**АНАЛИЗ**

**НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА**

**СТЕПЕНИ**

Ясно е, че решения с директна симулация и изпробване на всички варианти няма да доведат до исканите точки. Затова тук ще разгледаме само решението за 100 точки.

Нека първо да отбележим, че реално не ни интересуват самите стойности на числата в редицата, а техният остатък по модул 3. Съответно, ако разберем колко от числата дават остатък 0 по модул 3, колко от тях дават остатък 1 по модул 3 и колко от тях дават остатък 2 по модул 3, ще можем да решим и задачата. Сега, нека да направим друго важно наблюдение и да разгледаме самите числа в новообразуваната редица:

Нека х е произволно естествено число a q е броят на делителите му. Ще докажем, че хq винаги е точен квадрат. Ето как:

Разглеждаме 2 случая – ако х е точен квадрат и ако х не е точен квадрат. Нека х е точен квадрат => хq също е точен квадрат. А сега, нека х не е точен квадрат => броят на делителите на х (тоест q) е четно число (оставяме доказателството на вас) => q е число от вида 2k => хq = x2k - последното очевидно е точен квадрат. С това доказахме, че за всяко х, хq е точен квадрат. С какво ще ни помогне това?:

Точните квадрати дават само остатък 0 и 1 по модул 3 (т.е. хq никога не може да даде остатък 2 по модул 3), а това доста ни улеснява. Сега, остава да намерим колко от всички числа в редицата се делят на 3 и колко дават остатък 1 по модул 3. Очевидно хq се дели на 3 тогава и само тогава, когато 3 дели х. => в редицата броят на числата делящи се на 3 е равен на броя на числата в интервала [ l , r ] , които се делят на 3, което пък от своя страна лесно може да бъде намерено.

Нека разгледаме всички възможности за избиране на k от дадените числа, така че А от тях дават остатък 0 и останалите числа B = k – A дават остатък 1 по модул 3. Броят на начините, по които това може да се случи е равен на броят на начините по които можем да изберем А числа от br0 числа \* броят на начините по които можем да изберем В числа от br1 числа, където br0 е броят числа от редицата, сравними с 0 по модул 3, а br1 е броят числа от редицата, сравними с 1 по модул 3 (останалите числа). Сега остава да намерим всички възможни стойности за А и В и за всяка от тях съответно да намерим броя на исканите начини за взимане на k числа.

Имаме, че А\*0 + B\*1 дава остатък 0 по модул 3 => B\*1 се дели на 3, съответно В се дели на 3. Имайки предвид, че A <= br0 и В <= br1 и същевременно А+B=k и k<=100, може да си позволим да пробваме всички варианти за B и А. За всеки от тези варианти изчисляваме броя на начините, удовлетворяващи условието.

Автор, анализ и решение: Йоан Василев

Тестове: Павел Петров