

Скінченний автомат $M = \langle Q, \Sigma, \Delta, I, F \rangle$ називається **детермінованим** (deterministic), якщо

1. Множина I містить рівно один елемент;
2. Для кожного переходу $\langle p, x, q \rangle \in \Delta$ виконується рівність $|x| = 1$, тобто мітки переходів автомата є однобуквеними;
3. Автомат не містить дуг з пустими λ мітками;
4. Для кожного символу $a \in \Sigma$ і для довільного стану $p \in Q$ існує тільки один стан $q \in Q$ такий, що $\langle p, a, q \rangle \in \Delta$, тобто перехід зі стану p у стан q по дузі з міткою a повинен бути єдиним для кожної букви алфавіту.

Автомат є **квазідетермінованим**, якщо виконуються умови детермінованості автомата, але не для кожного символу вхідного алфавіту з кожного стану виходить одна дуга.

Множина всіх слів в алфавіті Σ позначається через Σ^* . Множина всіх непустих слів в алфавіті Σ позначається через Σ^+ .

Мова над алфавітом Σ — це підмножина Σ^* , тобто це множина ланцюжків скінченної довжини у заданому скінченному алфавіті. Наприклад, множина $L = \{a, abb\}$ є мовою над алфавітом $\Sigma = \{a, b\}$

Оскільки кожна мова є множиною, можна розглядати теоретико-множинні операції об'єднання, перетину, різниці мов (позначення $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$, $L_1 - L_2$), заданих над одним і тим самим алфавітом.

Нехай $L \subseteq \Sigma^*$. Тоді мова $\Sigma^* - L$ є доповненням мови L відносно алфавіту Σ . Коли з контексту зрозуміло, про який алфавіт йдеться, говорять просто, що мова $\Sigma^* - L$ являється доповненням мови L .

Теорема Кліні

Мова L регулярна тоді і тільки тоді, коли вона є автоматною.

Доводять теорему:

- визначенням алгоритмів побудови за регулярним виразом відповідного атомата і навпаки;
- за автоматом регулярного виразу.

Доповнення автоматної мови є автоматною мовою.

з теореми про доповнення автоматних мов та теореми Кліні:

операції об'єднання та доповнення регулярних мов не виводять за межі класу регулярних мов.

Для зручності опису формул прийнято таке позначення для операції доповнення \bar{L} – доповнення до множини L .

Оскільки кожна автоматна мова є регулярною мовою (з теореми Кліні), а доповнення до автоматної мови є автоматною мовою, то доповнення до регулярної мови є регулярною мовою. Отже:

- об'єднання регулярних мов є регулярною мовою;
- доповнення регулярних мов є регулярною мовою,

тобто операції об'єднання та доповнення не виводять за межі класу регулярних мов.

Для множин справедливі такі співвідношення:

1. Перетин множин можна подати як

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}.$$

2. Різниця множин представляється як

$$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}.$$

Співвідношення 1 і 2 представляють перетин та різницю регулярних мов через операції доповнення та об'єднання. Оскільки перетин та різницю регулярних мов можна виразити через операції об'єднання та доповнення, то вони теж не виводять за межі класу регулярних мов.

Отже,

- *перетин регулярних мов є регулярною мовою;*
- *різниця регулярних мов є регулярною мовою.*

Тому

клас регулярних мов замкнений відносно операцій перетину та різниці.