№1.

Две партии по 100.

1 партия — 10 брака; 2 партия - 20 брака.

$A = \{$ извлечённая деталь из первой партии $\}$

$B = \{$ извлечённая деталь — брак $\}$

$P(A) = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$ $\quad P(B) = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$

$$P(A \cap B) = \frac{\langle \text{к-во брак. дет. из 1 партии} \rangle}{200} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{40}$

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ => события зависимы, это следует из определения независ-ти.

Ответ: события A и B зависимы.

$D\{x \geq 0;\ y \geq 0;\ y \leq 4 - x^2\}$

Значит $0 \leq x \leq 2,\quad 0 \leq y \leq 4 - x^2$

Найдём площадь огр-ой области D:

$$S = \int_0^2 (4 - x^2)\,dx = 4 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

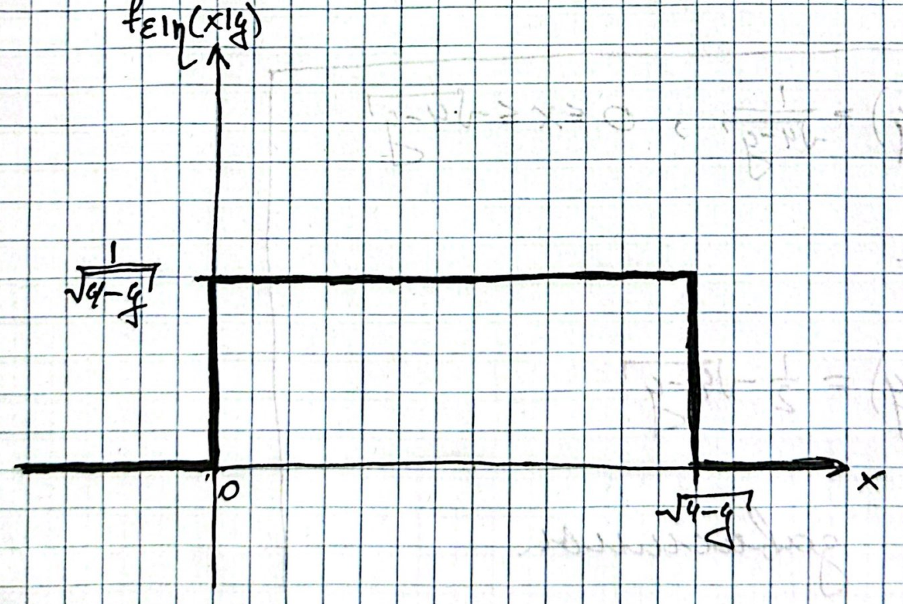
$$f_{\varepsilon,\eta}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{16}, & 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 4 - x^2 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$f_\varepsilon(x) = \int_0^{4-x^2} f_{\varepsilon,\eta}(x,y)\,dy = \frac{3}{16}\cdot(4 - x^2),\quad 0 \leq x \leq 2$$

$$f_\eta(y) = \int_0^{\sqrt{4-y}} \frac{3}{16}\,dx = \frac{3}{16}\cdot\sqrt{4-y},\quad 0 \leq y \leq 4$$

$$f_{\varepsilon|\eta}(x|y) = \frac{f_{\varepsilon,\eta}(x,y)}{f_\eta(y)} = \frac{3}{16}\cdot\frac{16}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{4-y}} = \frac{1}{\sqrt{4-y}},$$

при $0 \leq x \leq \sqrt{4-y},\ 0 \leq y \leq 4$



$$E(\varepsilon) = \int_0^2 x \cdot f_\varepsilon(x)\,dx = \int_0^x x \cdot \frac{3}{16} \cdot (4-x^2)\,dx = \frac{3}{16} \cdot \int_0^2 (4x - x^3)\,dx$$

$$E(\varepsilon) = \frac{3}{16} \cdot (8-4) = \frac{3}{4}$$

$$E(\varepsilon|\eta=y) = \int_0^{\sqrt{4-y}} x \cdot f_{\varepsilon|\eta}(x|y)\,dx = \int_0^{\sqrt{4-y}} x \cdot \frac{1}{\sqrt{4-y}}\,dx$$

$$E(\varepsilon|\eta=y) = \frac{1}{\sqrt{4-y}} \left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{\sqrt{4-y}} = \frac{1}{\sqrt{4-y}} \cdot \frac{4-y}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4-y}$$

Проверим на независимость:

$$f_{\varepsilon,\eta}(x,y) = \frac{3}{16}$$

$$f_\varepsilon(x) \cdot f_\eta(y) = \frac{3}{16}(4-x^2) \cdot \frac{3}{16} \cdot \sqrt{4-y} = \frac{9}{256}(4-x^2)\sqrt{4-y}$$

$f_{\varepsilon,\eta}(x,y) \neq f_\varepsilon(x) \cdot f_\eta(y) \Rightarrow \varepsilon$ и η зависимы.

Ответ: $f_{\varepsilon,\eta}(x|y) = \frac{1}{\sqrt{4-y}}$, $0 \le x \le \sqrt{4-y}$

$E(\varepsilon) = \frac{3}{4}$

$E(\varepsilon|\eta=y) = \frac{1}{2}\sqrt{4-y}$

ε и η зависимы.