

Контрольная работа 2 (3 семестр)

Задание 1

Выполнить указанные действия:

- | | |
|--|---|
| 1) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3;$ | 4) $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3};$ |
| 2) $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3;$ | |
| 3) $\left(\frac{i^5+2}{i^{19}+1}\right)^2;$ | 5) $\left(\frac{-3+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^2;$ |

Задание 2

Найти модули, аргументы комплексных чисел и записать в тригонометрической и показательной формах:

- | | |
|--|--|
| 1) $1 + i^{123};$ | 4) $(1 - i\sqrt{3})^3;$ |
| 2) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2};$ | |
| 3) $\frac{1-i}{1+i};$ | 5) $-\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5};$ |

Задание 3

Найти все значения корней и построить их:

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| 1) $\sqrt[6]{-8};$ | 4) $\sqrt[3]{-2+2i};$ |
| 2) $\sqrt[6]{1};$ | |
| 3) $\sqrt[6]{1-i};$ | 5) $\sqrt[4]{-1+i\sqrt{3}}.$ |

Задание 4

Разложить в ряд Лорана:

1. $f(z) = \frac{1}{z^2(z-3)}$ в кольце $0 < |z| < 3$
2. $f(z) = \frac{1}{z^2(z-3)}$ в окрестности $z = \infty$;
3. $f(z) = \frac{z+1}{z^2(z-1)}$ в кольце $0 < |z| < 1$
4. $f(z) = \frac{z+1}{z^2(z-1)}$ в окрестности $z = \infty$;
5. $f(z) = \frac{2z}{(z-1)(z+2)}$ в кольце $1 < |z| < 2$

Задание 5

Вычислить интеграл по границе области D с помощью вычетов

1.

$$\int_{\partial D} \frac{1}{z^2(z-3)} dz, \quad D : |z| < 4;$$

2.

$$\int_{\partial D} \frac{\sin \frac{z}{2}}{1+z} dz, \quad D : |z| < 2;$$

3.

$$\int_{\partial D} \frac{z^2+1}{z^2(z-1)} dz, \quad D : |z| < 2;$$

4.

$$\int_{\partial D} \frac{4z^3}{(z-1)^2(z+2)} dz, \quad D : |z| < 3;$$

5.

$$\int_{\partial D} \frac{z^3}{z^4-1} dz, \quad D : |z| < 2;$$

Задание 6

Найти образ области D при данном отображении

1. $D = \{0 < \operatorname{Re} z < 1\}$, $w = \frac{z-1}{z+2}$;

2. $D = \{|z-1| < 2, \operatorname{Im} z < 0\}$, $w = \frac{z+1}{z-3}$;

3. $D = \{|z-i| > 2, \operatorname{Im} z < 0\}$, $w = \frac{1}{z}$;

4. $D = \{|z| < 1, \operatorname{Re} z > 0\}$, $w = \frac{1-z}{z+2}$;

5. $D = \{|z| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$, $w = \frac{1-z}{1+z}$