|  |  |
| --- | --- |
| Группа М3306 | К работе допущен 23.11.2025 |
| Студенты . | Работа выполнена 29.11.2025 |
| Преподаватель Кокурина | Отчет принят |

Рабочий протокол и отчет по  
лабораторной работе № 5

# НАЧАЛА КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ 2

Вариант 13

## 1. Цели работы

Самостоятельно научиться собирать квантовые схемы с использованием управляемых двух- и трёхкубитных вентилей, а также разрабатывать на их основе простые квантовые алгоритмы.

## 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Построить и настроить многокубитные квантовые цепи, используя различные типы квантовых вентилей, в том числе управляемые.
2. Выполнить симуляцию построенных квантовых схем, зафиксировать полученные результаты измерений (распределения вероятностей, гистограммы и т.п.).
3. Сравнить результаты симуляции с ожидаемыми теоретическими распределениями и сделать выводы о корректности работы построенных квантовых схем.

## 3. Объект исследования.

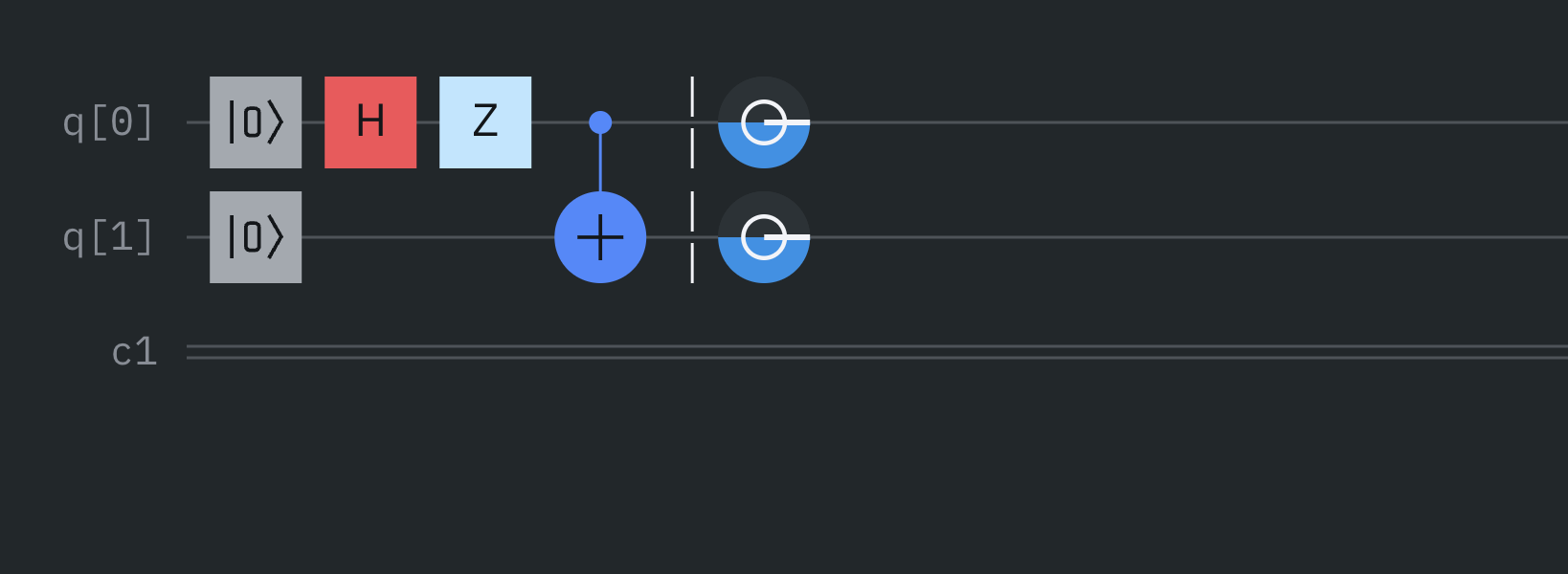
Квантовый компьютер и вероятностные распределения состояний, возникающие при выполнении многокубитных квантовых цепей.

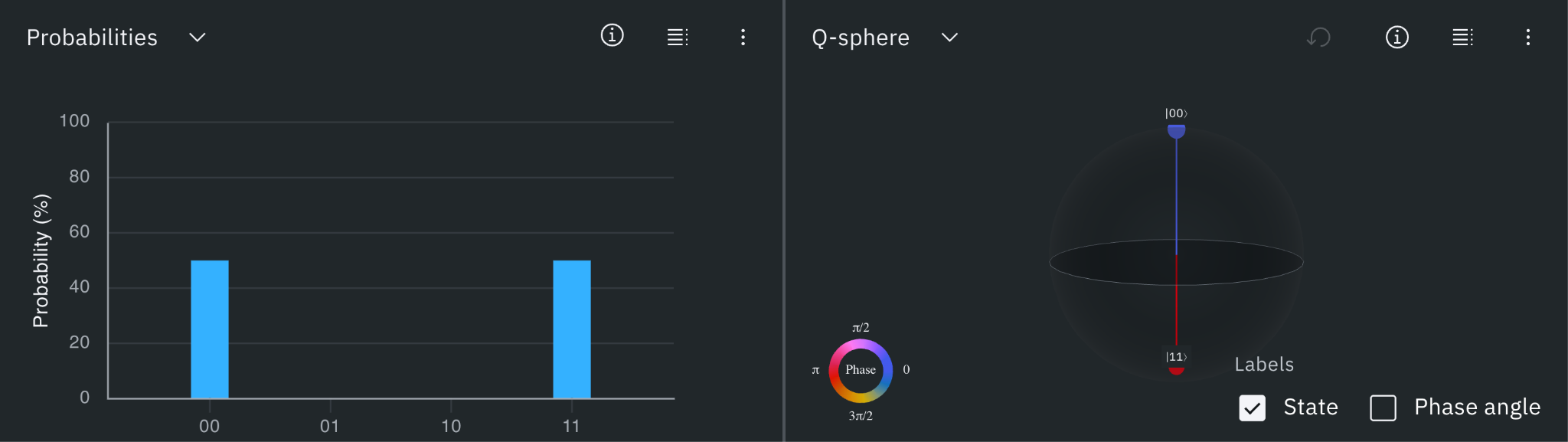
## 4. Метод экспериментального исследования.

Пошаговое добавление различных квантовых вентилей в схему, последующее моделирование работы собранных цепей и анализ полученных результатов измерений.

## Упражнение 3

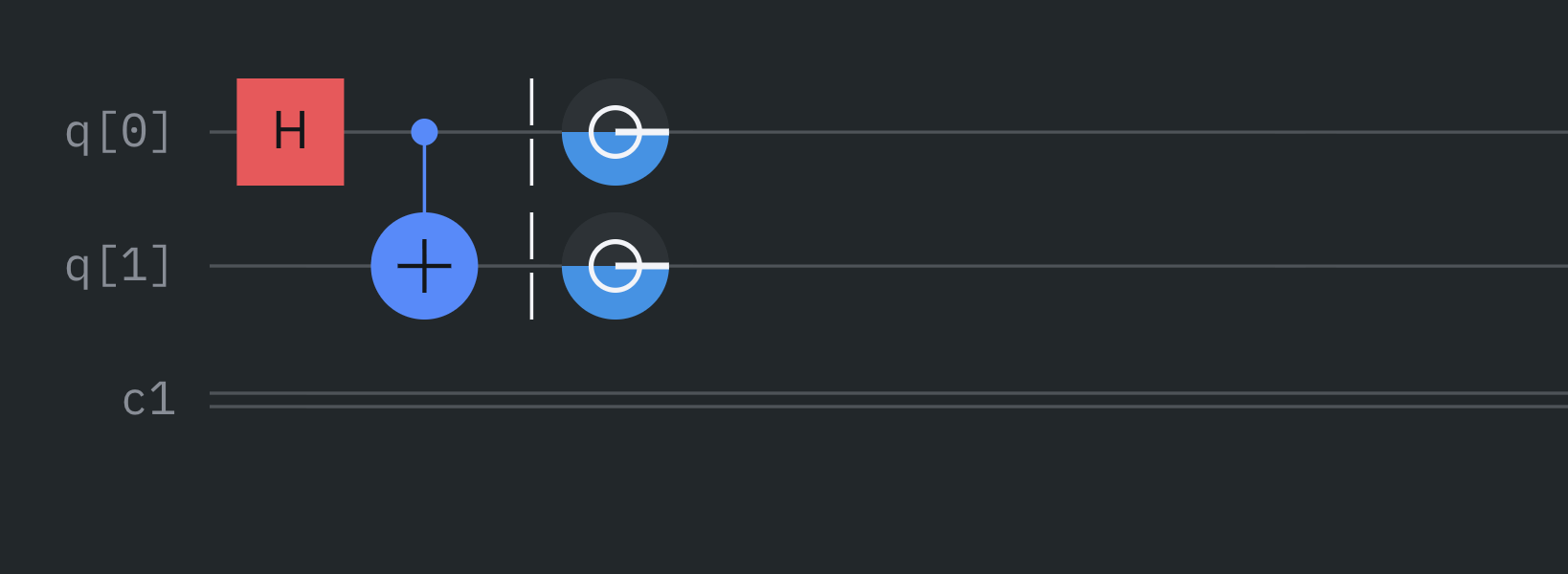
### п1

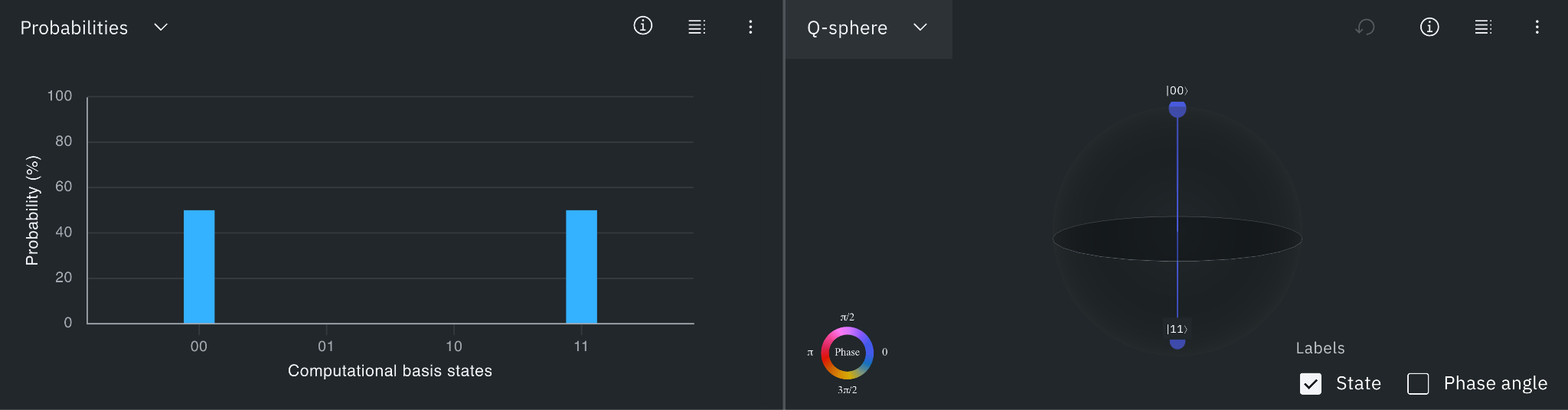




|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shots | 00 Q | 01 Q | 10 Q | 11 Q | 00 F | 01 F | 10 F | 11 F |
| 1024 | 504 | 520 | 0 | 0 | .492188 | 0 | 0 | .507813 |

### п2



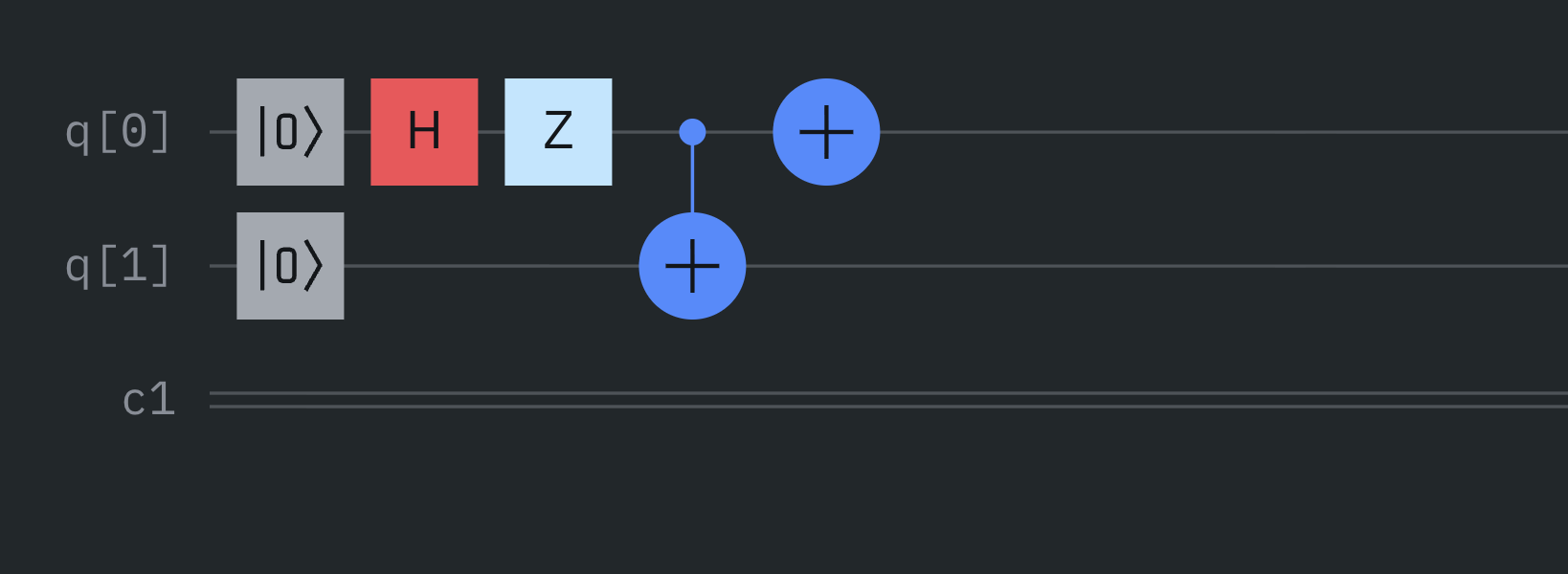


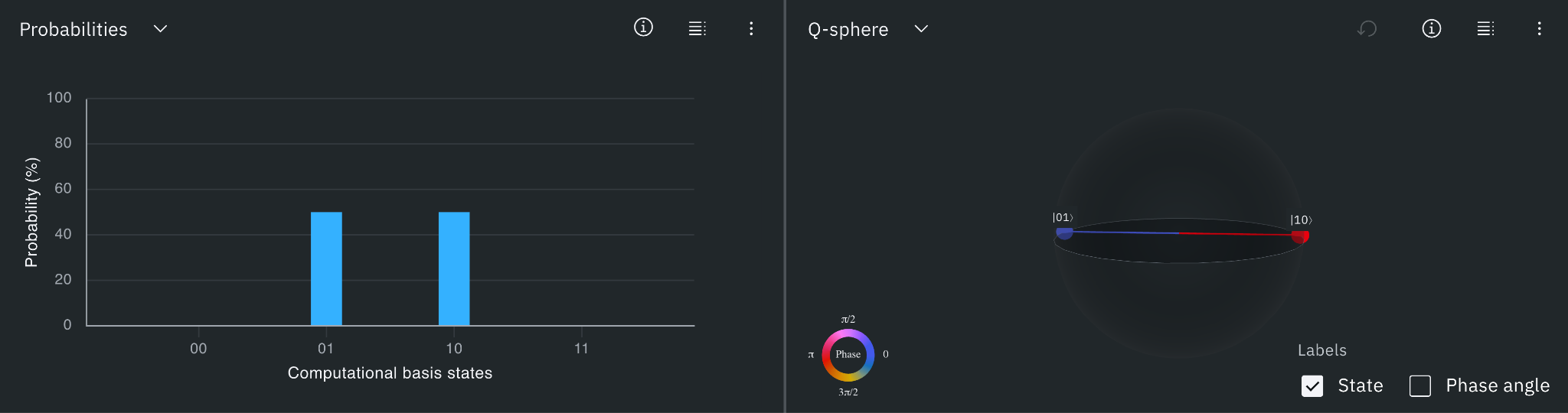
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shots | 00 Q | 01 Q | 10 Q | 11 Q | 00 F | 01 F | 10 F | 11 F |
| 1024 | 485 | 0 | 0 | 539 | .473633 | 0 | 0 | .526367 |

Вентиль H создаёт суперпозицию состояний кубита:

Вентиль X инвертирует состояние кубита. Например, для уже подготовленной суперпозиции:

### п3

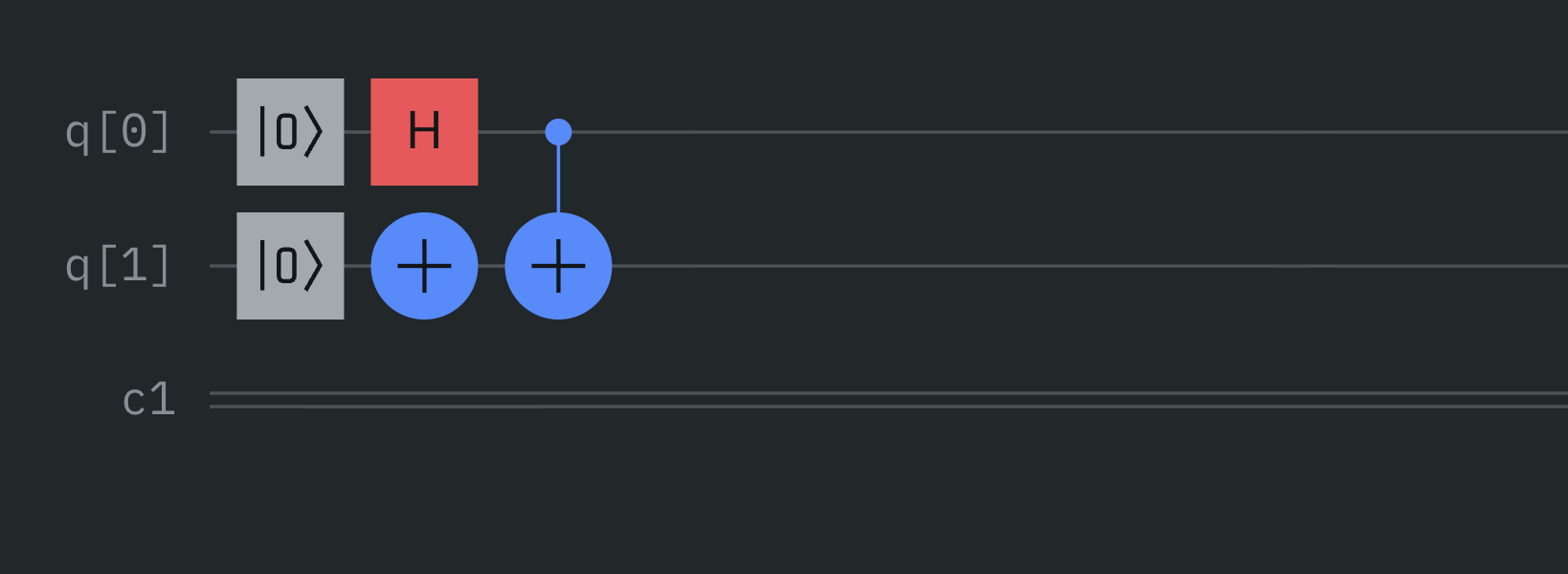


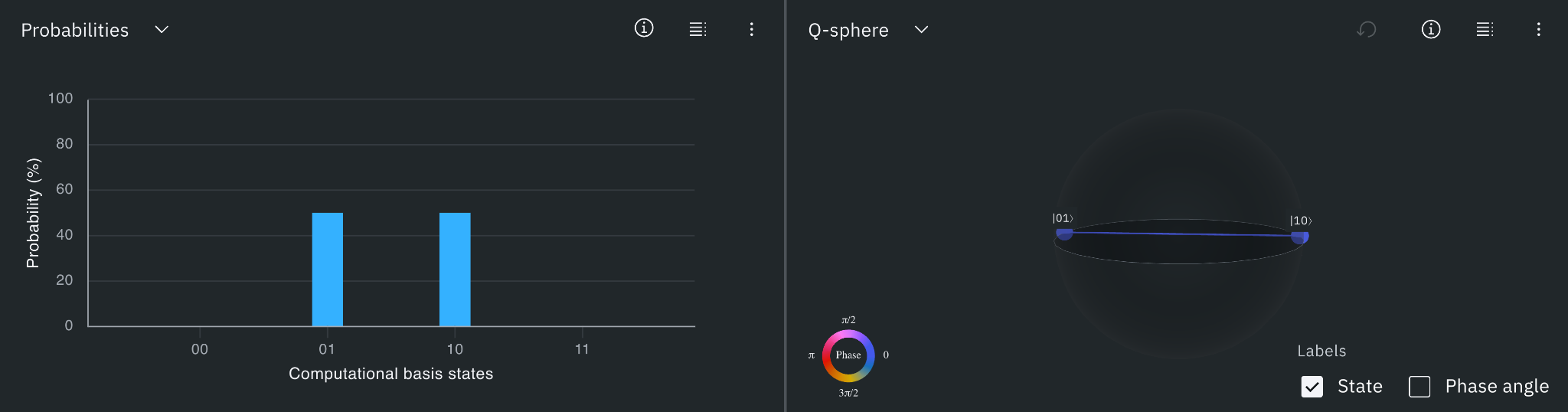


|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shots | 00 Q | 01 Q | 10 Q | 11 Q | 00 F | 01 F | 10 F | 11 F |
| 1024 | 0 | 548 | 476 | 0 | 0 | .535156 | .464844 | 0 |

1. H:
2. Z:
3. CX:
4. X:

### п4





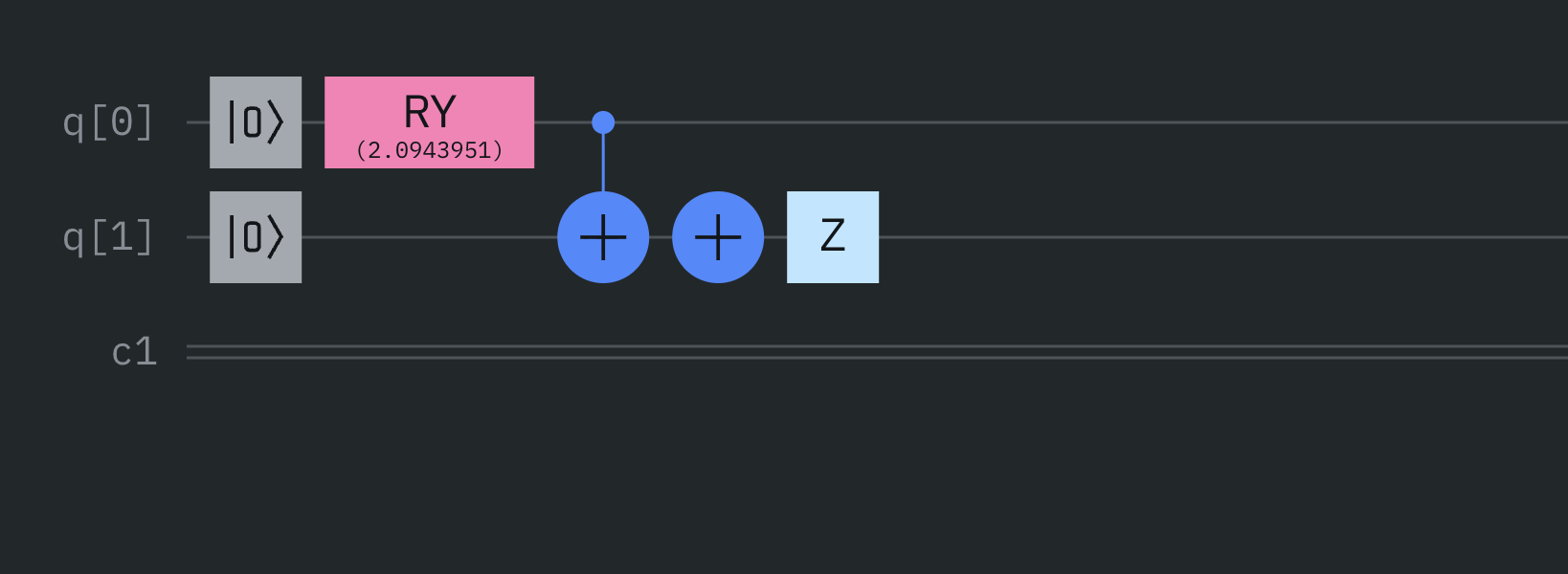
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shots | 00 Q | 01 Q | 10 Q | 11 Q | 00 F | 01 F | 10 F | 11 F |
| 1024 | 0 | 511 | 513 | 0 | 0 | .499023 | .500977 | 0 |

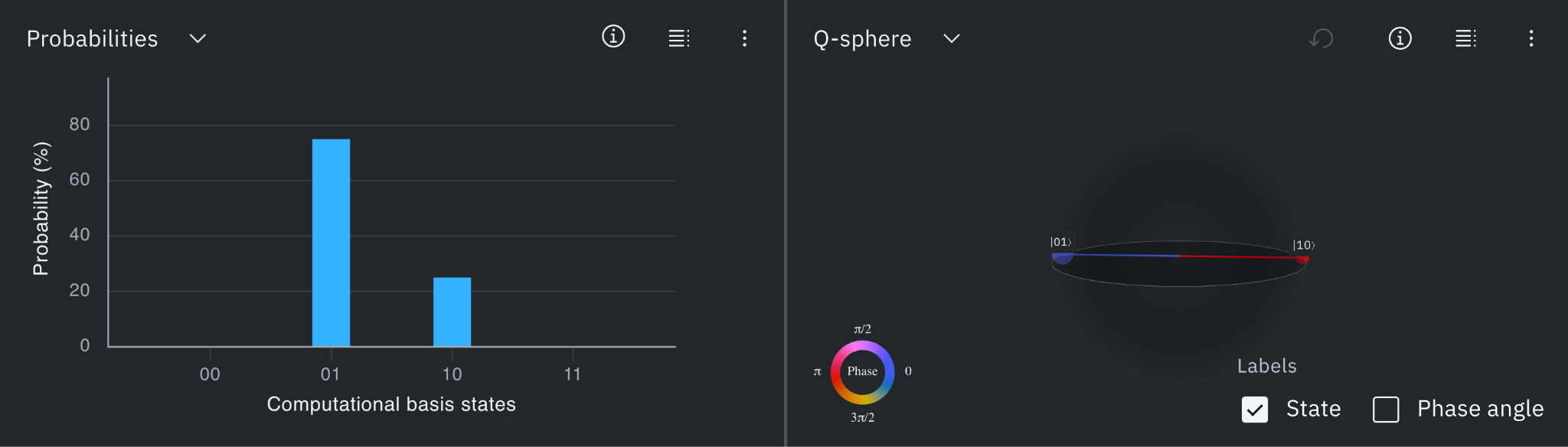
1. H:
2. CX:

### 

### п5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Состояние кубитов |  |  |
| 13 |  | 25 | 75 |





|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shots | 00 Q | 01 Q | 10 Q | 11 Q | 00 F | 01 F | 10 F | 11 F |
| 1024 | 0 | 263 | 761 | 0 | 0 | .256836 | .743164 | 0 |

#### Применение оператора к кубиту ()

Оператор поворота отвечает за вращение состояния кубита вокруг оси на угол . Его матричное представление имеет вид:

(не обращайте внимание на черту это матрица к сожалению в google docs не получилось без)

Если применить оператор к начальному состоянию кубита , равному , получим:

Обозначим для удобства:

Тогда состояние кубита после действия оператора запишется как:

Поскольку второй кубит системы находится в состоянии , общее двухкубитное состояние принимает вид:

#### Применение оператора

Контролируемый оператор (CX) использует кубит в качестве управляющего, а кубит — в качестве целевого. Оператор меняет состояние целевого кубита только тогда, когда управляющий находится в состоянии :

Применяя (CX) к состоянию системы, получаем:

#### Применение оператора к кубиту

Вентиль (NOT) инвертирует базисные состояния:

Выполняя операцию над , получаем новое состояние:

#### Применение оператора к кубиту

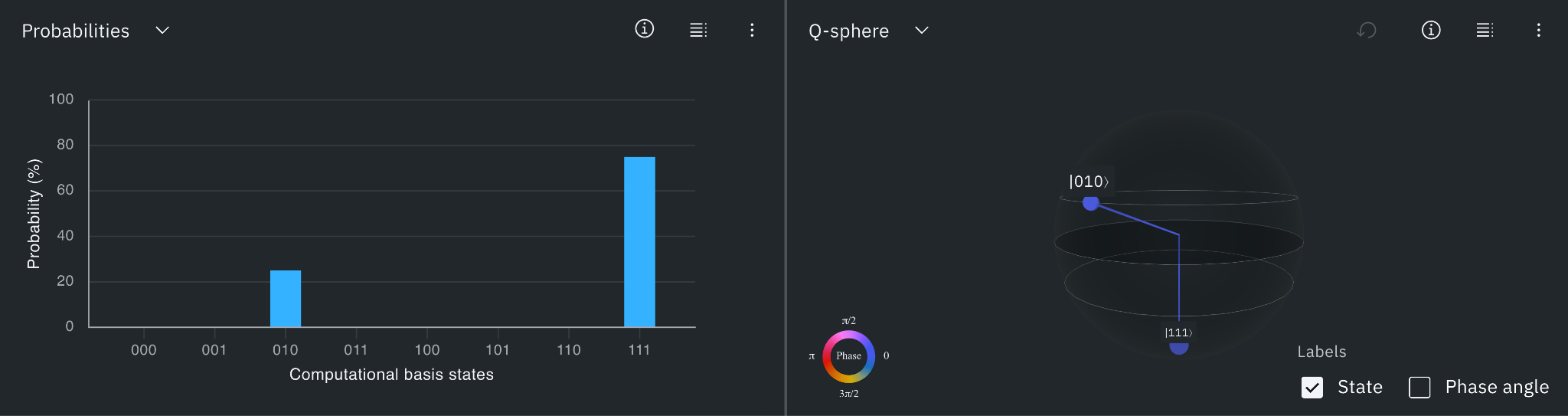
Вентиль изменяет знак амплитуды у состояния , не затрагивая :

После применения к система переходит в состояние:

### п6

(вариант 13)





|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shorts | type | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |
| 1024 | Q | 0 | 0 | 452 | 0 | 0 | 0 | 0 | 572 |
| 1024 | F | 0 | 0 | .441406 | 0 | 0 | 0 | 0 | .558594 |

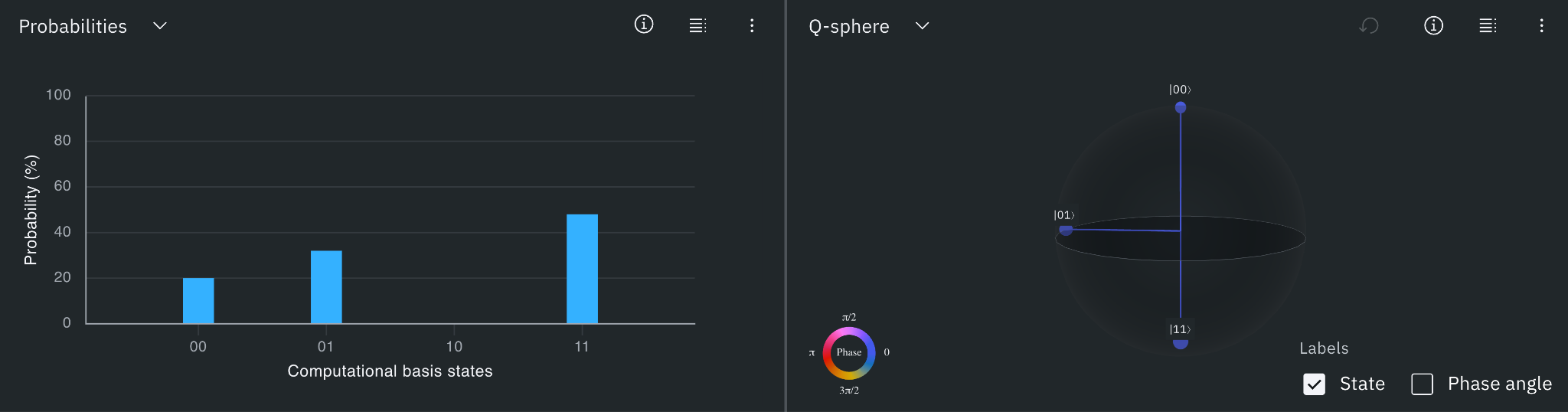
1. RY:
2. X к 2 кубиту:
3. CNOT для 1 и 3:
4. При том, что второй равен :

### 

### п7

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант |  |  |  |
| 13 | 20 | 30 | 50 |

### 



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| shots | 00 Q | 01 Q | 10 Q | 11 Q | 00 F | 01 F | 10 F | 11 F |
| 1024 | 189 | 331 | 0 | 504 | .184570 | .323242 | 0 | .492188 |

Условие нормировки амплитуд трёхкубитного состояния имеет вид:

Из соотношения

получаем

Углы принимают иные значения:  
,

#### Состояние после применения первого оператора RY

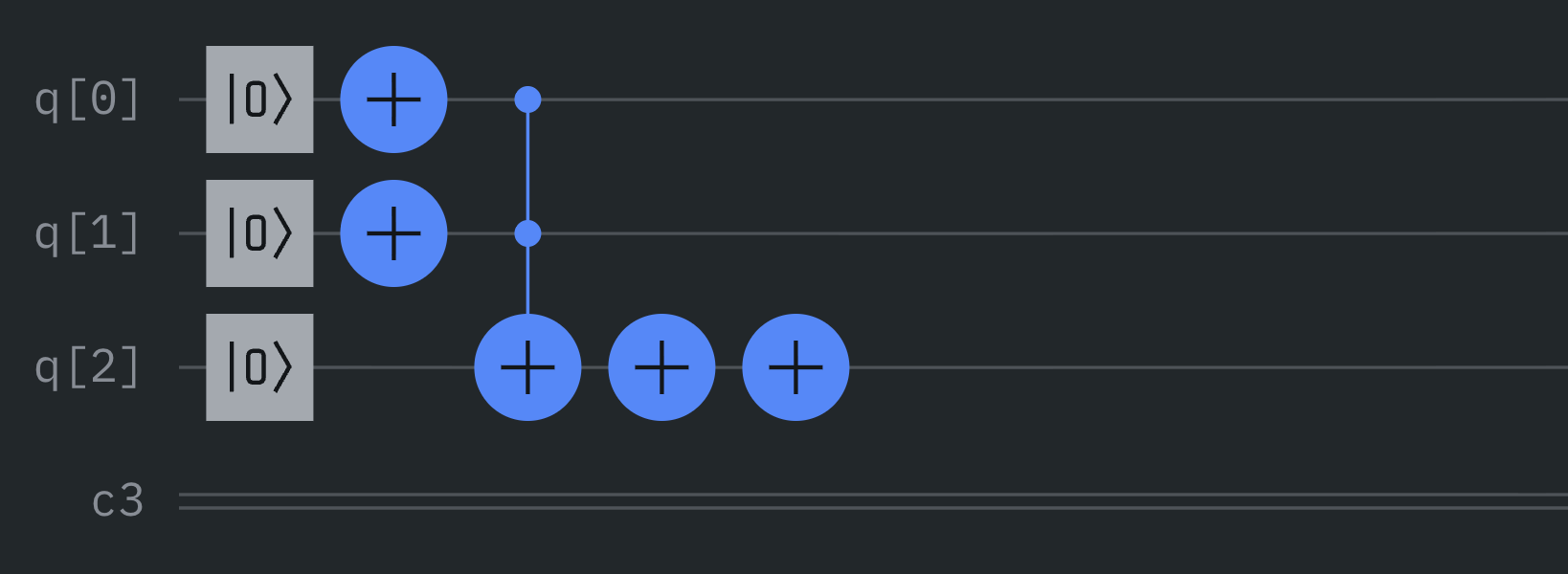
После действия RY на первый кубит система принимает вид:

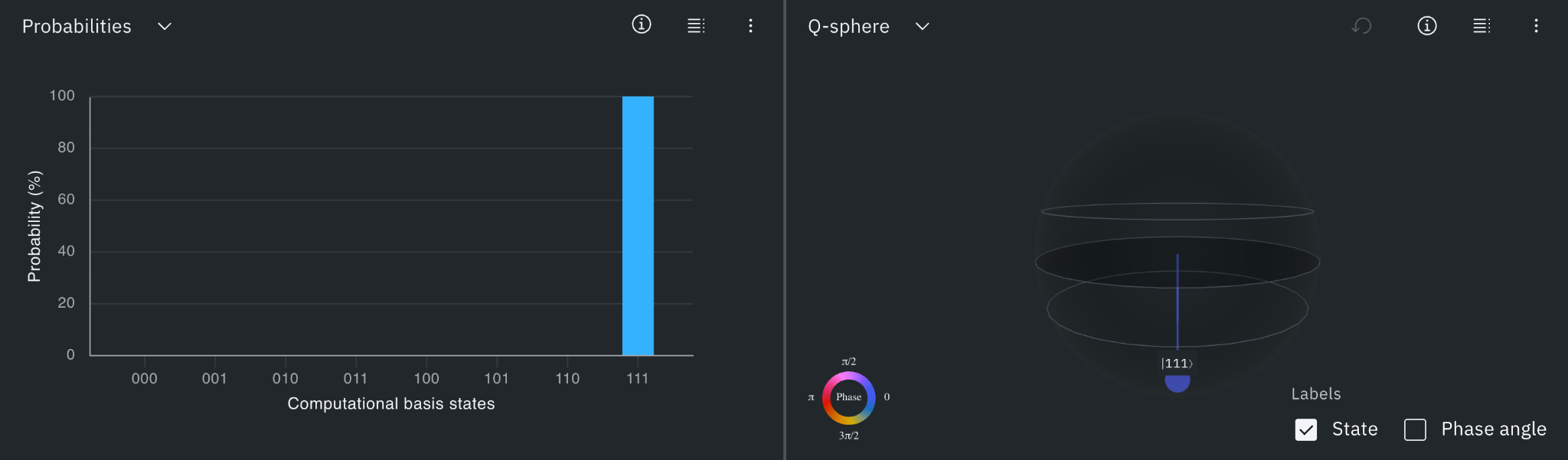
#### Применение управляемого оператора RY и раскрытие выражения

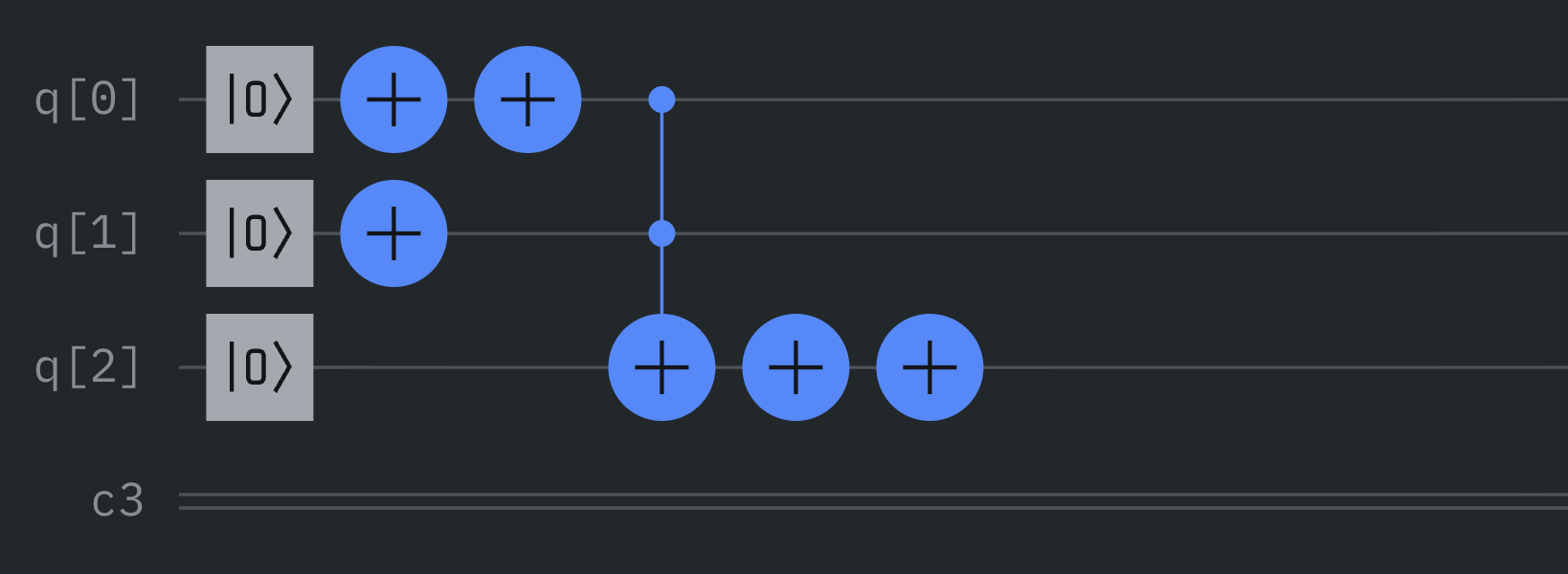
Теперь применяем управляемый RY и учитываем обе ветви разложения:

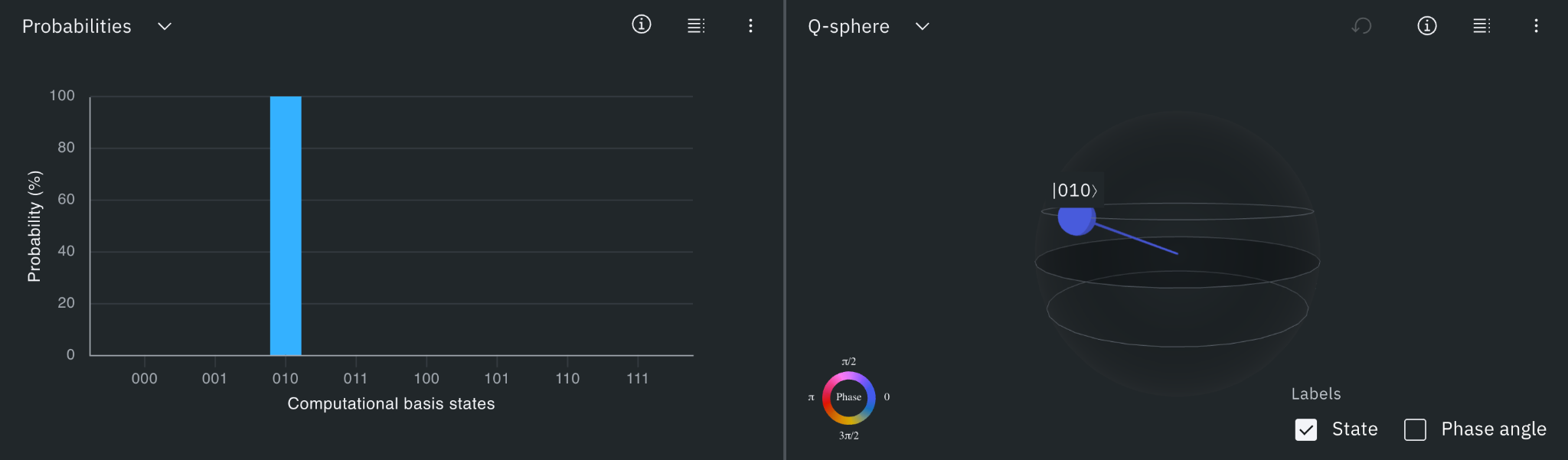
## Упражнение 4

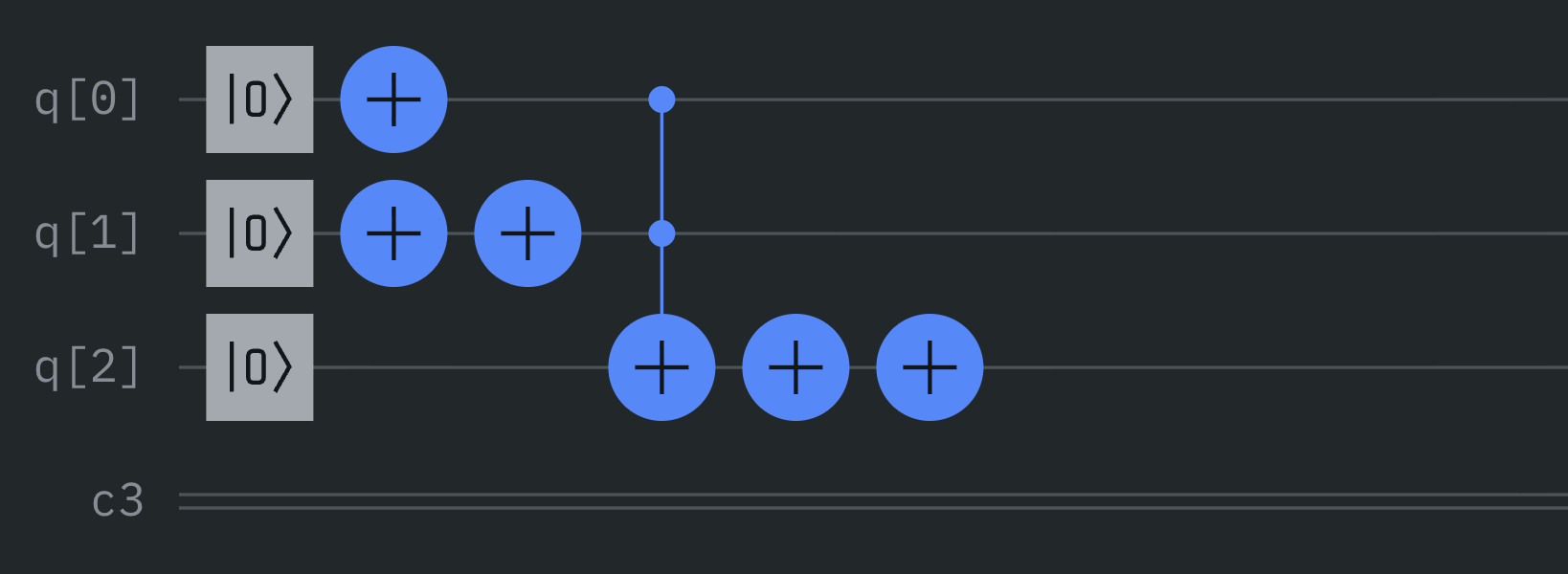
### п5



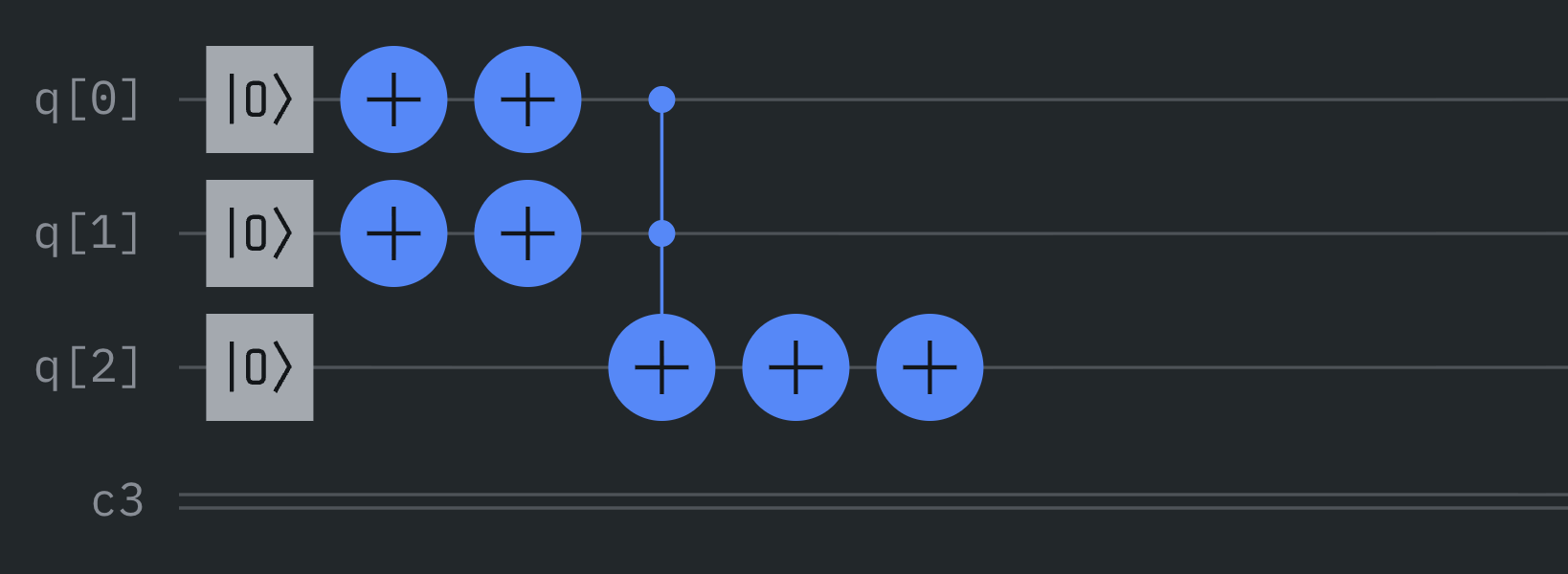


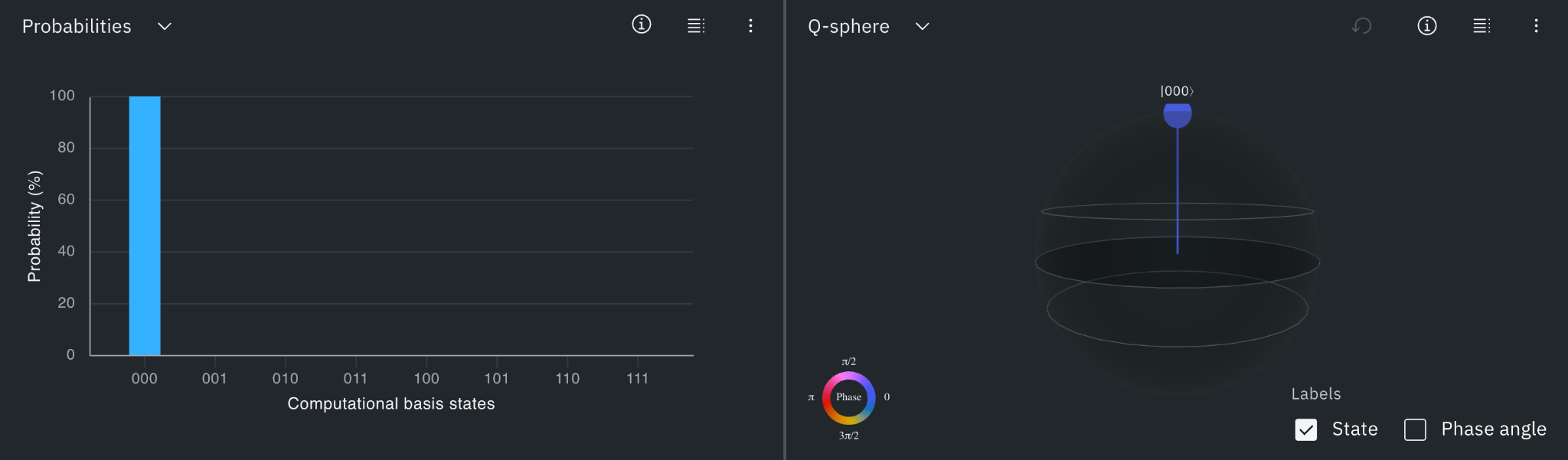












Кубиты , и инициализируются следующим образом:

,

,

где и — входные параметры, а будет использоваться как выходной кубит.

##### Применение вентиля X

К кубитам и последовательно применяется вентиль X, выполняющий квантовый аналог операции NOT. Он меняет значение кубита на противоположное:

Матрица вентиля (X) задается как

##### Применение вентиля Тоффоли (CCX)

Для реализации логической операции AND используется трёхкубитный вентиль CCX, у которого два управляющих кубита ( и ) и один целевой (). CCX инвертирует целевой кубит только при условии, что оба управляющих находятся в состоянии ; в противном случае целевой кубит остаётся без изменений:

Матрица CCX имеет блочную структуру:

где — единичная матрица размером , а матрица X действует на последнюю пару состояний.

##### Инверсия результата

Чтобы получить отрицание результата операции AND, к кубиту (q\_2) снова применяется вентиль (X):

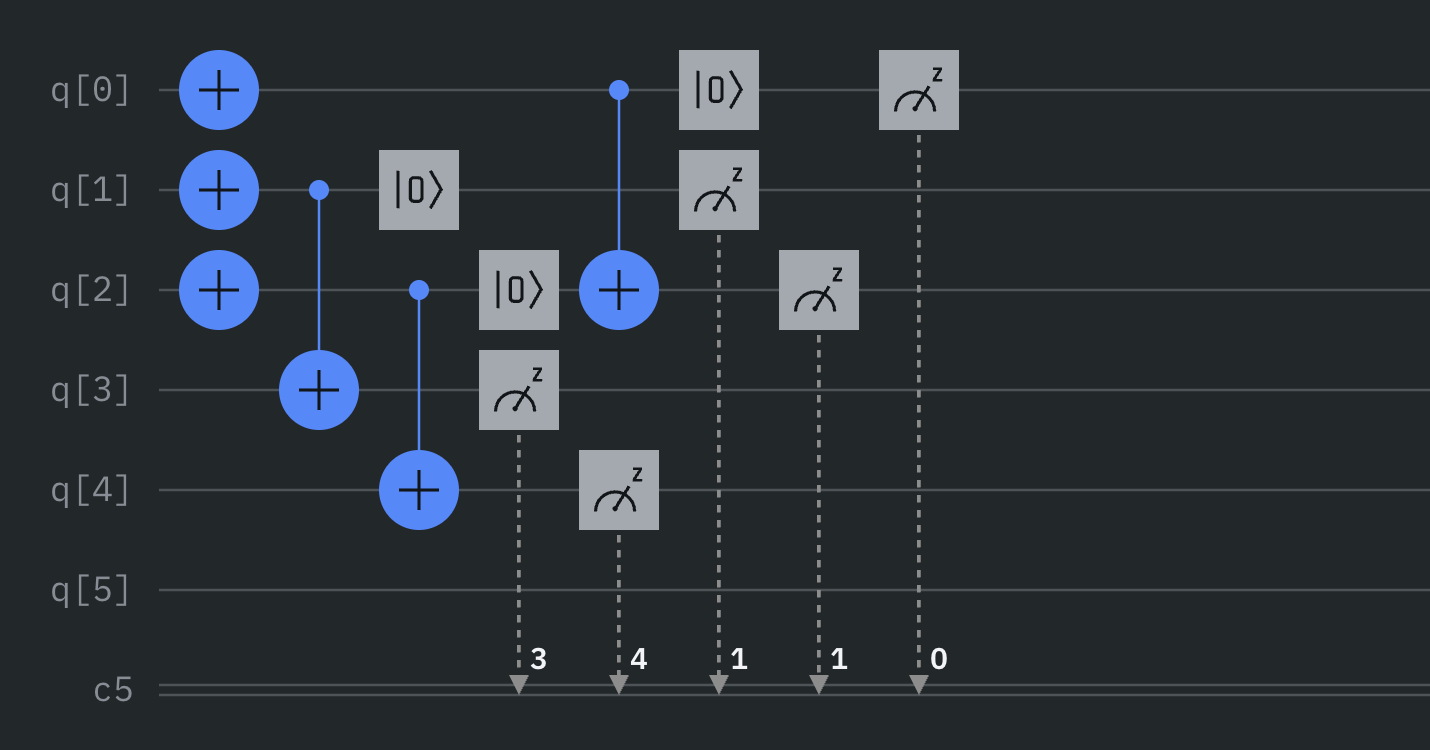
Используем закон Де Моргана:

##### Финальная инверсия

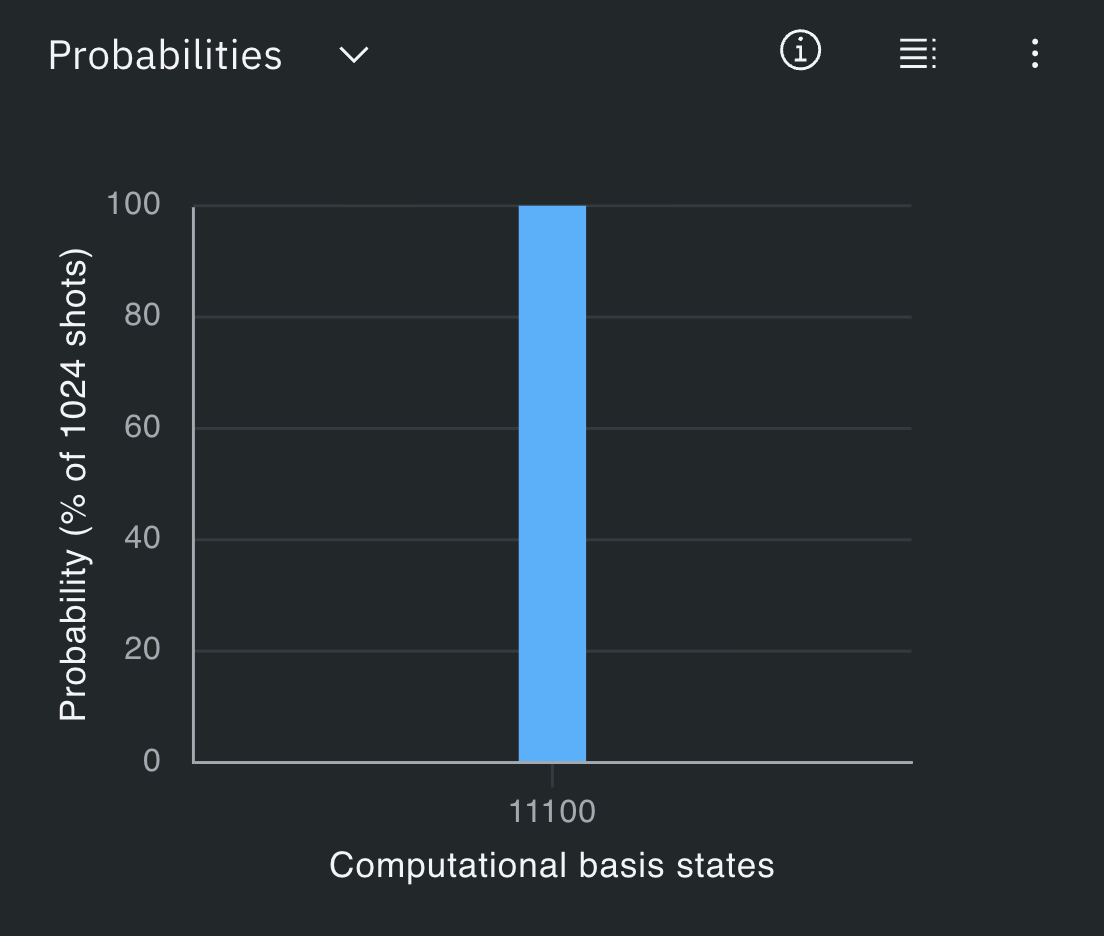
Для получения отрицания дизъюнкции (операции NOR) снова применяется (X):

### 

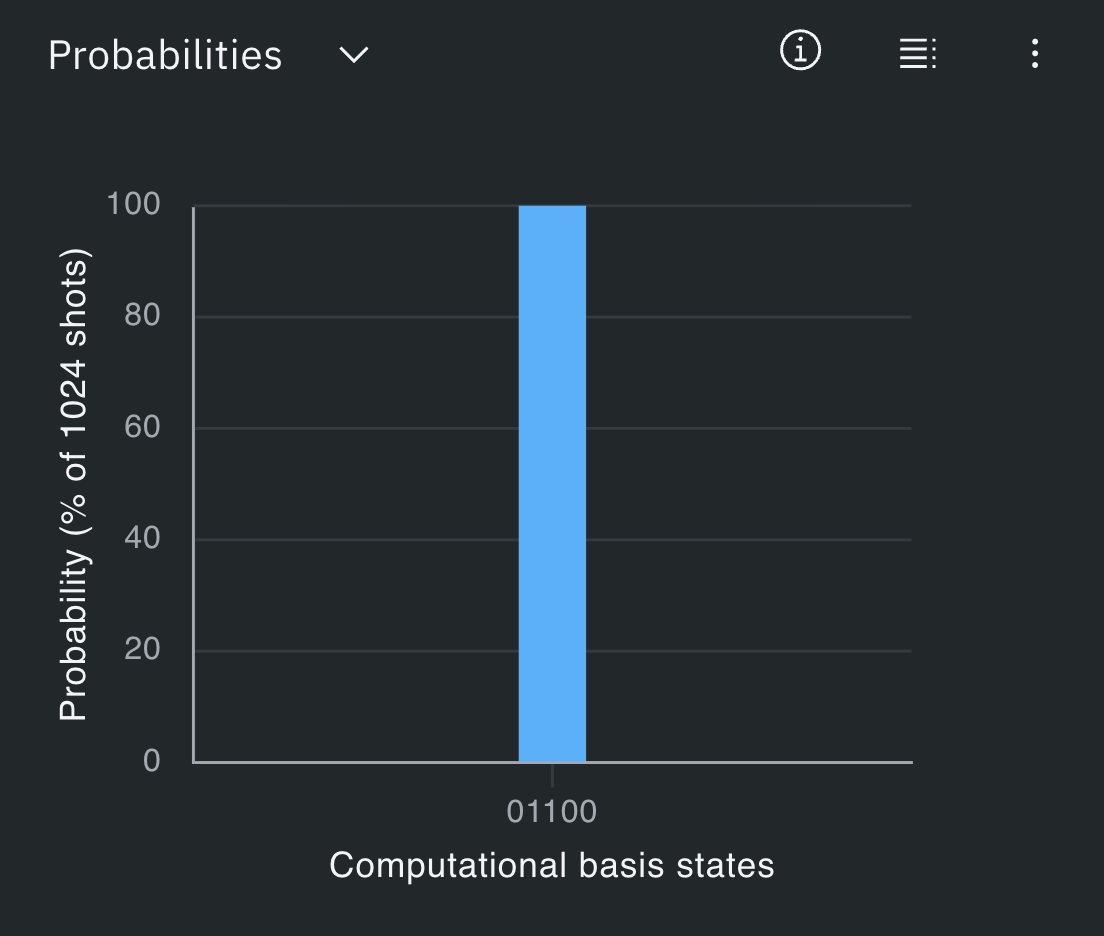
### п13



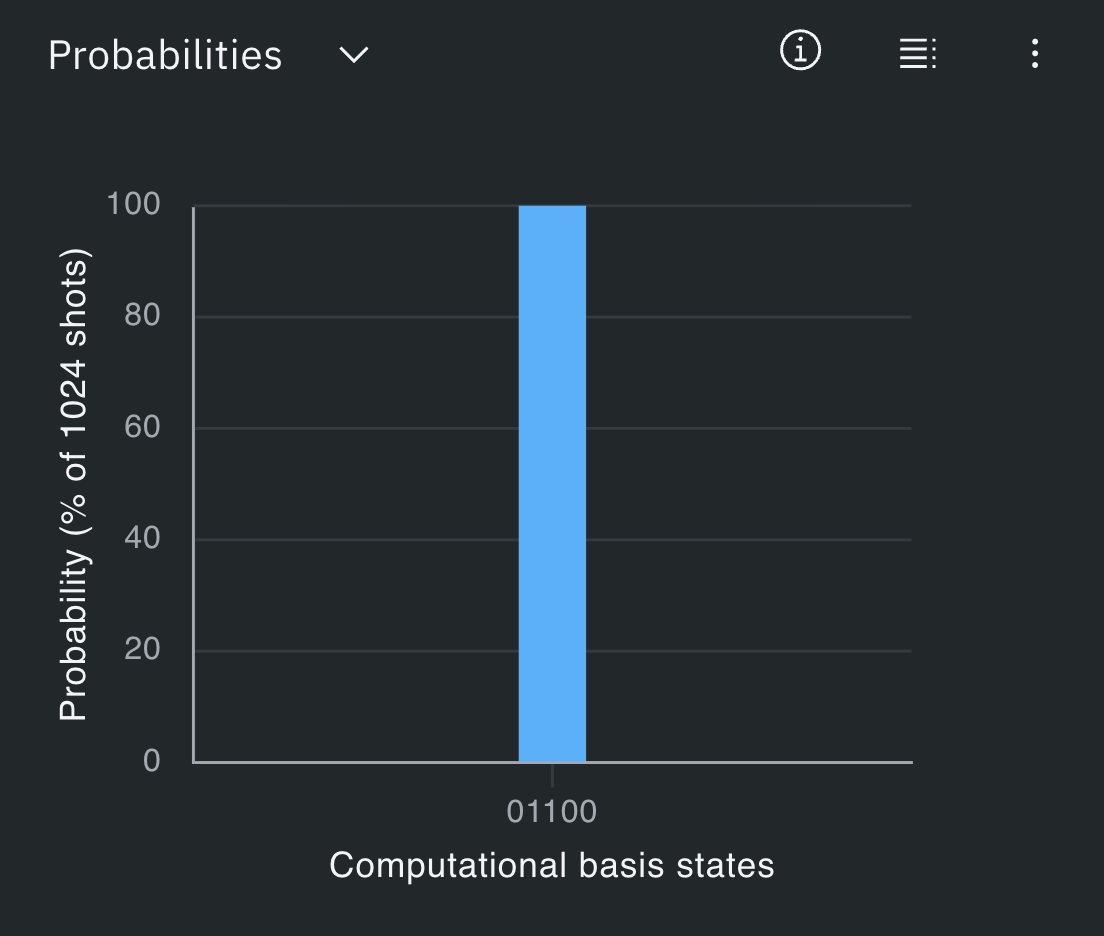
Умножение 4 на 7



Умножение 3 на 7



Умножение 4 на 5



|q⟩ = |q[2], q[1], q[0]⟩ = |1,1,1⟩

Три кубита изначально находятся в состоянии единицы:

В десятичной системе это соответствует числу

Операция умножения числа на 4 эквивалентна сдвигу бинарного представления влево на два разряда. Для этого выполняем поэтапное перенесение значений кубитов в новые позиции.

##### 1. Перенос значения старшего разряда q[1] в позицию q[3]

Используем оператор CX(q[1], q[3]).

Если q[1] = 1, тогда q[3] становится равным 1. Это соответствует увеличению разрядности:

После переноса младший кубит старой позиции сбрасывается:

##### 2. Перенос значения q[2] в позицию q[4]

Применяем CX(q[2], q[4]).

Если q[2] = 1, то новый разряд получает значение:

После чего:

##### 3. Перенос младшего разряда q[0] в позицию q[2]

Оператор CX(q[0], q[2]) устанавливает:

,

Затем:

#### Итоговое состояние кубитов после операций

1. q[0] = 0 — очищен.

2. q[1] = 0 — очищен.

3. q[2] — теперь хранит младший разряд результата.

4. q[3] — содержит второй разряд результата.

5. q[4] — старший разряд после переноса.

Таким образом, финальное состояние записывается как:

И новое число определяется формулой:

##### Проверка результата по общей формуле

Начальное число представляется как:

После сдвига влево на два разряда:

##### Подстановка числового примера

Исходное число:

После квантового алгоритма:

Двоичная форма:

что соответствует значениям кубитов (q[4], q[3], q[2]).

## Вывод

В рамках данной работы мы освоили использование управляемых квантовых вентилей для реализации операций над несколькими кубитами. На практике были применены 2, 3 и 5 кубитные вентили, а также разработаны собственные квантовые схемы на их основе. В ходе выполнения алгоритмов мы научились формировать квантовые функции и применять полученные знания для построения корректных и эффективных схем обработки данных, включая реализацию бинарных операций посредством квантовых преобразований.