Домашнє завдання №23

Написати на C++ програму для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь(СЛАР) з використанням бібліотеки ***uBLAS****(з набору бібліотек* ***Boost****)*.

** ручний розв'язок СЛАР не є обов'язковою умовою виконання завдання*

*** ***коментар:*** *далі наводиться приклад повністю виконаного завдання; також наведено приклад ручного розв'язання СЛАР для перевірки результатів виконання програми; для компіляції і запуску можна використати* https://repl.it/languages/cpp або http://cpp.sh *; для компіляції на ПК слід скачати з* https://www.boost.org/users/history/version_1_72_0.html та розархівувати *набір бібліотек Boost, після чого налаштувати Visual Studio як показано в цій відео-демонстрації* https://www.youtube.com/watch?v=SWCCFGX6c0g .

Вибір варіанту

(Nж + Nг + 1) % 20 + 1

де: Nж – порядковий номер студента в групі, а Nг – номер групи(1,2,3,4,5,6,7,8 або 9)

Варіанти завдань

* **коментар**: для застосування наведеного далі прикладу коду x, y, z потрібно іменувати як x1, x2 та x3 відповідно

Варіант	СЛАР	Варіант	СЛАР
1	$\begin{cases} 5x - y + z = 0 \\ 3x + y + 2z = -1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x - 5y + z = 1 \\ 2x + y + 2z = 5 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 5x + 7y + 4z = 3 \\ 3x - 5y + 2z = 3 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 7x + y - z = 2 \\ 5x + 2y + z = 10 \\ 2x + 3y - 5z = 2 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + 7z = 7 \\ x + y - 3z = -2 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x - 3y + z = 10 \\ x + y + 4z = 6 \\ x - y - 2z = 2 \end{cases}$

7	$\begin{cases} 3x+2y-2z=1 \\ x+y+3z=6 \\ x-2y-7z=1 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 7x+y-z=2 \\ 3x+2y-5z=1 \\ 3x-y+5z=2 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 5x+3y-4z=8 \\ x-3y+5z=6 \\ 2x-y+z=4 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x-5y-z=8 \\ x-y+3z=3 \\ 3x-4y-2z=7 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x+y-3z=-1 \\ 3x+y-z=1 \\ 5x+2y+4z=0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 3x+y+2z=2 \\ 2x+5y+4z=5 \\ 5x-y+2z=2 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 2x-y-z=5 \\ 3x-5y-z=5 \\ x+y+z=7 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 5x-3y-5z=8 \\ 3x+7y-3z=10 \\ x+2y+5z=5 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 5x+5y+2z=1 \\ x+2y+z=4 \\ 3x+7y-z=2 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x+y+z=8 \\ 3x+2y-5z=4 \\ 2x+3y-z=0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} x-3y-z=0 \\ 2x-5y+z=5 \\ 3x-7y-5z=2 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 7x+y-z=3 \\ 2x+5y-z=2 \\ 5x-y-z=1 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 5x+y+z=6 \\ 2x-3y-2z=2 \\ 3x+2y+2z=5 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x-10y+2z=5 \\ 5x-y-9z=24 \\ 2x+3y+6z=13 \end{cases}$

Приклад коду

Наведений зразок коду реалізовує розв'язання СЛАР з 4-х рівнянь для 4 невідомих.

* **коментар**: для заданих варіантів завдань, окрім визначення COEFFICIENTS та CONSTANT_TERMS, потрібно встановити для EQUATIONS_COUNT значення 3

СЛАР для прикладу			**Макровизначення**
$\begin{cases} x_1+5x_2+3x_3-4x_4=20 \\ 3x_1+x_2-2x_3=9 \\ 5x_1-7x_2+10x_4=-9 \\ 3x_2-5x_3=1 \end{cases}$	=>	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & 10 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 9 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}$	
		$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$	`#define EQUATIONS_COUNT 4`

		$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & 10 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix}$	`#define COEFFICIENTS \`
			`1.0, 5.0, 3.0, -4.0,\`
			`3.0, 1.0, -2.0, 0.0,\`
			`5.0, -7.0, 0.0, 10.0,\`
			`0.0, 3.0, -5.0, 0.0`

		$\begin{pmatrix} 20 \\ 9 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}$	`#define CONSTANT_TERMS \`
			`20.0,\`
			`9.0,\`
			`-9.0,\`
			`1.0`

Лістинг

```
//#include <vector> // not used !
#include <iostream>
#include <iomanip>

#include <boost/numeric/ublas/lu.hpp>
#include <boost/numeric/ublas/matrix.hpp>
#include <boost/numeric/ublas/vector.hpp>
#include <boost/numeric/ublas/io.hpp>

#define EQUATIONS_COUNT 4

#define COEFFICIENTS \
1.0, 5.0, 3.0, -4.0,\
3.0, 1.0, -2.0, 0.0,\
5.0, -7.0, 0.0, 10.0,\
0.0, 3.0, -5.0, 0.0

#define CONSTANT_TERMS \
20.0,\
9.0,\
-9.0,\
1.0

//#define DEBUG // uncomment to debug

using namespace boost::numeric::ublas;

#define DECL_VALUES_ARRAY(NAME, SIZE, ...)\
double arr_##NAME[SIZE] = { __VA_ARGS__ };\
std::vector<double> NAME;\
NAME.assign(arr_##NAME, arr_##NAME + SIZE);
typedef matrix<double, row_major, std::vector<double>> Matrix;
```

```
typedef vector<double, std::vector<double>> Vector;

void printMatrix(const std::string & text, Matrix & printingMatrix){
    std::cout << text << "[" << printingMatrix.size1() << "]" << "[" <<
printingMatrix.size2() << "](" <<std::endl;
    for(unsigned int iIndex = 0; iIndex < printingMatrix.size1(); ++iIndex){
       std::cout << "( ";
          for(unsigned int jIndex = 0; jIndex < printingMatrix.size2();  ++jIndex){
              std::cout<<printingMatrix(iIndex, jIndex)<<" ";
             }
             std::cout << ")," << std::endl;
       }

       std::cout << ")" << std::endl << std::endl;
}

void printEquationsSystem(const std::string & text, Matrix & printingMatrix, Vector&
printingVector){
       std::cout << text << "{" << std::endl;
       for (unsigned int iIndex = 0; iIndex < printingMatrix.size1(); ++iIndex){
              unsigned char printedPrev = 0;
              for (unsigned int jIndex = 0; jIndex < printingMatrix.size2(); ++jIndex){
                     double elementValue = printingMatrix(iIndex, jIndex);
                     if (jIndex && printedPrev){
                            if (elementValue > 0){
                                   std::cout << " + ";
                            }
                            else if (elementValue < 0){
                                   std::cout << " - ";
                            }
                            //else{} // nothing
                     }
                     if (elementValue > 0 || (!printedPrev && elementValue)){
                            if (elementValue != -1. && elementValue != 1.) {
                                   std::cout << printingMatrix(iIndex, jIndex) << "*";
                            }
                            std::cout << "X" << jIndex + 1;// << " ";
                            printedPrev = ~0;
                     }
                     else if (printingMatrix(iIndex, jIndex) < 0){
                            if (elementValue != -1.) {
                                   std::cout << -printingMatrix(iIndex, jIndex) << "*";

                            }
                            std::cout << "X" << jIndex + 1;// << " ";
                            printedPrev = ~0;
                     }
                     //else{} // nothing
              }
              std::cout << " = "  << printingVector(iIndex) << ";" << std::endl;
       }

       std::cout << "}" << std::endl << std::endl;
}

void printSolutionSet(const std::string & text, Vector & printingVector){
       std::cout << text << "{" << std::endl;
       for (unsigned int index = 0; index < printingVector.size(); ++index){
              unsigned char printedPrev = 0;
              std::cout << "X" << index + 1 << " = " << printingVector(index) << ";" <<
std::endl;
       }

       std::cout << "}" << std::endl << std::endl;
}
```

```
Matrix invertMatrix(const Matrix & matrixA){
    Matrix copyMatrixA(matrixA);
    permutation_matrix<Matrix::size_type> permutationMatrixA(copyMatrixA.size1());
    size_t res = lu_factorize(copyMatrixA, permutationMatrixA);
    if(res != 0){
        throw std::logic_error("lu_factorize error");
       }

    Matrix inverseMatrixA(identity_matrix<double>(copyMatrixA.size1()));
    lu_substitute(copyMatrixA, permutationMatrixA, inverseMatrixA);

    return inverseMatrixA;
}

int main(int argc, char** argv){
    try{
        std::cout << std::fixed;

              // A
              DECL_VALUES_ARRAY(matrixA_values, EQUATIONS_COUNT * EQUATIONS_COUNT,
COEFFICIENTS);
              Matrix matrixA(EQUATIONS_COUNT, EQUATIONS_COUNT, matrixA_values);

              // b
              DECL_VALUES_ARRAY(vectorB_values, EQUATIONS_COUNT, CONSTANT_TERMS);
              Vector vectorB(EQUATIONS_COUNT, vectorB_values);

              // A^-1
              auto invertedMatrixA = invertMatrix(matrixA);

              // x = A^-1 * b
              Vector vectorX = prod(invertedMatrixA, vectorB);

#ifdef DEBUG
              printMatrix("matrixA: ", matrixA);
              std::cout << "vectorB: " << vectorB << std::endl << std::endl;
              printMatrix("invertedMatrixA: ", invertedMatrixA);
              std::cout << "vectorX: " << vectorX << std::endl << std::endl;
#endif
              printEquationsSystem("System of equations: ", matrixA, vectorB);
              printSolutionSet("Solving system of equations: ", vectorX);
    }
    catch(std::exception& ex){
        std::cout << ex.what() << std::endl;
    }

#ifdef __linux__
       std::cout << "Press any key to continue . . . " << std::endl;
       (void)getchar();
#elif defined(_WIN32)
       system("pause");
#else
#endif

    return 0;
}
```

Спосіб розв'язання СЛАР матричним методом

Нехай маємо **систему** n **лінійних алгебраїчних рівнянь** з n невідомими $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (1)$$

Запишемо цю систему (1) у матрично-векторній формі:

$$A\bar{x} = \bar{b} \quad (2),$$

де A — матриця, елементами якої є коефіцієнти при невідомих системи (1), $\bar{b}$ — вектор-стовпець вільних членів, $\bar{x}$ — вектор-стовпець невідомих. Далі, при умові, що **визначник матриці** A відмінний від нуля ($detA \neq 0$), переходимо до **обчислення елементів оберненої матриці** A^{-1}.

Для знаходження оберненої матриці можна використовувати один з насутпних методів:

- *Знаходження оберненої матриці методом Гаусса.*
- *Знаходження оберненої матриці за допомогою алгебраїчних доповненень.*
- *Обчислення елементів оберненої матриці за допомогою розв'язку відповідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.*

Після того, помножимо обидві частини рівняння (2) на знайдену **обернену матрицю** зліва. В результаті будемо мати: $A^{-1}(A\bar{x}) = A^{-1}\bar{b}$. Скориставшиць асоціативною властивістю множення матриць, останнє рівняння перепишемо в насутпному вигляді: $(A^{-1}A)\bar{x} = A^{-1}\bar{b}$.

Далі, враховуючи що $A^{-1}A = E$ та $E\bar{x} = \bar{x}$, отримуємо формулу **методу оберненої матриці** (також відомий як **матричний метод**) для знаходження розв'язку системи (1):

$$\bar{x} = A^{-1}\bar{b} \quad (3)$$

Приклад ручного розрахунку

Запишем задану систему лінійних алгебраїчних рівнянь у матрично-векторінй формі:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases} \quad => \quad \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & 10 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 9 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Далі, виходячи з того, що вище розглянутий алгоритм для **знаходження розв'язку СЛАР** вимагає знаходження оберненої матриці, то на першому кроці, для матриці коефіцієнтів при невідомих A **обчислюємо визначник**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & 10 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -7 & 0 & 10 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix} - 5 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 5 & 0 & 10 \\ 0 & -5 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & -7 & 10 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -7 & 0 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot \Big((1 \cdot 0 \cdot 0) + \big((-2) \cdot 10 \cdot 3\big) + \big(0 \cdot (-7) \cdot (-5)\big) - (0 \cdot 0 \cdot 3) - \big((-2) \cdot (-7) \cdot 0\big) - \big(1 \cdot 10 \cdot (-5)\big)\Big) -$$

$$-5 \cdot \Big((3 \cdot 0 \cdot 0) + ((-2) \cdot 10 \cdot 0) + \big(0 \cdot 5 \cdot (-5)\big) - (0 \cdot 0 \cdot 0) - \big((-2) \cdot 5 \cdot 0\big) - \big(3 \cdot 10 \cdot (-5)\big)\Big) +$$

$$+3 \cdot \big((3 \cdot (-7) \cdot 0) + (1 \cdot 10 \cdot 0) + (0 \cdot 5 \cdot 3) - (0 \cdot (-7) \cdot 0) - (1 \cdot 5 \cdot 0) - (3 \cdot 10 \cdot 3)\big) +$$

$$+4 \cdot \Big(\big(3 \cdot (-7) \cdot (-5)\big) + (1 \cdot 0 \cdot 0) + \big((-2) \cdot 5 \cdot 3\big) - \big((-2) \cdot (-7) \cdot 0\big) - \big(1 \cdot 5 \cdot (-5)\big) - (3 \cdot 0 \cdot 3)\Big) =$$

$$= 1 \cdot (-10) - 5 \cdot 150 + 3 \cdot (-90) + 4 \cdot 100 = -630$$

Оскільки він відмінний від нуля, то задана **система рівнянь** сумісна і має єдиний розв'язок. На наступному кроці, приступимо до знаходження оберненої матриці. Для цього скористаємось другим з перерахованих вище методів, а саме методом алгебраїчних доповнень, та, слідуючи його алгоритму, для матриці коефіцієнтів **знайдемо транспоновану матрицю**, після чого для елементів отриманої матриці обчислимо алгебраїчні доповнення:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & -7 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -5 \\ -4 & 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 & 3 \\ -2 & 0 & -5 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} = (1 \cdot 0 \cdot 0) + \left((-7) \cdot (-5) \cdot 0\right) + (3 \cdot (-2) \cdot 10) - (3 \cdot 0 \cdot 0) -$$
$$-\left((-7) \cdot (-2) \cdot 0\right) - (1 \cdot (-5) \cdot 10) = -10$$

$$A_{12} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -7 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ -4 & 10 & 0 \end{vmatrix} = -\Big((5 \cdot 0 \cdot 0) + \left((-7) \cdot (-5) \cdot (-4)\right) + (3 \cdot 3 \cdot 10) - \left(3 \cdot 0 \cdot (-4)\right) -$$
$$-\left((-7) \cdot 3 \cdot 0\right) - (5 \cdot (-5) \cdot 10)\Big) = -200$$

$$A_{13} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & -5 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (5 \cdot (-2) \cdot 0) + (1 \cdot (-5) \cdot (-4)) + (3 \cdot 3 \cdot 0) - (3 \cdot (-2) \cdot (-4)) -$$
$$-(1 \cdot 3 \cdot 0) - (5 \cdot (-5) \cdot 0) = -4$$

$$A_{14} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & -7 \\ 3 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 10 \end{vmatrix} = -\Big((5 \cdot (-2) \cdot 10) + \left(1 \cdot 0 \cdot (-4)\right) + ((-7) \cdot 3 \cdot 0) - \left((-7) \cdot (-2) \cdot (-4)\right) -$$
$$-(1 \cdot 3 \cdot 10) - (5 \cdot 0 \cdot 0)\Big) = 74$$

$$A_{21} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & -5 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} = -\big((3 \cdot 0 \cdot 0) + (5 \cdot (-5) \cdot 0) + (0 \cdot (-2) \cdot 10) - (0 \cdot 0 \cdot 0) -$$
$$-(5 \cdot (-2) \cdot 0) - (3 \cdot (-5) \cdot 10)\big) = -150$$

$$A_{22} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -5 \\ -4 & 10 & 0 \end{vmatrix} = (1 \cdot 0 \cdot 0) + \left(5 \cdot (-5) \cdot (-4)\right) + (0 \cdot 3 \cdot 10) - \left(0 \cdot 0 \cdot (-4)\right) -$$
$$-(5 \cdot 3 \cdot 0) - (1 \cdot (-5) \cdot 10) = 150$$

$$A_{23} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -5 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\big((1 \cdot (-2) \cdot 0) + (3 \cdot (-5) \cdot (-4)) + (0 \cdot 3 \cdot 0) - (0 \cdot (-2) \cdot (-4)) -$$
$$-(3 \cdot 3 \cdot 0) - (1 \cdot (-5) \cdot 0)\big) = -60$$

$$A_{24} = (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 10 \end{vmatrix} = (1 \cdot (-2) \cdot 10) + \left(3 \cdot 0 \cdot (-4)\right) + (5 \cdot 3 \cdot 0) - \left(5 \cdot (-2) \cdot (-4)\right) -$$
$$-(3 \cdot 3 \cdot 10) - (1 \cdot 0 \cdot 0) = -150$$

$$A_{31} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & -7 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} = (3 \cdot (-7) \cdot 0) + (5 \cdot 3 \cdot 0) + (0 \cdot 1 \cdot 10) - (0 \cdot (-7) \cdot 0) -$$
$$-(5 \cdot 1 \cdot 0) - (3 \cdot 3 \cdot 10) = -90$$

$$A_{32} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 5 & -7 & 3 \\ -4 & 10 & 0 \end{vmatrix} = -\Big((1 \cdot (-7) \cdot 0) + \left(5 \cdot 3 \cdot (-4)\right) + (0 \cdot 5 \cdot 10) - \left(0 \cdot (-7) \cdot (-4)\right) -$$
$$-(5 \cdot 5 \cdot 0) - (1 \cdot 3 \cdot 10)\Big) = 90$$

$$A_{33} = (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 \cdot 0) + (3 \cdot 3 \cdot (-4)) + (0 \cdot 5 \cdot 0) - (0 \cdot 1 \cdot (-4)) -$$
$$-(3 \cdot 5 \cdot 0) - (1 \cdot 3 \cdot 0) = -36$$

$$A_{34} = (-1)^7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 5 & 1 & -7 \\ -4 & 0 & 10 \end{vmatrix} = -\Big((1 \cdot 1 \cdot 10) + \left(3 \cdot (-7) \cdot (-4)\right) + (5 \cdot 5 \cdot 0) - \left(5 \cdot 1 \cdot (-4)\right) -$$
$$-(3 \cdot 5 \cdot 10) - (1 \cdot (-7) \cdot 0)\Big) = 36$$

$$A_{41} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & -7 & 3 \\ -2 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -\big((3 \cdot (-7) \cdot (-5)) + (5 \cdot 3 \cdot (-2)) + (0 \cdot 1 \cdot 0) - (0 \cdot (-7) \cdot (-2)) -$$
$$-(5 \cdot 1 \cdot (-5)) - (3 \cdot 3 \cdot 0)\big) = -100$$

$$A_{42} = (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 5 & -7 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \end{vmatrix} = (1 \cdot (-7) \cdot (-5)) + (5 \cdot 3 \cdot 3) + (0 \cdot 5 \cdot 0) - (0 \cdot (-7) \cdot 3) -$$
$$-(5 \cdot 5 \cdot (-5)) - (1 \cdot 3 \cdot 0) = 205$$

$$A_{43} = (-1)^7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & -5 \end{vmatrix} = -\big((1 \cdot 1 \cdot (-5)) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (0 \cdot 5 \cdot (-2)) - (0 \cdot 1 \cdot 3) -$$
$$-(3 \cdot 5 \cdot (-5)) - (1 \cdot 3 \cdot (-2))\big) = -103$$

$$A_{44} = (-1)^8 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 5 & 1 & -7 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 \cdot 0) + (3 \cdot (-7) \cdot 3) + (5 \cdot 5 \cdot (-2)) - (5 \cdot 1 \cdot 3) -$$
$$-(3 \cdot 5 \cdot 0) - (1 \cdot (-7) \cdot (-2)) = -142$$

Після того, як алгебраїчні доповнення відомі, обернену матрицю знаходимо за наступною формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{32} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} = \frac{1}{-630} \cdot \begin{pmatrix} -10 & -200 & -4 & 74 \\ -150 & 150 & -60 & -150 \\ -90 & 90 & -36 & 36 \\ -100 & 205 & -103 & -142 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.015 & 0.317 & 0.006 & -0.117 \\ 0.238 & -0.238 & 0.095 & 0.238 \\ 0.143 & -0.143 & 0.057 & -0.057 \\ 0.159 & -0.325 & 0.163 & 0.225 \end{pmatrix}$$

Далі, скориставшись формулою (3) знаходимо шуканий розв'язок заданої системи:

$$x = A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 0.015 & 0.317 & 0.006 & -0.117 \\ 0.238 & -0.238 & 0.095 & 0.238 \\ 0.143 & -0.143 & 0.057 & -0.057 \\ 0.159 & -0.325 & 0.163 & 0.225 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 9 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Тобто, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$.