

Отчёт по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм

Козлов Всеволод Павлович НФИбд-02-22

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Выводы	10

Список иллюстраций

3.1	Формулировка задания	7
3.2	Формулировка задания	7
3.3	Формулировка задания	8
3.4	Параметры модели, расчет коэффициентов	8
3.5	Системы уравнений, решение систем	9
3.6	Код для построения графиков	9
3.7	Построение графиков	9

Список таблиц

1 Цель работы

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

2 Задание

1. Построить графики изменения объемов оборотных средств каждой фирмы в двух различных случаях:
 - Случай 1: Конкуренция только на основе экономических факторов (себестоимость, производственный цикл).
 - Случай 2: Учет социально-психологических факторов, влияющих на предпочтения потребителей.
2. Проанализировать полученные результаты и динамику изменения оборотных средств.

3 Выполнение лабораторной работы

Формулировка задания (часть1) (рис. 3.1)

Вариант 19

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,\end{aligned}$$

где $a_1 = \frac{p_{\sigma}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{\sigma}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{\sigma}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{\sigma} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{\sigma} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$.

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Рис. 3.1: Формулировка задания

Формулировка задания (часть2) (рис. 3.2)

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в

рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0011 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Рис. 3.2: Формулировка задания

Формулировка задания (часть3) (рис. 3.3)

Замечание: Значения $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$ указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Обозначения:

N – число потребителей производимого продукта.

τ – длительность производственного цикла

p – рыночная цена товара

\tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Рис. 3.3: Формулировка задания

Параметры модели, расчет коэффициентов (рис. 3.4)

```
[16]: import numpy as np
      from scipy.integrate import odeint
      import matplotlib.pyplot as plt

▼ 1. Параметры модели согласно варианту 19 Козлов Всеволод

[17]: p_cr = 10.7 # критическая стоимость (тыс.руб)
      N = 25 # число потребителей
      q = 1.0 # максимальная потребность
      tau1 = 13.0 # длительность производственного цикла фирмы 1
      tau2 = 20.0 # длительность производственного цикла фирмы 2
      p1 = 6.2 # себестоимость фирмы 1 (тыс.руб)
      p2 = 4.4 # себестоимость фирмы 2 (тыс.руб)
      M1_0 = 4.0 # начальные оборотные средства фирмы 1 (млн.руб)
      M2_0 = 3.5 # начальные оборотные средства фирмы 2 (млн.руб)

      2. Расчет коэффициентов

[18]: a1 = p_cr / (tau1**2 + p1**2 * N * q)
      a2 = p_cr / (tau2**2 + p2**2 * N * q)
      b = p_cr / (tau1**2 + tau2**2 + p1**2 + p2**2 * N * q)
      c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
      c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)

      3. Безразмерное время (нормировка t = c1*theta)

[19]: t = np.linspace(0, 30, 300) # интервал theta от 0 до 30
```

Рис. 3.4: Параметры модели, расчет коэффициентов

Системы уравнений, решение систем (рис. 3.5)

4. Система уравнений для Случая 1

```
[20]: def case1(y, t):
      M1, M2 = y
      dM1dt = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1**2
      dM2dt = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2**2
      return [dM1dt, dM2dt]
```

5. Система уравнений для Случая 2 (с добавлением 0.00044)

```
[21]: def case2(y, t):
      M1, M2 = y
      dM1dt = M1 - (b/c1 + 0.00044)*M1*M2 - (a1/c1)*M1**2
      dM2dt = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2**2
      return [dM1dt, dM2dt]
```

6. Решение систем

```
[22]: sol_case1 = odeint(case1, [M1_0, M2_0], t)
      sol_case2 = odeint(case2, [M1_0, M2_0], t)
```

Рис. 3.5: Системы уравнений, решение систем

Код для построения графиков (рис. 3.6)

7. Построение графиков

```
[23]: plt.figure(figsize=(14, 6))

# График для Случая 1
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(t, sol_case1[:, 0], 'b-', linewidth=2, label='Фирма 1 (M1)')
plt.plot(t, sol_case1[:, 1], 'r--', linewidth=2, label='Фирма 2 (M2)')
plt.title('Случай 1: Только рыночные факторы\n(без социально-психологического влияния)', pad=20)
plt.xlabel('Безразмерное время \theta', fontsize=12)
plt.ylabel('Оборотные средства (млн.руб)', fontsize=12)
plt.legend(loc='best', fontsize=10)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.xlim([0, 30])

# График для Случая 2
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(t, sol_case2[:, 0], 'b-', linewidth=2, label='Фирма 1 (M1)')
plt.plot(t, sol_case2[:, 1], 'r--', linewidth=2, label='Фирма 2 (M2)')
plt.title('Случай 2: С социально-психологическим фактором (0.00044)', pad=20)
plt.xlabel('Безразмерное время \theta', fontsize=12)
plt.ylabel('Оборотные средства (млн.руб)', fontsize=12)
plt.legend(loc='best', fontsize=10)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.xlim([0, 30])

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Рис. 3.6: Код для построения графиков

Построение графиков (рис. 3.7)

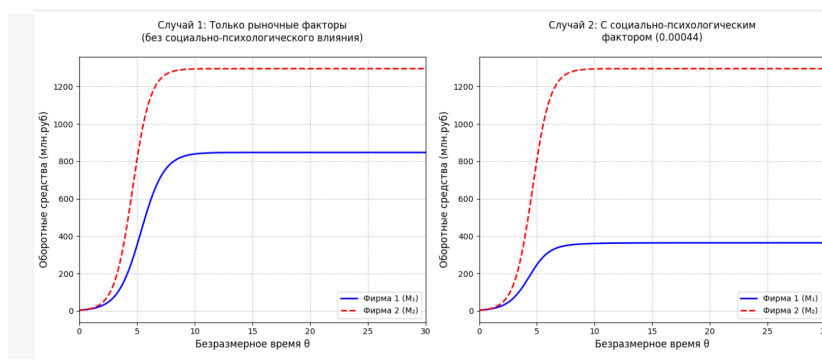


Рис. 3.7: Построение графиков

4 Выводы

Исследовал математическую модель конкуренции двух фирм.