

## Домашнее задание 9

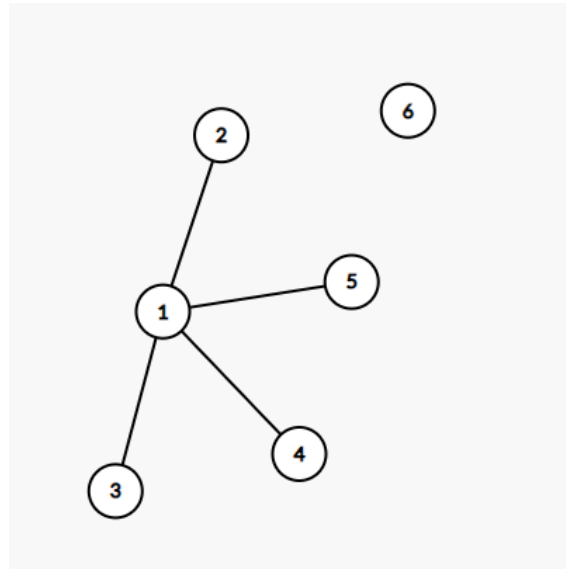
Дайте обоснованные ответы на следующие вопросы.

**Д9.1.** Сколько компонент связности в лесу на 6 вершинах с 4 рёбрами? Приведите пример такого леса.

Цикломатическое число леса 0.  $C$  - цикломатическое число,  $v$  - число вершин,  $e$  - количество ребер,  $c$  - количество компонент связностей.

$$C = v - e - c = 0 \Rightarrow c = v - e = 6 - 4 = 2$$

Пример



**Д9.2.** Сколько простых путей может быть в дереве на  $n$  вершинах? Укажите все возможные варианты. (Ответ, разумеется, должен быть обоснован.)

Длины 0 может быть ровно  $n$  путей. Длины 1 не может быть. Чтобы подсчитать все остальные пути можно выбрать любые две вершины, которые будут соединены,  $\frac{n(n-1)}{2}$  способами. Так как выбрав две вершины получаем ровно 2 простых пути, то всего путей  $n(n-1)$ . Получается, что для  $n = 1$  ответ 1, для  $n \geq 2$  ответ  $n + n(n-1)$

**Д9.3.** Найдите наибольшее количество вершин в связном графе, сумма степеней вершин в котором равна 20. В графе 10 ребер. Логично предположить, что граф дерево, потому что иначе убрав ребро, которое не является мостом, можно "освободить" 2 степени вершин и увеличить количество вершин на 1, присоединив новую к любой другой. Получается, что необходимо найти количество вершин в дереве с 10 ребрами. Их 11.

**Д9.4. а)** Приведите пример дерева на 14 вершинах, в котором есть ровно две вершины степени 6 и нет ни одной вершины степени 2. **б)** В дереве на 13 вершинах есть ровно две вершины степени 6. Следует ли из этого, что в этом дереве есть вершина степени 2?

а)

Пример

