

## Folha 2

8) a)  $|A| = 2$  e  $|B| = 3$

$$f: A \rightarrow B \quad \Psi: \mathcal{F} \rightarrow B \times B$$

$$A = \{a_1, a_2\} \quad f(a_1) = f(a_2) \quad f(a_1) = f(a_2)$$

$$f \rightarrow (f(a_1), f(a_2)) \quad \text{função da bijecção}$$

$$\mathcal{F} = \{ \text{funções de } A \text{ para } B \}$$

$$|\mathcal{F}| = |B \times B| = |B|^2 = 3^2 = 9$$

↓  
multiplicação

$|A| = 3, |B| = 2$

$A = \{a_1, a_2, a_3\}$

$(f(a_1), f(a_2), f(a_3)) \rightarrow$  possibilidades para 3000 turnos

$|B|^3 = |B|^3 = 2^3 = 8$

↓  
multiplicação

b)  $|A| = 2, |B| = 3$

$A = \{f(a_1), f(a_2)\}$

$(f(a_1), f(a_2))$  ,  $f(a_1) \neq f(a_2)$  por  $f$  injetiva

↓      ↓

3    x    2    =    6

↓  
multiplicação

↳ o elemento de  $a_1$  não pode ser repetido

13)  $\underbrace{\quad \quad \quad \quad \quad}_{K \text{ caracteres}} \quad$  Alfabeto de  $n$  letras  $A$

a)  $|A^K| = |A|^K = n^K$

b)

$$\underbrace{\quad \quad \quad \quad \quad}_{m \times (m-1) \times \dots \times (m-1)}$$

↓    ↓    ↓    ↓    ↓

m   m-1   m-1   m-1   m-1

c)  $K=1$

$$\underbrace{\quad}_m \quad m$$

↓

m

$K=2$

$$\underbrace{\quad \quad}_m \quad m$$

↓    ↓

m    1

$K=3$

$$\underbrace{\quad \quad \quad}_m \quad m^2$$

↓    ↓    ↓

m    m    2

$K=4$

$$\underbrace{\quad \quad \quad \quad}_m \quad m^2$$

↓    ↓    ↓    ↓

m    m    1    1

$K=5$

$$\underbrace{\quad \quad \quad \quad \quad}_m \quad m^3$$

↓    ↓    ↓    ↓    ↓

m    m    m    1    1

$m^{\lceil \frac{K}{2} \rceil}$      $\lceil a \rceil \rightarrow$  arredondamento acima de  $a$

ex:  $\lceil 2.5 \rceil = 3$

14) entre 1000 e 9999 (mehurici)

a) Considerar o complementar (TODOS  $\checkmark$  ou que não têm '2')

$A = \{n^o \text{ contendo } 2 \text{ (entre 1000 a 9999)}\}$

$\bar{A} \rightarrow$  complementar de  $A$

$$\underbrace{\quad \quad \quad \quad \quad}_{8 \times 9^3 = |\bar{A}|}$$

↓    ↓    ↓    ↓

8    9    9    9

9999 - 1000 + 1 = 9000

$|A| = 9000 - 9 \times 8$

ex:  $n^o$  entre 21 e 37 (mehurici)  
39-2+1

b)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{array} \Rightarrow |A_1| = 8 \times 7$$

$$\begin{array}{ccc} 7 & 1 & 2 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{array} \Rightarrow |A_2| = 7 \times 7$$

$$\begin{array}{ccc} 7 & 7 & 1 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{array} \Rightarrow |A_3| = 7 \times 7$$

Número de conjuntos  
↓  
possibilidades

$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3|$

=  $8 \times 7 + 7 \times 7 + 7 \times 7$

c)

$$\begin{array}{ccc} 4 & 5 & 5 & 5 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \end{array}$$

grupos

## Princípio Inclusão-exclusão

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

$|A \cup B \cup C \cup D| = |A| + |B| + |C| + |D| - |A \cap B| - |A \cap C| - |A \cap D| - |B \cap C| - |B \cap D| - |C \cap D| + |A \cap B \cap C| + |A \cap B \cap D| + |A \cap C \cap D| + |B \cap C \cap D| - |A \cap B \cap C \cap D|$

## Exemplo 2.4.7

$A_i = \{n^o \text{ matura } \leq 2000 \text{ divisível por } i\}$

$|A_3 \cup A_5| = |A_3| + |A_5| - |A_3 \cap A_5|$

$|A_i| = \left\lfloor \frac{1000}{i} \right\rfloor$  truncamento

$|A_3 \cup A_5| = \left\lfloor \frac{1000}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{5} \right\rfloor - |A_{15}|$

↓  
mínimo múltiplo comum entre 3 e 5

1...3...6...999  
3 x 333

=  $333 + 200 - \left\lfloor \frac{1000}{15} \right\rfloor$

=  $533 - 66 = 467$

## Folha 2

10)  $A_i = \{ \text{divisíveis por } i \}$

Lei de De Morgan

$\bar{A_4 \cap A_6 \cap A_9} = \bar{A_4} \cup \bar{A_6} \cup \bar{A_9}$

$|\bar{A_4} \cap \bar{A_6} \cap \bar{A_9}| = 1000 - |A_4 \cup A_6 \cup A_9|$

$|A_4 \cup A_6 \cup A_9| = |A_4| + |A_6| + |A_9| - |A_4 \cap A_6| - |A_4 \cap A_9| - |A_6 \cap A_9| + |A_4 \cap A_6 \cap A_9|$

↳  $|A_{12}| = m \wedge n \wedge (4,6)$

=  $\left\lfloor \frac{1000}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{6} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{9} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{12} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{36} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{18} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{36} \right\rfloor$

=  $250 + 166 + 111 - 83 - 55$

=  $389$

$|\bar{A_4} \cap \bar{A_6} \cap \bar{A_9}| = 1000 - 389 = 611$

12) 200 estudantes

$|M| = 250$

$|E| = 140$

$|M \cap E| = 24$

↓  
estudantes ambos os cursos

$|F| = 60$

$|F \cap M| = 20$

$|F \cap E| = 45$

$|F \cap M \cap E| = 16$

$|F \cap \bar{M} \cap \bar{E}| = ?$

$(\bar{F} \cap \bar{M} \cap \bar{E}) = 200 - |F \cup M \cup E|$

$|F \cup M \cup E| = |F| + |M| + |E| - |F \cap M| - |F \cap E| - |M \cap E| + |F \cap M \cap E|$

=  $60 + 250 + 140 - 20 - 45 - 24 + 16$