Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2024/2025

Folha 0 (revisão de Lógica Proposicional)

1. Determine valores de verdade para as variáveis proposicionais p, q e r, para os quais o valor de verdade da fórmula bem formada $(p \vee q \to r) \wedge p \to (r \to q)$ seja falso.

2. Prove que as fórmulas $\neg((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q))$ e $(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$ são logicamente equivalentes:

   a) usando uma tabela de verdade;

   b) usando equivalências lógicas conhecidas.

3. Prove as seguintes equivalências lógicas (conhecidas por leis da absorção):

   a) $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$;

   b) $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$.

4. Sem usar tabelas de verdade mostre que:

   a) $((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$ é uma tautologia;

   b) $(\neg(p \to q)) \wedge (q \wedge \neg r)$ é uma contradição;

   c) $((p \to q) \vee (q \to r)) \to (p \to \neg r)$ é uma contingência.

5. Usando tautologias apropriadas, transforme as seguintes fórmulas na forma normal conjuntiva.

   a) $p \vee (q \wedge (\neg p))$;

   b) $\neg((\neg p) \wedge (\neg q))$;

   c) $(p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q))$.

   d) $(q \wedge \neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

6. Escreva cada uma das seguintes afirmações na forma *‘‘se p então q”*.

   a) Chove sempre que o vento sopra de Sul.

   b) É necessário caminhar 20 quilómetros para chegar ao topo do Everest.

   c) As rosas florirão se estiver calor durante uma semana.

   d) A garantia está ativa só se tiveres comprado o computador há menos de um ano.

   e) Para ser aprovado na disciplina, é suficiente obter 10 valores na nota final.

7. Sejam p, q, r variáveis que representam as proposições

   p: *Sou responsável*;

   q: *Passo a Matemática Discreta*;

   r: *Vou de férias para as Bermudas.*

   Traduza as afirmações seguintes por meio de fórmulas proposicionais.

   a) Se passar a Matemática Discreta, vou de férias para as Bermudas.

   b) Para ir de férias para as Bermudas é suficiente que eu seja responsável.

   c) Passo a Matemática Discreta só se for responsável.

   d) Para passar a Matemática Discreta é necessário que eu seja responsável.

   e) Se passar a Matemática Discreta então vou de férias para as Bermudas caso seja responsável.

8. Escreva a negação das afirmações das alíneas a) e e) do exercício anterior.

9. Utilizando o método de resolução, justifique que

   a) $p,\ p \to q \models q$ (regra de inferência "Modus ponens");

   b) $p \to q,\ \neg q \models \neg p$ ("Modus tollens");

   c) $p \vee q,\ p \to r,\ q \to r \models r$.

10. Utilizando o método de resolução, verifique a correção de cada uma das seguintes deduções:

    a) Chove se e só se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.

    b) Chove se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.

    c) Se o mordomo cometeu o crime, então ele vai estar nervoso quando interrogado. O mordomo estava nervoso quando interrogado. Logo, o mordomo cometeu o crime.

    d) r é uma condição suficiente para q. Além disso, verifica-se r ou a negação de p. Logo, se q não for verdadeiro, não se verifica p.

    e) De $\neg(p \vee q)$ deduz-se $\neg p$.

Algumas soluções

5 a) $p \vee q$; b) $p \vee q$; c) p; d) $\neg p \wedge (\neg q \vee r)$.

7 a) $q \to r$; b) $p \to r$; c) $q \to p$; d) $q \to p$; e) $q \to (p \to r)$.