

Контрольная работа 1

3 семестр

Задание 1

Вычислить двойной интеграл.

1. $\iint_G xy^2 dx dy$, $x^2 + y^2 = 4$, $x + y - 2 = 0$;
2. $\iint_G xy dx dy$, $xy = 6$, $x + y - 7 = 0$;
3. $\iint_D (2x + y) dx dy$, $D = \{x^2 + y^2 \leq R^2, y \geq -x\}$;
4. $\iint_D (x + 2y) dx dy$, $D = \{x^2 + y^2 \leq R^2, y \leq x\}$;
5. $\iint_D xy^3 dx dy$, $D = \{x^2 + y^2 \leq a^2, y \leq \sqrt{3}x\}$;

Задание 2

Вычислить тройной интеграл.

1. $\iiint_V y dx dy dz$, где V - тетраэдр, ограниченный координатными плоскостями и плоскостью $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{4} = 1$;
2. $\iiint_V x dx dy dz$, где V - тетраэдр, ограниченный координатными плоскостями и плоскостью $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$;
Вычислить интеграл, переходя к сферическим или цилиндрическим координатам.
3. $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, где $V = \{1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$;
4. $\iiint_V \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz$, где $V = \{1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, z \geq 0\}$;
5. $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где $V = \{(x^2 + y^2)/2 \leq z \leq 4\}$;

Задание 3

Вычислить криволинейный интеграл.

1. $\int_C (x+y)ds$, где C - контур треугольника с вершинами $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$.
2. $\int_C (2x+y)ds$, где C - ломаная $ABOA$, где $A(1,0)$, $B(0,2)$, $O(0,0)$.
Вычислить криволинейный интеграл второго рода по замкнутой плоской кривой, ориентированной потив хода часовой стрелки.
3. $\int_C (x^2+y^2)dx$, где C - граница прямоугольника, образованного прямыми $x=1$, $x=3$, $y=1$, $y=5$.
4. $\int_C (3x^2-y)dx+(1-2x)^2dy$, где C - граница треугольника с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$.
5. $\int_C (x^2+y^2)dx+(x^2-y^2)dy$, где C - граница треугольника с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$.

Задание 4

Вычислить поверхностный интеграл.

1. $\iint_S (x+y+z)dS$, где S - часть плоскости $x+2y+4z=4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.
2. $\iint_S (x+y+z)dS$, где S - часть сферы $x^2+y^2+z^2=1$, $z \geq 0$.
3. $\iint_S x^2dydz$, где S - внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=R^2$.
4. $\iint_S x^2y^2zdx dy$, где S - внутренняя сторона полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2$, $z \leq 0$.
5. $\iint_S (z^2-y^2)dydz+(x^2-z^2)dzdx+(y^2-x^2)dxdy$, где S - внешняя сторона полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2$, $z \geq 0$.

Задание 5

1. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi/2, \\ \pi/2, & \pi/2 \leq x < \pi, \end{cases}$$

продолжив ее на промежуток $(-\pi, 0)$ четным образом, и нарисовать график суммы ряда.

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi/2, \\ \pi/2, & \pi/2 \leq x < \pi, \end{cases}$$

продолжив ее на промежуток $(-\pi, 0)$ нечетным образом, и нарисовать график суммы ряда.

3. Разложить функцию $f(x) = x$, $0 \leq x \leq \pi$, в ряд Фурье по косинусам.

4. Разложить в ряд Фурье на $(0, \pi)$ по косинусам функцию

$$f(x) = \begin{cases} \pi/2 - x, & 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 \leq x < \pi, \end{cases}$$

и нарисовать график суммы ряда.

5. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi/2, \\ 0, & \pi/2 < x < \pi, \end{cases}$$

и нарисовать график суммы ряда.