

火星着陆器动力下降段燃料最优 精确着陆轨迹计算与分析

郭延宁¹, 王强², 李传江¹

(1. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 黑龙江哈尔滨, 150001;

2. 上海卫星工程研究所, 上海, 200240)

摘 要: 为了利用有限燃料成功完成火星精确着陆任务, 本文研究了考虑各种约束的动力下降段燃料最优轨迹优化问题, 并进而分析了最优轨迹的特点。针对变推力发动机情况, 首先基于推力器幅值、火星地表碰撞、下降倾角等因素描述了动力下降段的燃料最优精确着陆问题, 并给出了相应的等效最优优化问题; 接着将等效最优优化问题进行离散化, 并最终转换为考虑线性约束和二阶锥约束的最优化问题。最后, 计算了典型着陆器燃料最优精确着陆轨迹。通过对轨迹分布的研究发现, 最优轨迹可以分为 S 型和 C 型两种, 且最终均收敛于与探测器初始条件相关的圆锥体内, 该结论对于上注路径点的选取以及着陆器自主制导方案的选取都具有重要的参考价值。

关键词: 火星探测; 精确着陆; 动力下降段; 制导律; 燃料最优。

1. 引言

自从航天时代开始到现在, 人类使用空间探测器对火星探测的脚步从未停止, 已经取得了丰硕的成果。从前苏联最早于 1962 年 11 月 1 日发射首次成功接近火星飞行的“火星 1 号”探测器, 到 1975 年美国发射的首次成功软着陆的“海盗号”(Viking)系列探测器, 至今已有超过 30 个探测器到达过火星并反馈了大量的观测数据, 使得火星成为除地球以外人类了解最多的行星。特别是随着近年来探索火星任务的针对性逐渐增强, 定点精确着陆的必要性日益提升, 从“火星探路者”(Mars Pathfinder, 1996)的 150km 着陆精度开始, 到“火星探测漫游者”(Mars Exploration Rover, 2003)时已达 35km, 刚刚成功着陆的“火星科学实验室”(Mars Science Laboratory, 2011)已经实现了 10km 量级的着陆精度。而在不远的未来, 为了实现对某些危险地区的探测, 着陆精度的需求还会持续提升, 这给火星着陆系统的设计带来了新一轮的机遇和挑战^{[1]~[3]}。

从火星着陆器脱离绕飞轨道开始, 一般来说, 需要经过进入、下降和着陆(Entry, Descent, Landing, 简记 EDL)几个阶段最终到达火星表面, 其中进入段和下降段的合理规划和设计是完成精确着陆的必要保障。而在降落的最后一个阶段, 即从开启反作用推力器进行有效减速到着陆器成功降落到期望着陆点这一过程称为动力下降段, 该阶段只持续仅仅几分钟, 但却是决定着任务成败的最重要阶段之一, 如果下降过程不能有效减速或避开障碍, 整个探测任务将前功尽弃。

火星动力下降段的研究方法起初多来自于月球着陆方案, 如二次多项式形式的制导律^[4]、月球软着陆最优规划^[5]等。而与月球任务不同的是, 由于火星距离地球遥远, 发射同样质量的火星探测器要比月球探测器成本高出数倍, 因此火星着陆器所能携带的燃料极为有限。较为庆幸的是火星表面存在稀薄的大气, 因此大部分能量可以在超声速下降段耗散, 仅在最后动力下降段需要开启推力发动机,

因此在该阶段的燃料最优轨迹的研究逐渐得到各位专家学者的关注，目前已经取得了一定研究成果^{[6]~[9]}。其中较为突出的是 Acikmese 等^[10]提出的凸优化方法，其成功地将一系列复杂的非凸优化问题转换为凸优化问题，实现了考虑推力器的最大和最小幅值约束、燃料约束、探测器的指向约束等约束的燃料最优解计算，同时为了避免探测器与火星地表碰撞，文中考虑将探测器的飞行轨迹约束到以着陆点为顶点的圆锥体内。进一步地，Acikmese 等还将该方法扩展应用于因燃料不足导致不存在可行轨迹到达期望着陆点的情况，并求解得到了与期望着陆点最小距离的轨迹^[11]。

基于以上研究，本文通过将考虑各种约束的火星探测器的燃料最优精确着陆问题转化为考虑线性约束和二阶锥约束(Second Order Cone Constraint)的优化问题，计算了典型着陆器最优着陆轨迹，并对其特性进行了细致的分析，以期着陆系统的设计提供参考。

2. 动力下降段燃料最优精确着陆问题描述

2.1 燃料最优精确着陆问题

着陆器运动方程：考虑采用变推力发动机情况，有

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{g} + \mathbf{a} \\ \mathbf{a} &= \mathbf{T}/m \\ \dot{m} &= -\alpha T\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $\mathbf{r} = [r_h \ r_x \ r_y]^T$, $\mathbf{v} = [v_h \ v_x \ v_y]^T$ 分别表示着陆器相对期望着陆点的位置和速度矢量； \mathbf{T} 为推力器提供的推力矢量，幅值为 T ，对应控制加速度矢量 \mathbf{a} ； \mathbf{g} 为火星的重力加速度矢量，此处认为是常值； m 为着陆器质量，对应推力器质量排除系数 α 。

指标函数：考虑燃料消耗

$$\min(m_0 - m_f) \Leftrightarrow \min \int_0^{t_f} T dt \quad (2)$$

边界条件：即初始条件和终端条件

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0, \mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0, m(0) = m_0, \mathbf{r}(t_f) = \mathbf{v}(t_f) = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (3)$$

控制约束：考虑发动机一旦启动不能关闭，存在最大和最小推力约束

$$0 < T_1 \leq T \leq T_2 \quad (4)$$

状态约束：为避免在着陆前撞击到火星地表，需确保整个下降段位于火星地平面以上，即

$$r_h \geq 0 \quad (5)$$

进一步地，若着陆区域附近表面崎岖不平，仅仅确保地表约束不能满足需求时，可以考虑下降倾角约束，即将着陆器下降轨线约束到以着陆点为顶点的圆锥体内

$$\frac{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}{r_h} \leq \tan \theta_{alt} \quad (6)$$

2.2 等效后燃料最优精确着陆问题

定义等效变换变量

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &\triangleq \mathbf{a} = \mathbf{T}/m \\ \sigma &\triangleq T/m \\ z &\triangleq \ln m \end{aligned} \quad (7)$$

等效着陆器运动方程:

$$\dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_{7 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{7 \times 7} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \\ z \end{bmatrix}_{7 \times 1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{I}_3 & 0 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix}_{7 \times 4} \begin{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{g} \\ \sigma \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \mathbf{A}_c \mathbf{y} + \mathbf{B}_c (\mathbf{p} + \mathbf{g}_4) \quad (8)$$

其中 $\mathbf{p} \triangleq [\mathbf{u}^T \ \sigma]^T$, $\mathbf{g}_4 \triangleq [\mathbf{g}^T \ 0]^T$ 。

指标函数:

$$\min \int_0^{t_f} \sigma(t) dt \quad (9)$$

边界条件: 同式(3)。

控制约束: 由文献[10]可知, 控制约束(4)可等效表示为

$$\|\mathbf{u}\| \leq \sigma \quad (10)$$

$$T_1 e^{-z_0} \left[1 - (z - z_0) + \frac{1}{2} (z - z_0)^2 \right] \leq \sigma \leq T_2 e^{-z_0} \left[1 - (z - z_0) \right] \quad (11)$$

状态约束: 地表约束同式(5), 倾角约束(6)可等效表示为

$$\|\mathbf{S}\mathbf{y}\| + \mathbf{c}^T \mathbf{y} \leq 0 \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = [-\tan \theta_{alt} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

3. 燃料最优精确着陆问题的离散化及变换

3.1 等效燃料最优精确着陆问题的离散化

首先将整个飞行时间均分成 n 段 (对应 $n+1$ 个点), 每段步长为 Δt , 离散化后的着陆器运动方程为:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{y}_k + \mathbf{B} (\mathbf{p}_k + \mathbf{g}_4) \quad (13)$$

其中 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{7 \times 7}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{7 \times 4}$ 分别为离散系统的系统矩阵和输入矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= e^{\Delta t \mathbf{A}_c} \approx \mathbf{I}_3 + \Delta t \mathbf{A}_c + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{A}_c^2 + \dots \\ \mathbf{B} &= \int_0^{\Delta t} e^{(\Delta t-s) \mathbf{A}_c} \mathbf{B}_c ds = \int_0^{\Delta t} e^{s \mathbf{A}_c} ds \cdot \mathbf{B}_c = \Delta t \mathbf{B}_c + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{B}_c + \frac{1}{6} \Delta t^2 \mathbf{B}_c^2 + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

其中 I_3 为三阶单位阵。

由系统性质可知，整个控制时域内系统状态满足

$$\begin{aligned} y_1 &= Ay_0 + B(p_0 + g_4) \\ y_2 &= Ay_1 + B(p_1 + g_4) = A^2 y_0 + AB(p_0 + g_4) + B(p_1 + g_4) \\ y_3 &= Ay_2 + B(p_2 + g_4) = A^3 y_0 + A^2 B(p_0 + g_4) + AB(p_1 + g_4) + B(p_2 + g_4) \\ &\vdots \\ y_n &= Ay_{n-1} + B(p_{n-1} + g_4) = A^n y_0 + A^{n-1} B(p_0 + g_4) + \cdots + AB(p_{n-2} + g_4) + B(p_{n-1} + g_4) \end{aligned} \quad (15)$$

为表达方便，令

$$\begin{aligned} Y &= \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{7(n+1) \times 1}, \quad p = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}_{4(n+1) \times 1}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_0 \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ \vdots \\ A^n \end{bmatrix}_{7(n+1) \times 7}, \\ \Psi &= \begin{bmatrix} \Psi_0 \\ \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ AB & B & 0 & 0 & 0 \\ A^2 B & AB & B & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ A^{n-1} & \cdots & A^2 B & AB & B \end{bmatrix}_{7(n+1) \times 4(n+1)}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_0 \\ \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \vdots \\ \Lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ AB + B \\ A^2 + AB + B \\ \vdots \\ A^{n-1} + \cdots + AB + B \end{bmatrix}_{7(n+1) \times 7} \end{aligned}$$

则(15)可等价于

$$Y = \Phi y_0 + \Psi p + \Lambda g_4 \quad (16)$$

分别定义如下常值矩阵：

$$\begin{aligned} v_\sigma &= [0_{1 \times 3} \quad 1]^T, \quad v_z = [0_{1 \times 6} \quad 1]^T, \quad v_h = [1 \quad 0_{1 \times 6}]^T, \quad v_p = [v_\sigma^T \quad v_z^T \quad \cdots \quad v_\sigma^T]^T \in R^{4(n+1) \times 1}, \\ M_u &= [I_3 \quad 0_{3 \times 1}], \quad M_x = [I_6 \quad 0_{6 \times 1}], \quad Y_k = [0_{4 \times 4k} \quad I_4 \quad 0_{4 \times (n-k)}], (k=0, 1, \cdots, n) \end{aligned}$$

最终可得离散化后的燃料最优优化问题如下：

指标函数：式(9)可表示为

$$\sum \sigma = \sum_{i=0}^n v_\sigma^T p_i = v_p^T p \quad (17)$$

边界条件：式(3)可表示为

$$\begin{aligned} M_x(\Phi_0 y_0 + \Psi_0 p + \Lambda_0 g_4) &= \begin{bmatrix} r_0^T & v_0^T \end{bmatrix}^T \\ M_x(\Phi_n y_0 + \Psi_n p + \Lambda_n g_4) &= \begin{bmatrix} r_f^T & v_f^T \end{bmatrix}^T = [0_{6 \times 1}] \end{aligned} \quad (18)$$

控制约束：式(10)和式(11)分别可表示为

$$\|M_u Y_k p\| \leq v_\sigma^T Y_k p, \quad (k=0, 1, \cdots, n) \quad (19)$$

$$\mathbf{v}_\sigma^T \mathbf{Y}_k \mathbf{p} \geq T_1 e^{-z_0} \left\{ 1 - \left[\mathbf{v}_z^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Psi_k \mathbf{p} + \Lambda_k \mathbf{g}_4) - z_{0,k} \right] + \frac{1}{2} \left[\mathbf{v}_z^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Psi_k \mathbf{p} + \Lambda_k \mathbf{g}_4) - z_{0,k} \right]^2 \right\}, \quad (k=0,1,\dots,n) \quad (20)$$

$$\mathbf{v}_\sigma^T \mathbf{Y}_k \mathbf{p} \leq T_2 e^{-z_0} \left\{ 1 - \left[\mathbf{v}_z^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Psi_k \mathbf{p} + \Lambda_k \mathbf{g}_4) - z_{0,k} \right] \right\}, \quad (k=0,1,\dots,n) \quad (21)$$

状态约束：式(5)和式(12)分别可表示为

$$\mathbf{v}_h^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Psi_k \mathbf{p} + \Lambda_k \mathbf{g}_4) \geq 0, \quad (k=0,1,\dots,n) \quad (22)$$

$$\|\mathbf{S}(\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Psi_k \mathbf{p} + \Lambda_k \mathbf{g}_4)\| + \mathbf{c}^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Psi_k \mathbf{p} + \Lambda_k \mathbf{g}_4) \leq 0, \quad (k=0,1,\dots,n) \quad (23)$$

3.2 二阶锥优化(SOCP)形式的优化问题

含有 p 个线性约束和 q 个二阶锥约束的最优化问题的标准形式为

指标函数	$\min(\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{x})$
满足约束	$\mathbf{D}^T \mathbf{x} + \mathbf{f} \geq 0$
	$\ \mathbf{A}_i^T \mathbf{x} + \mathbf{c}_i\ \leq \mathbf{b}_i^T \mathbf{x} + d_i \quad \text{for } i=1,\dots,q$

其中 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为待优化向量, $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, 线性约束参数 $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times p}$, $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^{p \times 1}$, 二阶锥约束参数 $(\mathbf{A}_i, \mathbf{b}_i, \mathbf{c}_i, d_i)$

维数由相应约束确定。

则式(17)~式(23)可最终转换为如下最优化问题:

指标函数:	$\min(\mathbf{v}_p^T \mathbf{p})$
满足	
初值约束:	$\ \mathbf{M}_x \Psi_0 \mathbf{p} + \mathbf{M}_x (\Phi_0 \mathbf{y}_0 + \Lambda_0 \mathbf{g}_4) - [\mathbf{r}_0^T \quad \mathbf{v}_0^T]^T\ \leq 0$
末值约束:	$\ \mathbf{M}_x \Psi_n \mathbf{p} + \mathbf{M}_x (\Phi_n \mathbf{y}_0 + \Lambda_n \mathbf{g}_4)\ \leq 0$
控制约束:	$\ \mathbf{M}_u \mathbf{Y}_k \mathbf{p}\ \leq \mathbf{v}_\sigma^T \mathbf{Y}_k \mathbf{p}$
控制上限:	$-\left(\mathbf{v}_z^T \Psi_k + \frac{1}{T_2 e^{-z_0}} \mathbf{v}_\sigma^T \mathbf{Y}_k\right) \mathbf{p} + 1 - \mathbf{v}_z^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Lambda_k \mathbf{g}_4) + z_{0,k} \geq 0$
控制下限:	$\left\ \begin{bmatrix} \mathbf{v}_z^T \Psi_k \mathbf{p} \\ \frac{1}{T_1 e^{-z_0}} \mathbf{v}_\sigma^T \mathbf{Y}_k \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_z^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Lambda_k \mathbf{g}_4) - z_{0,k} - 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\ \leq \frac{1}{T_1 e^{-z_0}} \mathbf{v}_\sigma^T \mathbf{Y}_k \mathbf{p} \quad (k=0,1,\dots,n)$
倾角约束:	$\ \mathbf{S} \Psi_k \mathbf{p} + \mathbf{S} (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Lambda_k \mathbf{g}_4)\ \leq -\mathbf{c}^T \Psi_k \mathbf{p} - \mathbf{c}^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Lambda_k \mathbf{g}_4)$
地表约束:	$\mathbf{v}_h^T \Psi_k \mathbf{p} + \mathbf{v}_h^T (\Phi_k \mathbf{y}_0 + \Lambda_k \mathbf{g}_4) \geq 0$

其中, 控制下限约束的转换利用了如下性质:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq ab, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0 \Leftrightarrow \left\| \begin{bmatrix} 2\mathbf{x} \\ a-b \end{bmatrix} \right\| \leq a+b$$

4. 数值仿真结果与分析

本节以某火星着陆器为例，计算了典型初始条件下满足各种约束的燃料最优精确着陆轨迹。其中探测器各参数分别取为： $m_0=2000\text{kg}$ ， $\mathbf{g}=[-3.7114, 0, 0]\text{ m/s}^2$ ， $c=2\text{ km/s}$ ， $T_1=1.3\text{kN}$ ， $T_2=13\text{kN}$ 。

着陆器初始位置矢量 $\mathbf{r}_0=[1500, -600, 800]\text{ m}$ ，初始速度矢量 $\mathbf{v}_0=[-30, 10, 40]\text{ m/s}$ ，倾角 $\theta_{alt}=86^\circ$ 。

二阶锥优化问题可以通过大量免费的优化工具求解，如 CSDP、DSDP、OpenOpt、SeDuMi、SDPA、SDPLR 等。本文选用 SDPT3 进行计算，通过执行线性搜索确定燃料最优下降时间 t_f^* 为 43s，图 1 给出了相应的最优着陆轨迹、下降速度、加速度、控制推力、推力幅值以及探测器质量变化曲线。

由优化结果可以看出，探测器在给定时间飞行并软着陆到指定位置，且在整个下降过程始终与火星地表保持一定的安全距离，验证了下降倾角约束的有效性。其推力幅值曲线呈现“最大-最小-最大”的最优控制形式，不过为了保持发动机始终处于点火状态，在中间段对应最小推力约束，这与文献中的分析结论一致。此外，通过利用如 TOMLAB 等商业最优控制软件进行复核计算，也验证了此计算结果的燃料最优性能。

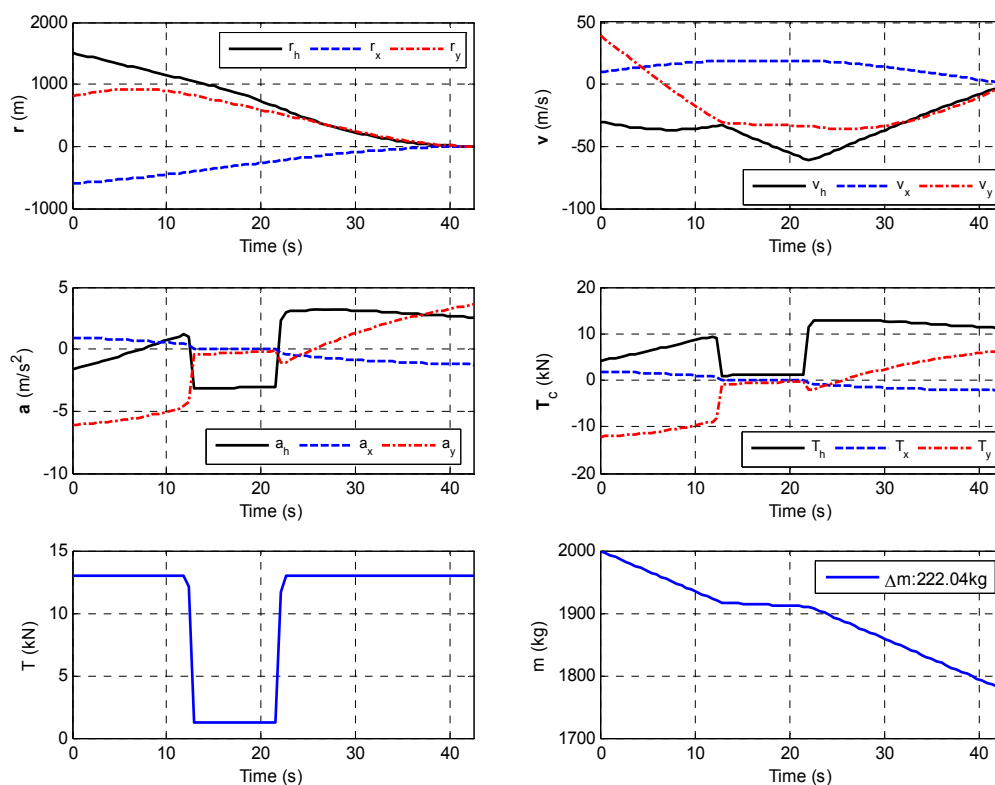


图 1 给定初始条件下火星着陆器动力下降段燃料最优计算结果

需要注意到，此燃料最优轨迹的获取对着陆器的实时在线计算性能提出了较高的要求，经测试，无论使用何种优化工具，计算给定飞行任务时间的最优轨迹均需数秒，而全局最优则需要数十秒甚至更长，这在实际任务中是不允许的。因此，可行的方案是通过在地面计算大量的燃料最优轨迹，并寻找规律，选取关键路径点状态存储到着陆器计算机中，通过在线查表或者在利用对计算量要求较小的反馈制导律完成安全着陆任务。

因此, 为了研究探测器燃料最优轨迹特性, 选取相同的探测器参数, 暂不考虑推力器最小幅值约束和倾斜角约束 (但考虑地表约束), 固定初始高度为 1500m, 初始位置水平方向从 -8000m 到 8000m 内取值, 分别选取各种不同的初始速度, 可得燃料最优精确着陆轨迹簇如图 2 所示。

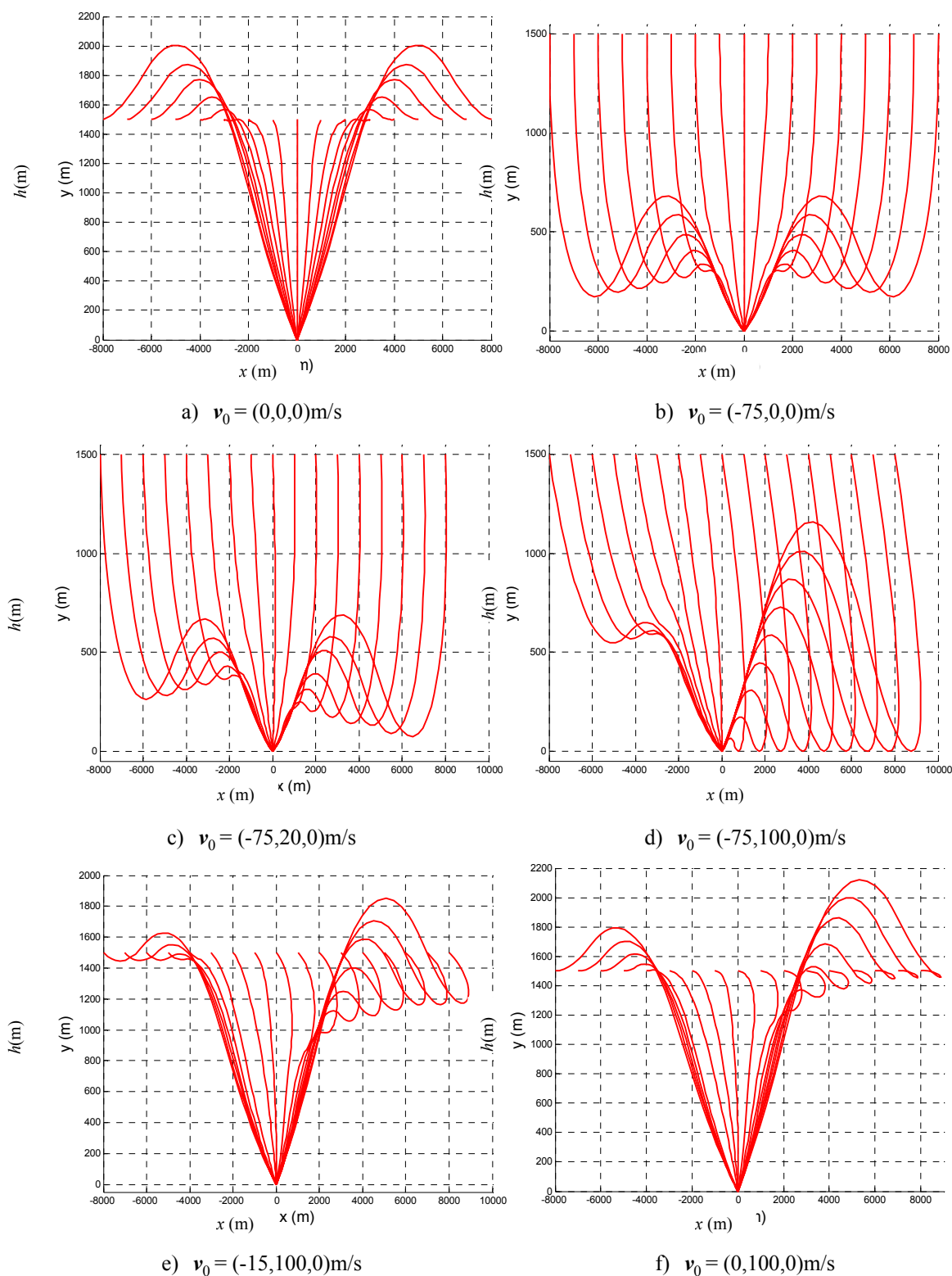


图 2 各种不同初始速度对应的火星着陆器动力下降段燃料最优轨迹簇

由图 2 给出的燃料最优轨线分布情况可以总结得出如下结论:

- 1) 对任意探测器初始位置, 特定初始速度对应的燃料最优着陆轨迹在末端必然收敛到一个固定的近似圆锥体内。
- 2) 取决于探测器初始位置和速度的关系, 燃料最优轨迹有两种形式: S 型和 C 型, 其中 S 型主要对应于期望着陆点位置水平距离较大情况。
- 3) 当探测器初始水平速度为零时, 圆锥体轴线垂直于火星地表, 所有最优轨线关于该轴线中心对称。
- 4) 初始速度的大小也直接影响到任务的可靠性, 因此需要在超声速进入段和降落伞减速段将着陆器速度下降到合理范围内。

上述结论对上注探测器关键点的选取有着较强的指导意义, 比如基于最优轨线的斜率对路径点合并、基于最优轨线簇的对称性对上注轨线进行等效延伸、或者尝试仅将 S 型和 C 型的转折点作为路径点等, 这样可以大大降低探测器自主存储与计算需求, 进而有效提升任务的可靠性。

5. 结论

本文介绍给出了考虑各种约束的火星着陆器动力下降段燃料最优精确着陆轨迹优化方法, 并分析得出了最优轨迹的主要特征。研究发现, 在着陆器质量及推力器配置确定的情况下, 最优下降轨迹的末端必然收敛到与起始速度相关的近似圆锥体内, 而起始端的速度和位置矢量的组合决定了最优轨迹的基本形状为 S 型还是 C 型。这些发现对于上注到探测器的路径点选取有着积极的作用, 同时也为反馈制导律的设计提供了较为有价值的参考形式。

不过, 针对最优轨迹特性的研究目前仅限于定性分析, 进一步研究其特性, 给出定量分析结果, 是下一步研究的方向。

参考文献

- [1] Steinfeldt B A, Grant M J, Matz D A, Braun R D, and Barton G H. Guidance, Navigation, and Control System Performance Trades for Mars Pinpoint Landing [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2010, 47(1):188-198.
- [2] 李爽, 彭玉明, 陆宇平. 火星 EDL 导航、制导与控制技术综述与展望[J]. 宇航学报, 2010, 31(3):621-627.
- [3] 彭玉明. 新型火星 EDL 导航、制导与控制技术研究[D]. 南京航空航天大学硕士学位论文, 2011.
- [4] Klumpp A R. Apollo Lunar-Descent Guidance[J]. Automatica, 1974,10(2):133-146.
- [5] Meditch J. On the Problem of Optimal Thrust Programming for a Lunar Soft Landing [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1964,9(4):477-484.
- [6] UfukT,JordiC,Kenneth D M. Minimum-Fuel Powered Descent for Mars Pinpoint Landing[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007,44(2):324-331.
- [7] Timothy R J, Richard G C. Three-Dimensional Trajectory Optimization Satisfying Waypoint and No-Fly Zone Constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009,32(2):551-572.
- [8] Jeremy R R, Robert H B. Analytical Dimensional Reduction of a Fuel Optimal Powered Descent Subproblem[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Canada, 2010.
- [9] Shen H J, Seywald H, and Powell R W. Desensitizing the Minimum-Fuel Powered Descent for Mars Pinpoint Landing [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(1):108-115.
- [10] Acikmese B, and Ploen S R. Convex Programming Approach to Powered Descent Guidance for Mars Landing [J]. Journal

of Guidance, Control, and Dynamics, 2007,30(5):1353-1366.

- [11] Blackmore L, Acikmese B, and Scharf D P. Minimum-Landing-Error Powered-Descent Guidance for Mars Landing Using Convex Optimization [J] Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010,33(4):1161-1171.

作者简介:

郭延宁(1985-), 男, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系讲师, 研究方向包括深空探测制导与控制, 航天器姿态动力学与控制。

通讯地址: 哈尔滨工业大学航天学院 327 信箱主楼 606 室 150006

Email:guoyn@hit.edu.cn