Krožnica v racionalni Bezierjevi obliki

Anja Kišek, Samo Kralj

11. januar 2019

Vsebina:

- Definicija racionalnih Bezierjevih krivulj
- Konstrukcija sklenjene krožnice s krivuljami stopnje 2,3,4
- Krožni loki v racionalni Bezierjevi obliki
- Kubični polkrogi

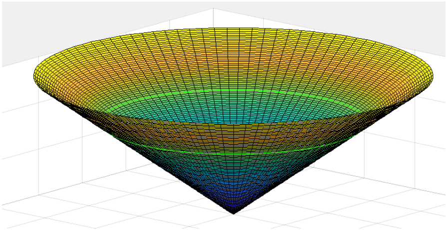
Racionalna Bezierjeva krivulja $C(t)$ stopnje n v $\mathbb{R}^d$ je projekcija polinomske Bezierjeve krivulje $\tilde{C}(t)$stopnje n v $\mathbb{R}^{d+1}$ na hiperravnino $w = 1$, kjer je točka v $\mathbb{R}^{d+1}$ označena z $\begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}$.

Racionalna B. krivulja stopnje n je tako podana s predpisom

$$r(t) = \frac{\sum_{i=0}^{n} w_i b_i B_i^n(t)}{\sum_{i=0}^{n} w_i B_i^n(t)}$$

Racionalna krivulja $C(t) = (X(t), Y(t))$ lahko eksaktno opiše krožnico kot projekcijo krivulje $\tilde{C}(t) = (\tilde{X}(t), \tilde{Y}(t), W(t))$, ki leži na stožcu, na ravnino $w = 1$.

$$X(t)^2 + Y(t)^2 = 1$$
$$\left(\frac{\tilde{X}(t)}{W(t)}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{Y}(t)}{W(t)}\right)^2 = 1$$
$$\tilde{X}(t)^2 + \tilde{Y}(t)^2 - W(t)^2 = 0$$



Bezierjeva krivulja kot sklenjena krožnica

Ali lahko krožnico zapišemo kot racionalno Bezierjevo krivuljo določene stopnje?

- Kvadratična krivulja: Ne
  Zlepek krožnih lokov s kontrolnimi točkami:

$$\tilde{P}_0 = (cos(\phi), -sin(\phi), 1)$$
$$\tilde{P}_1 = (1, 0, cos(\phi))$$
$$\tilde{P}_2 = (cos(\phi), sin(\phi), 1)$$

- Kubična krivulja: Ne