**Анализ на решението на задача  
“коледари“**

Нека са дадени *N*, *K* (*K≤ N*) и *a1*, *a2*, *a3*, … *an*. Тогава имаме следните няколко случая:

**Случай 1:** Ако поне едно от числата *a1*, *a2*, *a3*, … *an* се дели точно на *K*, то това е решение и можем да отпечатаме номера на тази къща.

**Случай 2:** Нека няма нито едно число измежду *a1*, *a2*, *a3*, … *an*, което да се дели точно на *K*. Тогава ще докажем, че съществува подредица *ai*, *ai+1*, *ai+2*, … *aj* от числа такава, че нейната сума се дели точно на *K*.

Нека да разгледаме всички подредици на дадената редица: (*a1*), (*a1*, *a2*), (*a1*, *a2*, *a3*), …(*a1*, *a2*, *a3*, … *an*), които са точно *N* на брой. Ако вземем остатъка при деление на *К*, на сумата на всяка една от тези подредици, ще получим *N* числа и всяко ще е в интервала от [*0*, *K-1*]. Ако някой от тези остатъци е равен на *0*, то ние сме намерили решение (подредицата, чиято сума се дели точно на *K*).

Ако няма остатък, който да е равен на *K*, то нека да помислим какви остатъци сме получили. Имаме *N* подредици и *К-1* възможни остатъка и знаем, че *K* ≤ *N*. Следователно от принципа на Дирихле следва, че сме получили поне два остатъка, които са равни. Нека редиците (*a1*, *a2*, … *ai*) и редицата (*a1*, *a2*, … *aj*) имат суми, които при деление на *K* се получава един и същ остатък и *i* < *j*. Тогава лесно можем да видим, че сумата на числата от редицата (*ai+1*, *ai+2*, … *aj*) ще има остатък *0* при деление на *K*.

*Автор: Михаил Ковачев*