

Aéro 2 — Analyse numérique (Ma 223, 2020-2021)

TP 1 — Méthode de Gauss pour la résolution de systèmes linéaires

1 Introduction

Dans ce TP, on va écrire des fonctions simples permettant d'appliquer l'algorithme de Gauss pour résoudre des systèmes.

Pour ce faire, on utilisera Python et en particulier la librairie `numpy`.

2 L'algorithme de Gauss

Dans un premier temps, on va programmer la version simple de la méthode de Gauss, sans interversion de lignes, ni interversion de colonnes, autrement dit, sans choix de pivot.

Question 1

Programmer une fonction `ReductionGauss(Aaug)` qui rend la matrice obtenue après l'application de la méthode de Gauss à \tilde{A} , une matrice augmentée de format $(n, n + 1)$.

Question 2

Programmer une fonction `ResolutionSystTriSup(Taug)` qui rend la solution d'un système $TX = B$, où T est triangulaire supérieure. L'argument fourni à la fonction est la matrice augmentée de ce système `Taug`, de format $(n, n + 1)$.

Question 3

Programmer une fonction `Gauss(A,B)` qui rend la solution d'un système $AX = B$ (B un vecteur colonne) en utilisant les fonctions programmées précédemment.

Question 4

Tester la résolution de $AX = B$, en prenant des matrices A et B aléatoires. On pourra par exemple, tester pour des matrices de taille 10, 100, 500.

On pourra présenter un tableau (voire une courbe) des temps de calcul pour différentes valeurs de n .

On pourra aussi donner une estimation de l'erreur commise, en considérant par exemple la valeur de $\|AX - B\|$ pour la solution X calculée.

3 Décomposition LU

Question 1

Programmer une fonction `[L,U]=DecompositionLU(A)` qui rend la décomposition LU d'une matrice carrée A (on adaptera pour ce faire la fonction `ReductionGauss(A)`).

Question 2

Programmer une fonction `ResolutionLU(L,U,B)` qui rend la solution d'un système $AX = B$ (avec la décomposition de $A = LU$ fourni en argument).

4 Variantes de l'algorithme de Gauss

Question 1

Programmer une fonction `GaussChoixPivotPartiel(A,B)` pour résoudre $AX = B$ avec choix de pivot partiel. C'est-à-dire que l'on utilise des échanges de lignes, de sorte que le pivot soit choisi de plus grand module possible au sein de la colonne.

Question 2

Programmer une fonction `GaussChoixPivotTotal(A,B)` qui rend la solution d'un système $AX = B$ (B un vecteur colonne) avec la méthode de Gauss avec choix de pivot total.