphe d'étude .
Il apparaît comme suit:



II-2 PROBLEME DE COLORATION DE GRAPHE

En appliquant une coloration au modèle de graphe proposé plus haut, les nœuds qui représentent les tâches incompatibles sont adjacents .

Le problème peut être ramené à un problème classique de recherche du nombre minimum pour la coloration du graphe.

Il faut ainsi calculer le **nombre chromatique** du modèle de graphe.

Sur le modèle de graphe, les nœuds portant une même couleur représentent des tâches compatibles d'autant qu'elles ne priorise pas les même robots.

II-3 SOLUTION AU PROBLEME

II-2.1 ALGORITHME DE WESH POWELL

L'algorithme de Welsh Powell est un algorithme qui fournit une solution dite approchée.

Il permet d'obtenir une coloration du graphe en utilisant un nombre k (pas trop grand) de couleurs.

Le résultat retourné n'est cependant pas minimum.

L'algorithme proposé exige les étapes suivantes :

ETAPE 1 :

- Classer les nœuds du graphe dans l'ordre décroissant de leur degré.
- Attribuer à chacun des nœuds un ordre dans une liste triée.

ETAPE 2 :

En parcourant la liste des nœuds dans l'ordre de tri:

- Attribuer une couleur qui n'a pas encore été utilisée au premier nœud non encore coloré
- Attribuer cette même couleur à chaque nœud non encore coloré et non adjacent à un nœud de cette couleur.

ETAPE 3 :

- S'il reste des nœuds non colorés revenir à l'étape 2
- Sinon, la coloration des nœuds est terminée.

II-2.2 IMPLEMENTATION EN C++

```
// A C++ program to implement greedy algorithm for graph coloring
#include <iostream>
#include <list>
using namespace std;

// A class that represents an undirected graph
class Graph
{
    int V; // No. of vertices
    list<int> *adj; // A dynamic array of adjacency lists
public:
    // Constructor and destructor
    Graph(int V) { this->V = V; adj = new list<int>[V]; }
    ~Graph()      { delete [] adj; }

    // function to add an edge to graph
    void addEdge(int v, int w);

    // Prints greedy coloring of the vertices
    void greedyColoring();
};

void Graph::addEdge(int v, int w)
{
    adj[v].push_back(w);
    adj[w].push_back(v); // Note: the graph is undirected
}

// Assigns colors (starting from 0) to all vertices and prints
// the assignment of colors
void Graph::greedyColoring()
{
    int result[V];

    // Assign the first color to first vertex
    result[0] = 0;

    // Initialize remaining V-1 vertices as unassigned
    for (int u = 1; u < V; u++)
        result[u] = -1; // no color is assigned to u
}
```

```

// A temporary array to store the available colors. True
// value of available[cr] would mean that the color cr is
// assigned to one of its adjacent vertices
bool available[V];
for (int cr = 0; cr < V; cr++)
    available[cr] = false;

// Assign colors to remaining V-1 vertices
for (int u = 1; u < V; u++)
{
    // Process all adjacent vertices and flag their colors
    // as unavailable
    list<int>::iterator i;
    for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
        if (result[*i] != -1)
            available[result[*i]] = true;

    // Find the first available color
    int cr;
    for (cr = 1; cr < V; cr++)
        if (available[cr] == false)
            break;

    result[u] = cr; // Assign the found color

    // Reset the values back to false for the next iteration
    for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
        if (result[*i] != -1)
            available[result[*i]] = false;
}

// print the result
for (int u = 1; u < V; u++)
    cout << "Vertex " << u << " ---> Color "
        << result[u] << endl;
}

// Driver program to test above function
int main()
{
    // 1=T1 2=T2 3=T3 4=T4 5=T5 6=T6 7=T7 8=T8 9=T9 10=T10 11=T11 12=T12
    Graph g1(13);
    g1.addEdge(5, 6);
    g1.addEdge(5, 7);
    g1.addEdge(5, 8);
    g1.addEdge(5, 9);
    g1.addEdge(5, 10);
    g1.addEdge(5, 11);
}

```

```
g1.addEdge(5, 12);
```

```
g1.addEdge(2, 3);  
g1.addEdge(2, 4);  
g1.addEdge(2, 5);  
g1.addEdge(2, 6);  
g1.addEdge(2, 7);  
g1.addEdge(2, 8);  
g1.addEdge(2, 9);  
g1.addEdge(2, 10);  
g1.addEdge(2, 12);
```

```
g1.addEdge(3, 4);  
g1.addEdge(3, 5);  
g1.addEdge(3, 6);  
g1.addEdge(3, 7);  
g1.addEdge(3, 9);  
g1.addEdge(3, 10);  
g1.addEdge(3, 11);  
g1.addEdge(3, 12);
```

```
g1.addEdge(7, 8);  
g1.addEdge(7, 10);  
g1.addEdge(7, 11);  
g1.addEdge(7, 12);
```

```
g1.addEdge(1, 2);  
g1.addEdge(1, 3);  
g1.addEdge(1, 4);  
g1.addEdge(1, 5);  
g1.addEdge(1, 6);  
g1.addEdge(1, 7);  
g1.addEdge(1, 9);  
g1.addEdge(1, 10);  
g1.addEdge(1, 12);
```

```
g1.addEdge(4, 5);  
g1.addEdge(4, 6);  
g1.addEdge(4, 7);  
g1.addEdge(4, 8);  
g1.addEdge(4, 10);  
g1.addEdge(4, 11);  
g1.addEdge(4, 12);
```

```
g1.addEdge(6, 7);  
g1.addEdge(6, 9);  
g1.addEdge(6, 10);  
g1.addEdge(6, 11);
```

```

    g1.addEdge(9, 10);

    g1.addEdge(11, 10);

    g1.addEdge(8, 11);

    g1.addEdge(8, 12);

    cout << "Coloring of graph \n";
    g1.greedyColoring();

    return 0;
}

```

II-2.3 RESULTAT ET TRACE D'EXECUTION

Coloring of graph

```

Vertex 1 ----> Color 1
Vertex 2 ----> Color 2
Vertex 3 ----> Color 3
Vertex 4 ----> Color 4
Vertex 5 ----> Color 5
Vertex 6 ----> Color 6
Vertex 7 ----> Color 7
Vertex 8 ----> Color 1
Vertex 9 ----> Color 4
Vertex 10 ----> Color 8
Vertex 11 ----> Color 2
Vertex 12 ----> Color 6

```

Le sommet 1 représente T1 , le sommet 2 représente T2
ainsi de suite jusqu'au sommet 12 .
Il appert alors qu'il faut 8 couleurs pour la coloration du graphe .

Au départ :

Dans le graphe non orienté G ,il n'existe aucun nœud coloré

ETAPE 1 : Classer les nœuds du graphe dans l'ordre décroissant de leur degré

$d^{\circ}(T5) = 11$
 $d^{\circ}(T2) = 10$
 $d^{\circ}(T3) = 10$
 $d^{\circ}(T7) = 10$
 $d^{\circ}(T1) = 9$
 $d^{\circ}(T4) = 9$
 $d^{\circ}(T6) = 9$
 $d^{\circ}(T10) = 9$
 $d^{\circ}(T11) = 7$
 $d^{\circ}(T8) = 6$
 $d^{\circ}(T9) = 6$
 $d^{\circ}(T12) = 6$

ETAPE 2 : Donner une couleur à un nœud et attribuer cette même couleur à un nœud non coloré et non adjacent

$d^{\circ}(\textcolor{red}{T5}) = 11$
 $d^{\circ}(T2) = 10$
 $d^{\circ}(T3) = 10$
 $d^{\circ}(T7) = 10$
 $d^{\circ}(T1) = 9$
 $d^{\circ}(T4) = 9$
 $d^{\circ}(T6) = 9$
 $d^{\circ}(T10) = 9$
 $d^{\circ}(T11) = 7$
 $d^{\circ}(T8) = 6$
 $d^{\circ}(T9) = 6$
 $d^{\circ}(T12) = 6$

Il n'existe aucun nœud non adjacents à T5

ETAPE 3 : S'il reste des nœuds non colorés revenir à l'étape 2

T2 et T11 sont non adjacent alors ils héritent de la même couleur

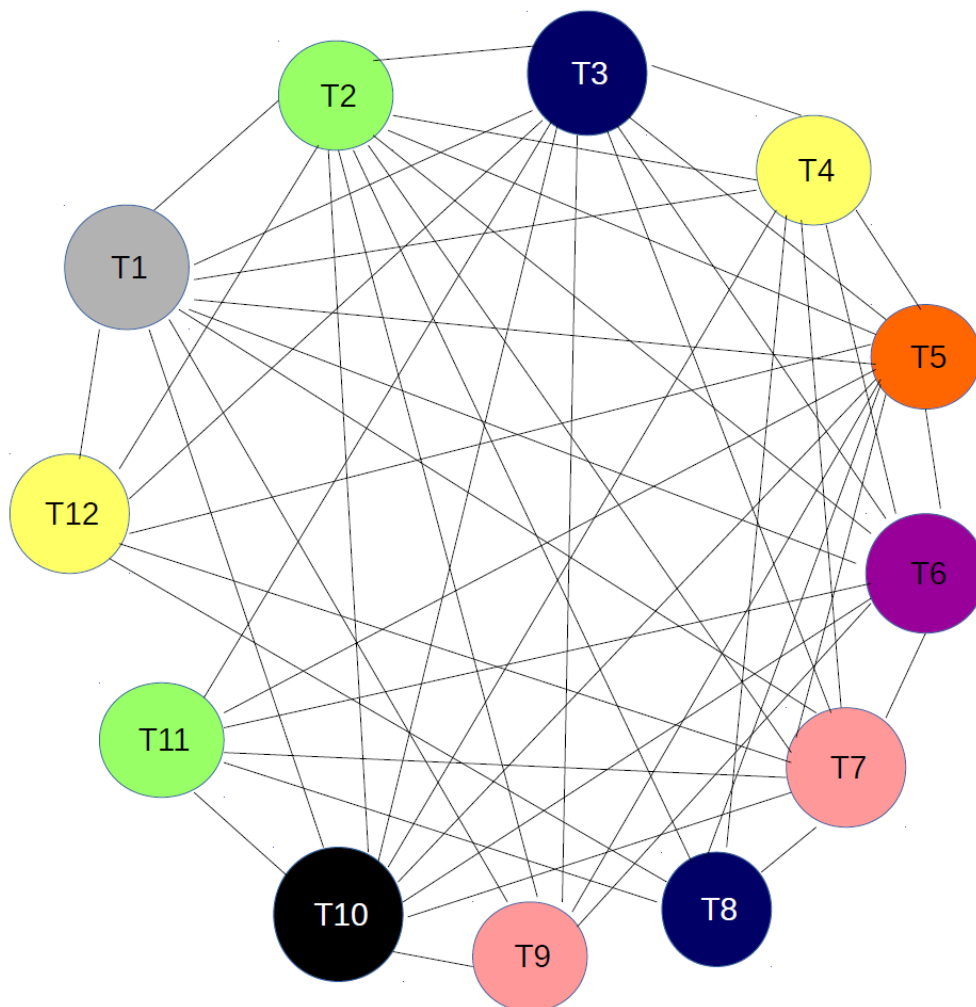
$d^{\circ}(\textcolor{red}{T5}) = 11$
 $d^{\circ}(\textcolor{green}{T2}) = 10$
 $d^{\circ}(T3) = 10$
 $d^{\circ}(T7) = 10$
 $d^{\circ}(T1) = 9$
 $d^{\circ}(T4) = 9$
 $d^{\circ}(T6) = 9$
 $d^{\circ}(T10) = 9$
 $d^{\circ}(\textcolor{green}{T11}) = 7$
 $d^{\circ}(T8) = 6$
 $d^{\circ}(T9) = 6$
 $d^{\circ}(T12) = 6$

Les nœuds n'étant encore pas tous colorés on revient à l'étape 2

$d^{\circ}(\text{T5}) = 11$
 $d^{\circ}(\text{T2}) = 10$
 $d^{\circ}(\text{T3}) = 10$
 $d^{\circ}(\text{T7}) = 10$
 $d^{\circ}(\text{T1}) = 9$
 $d^{\circ}(\text{T4}) = 9$
 $d^{\circ}(\text{T6}) = 9$
 $d^{\circ}(\text{T10}) = 9$
 $d^{\circ}(\text{T11}) = 7$
 $d^{\circ}(\text{T8}) = 6$
 $d^{\circ}(\text{T9}) = 6$
 $d^{\circ}(\text{T12}) = 6$

Ainsi en appliquant l'algorithme de Welsh-Powell il appert que tous les nœuds non adjacents héritent de la même couleur.

Les nœuds étant tous coloriés alors la coloration du graphe G non orienté est terminée. On obtient donc le graphe coloré suivant :



II-4 INTERPRETATION

Le résultat de l'algorithme de Welsh-Powell est $k=8$.
Cela revient donc à dire que $\chi(G) = 8$

Vérification d'admissibilité:

$$\chi(G) \leq r+1 = d^{\circ}(T5) + 1 = 11+1 = 12$$

$$\chi(G) \leq n+1 - \alpha(G) = 12+1 - 2 = 11$$

$$\chi(G) \geq \omega(G) = 8$$

$$8 \leq \chi(G) \leq 11$$

III – CONCLUSION

Au terme de notre étude, nous retenons que l'algorithme de Welsh-Powell nous permet de procéder à la coloration des graphes en théorie des graphes.

Cette affirmation est déduite de l'application de l'algorithme de Welsh-Powell que nous avons implémenté sur notre graphe d'étude.

On en déduit que cet algorithme résout notre problématique de problème classique de recherche du nombre minimum pour la coloration du graphe .

La perspicacité que nous avons mis dans nos recherches nous a permis de comprendre que la coloration de graphe est efficace pour optimiser l'utilisation des machines de travail c'est à dire comment mettre en parallèle des fabrications utilisant plusieurs machines.

Ou encore comment faire cohabiter des personnes ou des animaux en tenant compte de leur incompatibilité .