

## **Отчёт по лабораторной работе 6**

### **Простейший вариант 23**

Ду нашсменту Висенте Феликс

## Содержание

Цель работы .....	3
Задание .....	3
Теоретическое введение.....	3
Выполнение лабораторной работы.....	4

## Цель работы

Решаем Задача об эпидемии.

## Задание

Формула определения номера задания:  $(S_n \bmod N) + 1$ , где  $S_n$  — номер студбилета,  $N$  — количество заданий.

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=10\ 850$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=209$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=42$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если  $I(0) \leq I^*$
- 2) если  $I(0) > I^*$

## Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} \begin{cases} -\alpha S(t), & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} \begin{cases} \alpha S(t) - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\beta$ ,  $\gamma$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия.

Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$ .

## Выполнение лабораторной работы

1. julia

1.1

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
a= 0.01
```

```
b= 0.02
```

```
N = 10850
```

```
y0 =209
```

```
z0 = 42
```

```
x0 = N - y0 - z0
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    x, y, z = u
```

```
    du[1] = 0
```

```
    du[2] = - b*u[2]
```

```
    du[3] = b*u[3]
```

```
end
```

```
u0 = [x0, y0, z0]
```

```
tspan = (0.0, 200.0)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, u0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax=0.01)
```

```
X = [u[1] for u in sol.u]
```

```
Y = [u[2] for u in sol.u]
```

```
Z = [u[3] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt =
```

```
    plot(
```

```
        layout=(1,2),
```

```

        dpi=300,
        legend=false)
plot!(
    plt[1],
    T,
    X,
    label="решение уравнения S",
    color=:blue)
plot!(
    plt[2],
    T,
    Y,
    label="решение уравнения I",
    color=:red)
plot!(
    plt[2],
    T,
    Z,
    label="решение уравнения R",
    color=:green)

savefig("lab6_1.png")

```

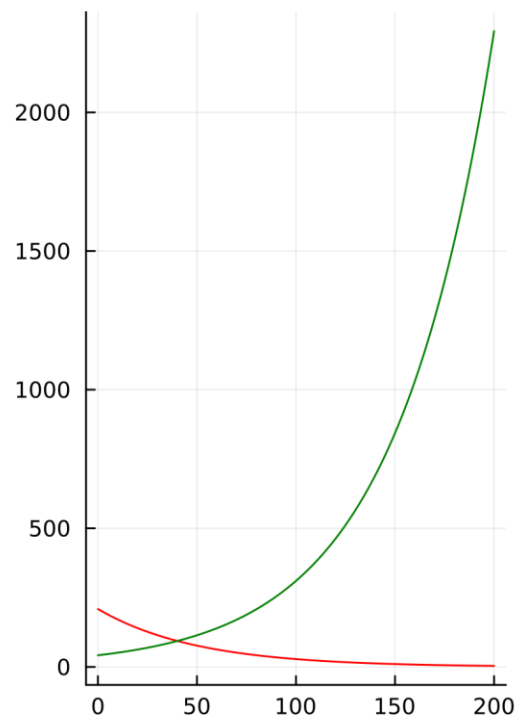
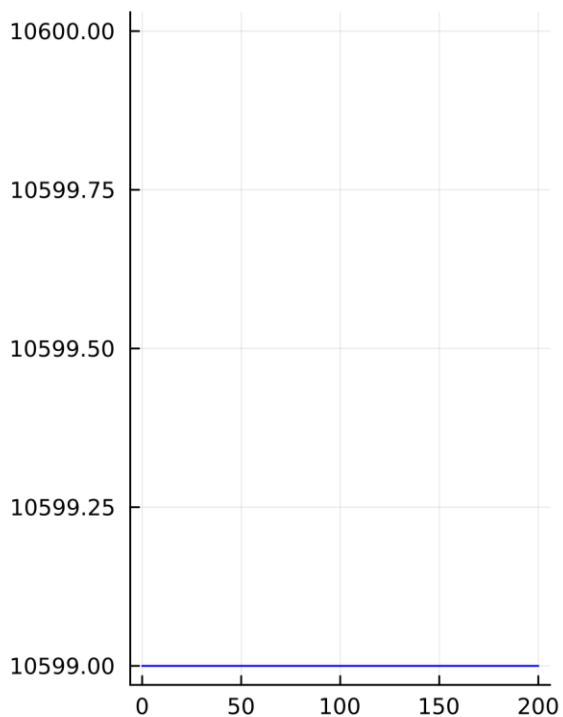


Рисунок 1

1.2  
using Plots  
using DifferentialEquations

```

a= 0.01
b= 0.02

N = 10850
y0 =209
z0 = 42
x0 = N - y0 - z0

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y, z = u
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1] - b*u[2]
    du[3] = b*u[3]
end

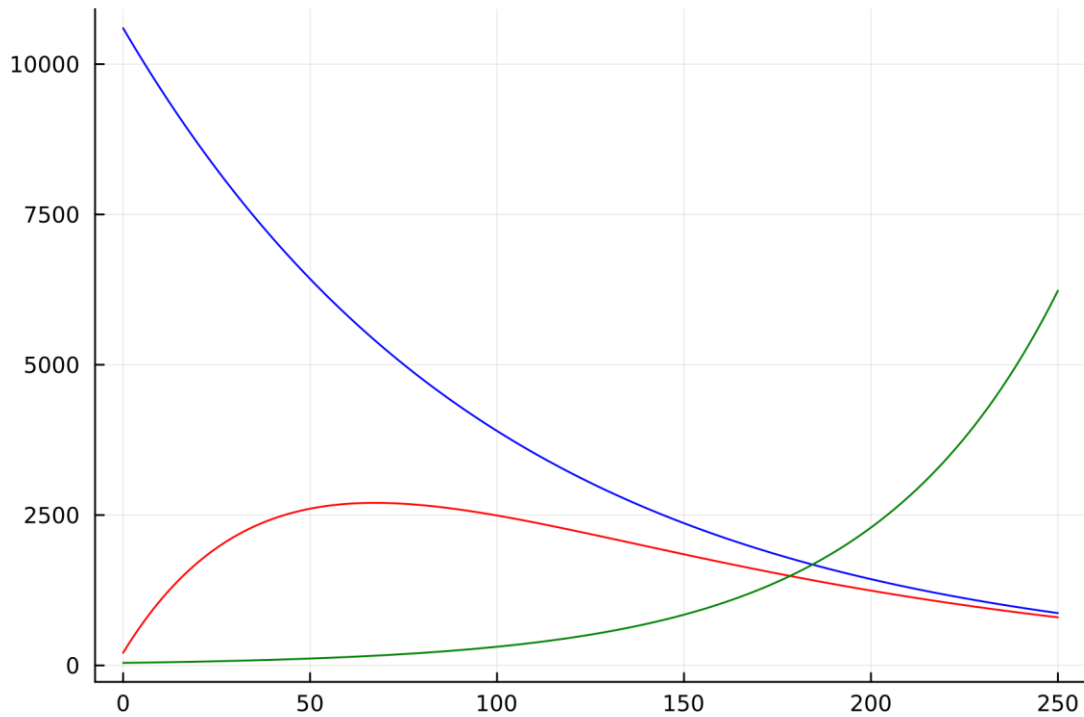
u0 = [x0, y0, z0]
tspan = (0.0, 250.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, u0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.01)

X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
Z = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt =
    plot(
        layout=(1),
        dpi=300,
        legend=false)
    plot!(
        plt[1],
        T,
        X,
        label="решение уравнения S",
        color=:blue)
    plot!(
        plt[1],
        T,
        Y,
        label="решение уравнения I",
        color=:red)
    plot!(
        plt[1],
        T,
        Z,
        label="решение уравнения R",
        color=:green)

```

```
savefig("lab6_2.png")
```



2.0MEDIt 2.2)

```
model lab61
parameter Real a= 0.01;
parameter Real b= 0.02;

parameter Real N = 10850;
parameter Real y0 =209;
parameter Real z0 = 42;
parameter Real x0 = N - y0 - z0;

Real X(start=x0);
Real Y(start=y0);
Real Z(start=z0);

equation //I<=I*

der(X)= 0;
der(Y)= -b*Y;
der(Z)= b*Y;

annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 250, Tolerance = 1e-6,
Interval = 0.2));

end lab61;
```

![Рисунок 3](image/lab61.png)  
2.2)

model lab62

parameter Real a= 0.01;

parameter Real b= 0.02;

parameter Real N = 10850;

parameter Real y0 =209;

parameter Real z0 = 42;

parameter Real x0 = N - y0 - z0;

Real X(start=x0);

Real Y(start=y0);

Real Z(start=z0);

equation //I>I\*

der(X)= a\*X;

der(Y)= a\*X - b\*Y;

der(Z)= b\*Z;

annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 250, Tolerance = 1e-6,  
Interval = 0.2));

end lab62;

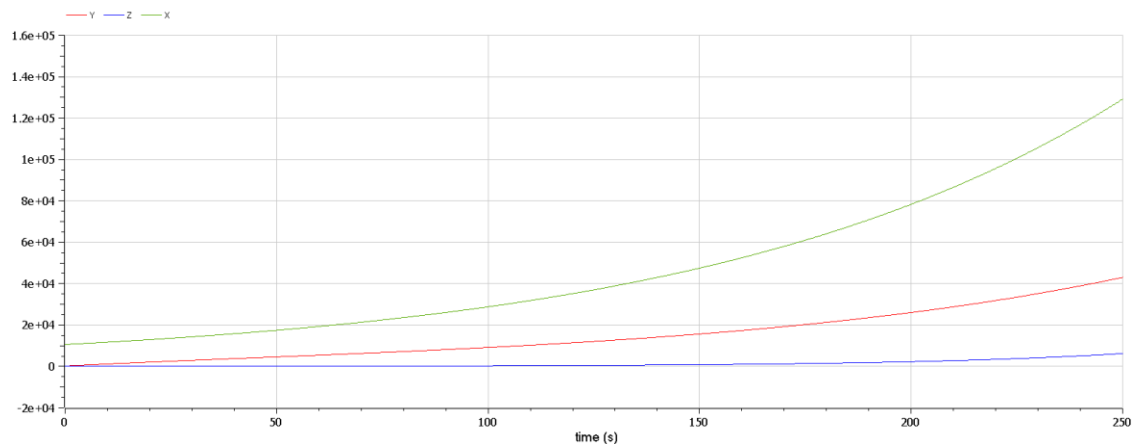


Рисунок 4