

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
“Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники”

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

**Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС»  
на тему: «Реализация модели решения задачи на  
конвейерной архитектуре»**

Выполнили  
студенты группы  
821701:  
Козлов К.А.  
Пашкевич В.Л.

Проверили:  
Орлова А.С.  
Крачковский Д.Я.

Минск 2020

### Постановка задачи:

Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения компонентов двух векторов чисел.

### Описание модели:

Для реализации поставленной задачи был использован алгоритм вычисления произведения пары 6-разрядных чисел умножением со старших разрядов со сдвигом частичной суммы влево.

Такт	Этапы					
	1	2	3	4	5	6
1	1 разряд $a1*b1$					
2	1 разряд $a2*b2$	2 разряд $a1*b1$				
3	1 разряд $a3*b3$	2 разряд $a2*b2$	3 разряд $a1*b1$			
4		2 разряд $a3*b3$	3 разряд $a2*b2$	4 разряд $a1*b1$		
5			3 разряд $a3*b3$	4 разряд $a2*b2$	5 разряд $a1*b1$	
6				4 разряд $a3*b3$	5 разряд $a2*b2$	6 разряд $a1*b1$
7					5 разряд $a3*b3$	6 разряд $a2*b2$
8						6 разряд $a3*b3$

#### Такт 1:

- (I) Вычисляется умножение первых разрядов первой пары чисел

#### Такт 2:

- (I) Вычисляется умножение первых разрядов второй пары чисел  
(II) Вычисляется умножение вторых разрядов первой пары чисел

#### Такт 3:

- (I) Вычисляется умножение первых разрядов третьей пары чисел  
(II) Вычисляется умножение вторых разрядов второй пары чисел  
(III) Вычисляется умножение третьих разрядов первой пары чисел

#### Такт 4:

- (I) Вычисляется умножение первых разрядов четвертой пары чисел  
(II) Вычисляется умножение вторых разрядов третьей пары чисел  
(III) Вычисляется умножение третьих разрядов второй пары чисел

#### Такт 5:

- (I) Вычисляется умножение вторых разрядов четвертой пары чисел  
(II) Вычисляется умножение третьих разрядов третьей пары чисел  
(III) Вычисляется умножение четвертых разрядов второй пары чисел

**Такт 6:**

- (I) Вычисляется умножение третьих разрядов четвертой пары чисел
- (II) Вычисляется умножение четвертых разрядов третьей пары чисел
- (III) Вычисляется умножение пятых разрядов второй пары чисел

**Такт 7:**

- (I) Вычисляется умножение четвертых разрядов четвертой пары чисел
- (II) Вычисляется умножение пятых разрядов третьей пары чисел
- (III) Вычисляется умножение шестых разрядов второй пары чисел

**Такт 8:**

- (I) Вычисляется умножение пятых разрядов четвертой пары чисел
- (II) Вычисляется умножение шестых разрядов третьей пары чисел

Алгоритм подсчёта сводится к следующим шагам:

1. Исходное значение частичной суммы принимается равным нулю.
2. Первый множитель умножается на очередную цифру второго множителя (умножение начинается со старшей цифры) – получаем частичное произведение.
3. Полученное частичное произведение прибавляется к значению частичной суммы, и если данное частичное произведение не является последним – к частичной сумме дописывается ноль в младший разряд, в противном случае полученная частичная сумма является результатом произведения.
4. Пункты 2 и 3 последовательно повторяются для всех разрядов второго множителя.

Пример: умножение двух целых чисел:

Двоичная система: A=001100 и B= 000101;

Десятичная система: A=12 и B = 5.

Шаг	Арифметические действия	Пояснение
0	000000	0-я сумма
1	000000	1-е частичное произведение
2	000000	1-я сумма
3	000000	2-е частичное произведение
4	0000000	2-я сумма
5	000000	3-е частичное произведение

6	00000000	3-я сумма
7	001100	4-е частичное произведение
8	000011000	4-я сумма
9	000000	5-е частичное произведение
10	0000110000	5-я сумма
11	001100	6-е частичное произведение
12	0000111100	6-я сумма

Ответ:

Двоичная система: 111100;

Десятичная система: 60.

### Исходные данные:

- $m$  – количество пар чисел (не является фиксированной величиной, в данном случае равно 3);
- $p = 6$  – разрядность попарно умножаемых чисел;
- $n = 3$  – количество процессорных элементов в системе;
- $r = m$  – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно);
- $t = 3$  – время счёта на этапах сбалансированного конвейера.
- 2 числовых вектора:  $\langle 12, 7, 9 \rangle$ ,  $\langle 5, 4, 15 \rangle$

### Графики:

- - практическое значение
- - теоретическое значение

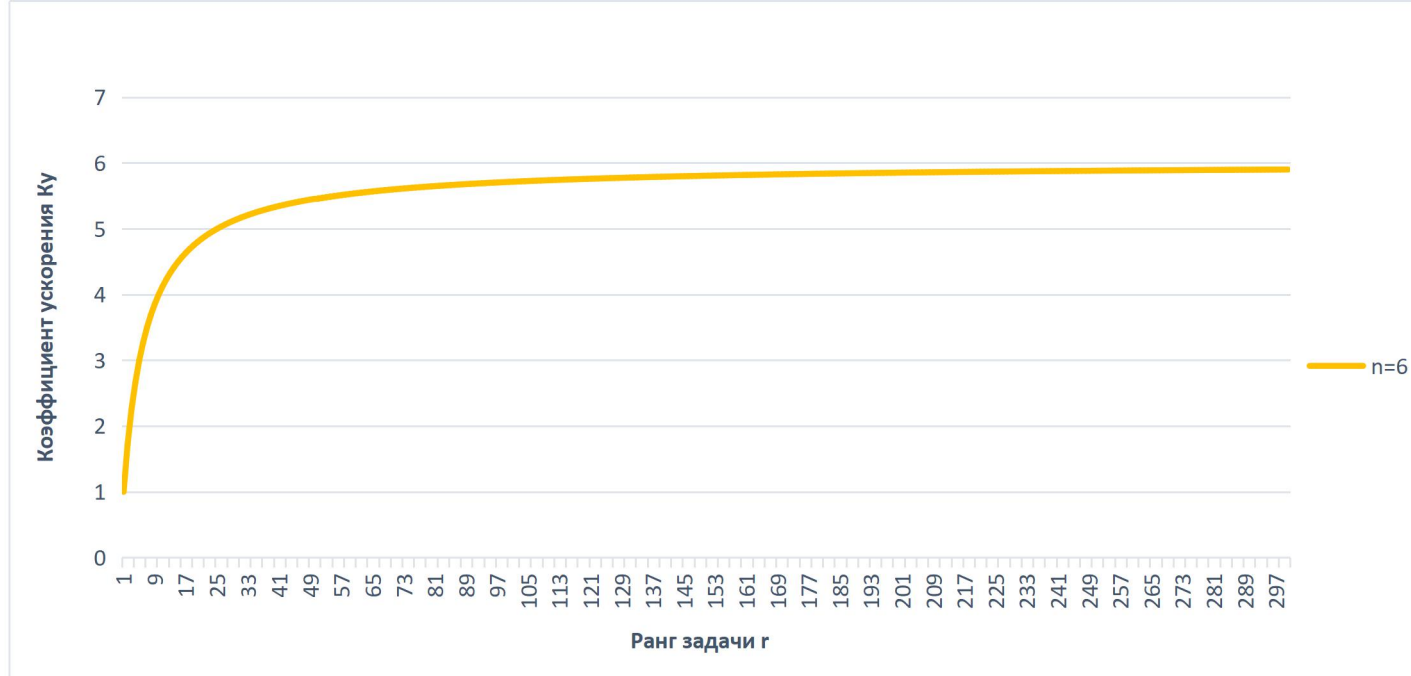


График 1. График зависимости коэффициента ускорения  $K_u$  от ранга задачи  $r$

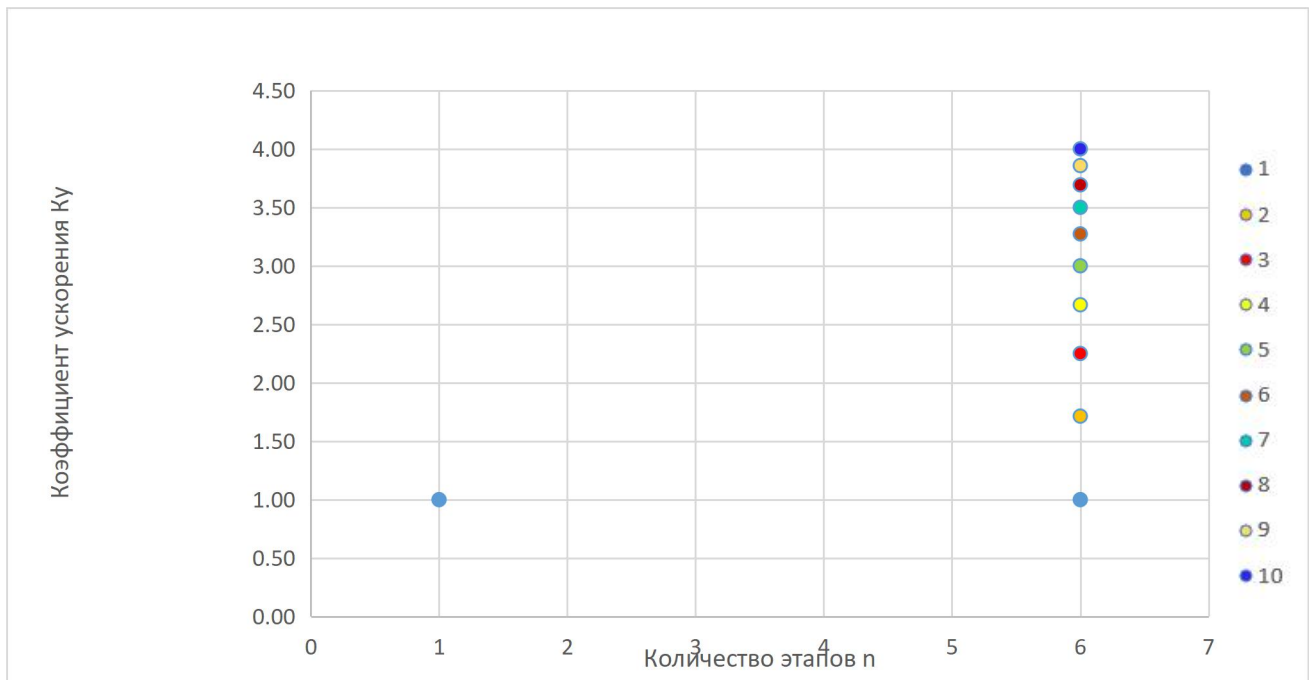


График 2. График зависимости коэффициента ускорения  $K_u$  от количества процессорных элементов  $n$

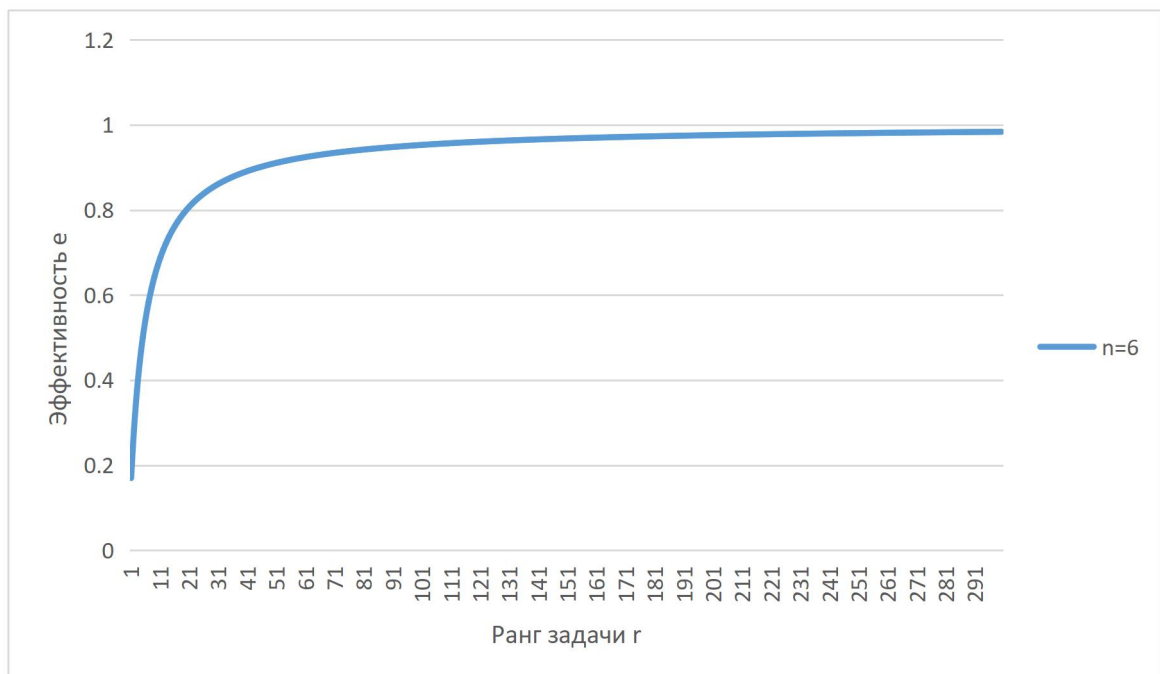


График 3. График зависимости эффективности  $e$  от ранга задачи  $r$

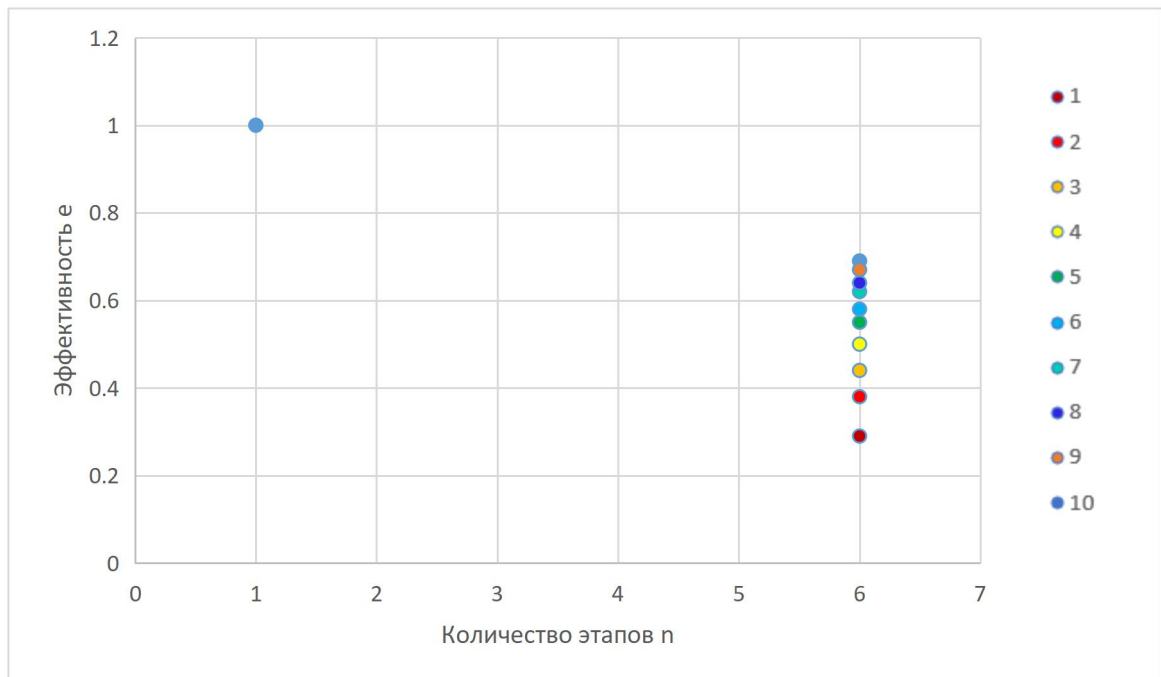


График 4. График зависимости эффективности  $e$  от количества процессорных элементов в системе  $n$

### Вопросы:

1. Проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера).

Имеются исходные векторы шестиразрядных чисел:  $\langle 12, 7, 9 \rangle$ ,  
 $V = \langle 5, 4, 15 \rangle$ .

Первая умножаемая пара -  $\langle 12, 5 \rangle$

Вторая умножаемая пара -  $\langle 7, 4 \rangle$

Третья умножаемая пара -  $\langle 9, 15 \rangle$

Результат работы программы:

```
12 7 9
5 4 15
```

Пара 0 Переведена в двоичное

Номер такта : 0

Число номер № 0 : 001100

Число номер № 1 : 000101

Пара 1 Переведена в двоичное

Номер такта : 1

Число номер № 0 : 000111

Число номер № 1 : 000100

Пара 0 подсчитана

Номер такта : 1

Результат в двоичной форме : 111100

Пара 0 Переведена в десятиричное

Номер такта : 2

Результат в десятиричной форме : 60

Пара 2 Переведена в двоичное

Номер такта : 2

Число номер № 0 : 001001

Число номер № 1 : 001111

Пара 1 подсчитана

Номер такта : 2

Результат в двоичной форме : 011100

Пара 1 Переведена в десятиричное

Номер такта : 3

Результат в десятиричной форме : 28

Пара 2 подсчитана

Номер такта : 3

Результат в двоичной форме : 000111

Пара 2 Переведена в десятиричное

Номер такта : 4

Результат в десятиричной форме : 7

```
60 28 7
```

Программа работает правильно.

## 2. Объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты

Асимптоты означают, что рост производительности конвейера ограничен и зависит от количества процессорных элементов и объектов.



3. Спрогнозировать, как изменится вид графиков при изменении параметров модели

Если увеличивается ранг задачи  $r$ , то коэффициент ускорения и эффективность уменьшаются. Если увеличивается количество этапов конвейера  $n$ , то коэффициент ускорения увеличивается, а эффективность уменьшается точно также, как и при изменении ранга задачи.

4. Каково соотношение между параметрами  $n$ ,  $r$ ,  $m$ ,  $p$  модели сбалансированного конвейера?

$m$  – количество умножаемых пар (задается пользователем),

$p = 6$  – разрядность попарно умножаемых чисел,

$n = 3$  – количество процессорных элементов в системе,

$r = m$  – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно).

5. Вопрос: пусть имеется некоторая характеристика  $h$  (эффективность  $e$  или ускорение  $K_y$ ) и для неё выполняется:

а.  $h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2)$

б.  $n_1 > n_2$

Каким будет соотношение между  $r_1$  и  $r_2$ ?

$$e(n_1, r_1) = e(n_2, r_2); e = \frac{K_y}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; n \in N$$

$$\frac{r_1 * n_1}{(n_1 + r_1 - 1) * n_1} = \frac{r_2 * n_2}{(n_2 + r_2 - 1) * n_2};$$

$$r_1 n_2 + r_1 r_2 - r_1 = r_2 n_1 + r_1 r_2 - r_2;$$

$$r_1 (n_2 - 1) = r_2 (n_1 - 1);$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \Rightarrow r_1 > r_2$$

Ответ:  $r_1 > r_2$ .

6. Дано:

1. несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения:  $n$ ,  $t_i$  – времена выполнения обработки на этапах конвейера);

2.  $e_0$  – некоторое фиксированное значение эффективности.

Определить значение  $r_0$ , при котором выполняется  $e(n, r_0) > e_0$ ? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

Так как в результате построения графика получилась гипербола, большему значению  $x$  соответствует меньшее значение  $y$ . Следовательно, для того, чтобы значение  $e$  было больше  $e_0$ , величина  $n$  должна находиться в интервале  $n \in (0, n_0)$ .

7. Для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить:  $\lim_{r \rightarrow \infty} e(n, r)$ .

Предел эффективности при  $r \rightarrow \infty$  равен 0.

8. Дано: несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).  
Каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного  $r_0$  выполнялось  $e(n, r_0) > e_0$ ?

Изменить структуру конвейера таким образом, чтобы число  $r$  принадлежало интервалу  $r \in (0, r_0)$ .

9. Дано: несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени  $t_0$  (условной временной единицы).  
Каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы  $Ky(n, r)$ ,  $e(n, r)$ ?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно  $t_0$ .

$N$  - количество этапов.

$$N = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0}$$

$$K_y(N,r) = \frac{T_1}{T_N} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} r t_0}{(\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)) t_0} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} r}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)}$$

$$e(N,r) = \frac{K_y}{N} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} * r}{(\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)) \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0}} = \frac{r}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)}$$

## Выводы

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пары 6-разрядных чисел умножением со старших разрядов со сдвигом частичной суммы влево. Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений. Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры, а именно коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.