

Доведення регулярності або нерегулярності мови. Приклад:

Доведемо нерегулярність мови

$$L(M) = \{ a^n b^n, n \geq 0 \}.$$

Вибираючи n настільки великим, щоб воно перевищувало k_L (константу леми), одержуємо такі можливі випадки розміщення середнього v в ланцюжку $a^n b^n$. Зокрема можливі варіанти:

$$\underbrace{a \dots a}_{n \text{ раз}} \overbrace{aa \dots a}^{v = a^s} \underbrace{b \dots b}_{n \text{ раз}}$$

1. $v = a^s, s < n$, тобто “накачуваний” підланцюжок v цілком розташовується в “зоні символів a ”.

Накачування в цьому випадку виведе за межі мови, оскільки при повторенні ланцюжка v кількість символів a необмежено зростатиме, а кількість символів b залишатиметься сталою.

$$\underbrace{a \dots a}_{n \text{ раз}} \underbrace{bb \dots b}_{n \text{ раз}} \overbrace{b \dots b}^{v = b^s}$$

2. $v = b^s, s < n$, тобто “накачуваний” підланцюжок v цілком розташовується в “зоні символів b ”.

Накачування неможливе з тієї ж причини, що і в попередньому випадку.

$$\underbrace{a \dots a}_{n \text{ раз}} \overbrace{aa \dots a}^{a^p} \underbrace{b \dots b}_{n \text{ раз}} \overbrace{bb \dots b}^{b^q}$$

3. $v = a^p b^q$, де $0 < p < n, 0 < q < n$, тобто “накачуваний” підланцюжок v розташовується на стику зон символів a і b .

У цьому випадку при накачуванні підланцюжок ab входить в слово, яке вже не належить мові L .

Бачимо, що існують ланцюжки, для яких жодні представлення у вигляді з'єднання трьох ланцюжків не задовільняють умови леми про розростання для регулярних мов.

Отже, мова $a^n b^n$ нерегулярна.