Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №4
«АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ»
по дисциплине «Теория автоматического управления»

Выполнил: студенты гр. R3238
Кравченко Д. В.

Преподаватель: Перегудин А.А.,
ассистент фак. СУиР

Санкт-Петербург 2021

1. **Цель работы.** Исследование точностных свойств систем управления.
2. **Материалы работ.**

2.1 Исследование системы с астатизмом нулевого порядка.

$W(s)$	$g = A$	$g = Vt$
$\frac{1}{0.5s^2+s+1}$	2	2t

Таблица 1. Данные для задания 2.1

Расчет предельного значения установившейся ошибки при $g = 2$.

$$W(s)_{\text{разомкнутой}} = \frac{K}{0.5s^2+s+1}$$

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{0.5s^2+s+1}{0.5s^2+s+1+K}$$

$$g(t) = 2, G(s) = \frac{2}{s}, E(s) = \underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s)\,G(s) = \frac{0.5s^2+s+1}{0.5s^2+s+1+K}\cdot\frac{2}{s}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \frac{2}{1+K}$$

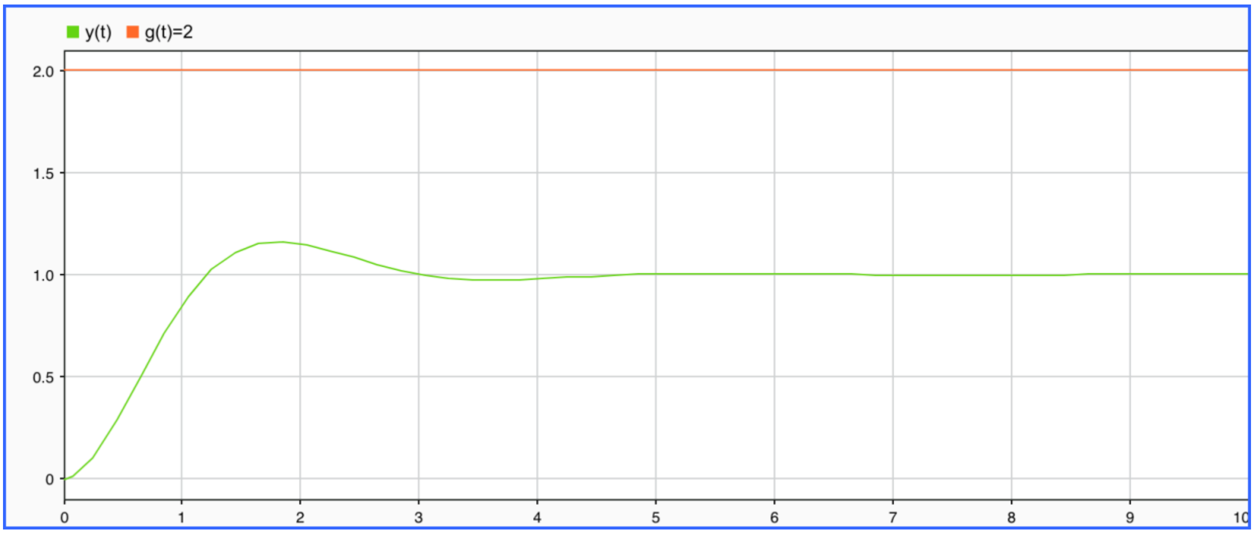

Figure 1. K = 1; e = 1.

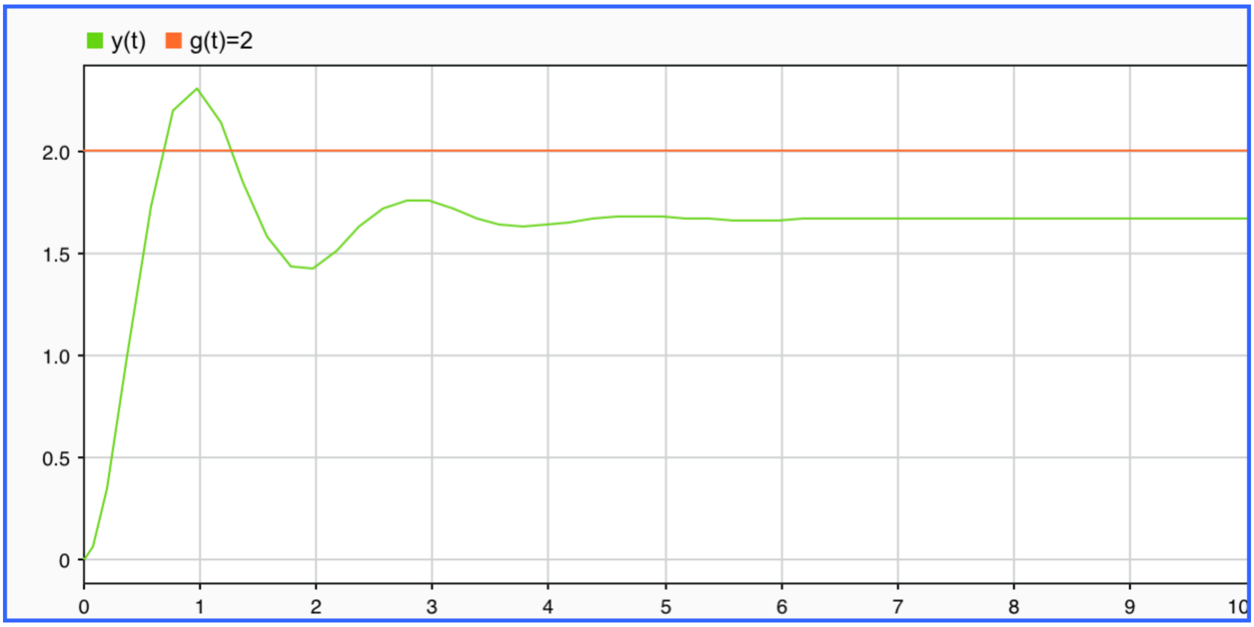

Figure 2. K = 5; e = 1/3.

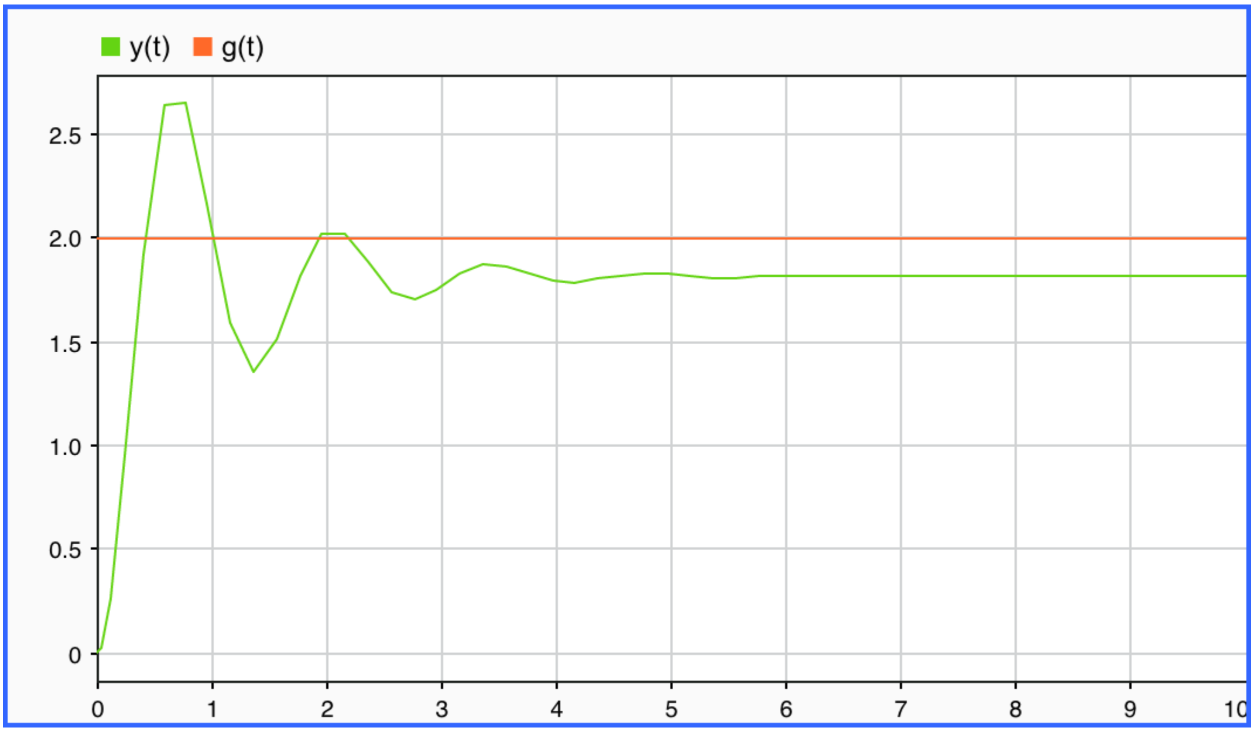

Figure 3. K = 10, e = 2/11

Расчет предельного значения установившейся ошибки при $g = 2t$:

$$W(s)_{\text{разомукнутой}} = \frac{K}{0.5s^2 + s + 1}$$

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = \frac{1}{1 + W(s)} = \frac{0.5s^2 + s + 1}{0.5s^2 + s + 1 + K}$$

$$g(t) = 2t, G(s) = \frac{2}{s^2}, E(s) = \underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s)\,G(s) = \frac{0.5s^2 + s + 1}{0.5s^2 + s + 1 + K} \cdot \frac{2}{s^2}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \infty$$

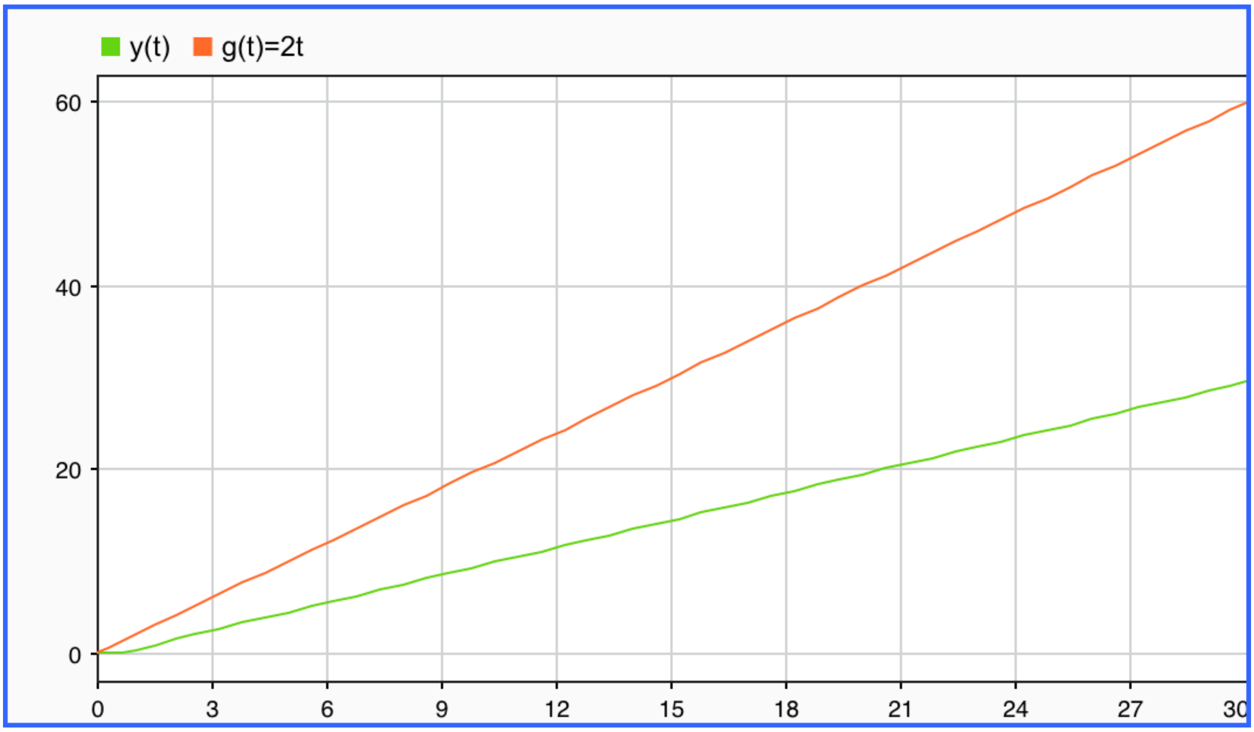

Figure 4. K = 1, $e = \infty$.

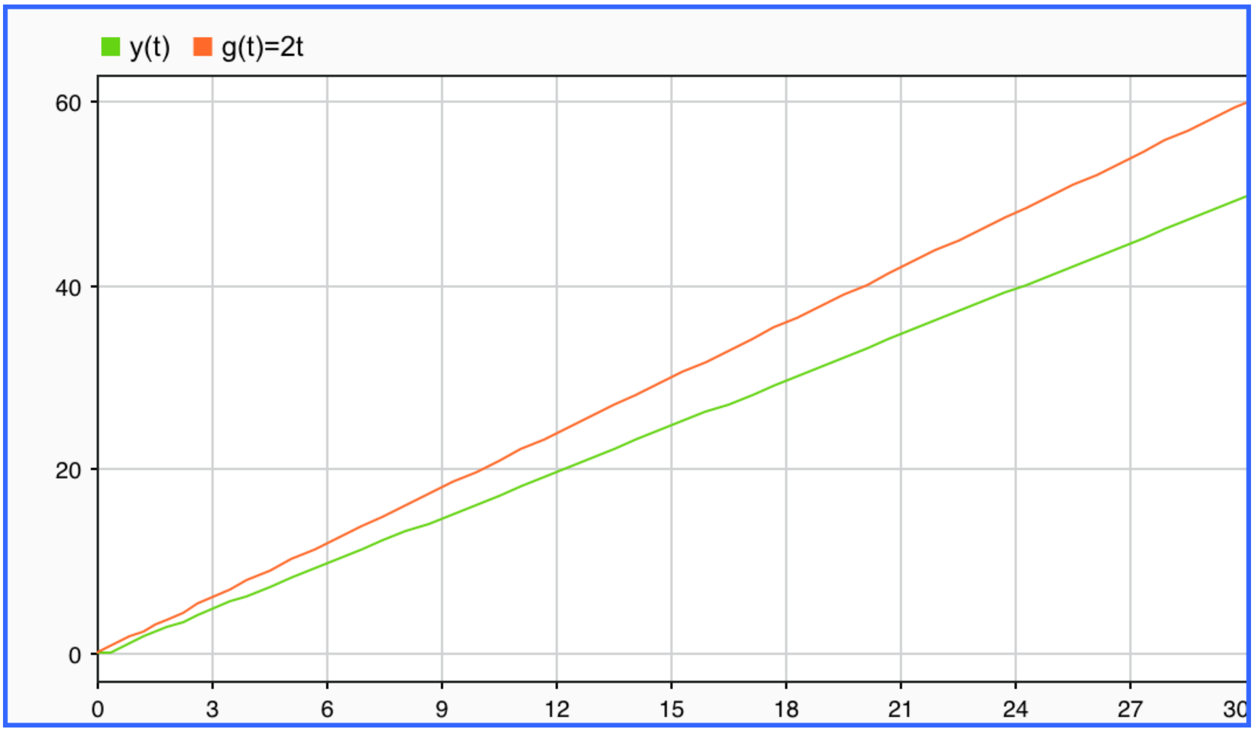

Figure 5. K = 5, $e = \infty$.

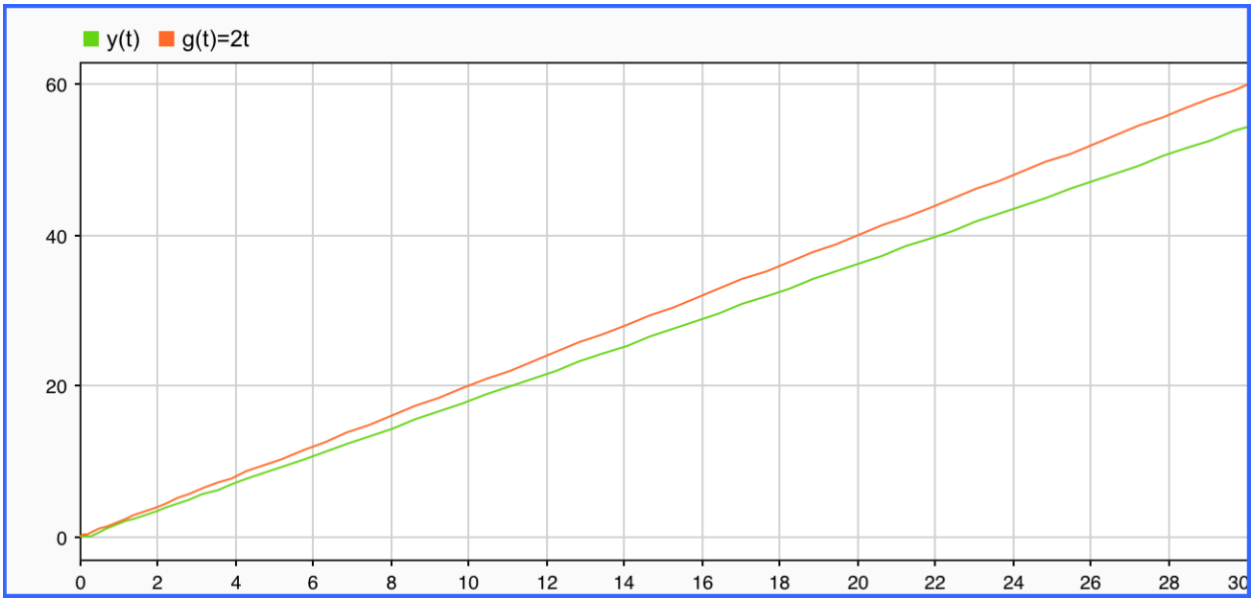

Figure 6. K = 10 $e = \infty$.

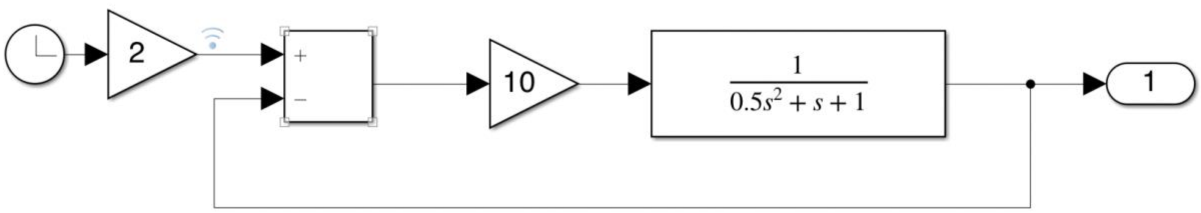

Figure 7. Схема моделирования для задания 2.1

2.2 Исследование системы с астатизмом первого порядка.

$W(s)$	$g = A$	$g = Vt$	$g = at^2$
$\frac{s+1}{0.5s^2+s+1}$	2	2t	$0.45t^2$

Таблица 2. Данные для задания 2.2

Расчет предельного значения установившейся ошибки при $g = 2$:

$$W(s)_{\text{разомкнутой}} = \frac{K(s+1)}{(0.5s^2+s+1)s}$$

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{(0.5s^2+s+1)s}{0.5s^3+s^2+(1+K)s+K}$$

$$g(t) = 2, G(s) = \frac{2}{s}, E(s) = \underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s)\,G(s) = \frac{(0.5s^2+s+1)s}{0.5s^3+s^2+(1+K)s+K}\cdot\frac{2}{s}$$
$$= \frac{(0.5s^2+s+1)2}{0.5s^3+s^2+(1+K)s+K}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0}\frac{(0.5s^2+s+1)2s}{0.5s^3+s^2+(1+K)s+K} = 0$$

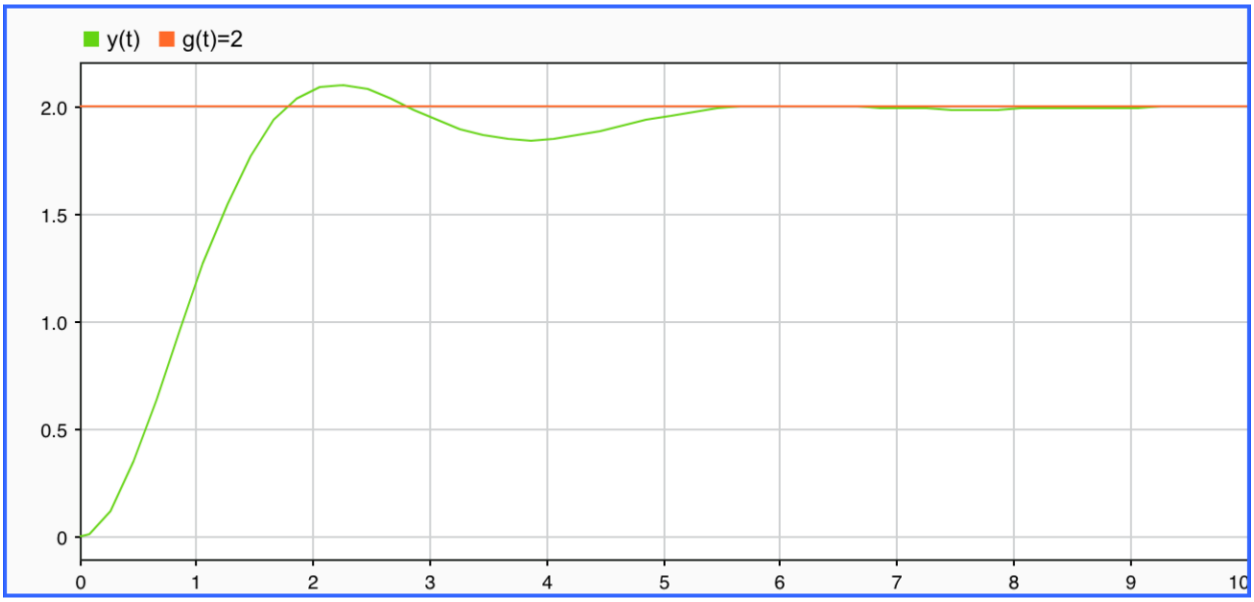

Figure 8. K = 1, e = 0.

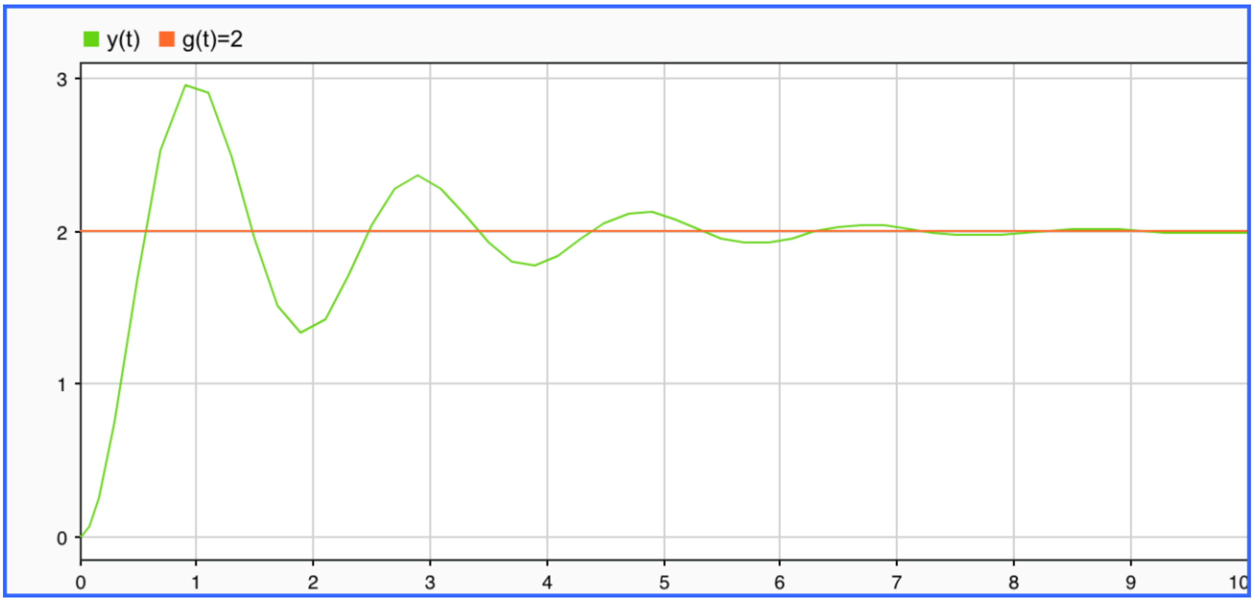

Figure 9. K = 5, e = 0.

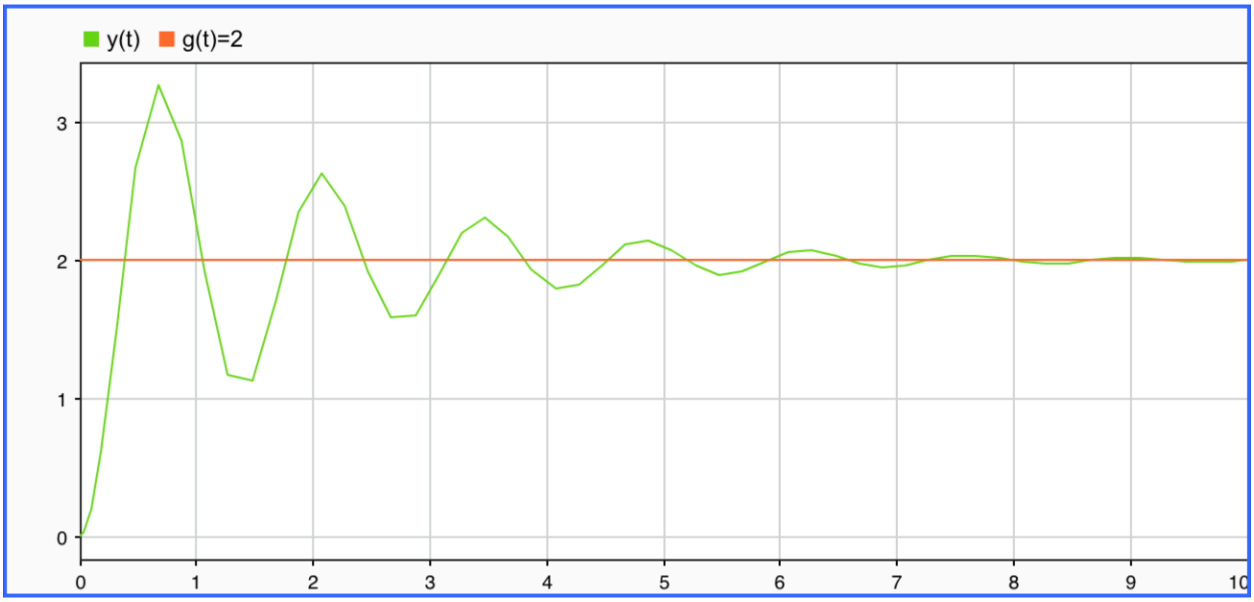

Figure 10. K = 10, e = 0.

Расчет предельного значения установившейся ошибки при $g = 2t$:

$$W(s)_{\text{разомкнутой}} = \frac{K(s+1)}{(0.5s^2 + s + 1)s}$$

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = \frac{1}{1 + W(s)} = \frac{(0.5s^2 + s + 1)s}{0.5s^3 + s^2 + (1+K)s + K}$$

$$g(t) = 2t, G(s) = \frac{2}{s^2}, E(s) = \underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s)\,G(s) = \frac{(0.5s^2 + s + 1)s}{0.5s^3 + s^2 + (1+K)s + K} \cdot \frac{2}{s^2}$$
$$= \frac{(s^2 + 2s + 2)}{(0.5s^3 + s^2 + (1+K)s + K)s}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} \frac{(s^2 + 2s + 2)}{0.5s^3 + s^2 + (1+K)s + K} = \frac{2}{K}$$

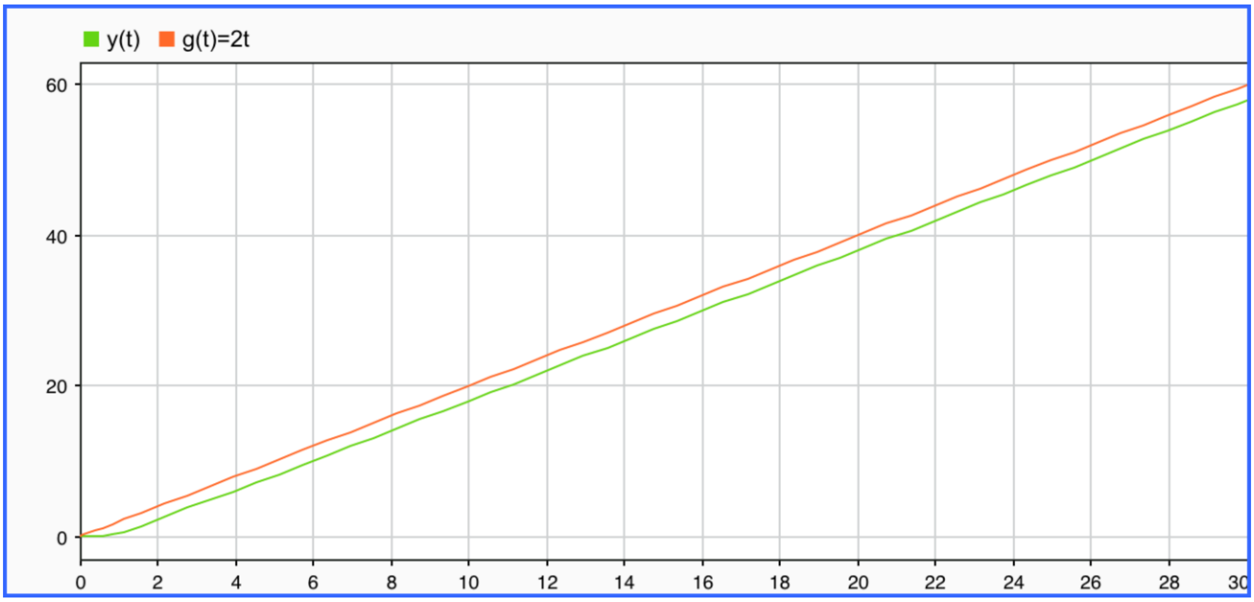

Figure 11. K = 1, e = 2.

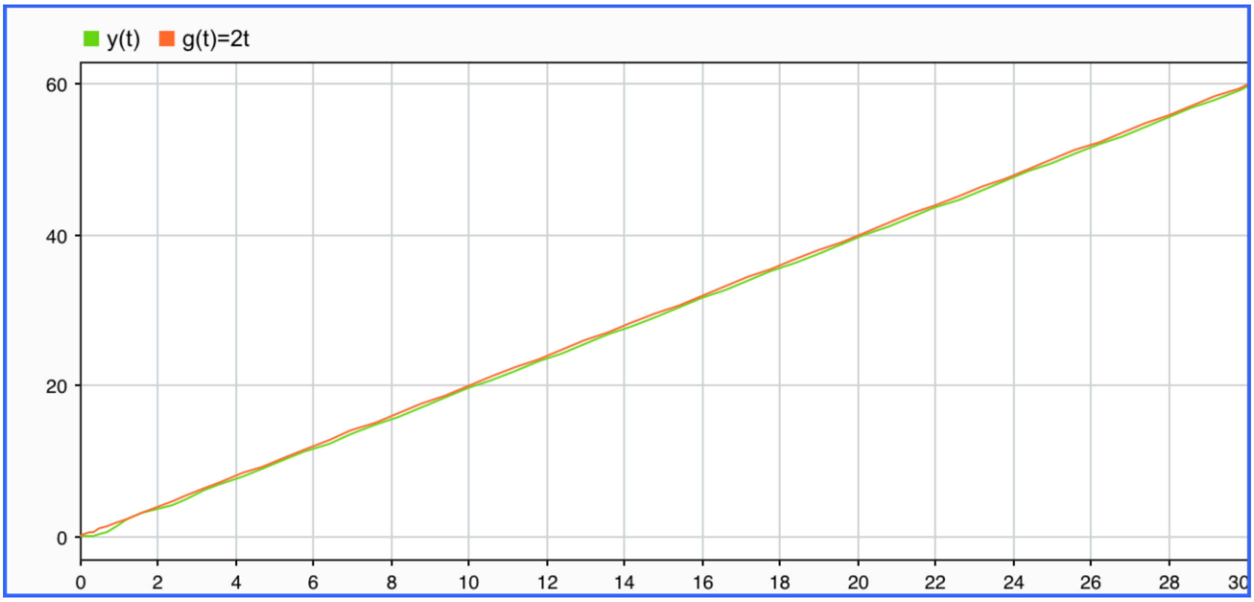

Figure 12. K = 5, e = 2/5.

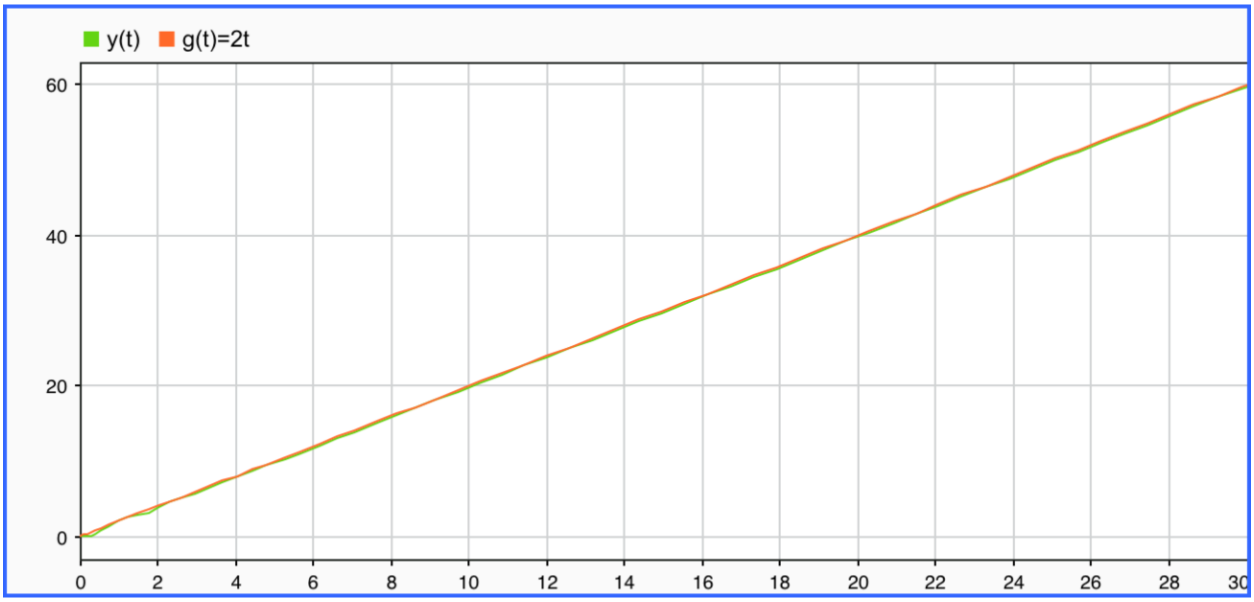

Figure 13. K = 10, e = 1/5.

Расчет предельного значения установившейся ошибки при $g = \frac{0.45t^2}{2}$:

$$W(s)_{\text{разомукнутой}} = \frac{K(s+1)}{(0.5s^2+s+1)s}$$

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{(0.5s^2+s+1)s}{0.5s^3+1s^2+(1+K)s+K}$$

$$g(t) = \frac{0.45t^2}{2}, G(s) = \frac{0.45}{s^3}, E(s) = \underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s)\,G(s) = \frac{(0.5s^2+s+1)s}{0.5s^3+s^2+(1+K)s+K}\cdot\frac{0.45}{s^3} = \frac{(0.225s^2+0.45s+0.45)}{(0.5s^3+s^2+(1+K)s+K)s^2}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0}\frac{(0.225s^2+0.45s+0.45)}{(0.5s^3+s^2+(1+K)s+K)s} = \infty$$

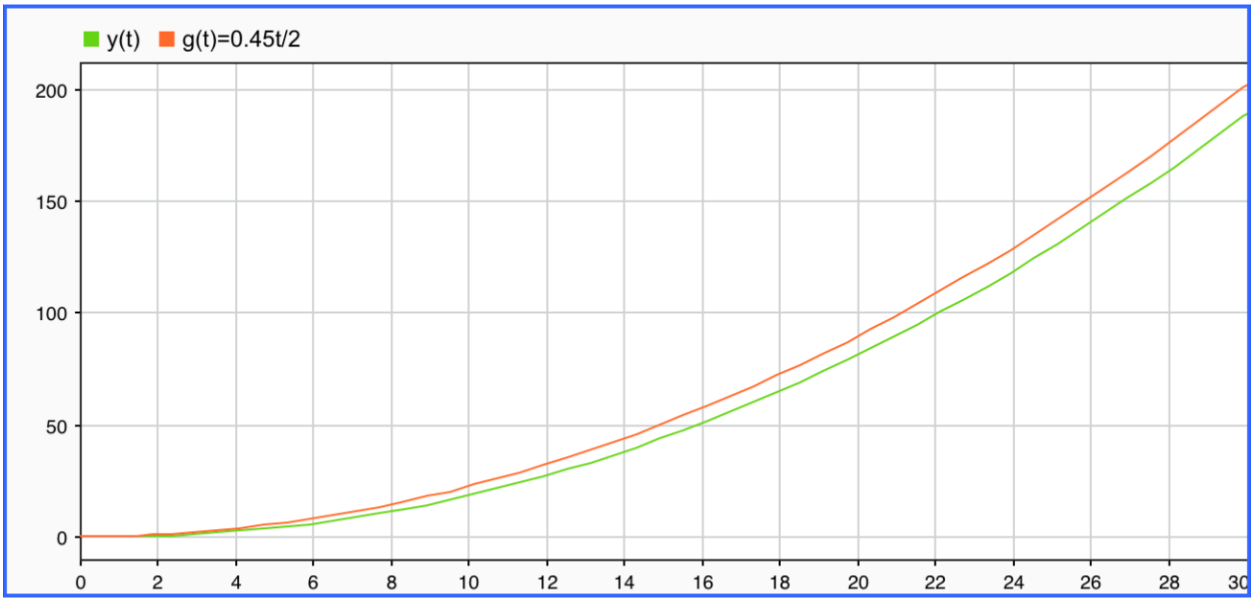

Figure 14. K = 1, e = ∞.

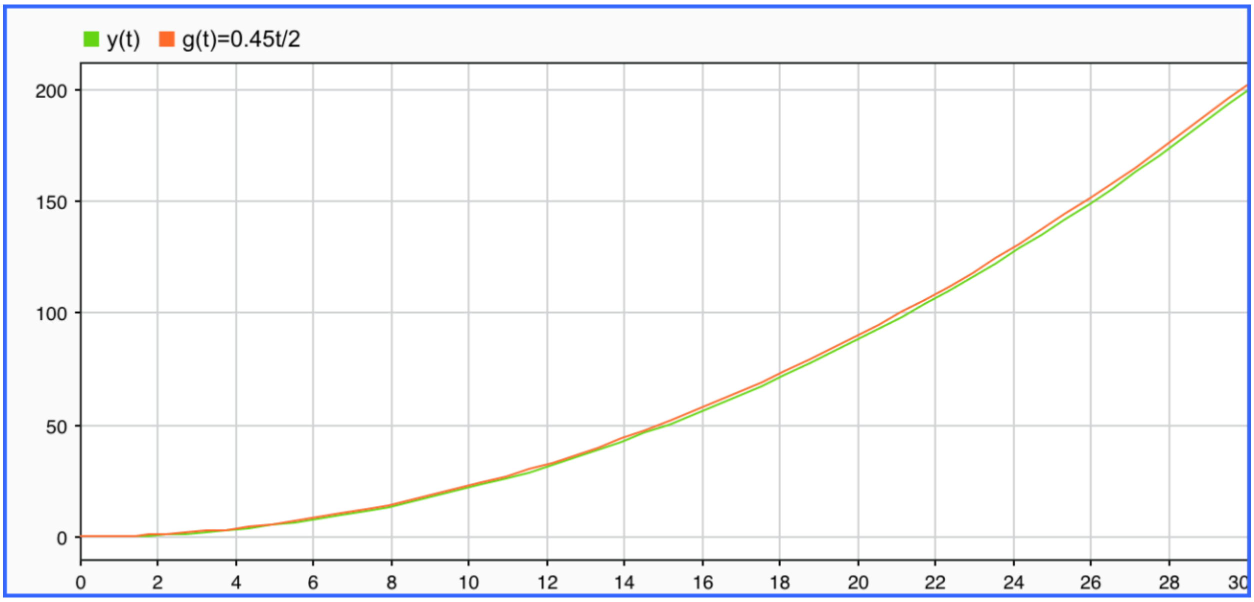

Figure 15. K = 5, $e = \infty$..

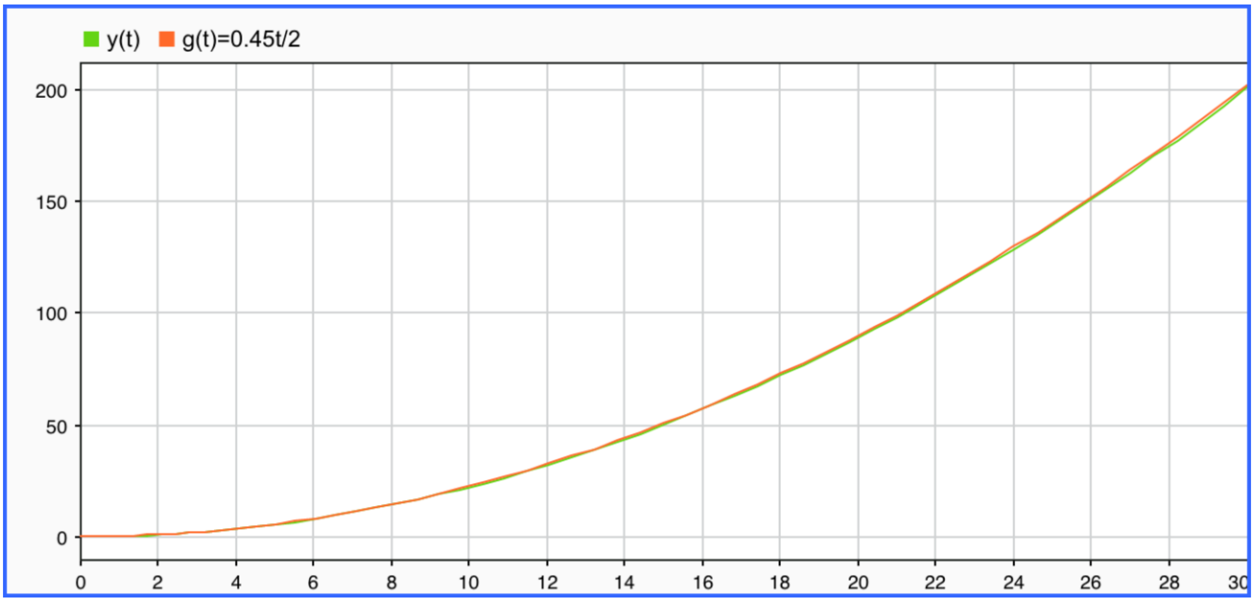

Figure 16. K = 10, $e = \infty$..

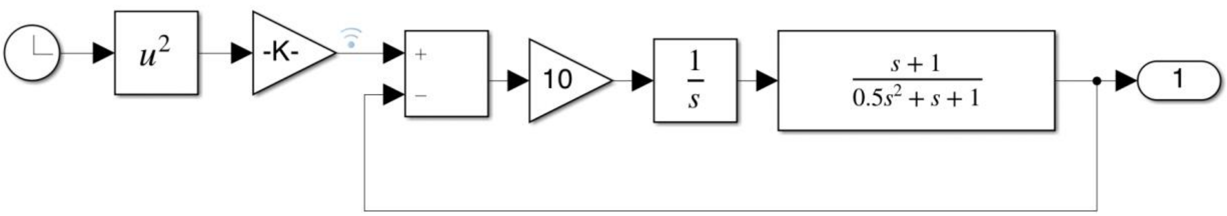

Figure 17. Схема моделирования для задания 2.2

2.3 Исследование влияния внешних возмущений.

$W(s)$	f_1	f_2
$\dfrac{1}{0.1s^2 + 0.7s + 1}$	-0.5	0.25

Таблица 3. Данные для задания 2.3.

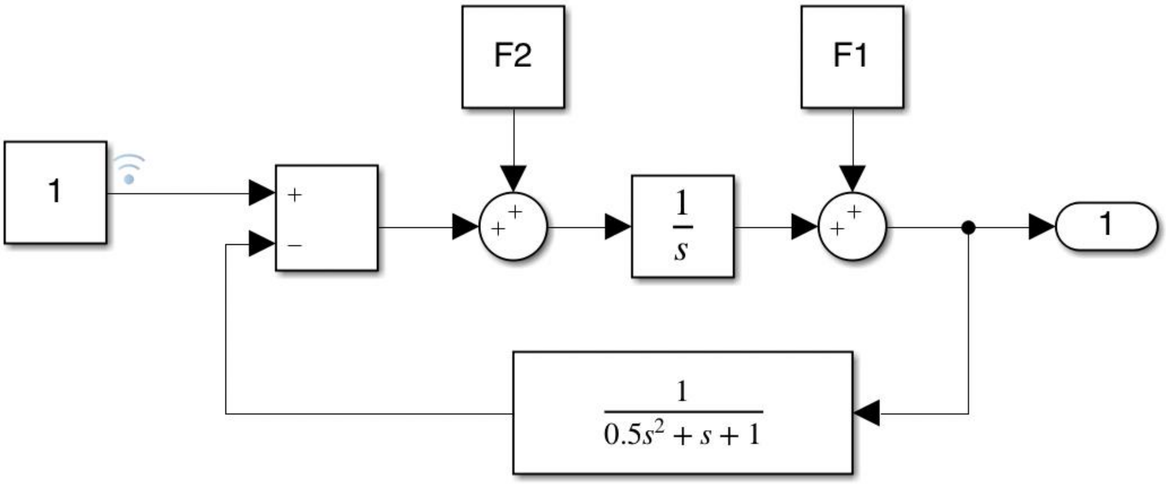

Figure 18. Схема моделирования для задания 2.3

Вывод передаточных функций.

$$E(s) = G(s) - Y(s) = G(s) - W(s)\left(\frac{1}{s}\big(E(s) + F_2(s)\big) + F_1(s)\right)$$
$$= G(s) - W(s)\frac{1}{s}E(s) - W(s)\frac{1}{s}F_2(s) - W(s)F_1(s)$$

$$E(s)\left(1 + W(s)\frac{1}{s}\right) = G(s) - W(s)\frac{1}{s}F_2(s) - W(s)F_1(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + W(s)\frac{1}{s}}G(s) - \frac{W(s)\frac{1}{s}}{1 + W(s)\frac{1}{s}}F_2(s) - \frac{W(s)}{1 + W(s)\frac{1}{s}}F_1(s)$$

$$f_2(t) = 0, g(t) = 1(t), f_1(t) = -0.5, F_2(s) = 0, G(s) = \frac{1}{s}, F_1(s) = -\frac{0.5}{s}, W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1}$$

$$E(s) = \frac{1}{s + W(s)} + \frac{0.5W(s)}{s + W(s)} = \frac{1 + 0.5W(s)}{s + W(s)} = \frac{0.5s^2 + s + 1{,}5}{0.5s^3 + s^2 + s + 1}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \frac{(0.5s^2 + s + 1{,}5)s}{0.5s^3 + s^2 + s + 1} = 0$$

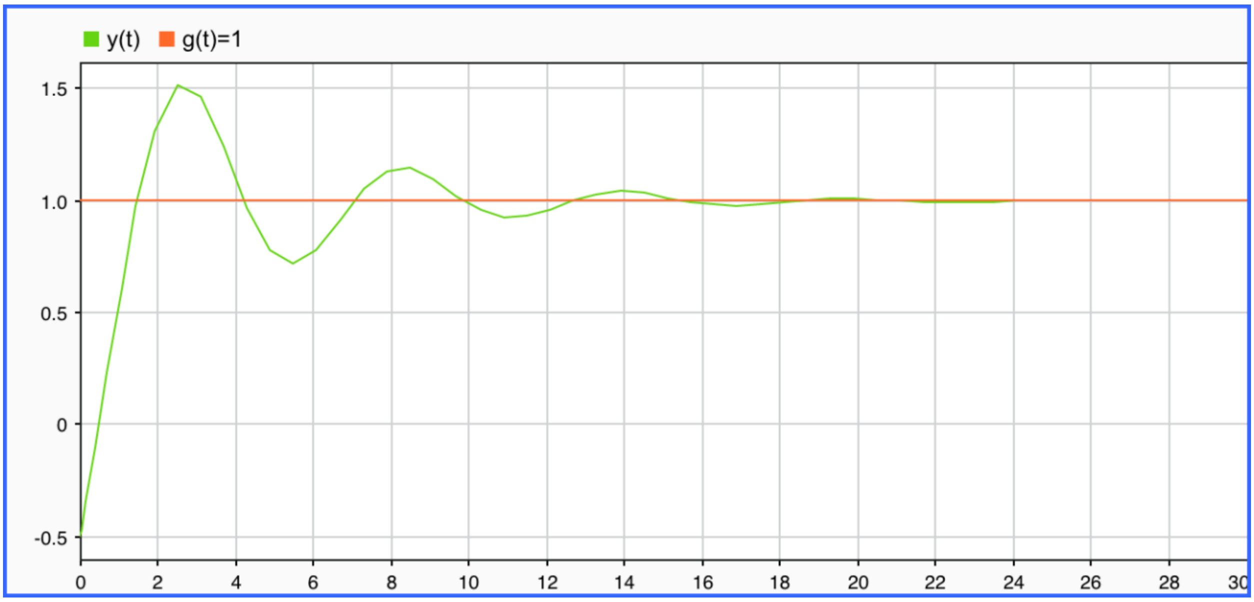

Figure 19. F2(t)=0

$$f_2(t) = 0, g(t) = 1(t), f_1(t) = 0, F_2(s) = 0.25, G(s) = \frac{1}{s}, F_1(s) = \frac{0.25}{s}, W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1}$$

$$E(s) = \frac{1}{s + W(s)} - \frac{0.25W(s)}{(s + W(s))s} = \frac{s - 0.25W(s)}{(s + W(s))s} = \frac{0.5s^3 + s^2 + s - 0.25}{0.5s^4 + s^3 + s^2 + s}$$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \frac{(0.5s^3 + s^2 + s + 0.25)s}{0.5s^4 + s^3 + s^2 + s} = -\frac{1}{4}$$

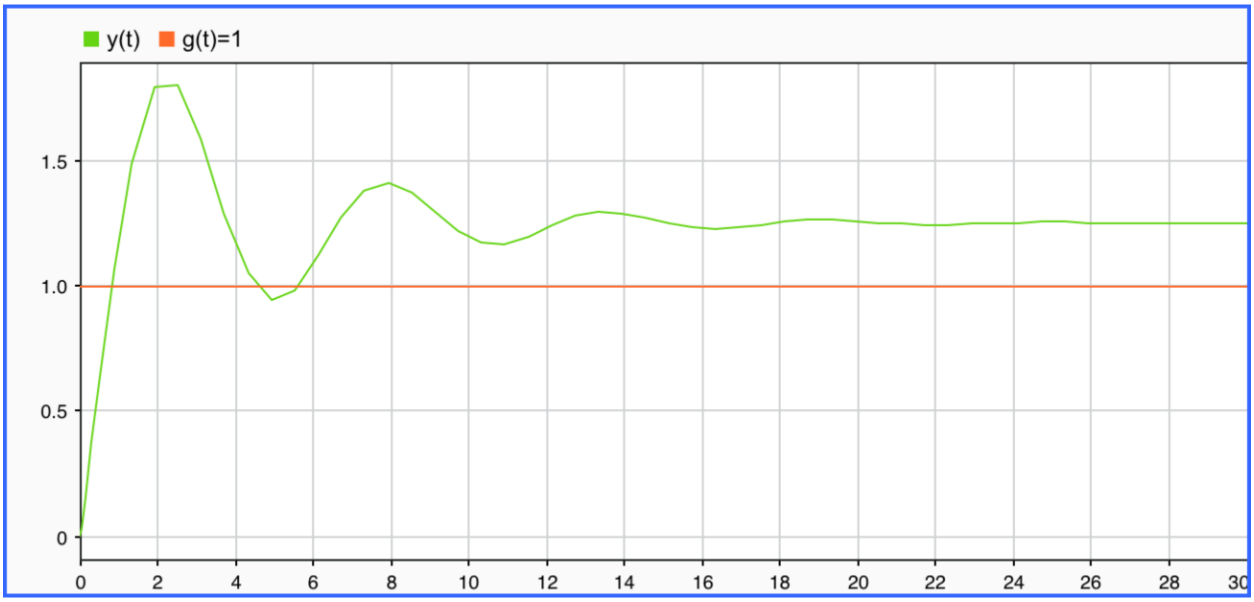

Figure 20. F1(t)=0

2.4 Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии.

$W(s)$	$g(t)$
$\frac{1}{0.5s^2 + s + 1}$	$0.3t + 2\sin(0.8t)$

Таблица 4. Данные для задания 2.4

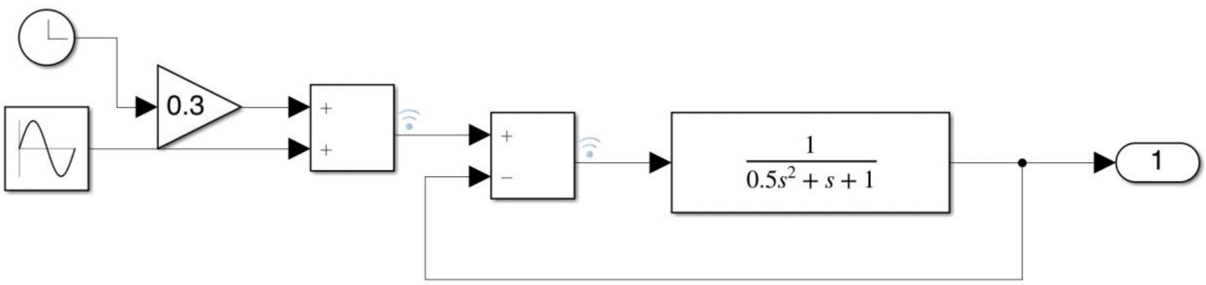

Figure 21. Схема моделирования для задания 2.4

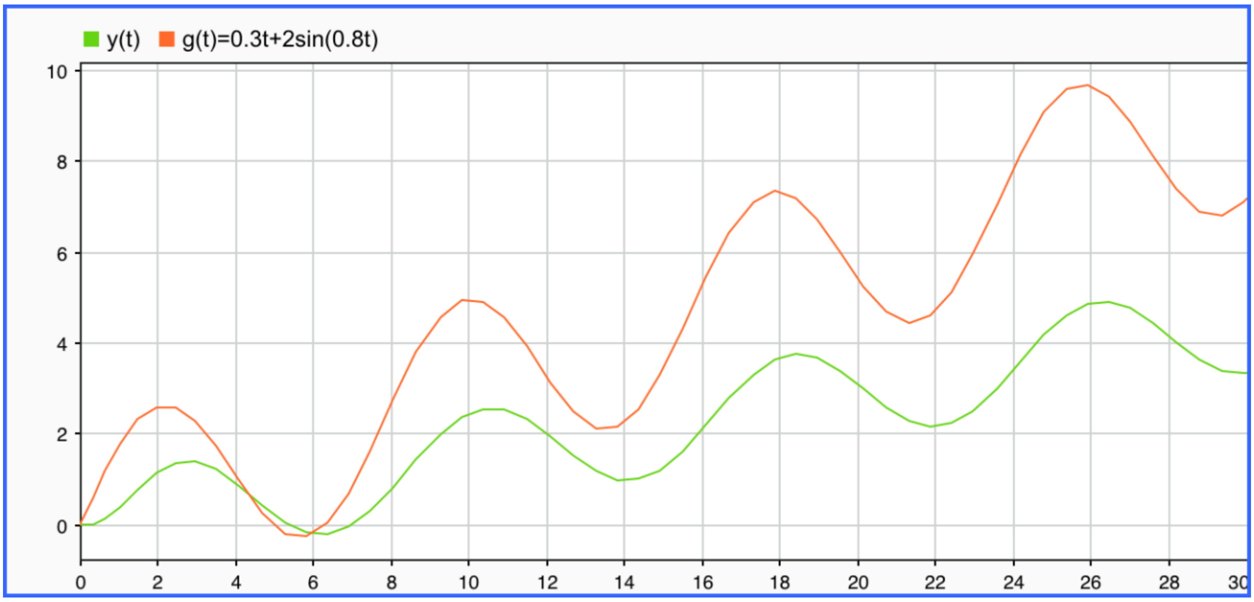

Figure 22.

Из графика видно, что значение установившейся ошибки растёт. Вероятно, это наличием во входной функции значения 0.3t, соответственно ошибка растет с линейным коэффициентом помноженном на значение синусоиды ограниченной некой амплитудой.

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{0.5s^2+s+1}{0.5s^2+s+2}$$

$$\underset{g\to e}{\dot{\mathrm{W}}}(0) = 0.25,\ \underset{g\to e}{\ddot{\mathrm{W}}}(0) = 0$$

Ряд Тейлора до трех членов:

$$\underset{g\to e}{\mathrm{W}}(s) = 0.5 + 0.25s$$

$$E(s) = 0.5G(s) + 0.25sG(s)$$

$$e_{\text{уст}} = 0.5g + 0.25\dot{g} = 0.15x + \sin(0.8t) + 0.4\cos(0.8t) + 0.075$$

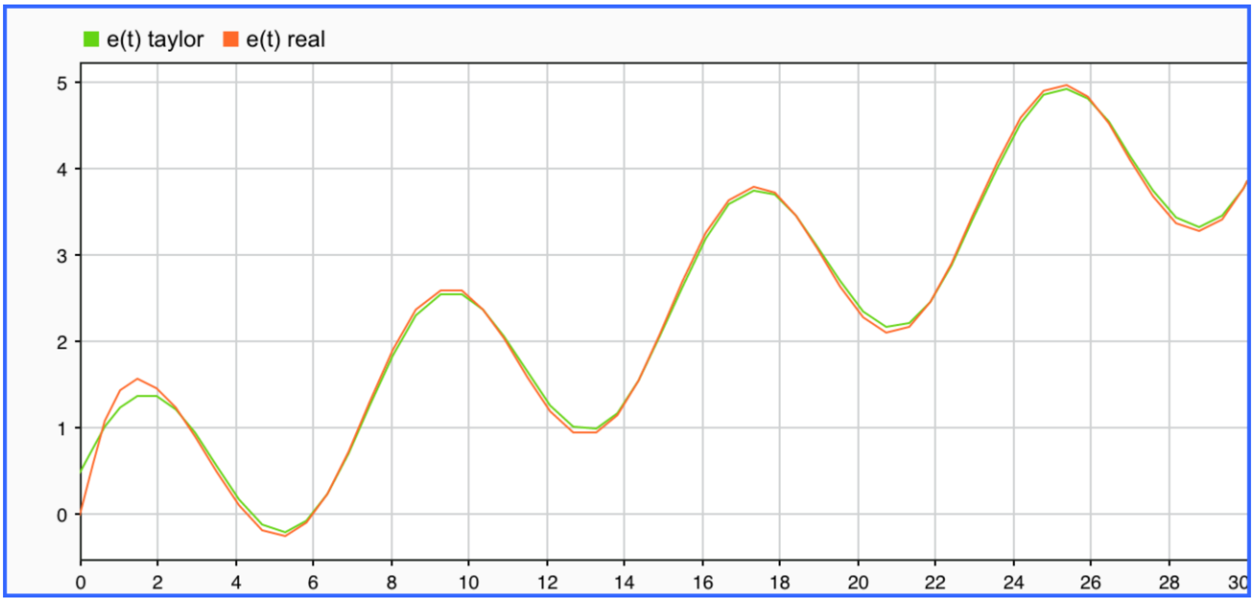

Figure 23. График зависимости установившейся ошибки

3. **Выводы**: В ходе, были исследованы системы с нулевым и первым порядком астатизма, системы с возмущением. На практике были подтверждены зависимости: если астатизм нулевого порядка, то чем больше K, тем меньше будет установившееся ошибка при входном воздействии равном константе, а если астатизм первого порядка, то установившееся ошибка будет меньше при линейном воздействии. В рассматриваемой схеме с возмущениями f_1 как бы определяет начальное значение выхода, а f_2 влияет на установившуюся ошибку. График предсказанной установившейся ошибки полностью совпал с графиком реальной ошибки из моделирования, значит способ вычисления ошибки по формуле Тейлора работает с довольно маленькой погрешностью.