

Лабораторная Работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Козлов В.П.

Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Москва, Россия

- Козлов Всеволод Павлович
- НФИбд-02-22
- Российский университет дружбы народов
- [1132226428@pfur.ru]

Выполнение лабораторной работы

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

1. Построить графики изменения объемов оборотных средств каждой фирмы в двух различных случаях:
 - Случай 1: Конкуренция только на основе экономических факторов (себестоимость, производственный цикл).
 - Случай 2: Учет социально-психологических факторов, влияющих на предпочтения потребителей.
2. Проанализировать полученные результаты и динамику изменения оборотных средств.

Формулировка задания (часть 1)

Вариант 19

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

где
$$a_1 = \frac{P_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}, \quad a_2 = \frac{P_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}, \quad b = \frac{P_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}, \quad c_1 = \frac{P_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}, \quad c_2 = \frac{P_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}.$$

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Figure 1: Формулировка задания

Формулировка задания (часть2)

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в

рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0011 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Figure 2: Формулировка задания

Формулировка задания (часть3)

Замечание: Значения $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$ указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Обозначения:

N – число потребителей производимого продукта.

τ – длительность производственного цикла

p – рыночная цена товара

\tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Figure 3: Формулировка задания

Параметры модели, расчет коэффициентов

```
[16]: import numpy as np
      from scipy.integrate import odeint
      import matplotlib.pyplot as plt
```

1. Параметры модели согласно варианту 19 Козлов Всеволод

```
[17]: p_cr = 10.7      # критическая стоимость (тыс.руб)
      N = 25          # число потребителей
      q = 1.0         # максимальная потребность
      tau1 = 13.0     # длительность производственного цикла фирмы 1
      tau2 = 20.0     # длительность производственного цикла фирмы 2
      p1 = 6.2        # себестоимость фирмы 1 (тыс.руб)
      p2 = 4.4        # себестоимость фирмы 2 (тыс.руб)
      H1_0 = 4.0      # начальные оборотные средства фирмы 1 (млн.руб)
      H2_0 = 3.5      # начальные оборотные средства фирмы 2 (млн.руб)
```

2. Расчет коэффициентов

```
[18]: a1 = p_cr / (tau1**2 * p1**2 * N * q)
      a2 = p_cr / (tau2**2 * p2**2 * N * q)
      b = p_cr / (tau1**2 * tau2**2 * p1**2 * p2**2 * N * q)
      c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
      c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)
```

3. Безразмерное время (нормировка $t = c1 \cdot \theta$)

```
[19]: t = np.linspace(0, 30, 300) # интервал  $\theta$  от 0 до 30
```

Figure 4: Параметры модели, расчет коэффициентов

Системы уравнений, решение систем

4. Система уравнений для Случая 1 ¶

```
[20]: def case1(y, t):  
      M1, M2 = y  
      dM1dt = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1**2  
      dM2dt = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2**2  
      return [dM1dt, dM2dt]
```

5. Система уравнений для Случая 2 (с добавлением 0.00044)

```
[21]: def case2(y, t):  
      M1, M2 = y  
      dM1dt = M1 - (b/c1 + 0.00044)*M1*M2 - (a1/c1)*M1**2  
      dM2dt = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2**2  
      return [dM1dt, dM2dt]
```

6. Решение систем

```
[22]: sol_case1 = odeint(case1, [M1_0, M2_0], t)  
      sol_case2 = odeint(case2, [M1_0, M2_0], t)
```

Figure 5: Системы уравнений, решение систем

Код для построения графиков

7. Построение графиков

```
[23]: plt.figure(figsize=(14, 6))

# График для Случая 1
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(t, sol_case1[:, 0], 'b-', linewidth=2, label='Фирма 1 (M1)')
plt.plot(t, sol_case1[:, 1], 'r--', linewidth=2, label='Фирма 2 (M2)')
plt.title('Случай 1: Только рыночные факторы\н(без социально-психологического влияния)', pad=20)
plt.xlabel('Безразмерное время  $\theta$ ', fontsize=12)
plt.ylabel('Оборотные средства (млн.руб)', fontsize=12)
plt.legend(loc='best', fontsize=10)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.xlim([0, 30])

# График для Случая 2
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(t, sol_case2[:, 0], 'b-', linewidth=2, label='Фирма 1 (M1)')
plt.plot(t, sol_case2[:, 1], 'r--', linewidth=2, label='Фирма 2 (M2)')
plt.title('Случай 2: С социально-психологическим\нфактором (0.00044)', pad=20)
plt.xlabel('Безразмерное время  $\theta$ ', fontsize=12)
plt.ylabel('Оборотные средства (млн.руб)', fontsize=12)
plt.legend(loc='best', fontsize=10)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.xlim([0, 30])

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Figure 6: Код для построения графиков

Построение графиков

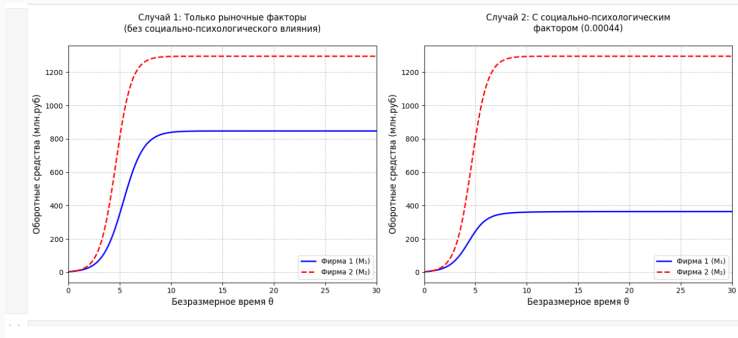


Figure 7: Построение графиков

Исследовал математическую модель конкуренции двух фирм.