ЛАиГ. Домашнее задание 3

1) П76

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 & | & -4 \\ 6 & -2 & 3 & | & -1 \\ 5 & -3 & 2 & | & -3 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 & | & -4 \\ 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 5 & -3 & 2 & | & -3 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 & | & -4 \\ 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 1 & 0 & 0 & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 & | & -8 \\ 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 0 & 0 & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & -3 & 2 & | & -8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 5 & | & -5 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ: x = 1, y = 2, z = -1

2) П83

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & | & 1 \\ 1 & 3 & 5 & | & 1 \\ 3 & 6 & 9 & | & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & -9 & -18 & | & -3 \\ 1 & 3 & 5 & | & 1 \\ 3 & 6 & 9 & | & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & -9 & -18 & | & -3 \\ 1 & 3 & 5 & | & 1 \\ 0 & -3 & -6 & | & -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & | & 1 \\ 0 & -9 & -18 & | & -3 \\ 0 & -3 & -6 & | & -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & -3 & -6 & | & -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & | & 1 \\ 0 & -3 & -6 & | & -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & -3 & -6 & | & -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Так как есть свободная переменная z, то СЛУ неопределенна

3) П85

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & | & 4 \\ 3 & -2 & 2 & | & 3 \\ 5 & 4 & 0 & | & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & | & 4 \\ 1 & -1 & -1 & | & -1 \\ 5 & 4 & 0 & | & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & | & 6 \\ 1 & -1 & -1 & | & -1 \\ 5 & 4 & 0 & | & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & | & 6 \\ 1 & -1 & -1 & | & -1 \\ 0 & 9 & 5 & | & 7 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & | & -1 \\ 0 & 1 & 5 & | & 6 \\ 0 & 9 & 5 & | & 7 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & | & 5 \\ 0 & 1 & 5 & | & 6 \\ 0 & 9 & 5 & | & 7 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 4 & 5\\ 0 & 1 & 5 & 6\\ 0 & 0 & -40 & -47\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 4 & 5\\ 0 & 1 & 5 & 6\\ 0 & 0 & 1 & \frac{47}{40}\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 0 & -\frac{3}{10}\\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{8}\\ 0 & 0 & 1 & \frac{47}{40}\end{array}\right)$$

СЛУ имеет единственное решение, значит она определена

4) П567

$$\left(\begin{array}{cccc|c}3 & -2 & -5 & 1 & 3\\ 2 & -3 & 1 & 5 & -3\\ 1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 1 & -1 & -4 & 9 & 22\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}0 & -8 & -5 & 13 & 12\\ 2 & -3 & 1 & 5 & -3\\ 1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 1 & -1 & -4 & 9 & 22\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}0 & -8 & -5 & 13 & 12\\ 0 & -7 & 1 & 13 & 3\\ 1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 1 & -1 & -4 & 9 & 22\end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}0 & -8 & -5 & 13 & 12\\ 0 & -7 & 1 & 13 & 3\\ 1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 0 & -3 & -4 & 13 & 25\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 0 & -7 & 1 & 13 & 3\\ 0 & -8 & -5 & 13 & 12\\ 0 & -3 & -4 & 13 & 25\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 0 & -7 & 1 & 13 & 3\\ 0 & -1 & -6 & 0 & 9\\ 0 & -3 & -4 & 13 & 25\end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 0 & -7 & 1 & 13 & 3\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & -3 & -4 & 13 & 25\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 2 & 0 & -4 & -3\\ 0 & 0 & 43 & 13 & -60\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & -3 & -4 & 13 & 25\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & -12 & -4 & 15\\ 0 & 0 & 43 & 13 & -60\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & -3 & -4 & 13 & 25\end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & -12 & -4 & 15\\ 0 & 0 & 43 & 13 & -60\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & 0 & 14 & 13 & -2\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & -12 & -4 & 15\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & 0 & 43 & 13 & -60\\ 0 & 0 & 14 & 13 & -2\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & -12 & -4 & 15\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & 0 & 43 & 13 & -60\\ 0 & 0 & 42 & 39 & -6\end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & -12 & -4 & 15\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54\\ 0 & 0 & 42 & 39 & -6\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & 0 & -316 & -633\\ 0 & 1 & 6 & 0 & -9\\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54\\ 0 & 0 & 42 & 39 & -6\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & 0 & -316 & -633\\ 0 & 1 & 0 & 156 & 315\\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54\\ 0 & 0 & 42 & 39 & -6\end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & 0 & -316 & -633\\ 0 & 1 & 0 & 156 & 315\\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54\\ 0 & 0 & 0 & 1131 & 2262\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & 0 & -316 & -633\\ 0 & 1 & 0 & 156 & 315\\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c}1 & 0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 156 & 315\\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2\end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -26 & -54 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

5) П578

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 7 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & -9 & 8 & 1 \\ 5 & 18 & 4 & 5 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 2 & 7 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & -9 & 8 & 1 \\ 5 & 18 & 4 & 5 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & -9 & 8 & 1 \\ 5 & 18 & 4 & 5 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & -14 & 10 & -2 \\ 0 & 3 & -21 & 15 & -13 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 26 & -17 & 6 \\ 0 & 1 & -7 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & -14 & 10 & -2 \\ 0 & 3 & -21 & 15 & -13 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 26 & -17 & 6 \\ 0 & 1 & -7 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -21 & 15 & -13 \end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 26 & -17 & 6 \\ 0 & 1 & -7 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{array}\right)$$

По строке (4) можно сделать вывод, что СЛУ противоречива.

6) П580

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 2 & -1 & 8 \\ 3 & -2 & -3 & 7 & 7 \\ 2 & -1 & 0 & -5 & 6 \\ 5 & -3 & 1 & -8 & 1 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 2 & -1 & 8 \\ 3 & -2 & -3 & 7 & 7 \\ 2 & -1 & 0 & -5 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & -7 & -7 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & -3 & 6 & 27 & 36 \\ 0 & -2 & 0 & 28 & 28 \\ 0 & -1 & 2 & 9 & 20 \\ 1 & 0 & -1 & -7 & -7 \end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & -7 & -7 \\ 0 & -2 & 0 & 28 & 28 \\ 0 & -1 & 2 & 9 & 20 \\ 0 & -3 & 6 & 27 & 36 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & -7 & -7 \\ 0 & 1 & -2 & -9 & -20 \\ 0 & 0 & -4 & 10 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24 \end{array}\right)$$

7) Найдите число решений СЛУ из номера П89 в зависимости от значений параметров.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & 0 & 2 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & b & 3 \end{array}\right)$$

Пусть a = 0:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & | & 2 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 1 & -2 & b & | & 3 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 6 & 0 & b & | & 4 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 1 & 0 & \frac{b}{6} & | & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

Пусть b = 0:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 1 & 0 & 0 & | & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 2 & 0 & | & -\frac{7}{3} \\ 1 & 0 & 0 & | & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -\frac{7}{6} \\ 1 & 0 & 0 & | & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Единственное решение

Пусть $b \neq 0$: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 1 & 0 & \frac{b}{6} & | & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 1 & 0 & 0 & | & \frac{2}{3} - \frac{b}{6} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 2 & 0 & | & \frac{5b}{6} - \frac{7}{3} \\ 1 & 0 & 0 & | & \frac{2}{3} - \frac{b}{6} \end{pmatrix} \rightsquigarrow$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & \frac{5b-14}{12} \\ 1 & 0 & 0 & | & \frac{2}{3} - \frac{b}{6} \end{pmatrix}$$

Единственное решение

Пусть $a \neq 0$:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 2 & | & 2 \\ 5 & 2 & 0 & | & 1 \\ 6 & 0 & b & | & 4 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} a & 0 & 2 & | & 2 \\ 5a & 2a & 0 & | & a \\ 6a & 0 & ab & | & 4a \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} a & 0 & 2 & | & 2 \\ 5a & 2a & 0 & | & a \\ 0 & -2a & ab-2 & | & 3a-2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} a & 0 & 2 & | & 2 \\ 0 & 2a & -10 & | & a-10 \\ 0 & -2a & ab-2 & | & 3a-2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{a} & | & \frac{2}{a} \\ 0 & 2a & -10 & | & a-10 \\ 0 & -2a & ab-2 & | & 3a-2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{a} & | & \frac{2}{a} \\ 0 & 0 & ab-12 & | & 4a-12 \\ 0 & -2a & ab-2 & | & 3a-2 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим (2), если $b \neq 4$, СЛУ не определена.

Пусть b = 4

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & \frac{2}{a} & | & \frac{2}{a}\\ 0 & 0 & 4a-12 & | & 4a-12\\ 0 & -2a & 4a-2 & | & 3a-2\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}1 & 0 & \frac{2}{a} & | & \frac{2}{a}\\ 0 & 0 & 4a-12 & | & 4a-12\\ 0 & -2 & 4-\frac{2}{a} & | & 3-\frac{2}{a}\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}1 & 0 & \frac{2}{a} & | & \frac{2}{a}\\ 0 & 0 & 4a-12 & | & 4a-12\\ 0 & 1 & \frac{1}{a}-2 & | & \frac{1}{a}-1,5\end{pmatrix}$$

Пусть a = 3, тогда СЛУ имеет ∞ решений.
Пусть $a \neq 3$, тогда $4a - 12 \neq 12$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & \frac{2}{a} & | & \frac{2}{a}\\ 0 & 0 & 4a-12 & | & 4a-12\\ 0 & 1 & \frac{1}{a}-2 & | & \frac{1}{a}-1,5\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & | & 0\\ 0 & 1 & 0 & | & 0,5\\ 0 & 0 & 1 & | & 1\end{pmatrix}$$

Единственное решение

8) П715

$$\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 4 & -2 & 5 & 6 & | & 7\\ 6 & -3 & 7 & 8 & | & 9\\ \lambda & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 4 & -2 & 5 & 6 & | & 7\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ \lambda & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ \lambda & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ \lambda & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix}$$

Пусть $\lambda = 0$:

$$\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ 0 & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 1 & 0 & | & -1\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ 0 & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 1 & 0 & | & -1\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ 0 & -4 & 4 & 0 & | & -4\end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 1 & 0 & | & -1\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ 0 & 1 & -1 & 0 & | & 1\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & | & 0\\ 0 & 1 & 0 & 2 & | & 4\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\end{pmatrix}$$

В таком случае ответ будет таким $\begin{pmatrix}0\\ 4-2x_4\\ 3-2x_4\\ x4 \in \mathbb{R}\end{pmatrix}$

Пусть $\lambda \neq 0$:

$$\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ \lambda & -4 & 9 & 10 & | & 11\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 4 & | & 5\\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3\\ 0 & \lambda-8 & 18-3\lambda & 20-4\lambda & | & 22-5\lambda\end{pmatrix}$$

Пусть $\lambda = 8$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & | & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 12 & | & 18 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -1 & | & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3 \end{pmatrix}$$

В таком случае ответ будет таким $\begin{pmatrix} -2 + x_4 + \frac{x_2}{2} \\ x_2 \in \mathbb{R} \\ 3 - x_4 \\ x4 \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$

Пусть $\lambda \neq 8$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -2 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 3 \\ 0 & 1 & \frac{16-3\lambda}{\lambda-8} & \frac{16-4\lambda}{\lambda-8} & | & \frac{16-5\lambda}{\lambda-8} \end{pmatrix}$$

9) П718

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} \lambda+3 & \lambda+3 & \lambda+3 & \lambda+3 & | & \lambda+3 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

Пусть $\lambda = -3$:

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \\ 0 & \lambda-1 & 0 & 1-\lambda & | & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & | & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

В таком случае ответ будет $\begin{pmatrix} 1 - x_4 \\ x_4 \\ x_4 \\ x4 \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$

Пусть $\lambda \neq -3$:

$$\begin{pmatrix} \lambda+3 & \lambda+3 & \lambda+3 & \lambda+3 & | & \lambda+3 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & | & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & \lambda-1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть $\lambda = 1$:

В таком случае ответ будет $\begin{pmatrix} 1 - x_4 - x_3 - x_2 \\ x_2 \in \mathbb{R} \\ x_3 \in \mathbb{R} \\ x4 \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$

Пусть $\lambda \neq 1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & \lambda-1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & | & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

В таком случае ответ будет $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

10) Докажите, что всякую целочисленную матрицу можно привести к ступенчатому виду целочисленными элементарными преобразованиями строк только первого типа. Представим остальные элементарные преобразования через преобразования первого типа.
Э2(i, j) = добавить в матрицу новую строку равную $A_{(i)}$ (пусть это будет -1ая строка) $\rightarrow$ вычесть из i-той строки -1ую $\rightarrow$ прибавить к i-той строке j-ую $\rightarrow$ Э1(j, i, -1) $\rightarrow$ Э1(j, -1, 1) $\rightarrow$ вычеркнуть -1ую строку из матрицы.

Э3(i, λ) = Э1(i, i, $\lambda - 1$)