

Сторона квадрата

На отрезке $[4, 9]$ наудачу выбирается точка. Случайная величина a определяется как длина стороны квадрата площади, равной координате выбранной точки.

1. Постройте вероятностное пространство для координаты выбранной точки
2. Определите случайную величину - длину стороны квадрата
3. Найдите функцию распределения и плотность распределения длины стороны
4. Постройте графики функции распределения и плотности
5. Найдите математическое ожидание и дисперсию длины стороны

1) $(\Omega; \mathcal{F}; P)$

Борелевская сигма-алгебра.

$$\Omega = [4; 9]; \quad \mathcal{F} = \mathcal{B}(\Omega); \quad P(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [4; 9] \\ 0, & x \in (-\infty; 4) \cup (9; +\infty) \end{cases}$$

2) $L = \sqrt{x} \quad L \in [\sqrt{4}; \sqrt{9}] \Rightarrow L \in [2; 3]$

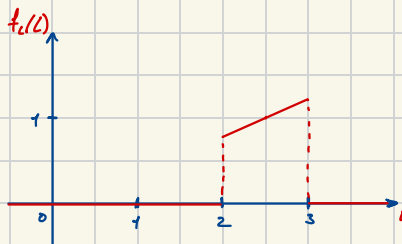
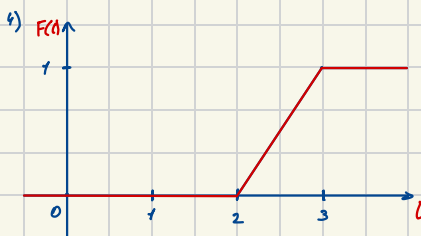
3) равномерное распределение:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 4 \\ \frac{x-4}{5}, & 4 \leq x \leq 9 \\ 1, & x > 9 \end{cases}$$

$$F_L(l) = \begin{cases} 0, & l < 2 \\ \frac{l-2}{1}, & 2 \leq l \leq 3 \\ 1, & l > 3 \end{cases}$$

$$f_L(l) = \begin{cases} \left(\frac{l^2-4}{5}\right)', & l \in [2; 3] \\ 0, & l \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty) \end{cases}$$

$$f_L(l) = \begin{cases} \frac{2}{5}l, & l \in [2; 3] \\ 0, & l \notin [2; 3] \end{cases}$$



5) $E[L] = E[\sqrt{x}] = \int_4^9 \sqrt{x} \cdot \frac{1}{5} dx = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right) \Big|_4^9 = \frac{2}{15} \cdot \left(\frac{27}{2} - 4^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{15} \cdot (27 - 8) = \frac{38}{15} = 2\frac{8}{15}$

$$D[L] = D[\sqrt{x}] = E[x] - E^2[\sqrt{x}] = \int_4^9 x \cdot \frac{1}{5} dx - \left(\frac{38}{15}\right)^2 = \frac{3^2 - 4^2}{10} - \frac{38^2}{15^2} = \frac{5 \cdot 13}{10} - \frac{38^2}{15^2} = \frac{13}{2} - \frac{36^2}{450} = \frac{2925 - 2828}{450} = \frac{97}{450}$$