



**Факультет Программной Инженерии и Компьютерной техники**

**Лабораторная работа №2**

**Синтез помехоустойчивого кода**

**Вариант №60**

**Выполнил:**

**Ковалев Руслан Бабекович**

**Группа Р3116**

**Проверил:**

**Пономарёв В.В**

**Санкт-Петербург 2024**

## **Оглавление**

Задание .....	3-7
Программа .....	7
Заключение .....	8
Список литературы .....	9

- Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 12**3456**, то вариант = 35.
- На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
- Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
- Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
- На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
- Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
- Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
- Сложить номера всех 5 вариантов заданий. **Умножить полученное число на 4.** Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
- Дополнительное задание №1** (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

60	45	77	109	29	110
----	----	----	-----	----	-----

## 1.Номер 45

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	0	1	0	0	1	1

$$S1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$S2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

S = (s1,s2,s3) = 010 Ошибка в символе r2

Правильное сообщение: 1011

## 2.Номер 77

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	1	1	1	1	0	1

$$S1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

S = (s1,s2,s3) = 111 Ошибка в символе i4

Правильное сообщение: 1100

4

## 3.Номер 109

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	1	1	1	1	1

$$S1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$S2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

S = (s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, s<sub>3</sub>) = 010 Ошибка в символе r<sub>2</sub>

Правильное сообщение: 1111

#### 4.Номер 29

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
0	0	0	0	0	1	0

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

S=(s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, s<sub>3</sub>) = 011 Ошибка в символе i<sub>3</sub>

Правильное сообщение: 0000

### 5

#### 5.Номер 110

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>	S

1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	S <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	S <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	X	X	X	X	S <sub>3</sub>
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	S <sub>4</sub>

$S = (s_1, s_2, s_3, s_4) = 1111$  Ошибка в символе  $i_{11}$

Правильное сообщение: 0110110011**1**

$$6. (45+77+109+29+110)*4 = 1480$$

1) Минимальное число проверочных разрядов ( $r$ ):

Формула:  $2^r \geq k + r + 1$ , где  $k = 1480$  (количество информационных разрядов).

Пробуем значения  $r$ :

$$* 2^{10} = 1024 < 1480 + 10 + 1 = 1491 \text{ (не подходит)}$$

$$* 2^{11} = 2048 \geq 1480 + 11 + 1 = 1492 \text{ (подходит)}$$

Ответ: Минимальное число проверочных разрядов  $r = 11$ .

**6**

2) Коэффициент избыточности ( $R$ ):

$$\text{Формула: } R = r / (k + r)$$

$$\text{Подставляем: } R = 11 / (1480 + 11) = 11 / 1491 \approx 0.0074$$

**Доп. задание (Программа)**

```

1 def decode_hamming(codeword):
2
3     p1 = int(codeword[0]) ^ int(codeword[2]) ^ int(codeword[4]) ^ int(codeword[6])
4     p2 = int(codeword[1]) ^ int(codeword[2]) ^ int(codeword[5]) ^ int(codeword[6])
5     p3 = int(codeword[3]) ^ int(codeword[4]) ^ int(codeword[5]) ^ int(codeword[6])
6
7     # Проверяем наличие ошибки
8     error_bit = p1 * 4 + p2 * 2 + p3 * 1
9
10    # Исправляем ошибку, если она есть
11    if error_bit != 0:
12        corrected_codeword = list(codeword)
13        corrected_codeword[error_bit - 1] = str(1 - int(corrected_codeword[error_bit - 1]))
14        codeword = "".join(corrected_codeword)
15
16    # Извлекаем информационные биты
17    message = codeword[1] + codeword[3] + codeword[5] + codeword[6]
18
19    return message, error_bit
20
21    # Ввод сообщения
22    codeword = input("Введите код Хэмминга (7 цифр 0 и 1): ")
23
24    # Проверка длины сообщения
25    if len(codeword) != 7:
26        print("Ошибка: Длина сообщения должна быть равна 7.")
27    else:
28        # Декодирование сообщения
29        message, error_bit = decode_hamming(codeword)
30
31    # Вывод результата
32    if error_bit != 0:
33        print(f"Исправленное сообщение: {message}")
34        print(f"Ошибка обнаружена в бите {error_bit}")
35    else:
36        print(f"Исходное сообщение: {message}")
37        print("Ошибок не обнаружено.")
38

```

## 7

### Заключение

**В ходе работы научился работать с кодом Хэмминга**

## **Список Литературы**

### **Информатика Лекция 2**