

1. Найти вероятность того, что среди 13 карт, наугад выбранных из колоды в 52 карты, имеется ровно две карты красной масти. Сравнить найденную вероятность с соответствующей вероятностью для испытаний Бернулли, т. е. когда выбранная карта опять возвращается в колоду.

1) Без возвращения
$$P = \frac{C_{26}^2 \cdot C_{26}^{11}}{C_{52}^{13}} = \frac{325 \cdot 7726160}{635013559600} \approx 0,003954$$

2) с возвращением:
$$p = \frac{26}{52} = 0,5 - \text{вер-ть красной в одном извлечении}$$

$$n = 13 - \text{число испытаний}$$

$$P = C_{13}^2 \cdot 0,5^2 \cdot 0,5^{11} = \frac{78}{8192} \approx 0,009521$$

Ответ: 1) 0,00395 2) 0,00952

вероятность без возвращения меньше, т.к. после извлечения красной карты доля красных в колоде уменьшается, и количество всего 2 красные менее вероятно, чем при повторной вероятности 0,5.

2. Какова вероятность того, что дни рождения шести случайных людей приходятся на какие-либо два месяца, оставляя ровно десять месяцев свободными?

12^6 - всего способов распределить 6 независимых рождений.

C_{12}^2 - способов выбрать 2 месяца

$2^6 - 2$ - число функций в 2 значения.

$$P = \frac{C_{12}^2 \cdot 62}{12^6} \approx 0,00137 \quad \text{Ответ: } 0,00137.$$

3. Книга в 300 страниц содержит 100 опечаток. Найти вероятность того, что на заданной странице окажется не менее трёх опечаток.

Опечатки очень редки и равномерно распределены \Rightarrow число опечаток на странице моделируем пуассоновским законом с параметром: $\lambda = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x=0) - P(x=1) - P(x=2) = 1 - e^{-\lambda} \cdot (1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2}) = 1 - e^{-\frac{1}{3}} \cdot (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}) \approx 0,009818 \quad \text{Ответ: } 0,009818.$$