

Домашнее задание 9

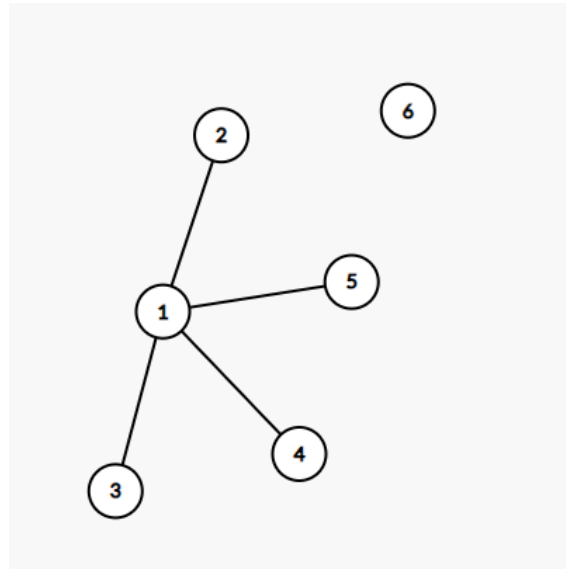
Дайте обоснованные ответы на следующие вопросы.

Д9.1. Сколько компонент связности в лесу на 6 вершинах с 4 рёбрами? Приведите пример такого леса.

Цикломатическое число леса 0. C - цикломатическое число, v - число вершин, e - количество ребер, c - количество компонент связностей.

$$C = v - e - c = 0 \Rightarrow c = v - e = 6 - 4 = 2$$

Пример



Д9.2. Сколько простых путей может быть в дереве на n вершинах? Укажите все возможные варианты. (Ответ, разумеется, должен быть обоснован.)

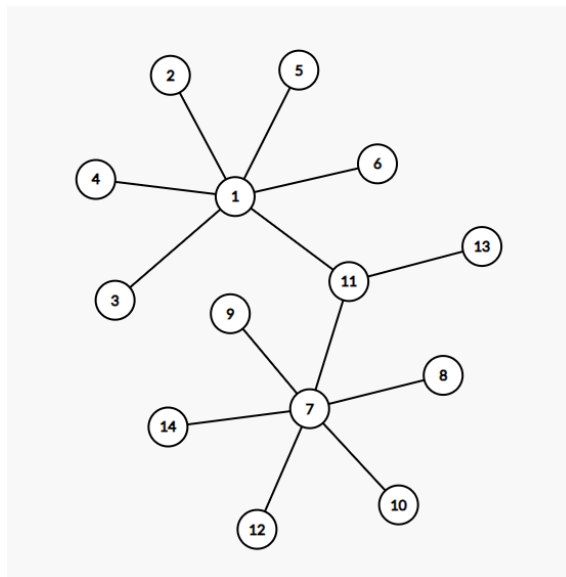
Длины 0 может быть ровно n путей. Длины 1 не может быть. Чтобы подсчитать все остальные пути можно выбрать любые две вершины, которые будут соединены, $\frac{n(n-1)}{2}$ способами. Так как выбрав две вершины получаем ровно 2 простых пути, то всего путей $n(n-1)$. Получается, что для $n = 1$ ответ 1, для $n \geq 2$ ответ $n + n(n-1)$

Д9.3. Найдите наибольшее количество вершин в связном графе, сумма степеней вершин в котором равна 20. В графе 10 ребер. Логично предположить, что граф дерево, потому что иначе убрав ребро, которое не является мостом, можно "освободить" 2 степени вершин и увеличить количество вершин на 1, присоединив новую к любой другой. Получается, что необходимо найти количество вершин в дереве с 10 ребрами. Их 11. **Ответ:** 11

Д9.4. а) Приведите пример дерева на 14 вершинах, в котором есть ровно две вершины степени 6 и нет ни одной вершины степени 2. **б)** В дереве на 13 вершинах есть ровно две вершины степени 6. Следует ли из этого, что в этом дереве есть вершина степени 2?

а)

Пример



б) В дереве 12 ребер, суммарная степень вершин 24. Сумма 2 вершин, степень которых 6, 12. Сумма степеней остальных 11 вершин $24 - 12 = 12$. Так как степень каждой вершины больше 1, то по принципу Дирихле найдется такая вершина, степень которой 2. **Ответ:** Да, следует