

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

Физтех-школа прикладной математики и информатики  
Кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике

Выпускная квалификационная работа бакалавра

## Блочный BiCGStab и его друзья

**Автор:**

Студент 101а группы  
Козлов Николай Андреевич

**Научный руководитель:**

н.с.,к.ф.-м.н.  
Желтков Дмитрий Александрович

**Научный консультант:**

\*научная степень\*  
Бисиджистабов Гмрез Арнольдвич



Москва 2025

**Аннотация**

Блочный BiCGStab и его друзья  
*Козлов Николай Андреевич*

Краткое описание задачи и основных результатов, мотивирующее  
прочитать весь текст.

**Abstract**

Block BiCGStab and his friends

## Содержание

<b>1</b>	<b>Введение и постановка задачи</b>	<b>4</b>
1.1	Преимущества блочных крыловских методов . . . . .	4
1.2	Блочные Крыловские методы . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Обзор существующих решений</b>	<b>5</b>
2.1	CG . . . . .	5
2.2	BCG . . . . .	5
2.3	Блочный CG . . . . .	5
2.4	Блочный BCG . . . . .	5
2.5	BCGSTAB . . . . .	5
2.6	Блочный BCGSTAB . . . . .	5
2.6.1	Матричнозначные полиномы . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Исследование и построение решения задачи</b>	<b>6</b>
3.1	Реортогонализация . . . . .	6
3.2	Ортогонализация . . . . .	6
3.3	Отбор правых частей . . . . .	6
3.4	Проблемы . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Численные эксперименты</b>	<b>7</b>
4.1	Тест 1 . . . . .	7
4.2	Тест 2 . . . . .	7
4.3	Тест 3 . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>8</b>

## 1 Введение и постановка задачи

В ряде приложений возникают большие линейные системы с многими правыми частями. такую задачу можно записать в блочном виде:

$$AX = B,$$

где  $A$  -  $N \times N$  невырожденная разреженная матрица системы;  $B$  -  $N \times s$  невырожденная матрица, столбцы - правые части;  $X$  -  $N \times s$  матрица, столбцы - решения для соответствующих правых частей. Также еще предполагаем, что  $s \ll N$ . Часто для решения таких задач используют прямые методы, однако Крыловские методы круче, да.

### 1.1 Преимущества блочных крыловских методов

Высокая производительность на вычислительных системах за счет блочных операций,

Более быстрая сходимость, по сравнению с неблочными методами [DIANNE O'LEARY]  
В задачах со структурированными системами (например МКЭ) БКМ не разрушают структуру, в отличие от прямых методов.

Чрезвычайно большие системы, которые не помещаются целиком в оперативную память можно решать с помощью блочных крыловских методов

### 1.2 Блочные Крыловские методы

## 2 Обзор существующих решений

Здесь надо рассмотреть все существующие решения поставленной задачи, но не просто пересказать, в чем там дело, а оценить степень их соответствия тем ограничениям, которые были сформулированы в постановке задачи.

### 2.1 CG

[YOUSEF SAAD ITERATIVE METHODS FOR SPARSE LINEAR SYSTEMS SECOND EDITION]

### 2.2 BCG

[YOUSEF SAAD ITERATIVE METHODS FOR SPARSE LINEAR SYSTEMS SECOND EDITION]

### 2.3 Блочный CG

[DIANNE P. O'LEARY THE BLOCK CONJUGATE GRADIENT ALGORITHM AND RELATED METHODS]

### 2.4 Блочный BCG

[DIANNE P. O'LEARY THE BLOCK CONJUGATE GRADIENT ALGORITHM AND RELATED METHODS]

### 2.5 BCGSTAB

[VAN DER VORST BI-CGSTAB: A FAST AND SMOOTHLY CONVERGING VARIANT OF BI-CG FOR THE SOLUTION OF NONSYMMETRIC LINEAR SYSTEMS]

### 2.6 Блочный BCGSTAB

[GUENNOUNI A BLOCK VERSION OF BCGSTAB FOR LINEAR SYSTEMS WITH MULTIPLE RIGHT-HAND SIDES ]

#### 2.6.1 Матричнозначные полиномы

El Problema плохая сходимость, в следующем разделе мы предлагаем решение

### 3 Исследование и построение решения задачи

#### 3.1 Реортогонализация

#### 3.2 Ортогонализация

$$\tilde{R}_0 \quad P_k = Q_P R_P$$

#### 3.3 Отбор правых частей

график с сингулярными числами  
ttqr

#### 3.4 Проблемы

Нескалярная омега  
возможные брейкдауны [GUENNOUNI]  
Все равно мало правых частей

## **4 Численные эксперименты**

### **4.1 Тест 1**

4 правые части, мы сходимся, они нет, считаем в одинарной точности

### **4.2 Тест 2**

15 правых частей, уменьшения числа итераций, считаем в двойной точности

### **4.3 Тест 3**

более 30 правых частей, демонстрация отсутствия взрыва невязки

## 5 Заключение

Результаты

Нерешенные проблемы редукции блока



## Список литературы

- [1] *Mott-Smith, H.* The theory of collectors in gaseous discharges / *H. Mott-Smith, I. Langmuir* // *Phys. Rev.* — 1926. — Vol. 28.
- [2] *Морз, Р.* Бесстолкновительный PIC-метод / *Р. Морз* // Вычислительные методы в физике плазмы / Ed. by Б. Олдера, С. Фернбаха, М. Ротенберга. — М.: Мир, 1974.
- [3] *Киселёв, А. А.* Численное моделирование захвата ионов бесстолкновительной плазмы электрическим полем поглощающей сферы / *А. А. Киселёв, Долгонос М. С., Красовский В. Л.* // Девятая ежегодная конференция «Физика плазмы в Солнечной системе». — 2014.