Задание 1

1.a) по определению перемножений матриц:

$$AB = \begin{pmatrix} 28 & 95 & 50 \\ -68 & 23 & 18 \\ -22 & -23 & 16 \end{pmatrix}$$

1.b) по определению перемножений матрицы и вектора:

$$AB = \begin{pmatrix} -36 \\ 14 \\ 62 \end{pmatrix}$$

Задание 2

2.a) Ранг равен 2. Первая и вторая строки в сумме дают третью, однако ни первая строка, ни вторая не являются сопряженными с третьей, значит ранг меньше трех, но больше одного.

2.b) Ранг равен 2. Приведением к трапециевидному виду убеждаемся, что лишь две строки равны 0.

2.c) Ранг равен 2. Первая и вторая строки в сумме дают третью, однако ни первая строка, ни вторая не являются сопряженными с третьей, значит ранг меньше трех, но больше одного.

Задание 3

3.a) Методом Гаусса получается det = 185

3.b) Разложением по первой строке получаем det = 20

3.c) Разложением по второй строке получаем det = -86

3.d) последняя строка это в точности разность между первой и второй строками, значит det = 0

3.e) Методом Гаусса получается det = 20

Задание 4

4.a) Решая характеристический многочлен, получаем корни: 1 (двукратный) и 3.

Собственные вектора, например, такие: при кратном корне это (0,1,0) и (1,0,-1); при корне = 3 это вектор (1,1,1)

4.b) Перебирая целые числа от -10 до 10, убеждаемся, что корни равны: -2, 3, 6.

Собственные вектора, например, такие: при -2 это вектор (1,0,-1), при 3 это вектор (-1,1,-1), при 6 это вектор (-1, -2, -1)

4.c) Решая характеристическое уравнение, получаем корни: 0 (3х-кратный) и 1.

При корне 0 ранг матрицы $A - \lambda I$ равен двум, значит, существует лишь 2 линейнонезависимых собственных вектора, например (1,0,2,1) и (1,0,2,0)

При корне 1 собственный вектор равен, например, (1,0,1,0)

4.d) Решая характеристический многочлен, получаем корни: 0, -2, 1.

Собственные вектора, например, такие: при 0 это вектор (0,0,1), при -2 это вектор (2,-2,-3), при 1 это вектор (-2, 1, 0)

4.e) Решая характеристический многочлен, получаем корни: 3, 2, 1

Собственные вектора, например, такие: при 3 это вектор (-2, 1, 2.5), при 2 это вектор (-1, 1, 1), при 1 это вектор (0, 1, -1)