

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И
ОПТИКИ**

Факультет систем управления и робототехники

**Отчет по лабораторной работе №2 «КАНОНИЧЕСКИЕ ФОРМЫ
ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»
по дисциплине «Теория автоматического управления»**

Выполнил: студенты гр. R3238
Кравченко Д. В.

Преподаватель: Перегудин А.А.,
ассистент фак. СУиР

Санкт-Петербург 2021

1. Цель работы

Ознакомление с методами взаимного перехода между моделями вход-выход и вход-состояние-выход, с каноническими формами представления моделей вход-состояние-выход, а также со структурными свойствами системы.

2. Материалы работы

Коэффициенты для 10 варианта:

a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
9	4	9	1	4	2

$$\ddot{y} + 9\dot{y} + 4y = 2\ddot{u} + 4\dot{u} + u$$

2.1) Переход от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход.

1) Каноническая наблюдаемая форма:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -9 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 0 \quad 1].$$

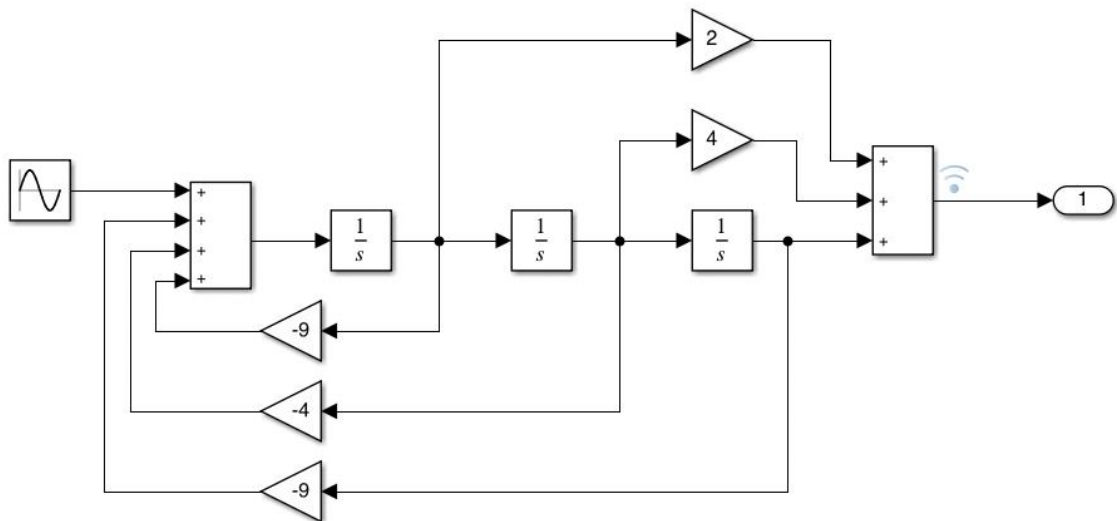


Рис. 1. Схема моделирования в канонической наблюдаемой формы

2) Каноническая управляемая форма:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -9 & -4 & -9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 4 \quad 2].$$

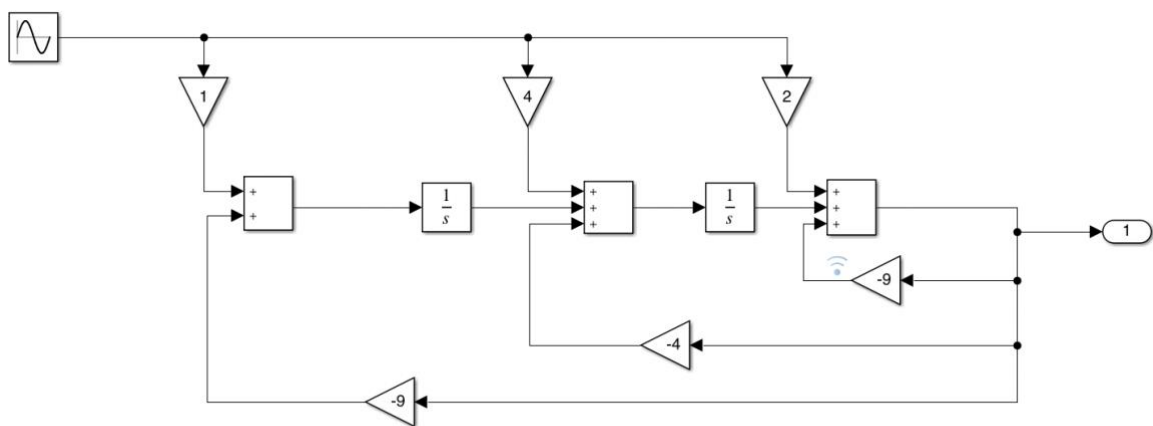


Рис. 2. Схема моделирования в канонической управляемой форме

$$3) W(p) = \frac{2p^2 + 4p + 1}{p^3 + 9p^2 + 4p + 9} = \frac{2p^2 + 4p + 1}{(p + 8.658)(p + 0.171 - 1.005j)(p + 0.171 + 1.005j)} =$$

$$\frac{1.531 - 0.007j}{p + 8.658} + \frac{0.204 + 0.072j}{p + 0.171 - 1.005j} + \frac{0.204 - 0.072j}{p + 0.171 + 1.005j}$$

$$A = \begin{bmatrix} 8.658 & 0 & 0 \\ 0 & -0.171 + 1.005j & 0 \\ 0 & 0 & -0.171 - 1.005j \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 1.531 - 0.007j \\ 0.204 + 0.072j \\ 0.204 - 0.072j \end{bmatrix}$$

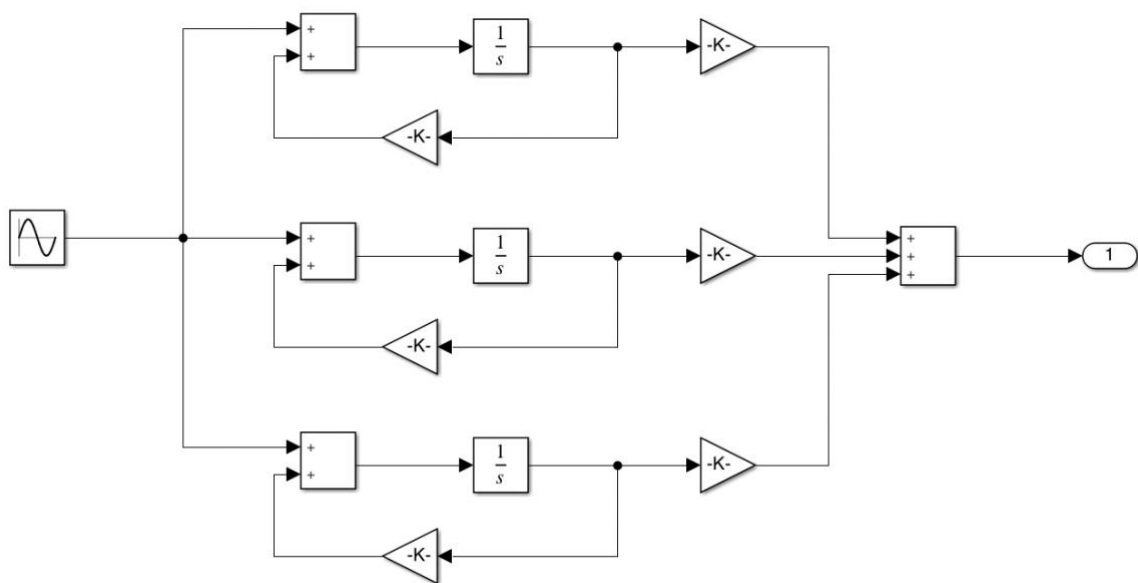


Рис. 3. Схема моделирования в диагональной форме

4) Моделирование.

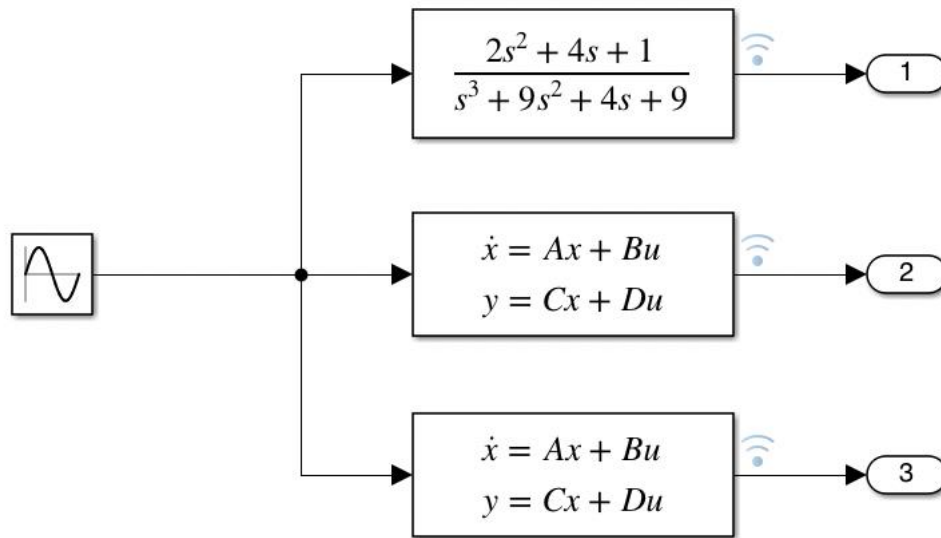


Рис. 4. Схема моделирования

Графики, полученные в процессе моделирования тремя способами, полностью совпадают.

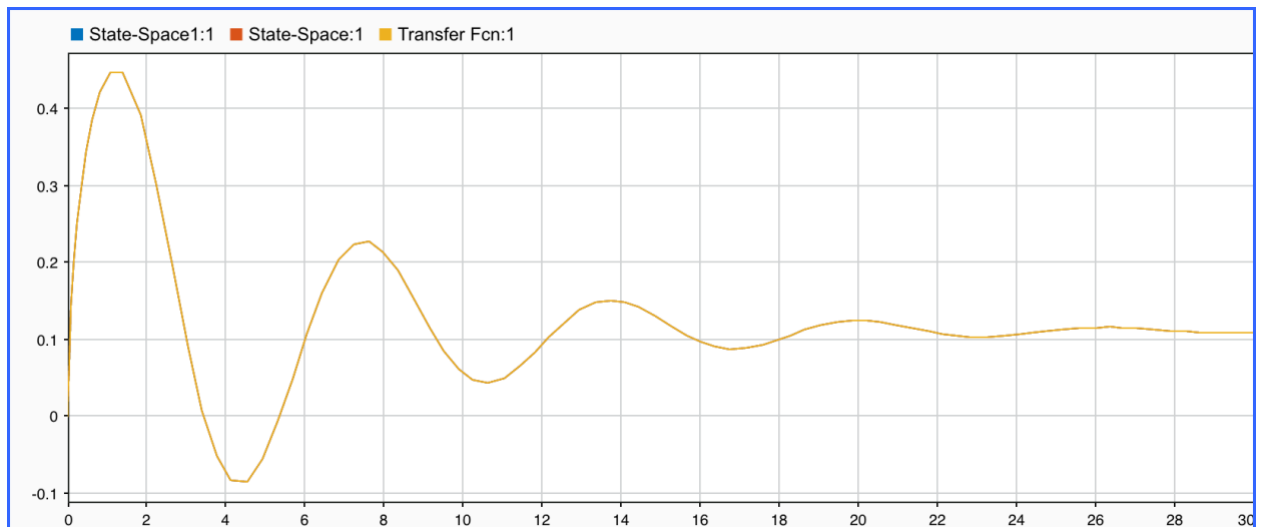


Рис. 5. График зависимости выхода от единичного входа

2.2) Переход от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход.

$$n = 2, A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [8 \quad 2]$$

$$\begin{aligned} W(p) &= C(pI - A)^{-1}B = [8 \quad 2] \begin{bmatrix} p-1 & -2 \\ 10 & p+3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = [8 \quad 2] \begin{bmatrix} \frac{p+3}{p^2+2p+17} & \frac{2}{p^2+2p+17} \\ \frac{-10}{p^2+2p+17} & \frac{p-1}{p^2+2p+17} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{8p+4}{p^2+2p+17} & \frac{2p+14}{p^2+2p+17} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{2p+14}{p^2+2p+17} \end{aligned}$$

Модель в форме вход-выход:

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 17y = 2\dot{u} + 14u$$

Модель вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -17 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 14 \\ 2 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]$$

Модель вход-состояние-выход в канонической управляемой форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -17 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [14 \quad 2]$$

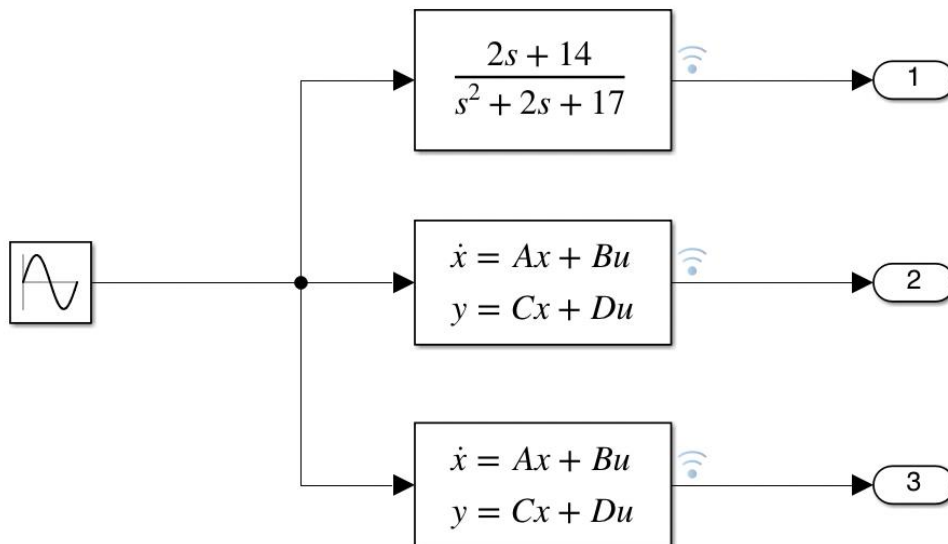


Рис. 6. Схема моделирования

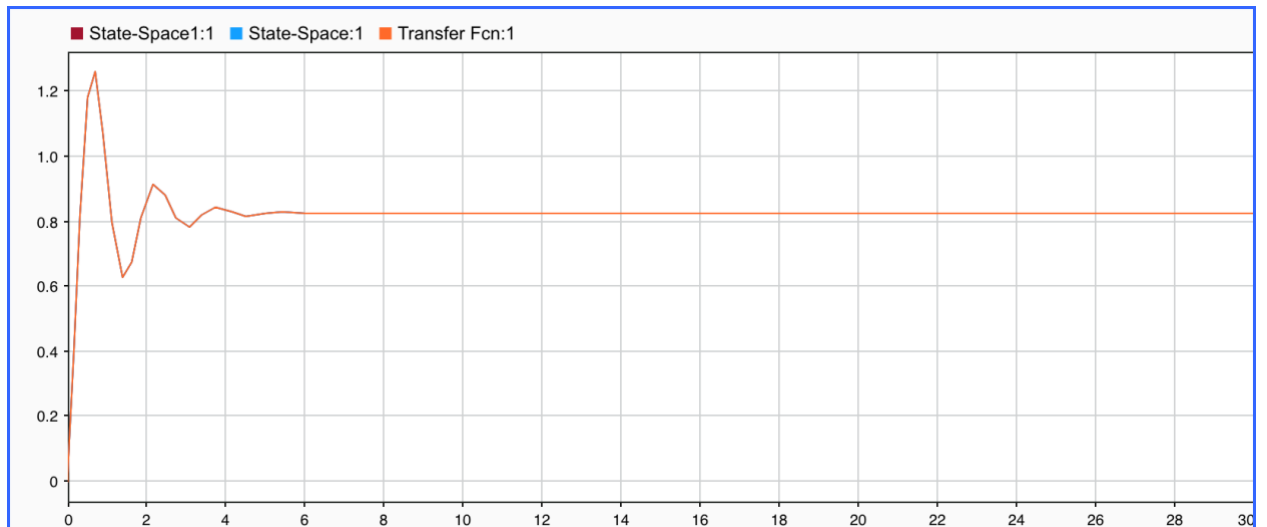


Рис. 7. График зависимости выхода от единичного напряжения

Расчет матрицы перехода от $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$ к $\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & -17 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\hat{B} = \begin{bmatrix} 14 \\ 2 \end{bmatrix}$,

$C = [8 \quad 2]$, $\hat{C} = [0 \quad 1]$.

Из системы уравнений: $M\hat{A} = AM, P\hat{B} = B, \hat{C} = CM. M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{52} & \frac{7}{52} \\ \frac{4}{52} & -\frac{2}{52} \end{bmatrix}.$

Расчет матрицы перехода от $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$ к $\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -17 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$
 $C = [8 \ 2], \hat{C} = [14 \ 2].$

Из системы уравнений: $M\hat{A} = AM, M\hat{B} = B, \hat{C} = CM. M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$

Расчет передаточной функции для системы: $A = \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

$$W(p) = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & 9 \\ -1 & p+3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 2 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{57p+99}{p^2+3p+9} & \frac{91p-390}{p^2+3p+9} \\ \frac{43p+81}{p^2+3p+9} & \frac{103p-95}{p^2+3p+9} \end{bmatrix}$$

2.3) Замена базиса в пространстве состояний.

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, M^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \hat{A} = M^{-1}AM = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -10 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = M^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \hat{C} = CM = [8 \ 2] \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = [-8 \ -2]$$

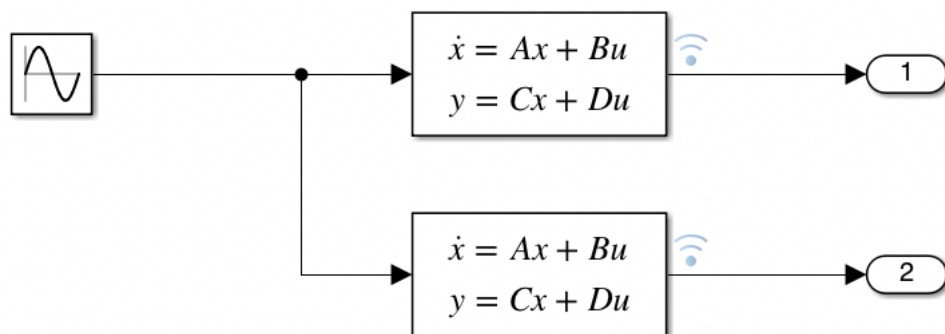


Рис. 8. Схема моделирования

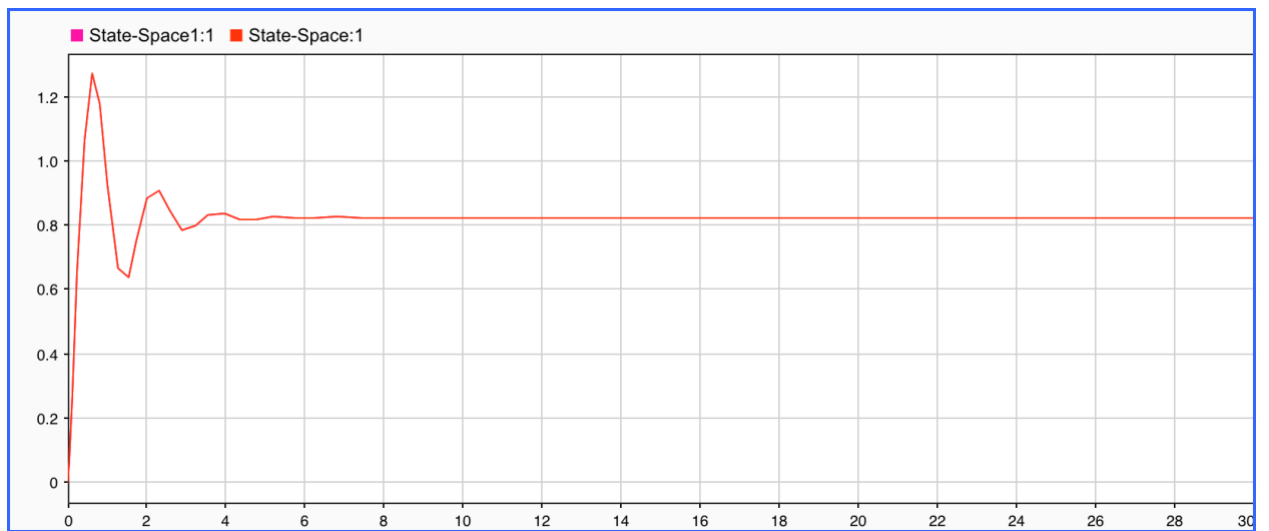


Рис. 9. График зависимости выхода от единичного входа

3. Выводы: В ходе, выполнения лабораторной работы были рассмотрены подобные системы. На практике был подтвержден факт того, что в подобных системах при одинаковом входе будет идентичный выход.