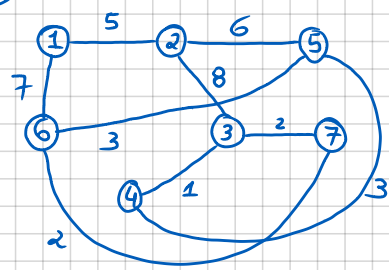


Tarefa 5

31)



Aísim → grafo conexo n/ ciclos

Algoritmo de Kruskal

1º) ordenar as arestas por custos

arestas	34	37	67	56	45	12	25	16	23
custos	1	2	2	3	3	5	6	7	8

→ não foram aceitas (não criam n/ ciclos)

Quando $G(V, E')$ e' conexo acaba o algoritmo

#	E'	$T=(V, E')$ (sem vértices isolados)
1	\emptyset	
2	34	③—④
3	34, 37	③—④—⑦
4	34, 37, 67	③—④—⑦—⑥
5	34, 37, 67, 56	③—④—⑦—⑥—⑤
6	34, 37, 67, 56, 12	③—④—⑦—⑥—⑤—②
7	34, 37, 67, 56, 12, 25	③—④—⑦—⑥—⑤—②—①
8	34, 37, 67, 56, 12, 25	③—④—⑦—⑥—⑤—②—①

→ não foram aceitas (não criam n/ ciclos)

→ Juntar-se a todos os vértices mas o grafo não é conexo, logo continua-se

(V, E') e' conexo

ACABA

Output: $E' = \{34, 37, 67, 56, 12, 25\}$

$V = \{1, 2, \dots, 7\}$

$T = (V, E')$

$W(T) = 1+2+2+3+5+6 = 19$

→ Weight (custo)

Algoritmo de Prim

#	$u \in V, w \notin V'$	E'	V'
1	—	\emptyset	②
2	24-3 (custo) 25-6 23-8	24	②, ④
3	26-6 23-8 16-7	24, 25	2, 4, 5
4	23-8 16-7 56-3 54-3 (52 NÃO, por 2 já $u \in V'$)	24, 25, 56	2, 4, 5, 6
5	23-8 54-3 67-2	24, 25, 56, 67	2, 4, 5, 6, 7
6	23-8 54-3 73-2	24, 25, 56, 67, 73	2, 4, 5, 6, 7, 3
7	54-3 34-1	24, 25, 56, 67, 73, 34	2, 4, 5, 6, 7, 3, 4

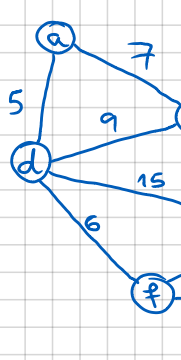
ACABA $V = V'$

$T(V, E')$

$E' = \{24, 25, 56, 67, 37, 34\}$

$W(T) = 5+6+3+2+2+1 = 19$

Grafo do Slide



Kruskal

1) Ordenar arestas por custos

arestas	ad	ce	df	ab	be	bc	af	bd	eg	fg	de
custos	5	5	6	7	7	8	8	9	9	11	15

→ não foram aceitas

#	E'	$T=(V, E')$ sem v. isolados
1	\emptyset	
2	ad	①—④
3	ad, ce	①—④—⑤
4	ad, ce, df	①—④—⑤—⑥
5	ad, ce, df, ab	①—④—⑤—⑥—②
6	ad, ce, df, ab, be	①—④—⑤—⑥—②—③
7	"	ciclo: c e a b e
8	"	ciclo: a b a d f e
9	"	ciclo: b d a b
10	ad, ce, df, ab, be, eg	①—④—⑤—⑥—②—③—⑦

(V, E') e' conexo

ACABA

Output: $E' = \{ad, ce, df, ab, be, eg\}$

$V = \{a, b, \dots, g\}$

$T = (V, E')$

$W(T) = 5+5+6+7+7+9 = 16+9 = 25$

Prim

#	$u \in V, w \notin V'$	E'	V'
1	—	\emptyset	c
2	cb-8 ca-5	ca	①, ②
3	cb-8 ab-7 ad-15 af-8 ag-9	ca, ab	①, ②, ③
4	ad-15 af-8 ag-9 bd-7 ba-7	ca, ab, ba	①, ②, ③, ④
5	ad-15 af-8 ag-9 bd-7 ad-5	ca, ab, ba, ad	①, ②, ③, ④, ⑤
6	af-8 ag-9 df-6	ca, ab, ba, ad, df	①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥
7	ag-9 fg-11	ca, ab, ba, ad, df, fg	①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦

ACABA

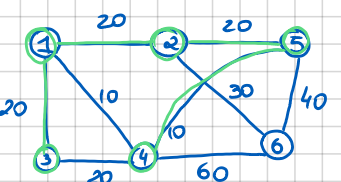
$V = V'$

$T = (V, E') \Rightarrow E' = \{ca, ab, ba, ad, df, fg\}$

$W(T) = 5+7+7+5+6+9 = 27+9 = 36$

Tarefa 2 (2021/2022)

4)



Não tem ciclo, então é bipartido

→ bipartido

→ bipartido

→ bipartido

→ bipartido

a) $V_1 = \{1, 5\}$

$V_2 = \{2, 3, 4, 6\}$

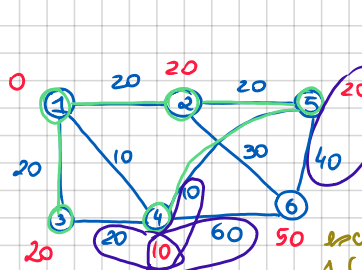
$E' = \{13, 12, 25, 54\}$

(V, E') e' uma árvore, logo e' bipartido (não tem ciclos de comprimento ímpar)

V_1, V_2 e' uma bipartição

porque todas as arestas têm extremos em conjuntos distintos

da bipartição



#	E'	$T=(V, E')$ sem v. isolados
1	\emptyset	
2	ad	①—④
3	ad, ce	①—④—⑤
4	ad, ce, df	①—④—⑤—⑥
5	ad, ce, df, ab	①—④—⑤—⑥—②
6	ad, ce, df, ab, be	①—④—⑤—⑥—②—③
7	"	ciclo: c e a b e
8	"	ciclo: a b a d f e
9	"	ciclo: b d a b
10	ad, ce, df, ab, be, eg	①—④—⑤—⑥—②—③—⑦

ACABA

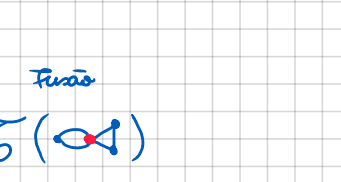
$V = V'$

$T = (V, E') \Rightarrow E' = \{ca, ab, ba, ad, df, fg\}$

$W(T) = 5+7+7+5+6+9 = 27+9 = 36$

Tarefa 2 (2021/2022)

4)



Não tem ciclo, então é bipartido

→ bipartido

→ bipartido

→ bipartido

→ bipartido

a) $V_1 = \{1, 5\}$

$V_2 = \{2, 3, 4, 6\}$

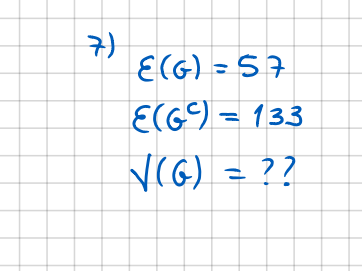
$E' = \{13, 12, 25, 54\}$

(V, E') e' uma árvore, logo e' bipartido (não tem ciclos de comprimento ímpar)

V_1, V_2 e' uma bipartição

porque todas as arestas têm extremos em conjuntos distintos

da bipartição



#	E'	$T=(V, E')$ sem v. isolados
1	\emptyset	
2	ad	①—④
3	ad, ce	①—④—⑤
4	ad, ce, df	①—④—⑤—⑥
5	ad, ce, df, ab	①—④—⑤—⑥—②
6	ad, ce, df, ab, be	①—④—⑤—⑥—②—③
7	"	ciclo: c e a b e
8	"	ciclo: a b a d f e
9	"	ciclo: b d a b
10	ad, ce, df, ab, be, eg	①—④—⑤—⑥—②—③—⑦

ACABA

$V = V'$

$T = (V, E') \Rightarrow E' = \{ca, ab, ba, ad, df, fg\}$

$W(T) = 5+7+7+5+6+9 = 27+9 = 36$

Exame Novembro, 2022/23

7)

$E(G) = 57$

$E(G^c) = 133$

$\chi(G) = ??$

→ n° de arestas (para de vértices)

$E(G) + E(G^c) = E(K_m) = 190$

$\binom{m}{2} = 190$

$\frac{m!}{(m-2)!2!} = 190$

$m(m-1) = 190 \times 2$

(\dots)

$m = 20$