

# Сторона квадрата

На отрезке  $[4, 9]$  наудачу выбирается точка. Случайная величина  $a$  определяется как длина стороны квадрата площади, равной координате выбранной точки.

- Постройте вероятностное пространство для координаты выбранной точки
- Определите случайную величину - длину стороны квадрата
- Найдите функцию распределения и плотность распределения длины стороны
- Постройте графики функции распределения и плотности
- Найдите математическое ожидание и дисперсию длины стороны

1)  $(\Omega; \mathcal{F}; P)$

$$\Omega = [4; 9]; \quad \mathcal{F} = \mathcal{B}(\Omega); \quad P(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [4; 9] \\ 0, & x \in (-\infty; 4) \cup (9; +\infty) \end{cases}$$

Бареневская система-алгебра.

$$2) L = \sqrt{x} \quad L \in [\sqrt{4}; \sqrt{9}] \Rightarrow L \in [2; 3]$$

3) равномерное распределение:

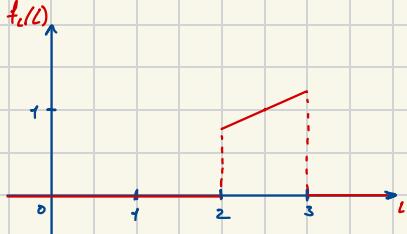
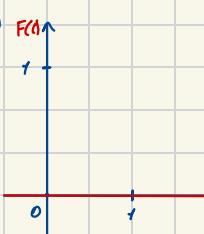
$$F_x(x) = \begin{cases} 0, & x < 4 \\ \frac{x-4}{5}, & 4 \leq x < 9 \\ 1, & x \geq 9 \end{cases}$$

$$F_L(l) = \begin{cases} 0, & l < 2 \\ \frac{l^2-4}{5}, & 2 \leq l < 3 \\ 1, & l \geq 3 \end{cases}$$

$$f_L(l) = \begin{cases} \left(\frac{l^2-4}{5}\right)^{\frac{1}{2}}, & l \in [2; 3] \\ 0, & l \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty) \end{cases}$$

$$f_L(l) = \begin{cases} \frac{2}{5}l, & l \in [2; 3] \\ 0, & l \notin [2; 3] \end{cases}$$

4)



$$5) E[L] = E[\sqrt{x}] = \int_4^9 \sqrt{x} \cdot \frac{1}{5} dx = \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_4^9 = \frac{2}{15} \cdot (9^{\frac{3}{2}} - 4^{\frac{3}{2}}) = \frac{2}{15} \cdot (27 - 8) = \frac{38}{15} = 2\frac{8}{15}$$

$$D[L] = D[\sqrt{x}] = E[x] - E^2[\sqrt{x}] = \int_4^9 x \cdot \frac{1}{5} dx - \left( \frac{38}{15} \right)^2 = \frac{9^2 - 4^2}{10} - \frac{38^2}{15^2} = \frac{5 \cdot 13}{10} - \frac{38^2}{15^2} = \frac{13}{2} - \frac{38^2}{15^2} = \frac{29 \cdot 25 - 2888}{450} = \frac{33}{450}$$