Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №3 «Переходные процессы в системе. Устойчивость системы»

по дисциплине «Теория автоматического управления»

Выполнил: студенты гр. R3238
Кравченко Д. В.

Преподаватель: Перегудин А.А.,
ассистент фак. СУиР

Санкт-Петербург 2021

1. Цель работы
   Исследование переходных процессов в линейных системах второго порядка и ознакомление с аналитическим методом построения областей устойчивости линейных динамических систем.
2. Материалы работы

2.1. Свободная и вынужденная составляющая.

2.1.1. Исследование уравнения $\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = 0$. Вычисление коэффициентов a_1, a_2, $y_{\text{св}}(t)$ и $\dot{y}_{\text{св}}(t)$.

Номер экспер.	λ_1	λ_2	y_0	$\dot{y}_0$
1	-4	-3	1	0
2	-1.6+13j	-1.6-13j	1	0
3	13j	-13j	1	0
4	1.6+13j	1.6-13j	0.05	0
5	4	3	0.05	0
6	-1.2	1.2	0	0.1

Таблица 1. Корни характеристического уравнения и начальные условия.

Пример вычисления для эксперимента 1.

Сначала находим характеристическое уравнение и определяем коэффициенты.

$$(\lambda + 4)(\lambda + 3) = \lambda^2 + 7\lambda + 12, a_1 = 7, a_0 = 12.$$

Затем записываем решение однородного дифференциального уравнения и считаем производную.

$$y_{\text{св}} = c_1 e^{-4t} + c_2 e^{-3t}$$

$$\dot{y}_{\text{св}} = -4c_1 e^{-4t} + -3c_2 e^{-3t}$$

Определяем константы.

$$y(0) = c_1 + c_2 = 1, \dot{y}(0) = -4c_1 - 3c_2,\ c_1 = -3, c_2 = 4$$

Записываем ответ.

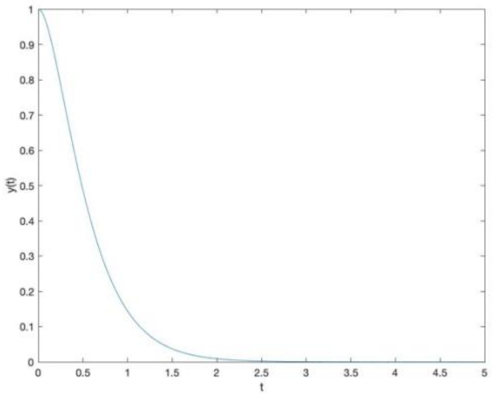
$$y_{\text{св}} = -3e^{-4t} + 4e^{-3t}$$

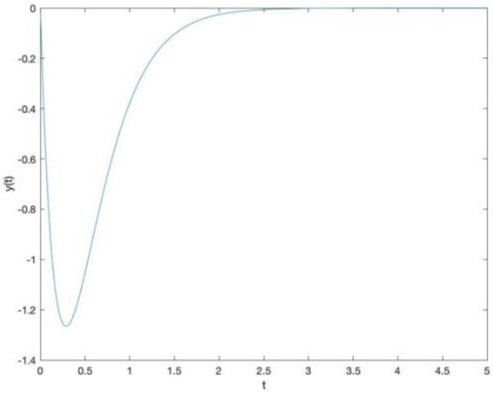
Номер экспер.	*Корни*		*Параметры сист.*		*Начальные условия*		$y_{\text{св}}(t)$
	λ_1	λ_2	α_1	α_0	y_0	$\dot{y}_0$	
1	-4	-3	*7*	*12*	*1*	*0*	$-3e^{-4t} + 4e^{-3t}$
2	-1.6+13j	-1.6-13j	*3.2*	*166.44*	*1*	*0*	$1.008 * e^{-1.6t} \sin(13t + 83°)$
3	13j	-13j	*0*	*169*	*1*	*0*	$\cos 13t$
4	1.6+13j	1.6-13j	*-3.2*	*166.44*	*0.05*	*0*	$-0.05 * e^{1.6t} \sin(13t + 83°)$
5	4	3	*-7*	*12*	*0.05*	*0*	$-0.15e^{4t} + 0.2\,e^{3t}$
6	-1.2	1.2	*0*	*-1.44*	*0*	*0.1*	$0.042e^{1.2t} - 0.042e^{-1.2t}$

Таблица 2. Результаты вычислений

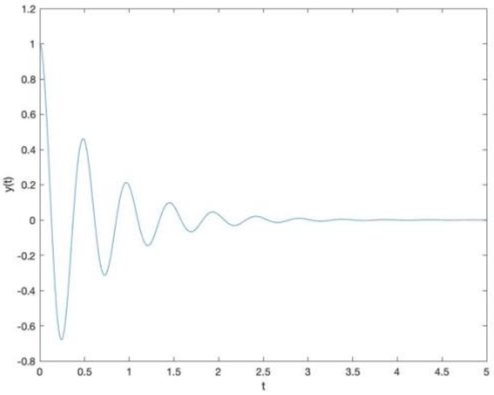
Графики $y_{св}(t)$ и $\dot{y}_{св}(t)$ для разных экспериментов.

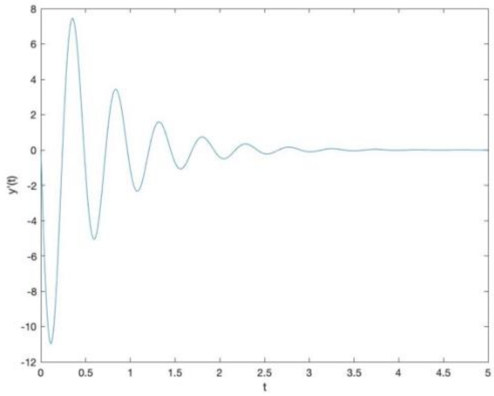
Эксперимент 1.



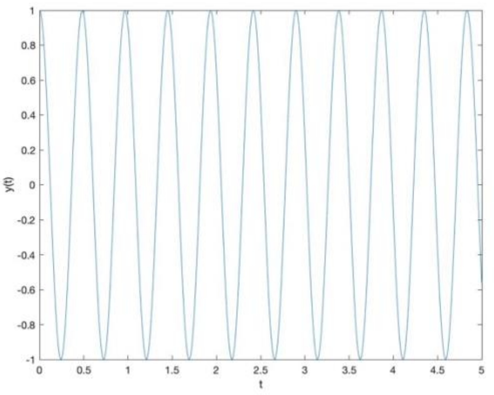


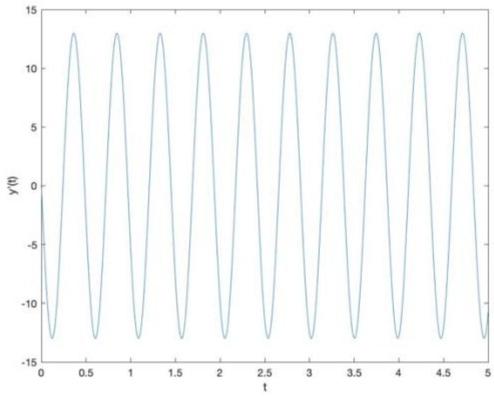
Эксперимент 2.



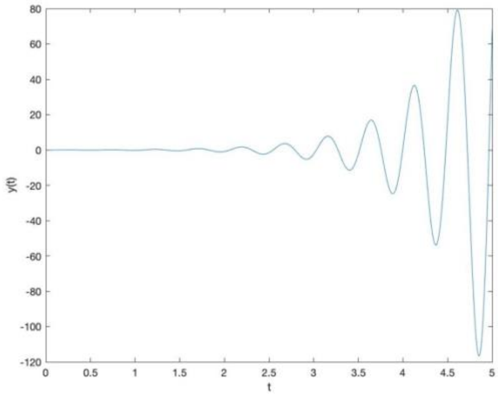


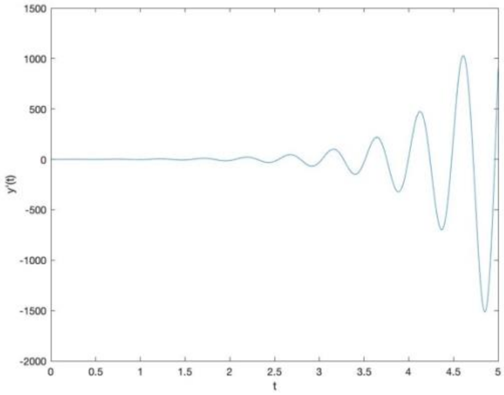
Эксперимент 3.



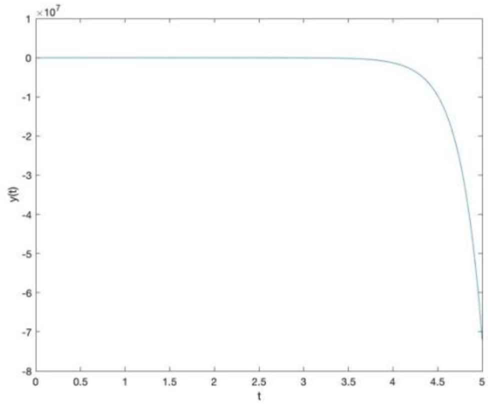


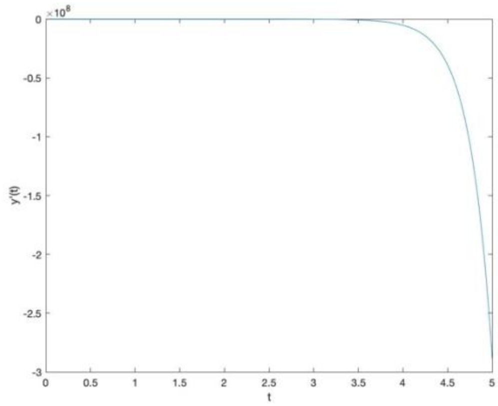
Эксперимент 4.



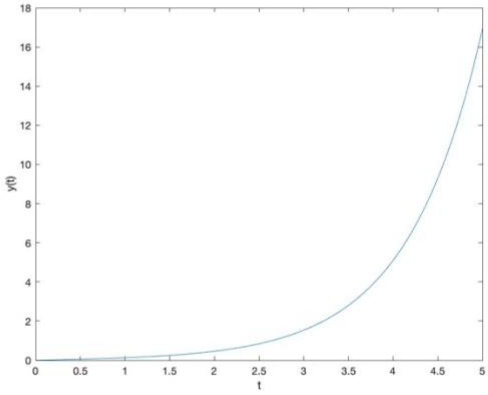


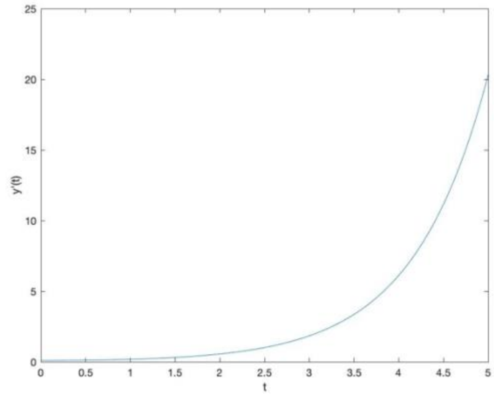
Эксперимент 5.



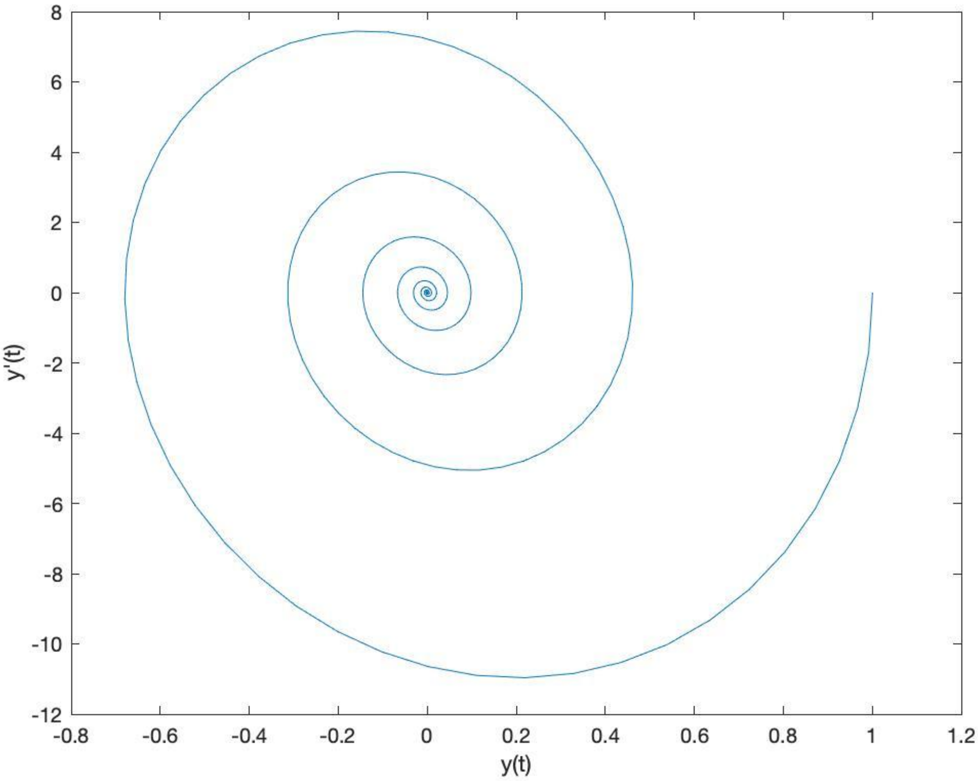


Эксперимент 6.

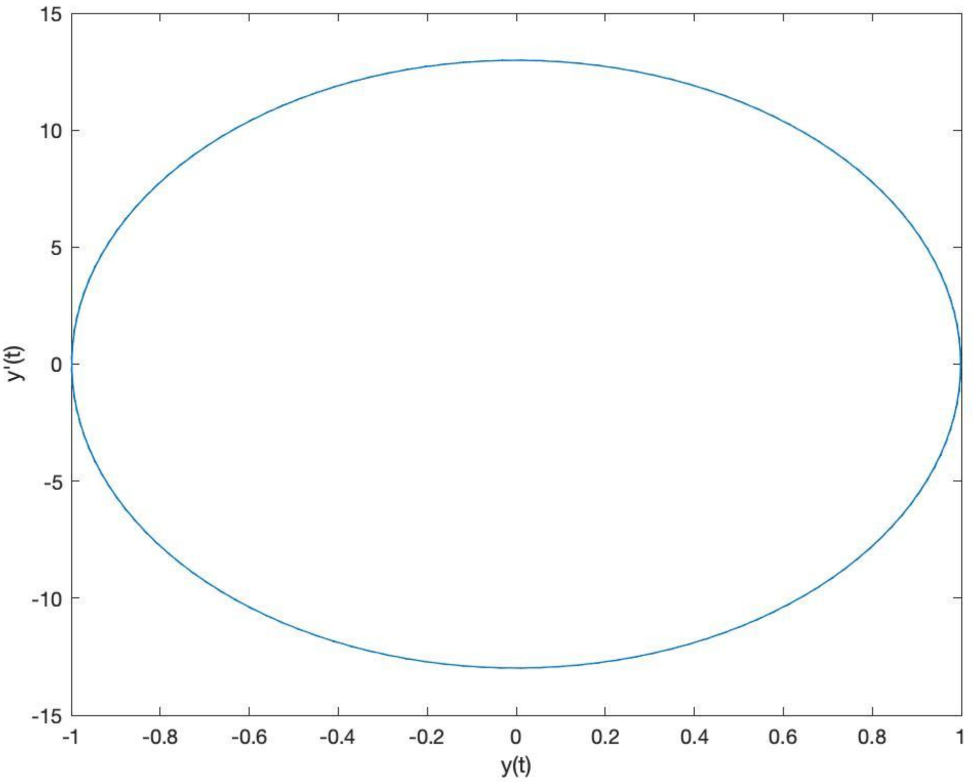




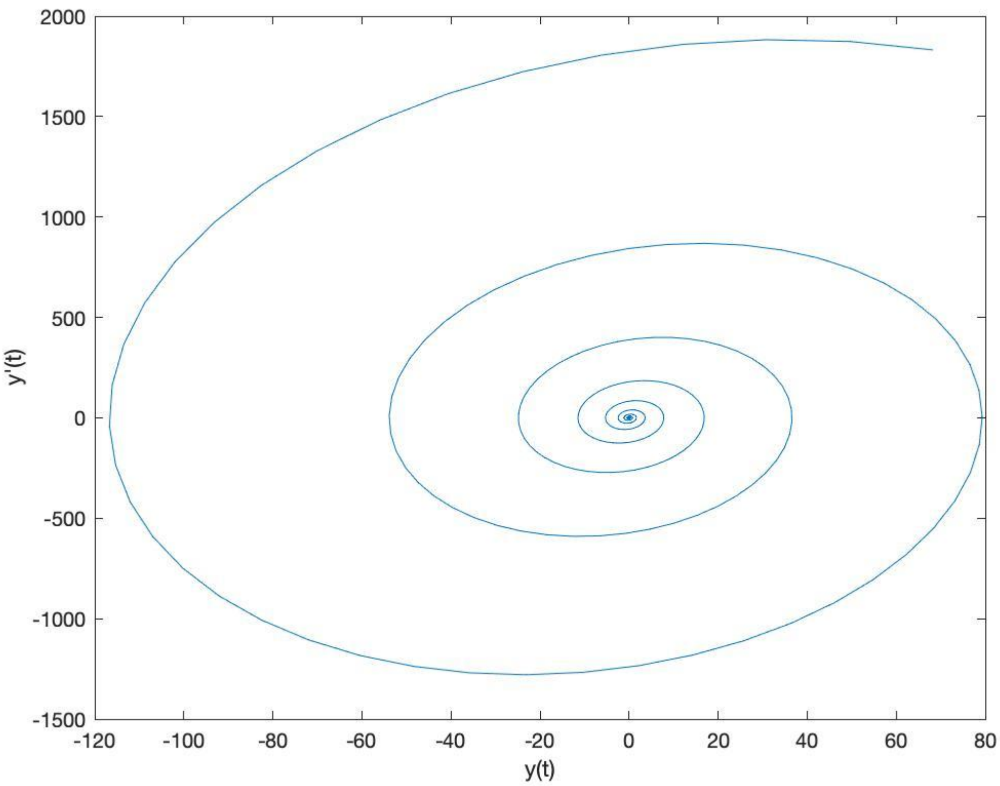
2.1.2. Фазовые траектории.



Эксперимент 2.



Эксперимент 3

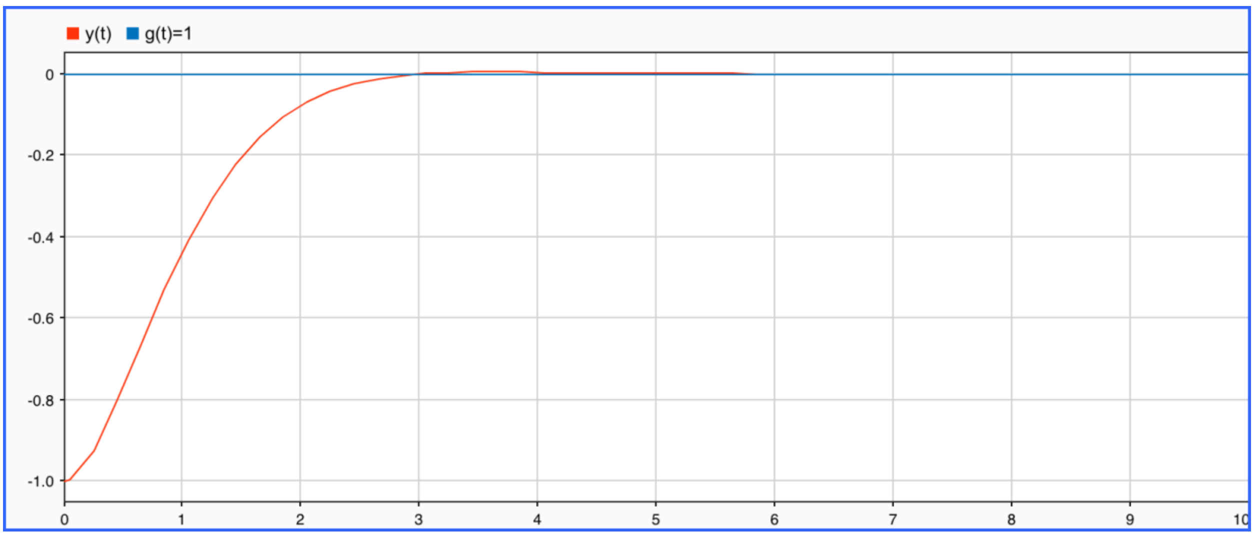


Эксперимент 4

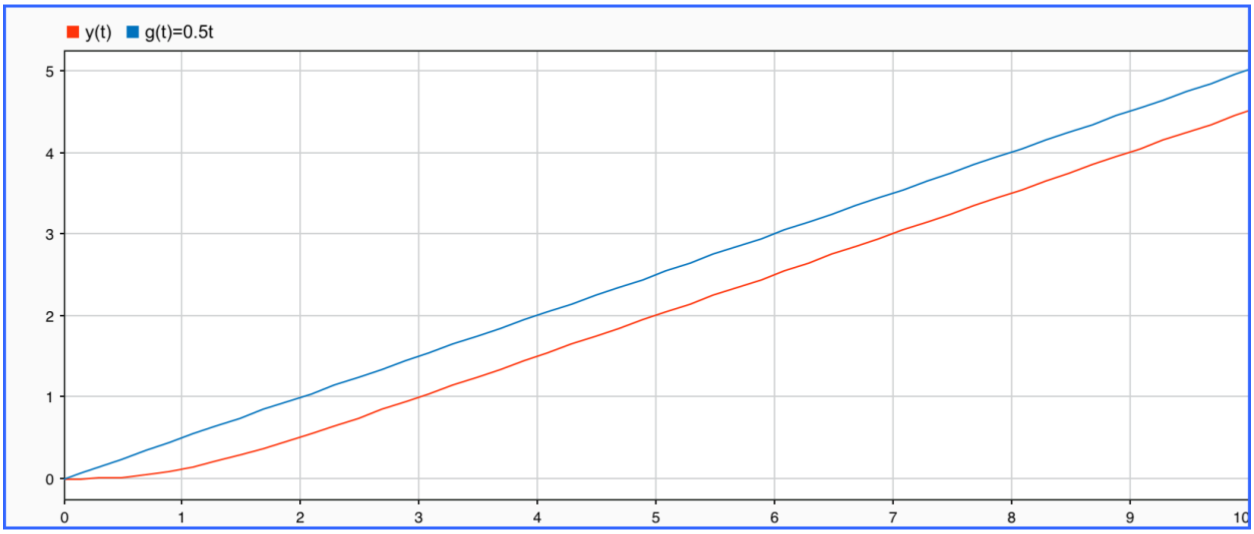
2.1.3. Вынужденное движение.

Ном эксп.	a_0	a_1	b	$\dot{y}(0)$	$y(0)$	$g(t)$
1	3	3	3	0	-1	1
2					0	$0.5t$
3					1	$\sin 2t$

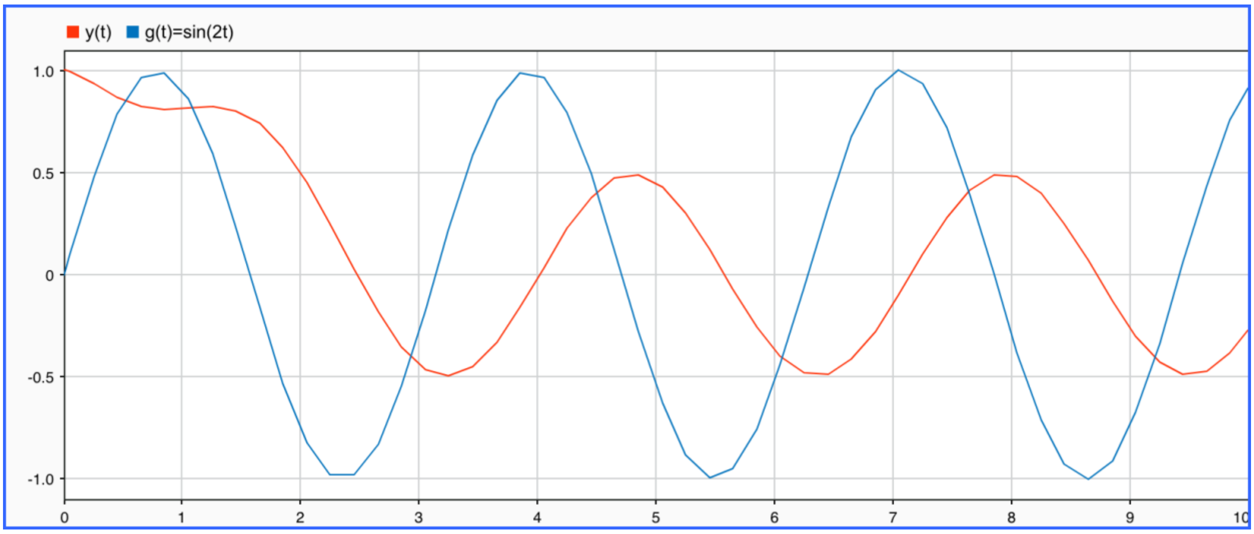
Таблица 3. Параметры системы, входное воздействие и начальные условия



Эксперимент 1.



Эксперимент 2



Эксперимент 3

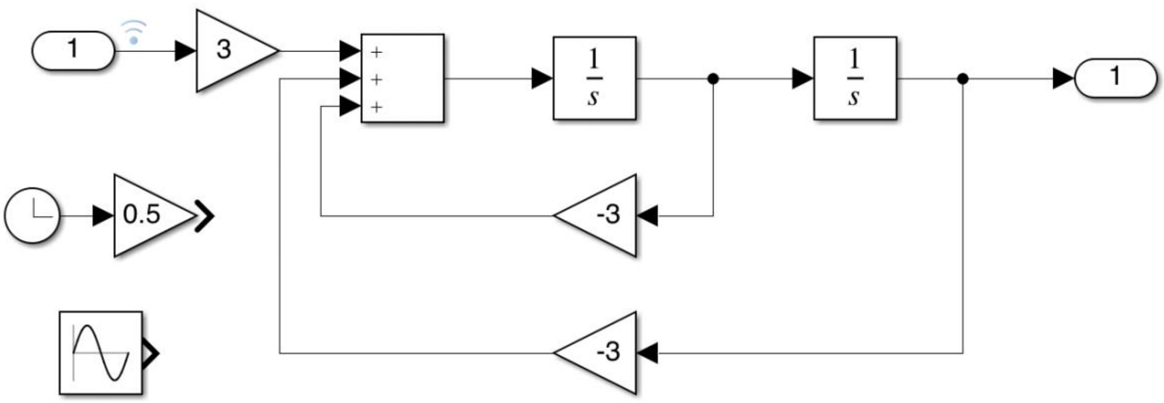


схема моделирования

2.2 Область устойчивости.

2.2.1 Расчёт T_1, T_2 и схема моделирования.

λ_1	λ_2	T_1	T_1
-4	-3	5.238	0.191

Таблица 4.

Расчет T_1 и T_2.

$$(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)s + K = T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + k = 0$$

$$(\lambda + 4)(\lambda + 4)(\lambda + \alpha) = \lambda^3 + (\alpha + 7)\lambda^2 + (7\alpha + 12)\lambda + 12\alpha$$

$$\begin{cases} T_1 T_2 = 1 \\ T_1 + T_2 = \alpha + 7 \\ 1 = 7\alpha + 12 \\ K = 12\alpha \end{cases}, \begin{cases} T_1 T_2 = 1 \\ T_1 = \frac{38}{7} - T_2 \\ \alpha = -\frac{11}{7} \\ K = -\frac{132}{7} \end{cases}, \begin{cases} T_1 = \frac{19+2\sqrt{78}}{7} \\ T_2 = \frac{19-2\sqrt{78}}{7}, \\ \alpha = -\frac{11}{7} \\ K = -\frac{132}{7} \end{cases}$$

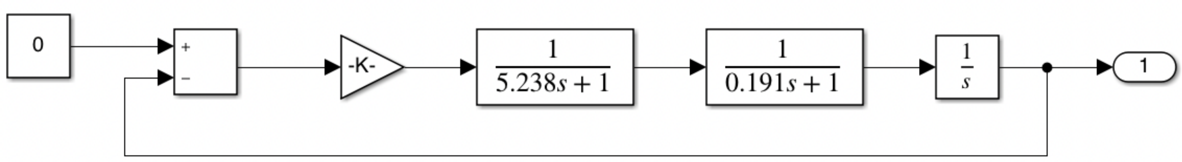


Схема моделирования

2.2.2. Аналитическая граница устойчивости в пространстве параметров К и T_1.

$$s^3 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s^2 + \frac{1}{T_1 T_2} s + \frac{k}{T_1 T_2} = 0$$

По критерию Гурвица система будет устойчива если:

$$\begin{cases} \frac{T_1+T_2}{T_1T_2} > 0 \\ \frac{1}{T_1T_2} > 0 \\ \frac{K}{T_1T_2} > 0 \\ \frac{T_1+T_2}{T_1T_2} > K \end{cases}, \begin{cases} T_1 + T_2 > 0 \\ T_1 T_2 > 0 \\ K > 0 \\ \frac{T_1+T_2}{T_1T_2} > K \end{cases}, \begin{cases} T_1 > 0 \\ T_2 > 0 \\ K > 0 \\ \frac{T_1+T_2}{T_1T_2} > K \end{cases}.$$

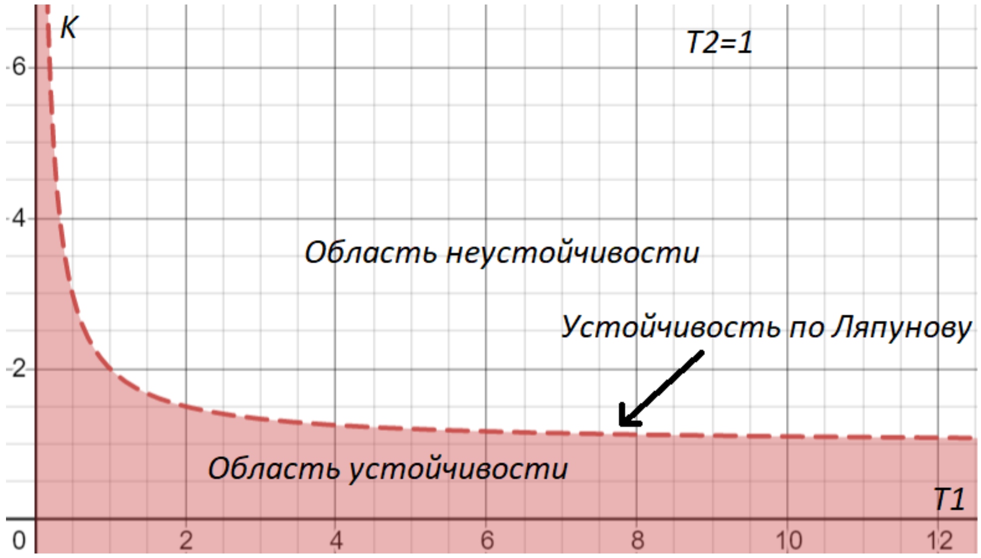


График устойчивости

2.2.3. Аналитическая граница устойчивости в пространстве параметров К и T_2.

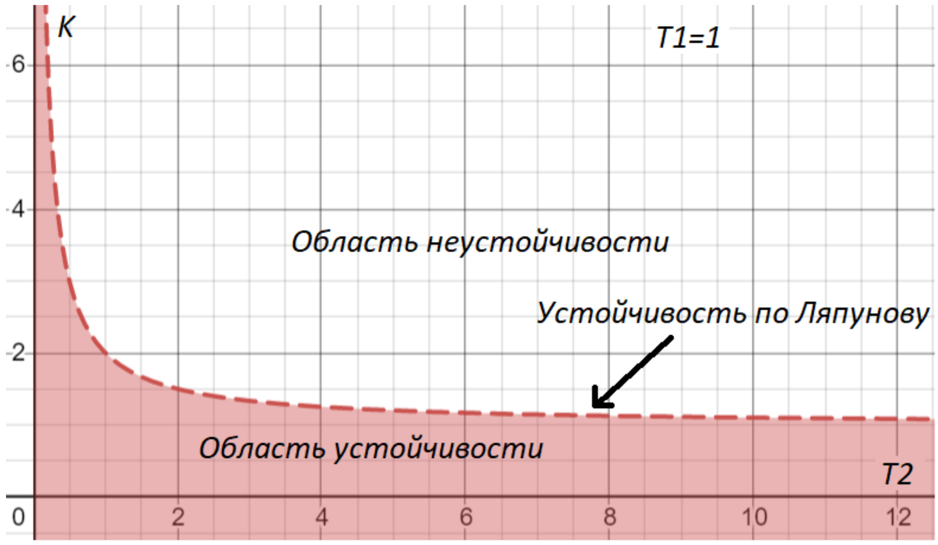


График устойчивости

3. Выводы: В ходе, выполнения данной лабораторной работы были исследованы различные системы на устойчивость. На практике был подтвержден факт: y (выход) сходится к нулю, если график на фазовой плоскости выглядит как закручивающаяся спираль. А также рассмотрена устойчивость системы третьего порядка от различных параметров.