

Группа М3212

К работе допущен _____

Студент _____ Тимофеев В _____

Работа выполнена _____

Преподаватель Овчинников _____

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02

Тема: Изучение скольжения тележки по
наклонной плоскости

1. Цель работы.

- 1) Экспериментальная проверка равнотекущности движения тележки по наклонной плоскости.
- 2) Определение величины ускорения свободного падения g .

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- 1) Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона.
- 2) Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту.
- 3) Исследование движения тележки при фиксированном угле наклона рельса. Проверка равнотекущности движения тележки.
- 4) Исследование зависимости ускорения тележки от угла наклона рельса к горизонту. Определение ускорения свободного падения.

3. Объект исследования.

- Равнотекущее движение
- Ускорение свободного падения

4. Метод экспериментального исследования.

Замеры времени прохождения тележкой оптических ворот при помощи измерительного прибора ПЦК - 3 (режим секундомера), меняя расстояние между ними и угол наклона рельса.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

N – количество экспериментальных точек, в данной серии измерений $N = 5$

$$(1) \quad Y = x_2 - x_1$$

$$(2) \quad Z = (t_2^2 - t_1^2) / 2$$

$$(3) \quad a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} \quad \text{коэффициент } a, \text{ ускорение}$$

$$(4) \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - aZ_i)^2}{(N - 1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}} \quad \text{среднеквадратическое отклонение ускорения } a$$

$$(5) \quad \sin \alpha = \frac{(h_0 - h) - (h'_0 - h')}{x' - x}$$

$$(6) \quad \langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1_i,2_i}$$

$$(7) \quad \langle a \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2},$$

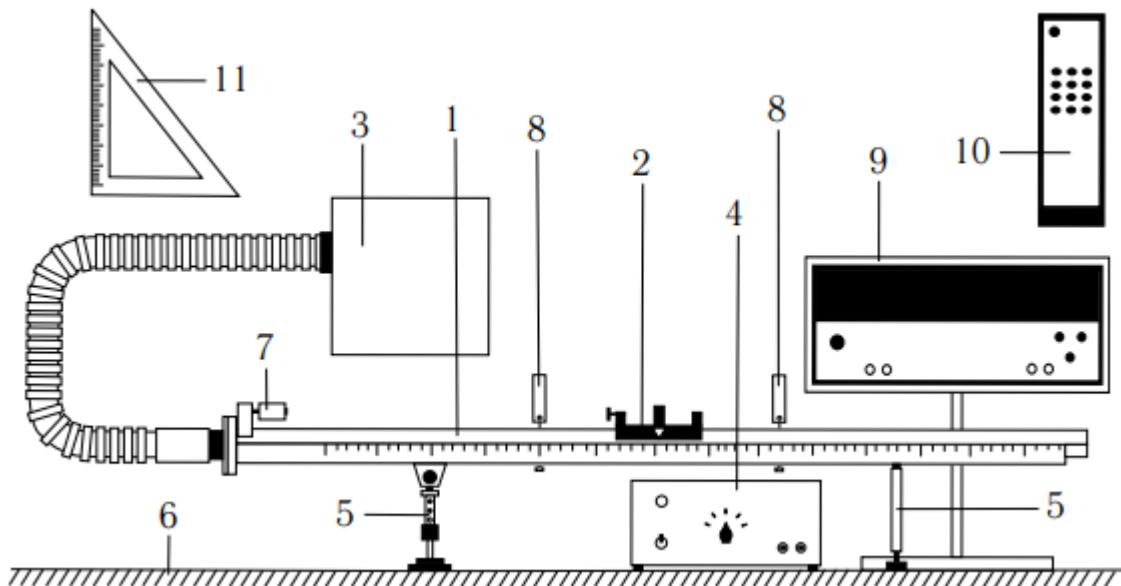
$$(8) \quad B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2}$$

$$(9) \quad A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Предел измерений	Цена деления	Δ_I
1	Линейка на рельсе	1,3 м	1 см/дел	5 мм
2	Линейка на угольнике	250 мм	1 мм/дел	0,5 мм
3	ПКЦ-3 в режиме секундометра	100 с	0,1 с	0,1 с

7. Схема установки.



1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

$x, \text{ м}$	$x', \text{ м}$	$h_0, \text{ мм}$	$h'_{\text{0}}, \text{ мм}$
$0,22 \pm 0,05$	$1,00 \pm 0,05$	$200,0 \pm 0,5$	$194,0 \pm 0,5$

Задание 1

Таблица 3

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	$x_1, \text{ м}$	$x_2, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$x_2 - x_1, \text{ м}$ (Y_i)	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}, \text{ с}^2$ (Z_i)
1	0,15	0,40	0,9	2,5	$0,250 \pm 0,004$	$2,72 \pm 0,18$
2		0,50	0,9	3,1	$0,350 \pm 0,004$	$4,40 \pm 0,22$
3		0,70	0,9	3,6	$0,550 \pm 0,004$	$6,06 \pm 0,25$
4		0,90	1	4,1	$0,750 \pm 0,004$	$7,91 \pm 0,30$
5		1,10	1	4,6	$0,950 \pm 0,004$	$10,08 \pm 0,32$

Задание 2

Таблица 4

Nпл	$h, \text{ мм}$	$h', \text{ мм}$	№	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$
1	211	194	1	0,9	4,7
			2	1,0	4,8
			3	1,0	4,7
			4	0,9	4,7
			5	1,0	4,9
2	222	194	1	0,8	4,1
			2	0,9	4,2
			3	0,7	4,0
			4	0,8	4,0
			5	0,8	4,1
3	231	194	1	0,8	3,6
			2	0,8	3,5
			3	0,7	3,5
			4	0,7	3,4
			5	0,8	3,6
4	242	194	1	0,6	3,1
			2	0,7	3,2
			3	0,6	3,0
			4	0,6	3,1
			5	0,7	3,2
5	252	194	1	0,5	2,5
			2	0,5	2,4
			3	0,6	2,6
			4	0,5	2,5
			5	0,6	2,5

$N_{\text{пл}}$ - количество пластин

h - высота на координате $x = 0,22 \text{ м}$

h' - высота на координате $x' = 1,00 \text{ м}$

Таблица 5

$N_{\text{пл}}$	$\text{Sin}(\alpha)$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{с}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{с}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0,014	$0,960 \pm 0,024$	$4,760 \pm 0,040$	$0,090 \pm 0,002$
2	0,028	$0,800 \pm 0,131$	$4,100 \pm 0,037$	$0,120 \pm 0,005$
3	0,040	$0,760 \pm 0,024$	$3,520 \pm 0,037$	$0,160 \pm 0,007$
4	0,054	$0,640 \pm 0,024$	$3,120 \pm 0,037$	$0,200 \pm 0,011$
5	0,067	$0,540 \pm 0,024$	$2,500 \pm 0,032$	$0,320 \pm 0,015$

$N_{\text{пл}}$ - количество пластин

$$\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1,i,2_i}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений.

Задание 1

По формуле (3) рассчитаем значение $a=0,16 \text{ м/с}^2$

По формуле (4) рассчитаем значение $\sigma_a = 0,00116 \text{ м/с}^2$

Задание 2

По формуле (5) рассчитаем значение $\sin \alpha$ для каждой серии измерений

$$\sin \alpha = 0,014$$

$$\sin \alpha = 0,028$$

$$\sin \alpha = 0,040$$

$$\sin \alpha = 0,054$$

$$\sin \alpha = 0,067$$

По формуле (6):

$$1) \langle t_1 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 4,8 = 0,96 \text{ с} \quad \langle t_2 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 23,8 = 4,76 \text{ с}$$

$$2) \langle t_1 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 4 = 0,8 \text{ с} \quad \langle t_2 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 20,4 = 4,1 \text{ с}$$

$$3) \langle t_1 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 3,8 = 0,76 \text{ с} \quad \langle t_2 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 17,6 = 3,52 \text{ с}$$

$$4) \langle t_1 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 3,2 = 0,64 \text{ с} \quad \langle t_2 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 15,6 = 3,12 \text{ с}$$

$$5) \langle t_1 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 2,7 = 0,54 \text{ с} \quad \langle t_2 \rangle = \frac{1}{5} \cdot 12,5 = 2,5 \text{ с}$$

По формуле (7) рассчитаем ускорение **a**:

При $x_1 = 0,15 \text{ м}; x_2 = 1,10 \text{ м}$

$$1) \langle a \rangle = \mathbf{0,09 \text{ м/с}^2}$$

$$2) \langle a \rangle = \mathbf{0,12 \text{ м/с}^2}$$

$$3) \langle a \rangle = \mathbf{0,16 \text{ м/с}^2}$$

$$4) \langle a \rangle = \mathbf{0,20 \text{ м/с}^2}$$

$$5) \langle a \rangle = \mathbf{0,32 \text{ м/с}^2}$$

По формуле (8) рассчитаем коэффициент **B** для $a = A + B \sin \alpha$, где $A = -\mu g$, $B = g$

$$B \equiv g = \frac{0,01442}{0,0017432} = \mathbf{8,3 \text{ м/с}^2}$$

По формуле (9) рассчитаем коэффициент **A**

$$A = \mathbf{-0,05 \text{ м/с}^2}$$

10. Расчет погрешностей измерений.

Задание 1

Абсолютные погрешности прямых измерений:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \frac{2}{3} \cdot \Delta_{i1} = \frac{2}{3} \cdot 0,005 = 0,003 \text{ м}$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \frac{2}{3} \cdot \Delta_{i1} = \frac{2}{3} \cdot 0,1 = 0,067 \text{ с}$$

Абсолютные погрешности косвенных измерений:

$$1) Y = x_2 - x_1$$

$$\Delta_Y = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_1} \cdot \Delta X_1\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_2} \cdot \Delta X_2\right)^2}$$

$$\Delta_Y = \sqrt{(-1 \cdot 0,003)^2 + (1 \cdot 0,003)^2} = 0,0042 \text{ м}$$

$$2) Z = \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$$

$$\Delta_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial t_1} \cdot \Delta t_1\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t_2} \cdot \Delta t_2\right)^2} = \sqrt{(-t_1 \cdot \Delta t_1)^2 + (t_2 \cdot \Delta t_2)^2}$$

$$\Delta_{z_1} = \sqrt{(-0,9 \cdot 0,067)^2 + (2,5 \cdot 0,067)^2} = 0,178$$

$$\Delta_{z_2} = \sqrt{(-0,9 \cdot 0,067)^2 + (3,1 \cdot 0,067)^2} = 0,216$$

$$\Delta_{z_3} = \sqrt{(-0,9 \cdot 0,067)^2 + (3,6 \cdot 0,067)^2} = 0,249$$

$$\Delta_{z_4} = \sqrt{(-1 \cdot 0,067)^2 + (4,1 \cdot 0,067)^2} = 0,289$$

$$\Delta_{z_5} = \sqrt{(-1 \cdot 0,067)^2 + (4,6 \cdot 0,067)^2} = 0,315$$

Ускорение:

$$\Delta_a = 2\sigma_a \text{ - абсолютная погрешность}$$

$$\Delta_a = 2 \cdot 0,00116 = 0,00232$$

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% \text{ - относительная погрешность}$$

$$\varepsilon_a = \frac{0,00232}{0,16} \cdot 100\% = 1,45\%$$

Задание 2

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

	$t_1, \text{с}$	$(t_i - \bar{t})^2, \text{с}^2$	$\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2$	$t_2, \text{с}$	$(t_i - \bar{t})^2, \text{с}^2$	$\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2$
1	0,9	0,0036	0,012	4,7	0,0036	0,032
	1,0	0,0016		4,8	0,0016	
	1,0	0,0016		4,7	0,0036	
	0,9	0,0036		4,7	0,0036	
	1,0	0,0016		4,9	0,0196	
2	0,8	0,0064	0,3436	4,1	0,0004	0,028
	0,9	0,0324		4,2	0,0144	
	0,7	0,0004		4,0	0,0064	
	0,8	0,0064		4,0	0,0064	
	0,8	0,0064		4,1	0,0004	
3	0,8	0,0016	0,012	3,6	0,0064	0,028
	0,8	0,0016		3,5	0,0004	
	0,7	0,0036		3,5	0,0004	
	0,7	0,0036		3,4	0,0144	
	0,8	0,0016		3,6	0,0064	
4	0,6	0,0016	0,012	3,1	0,0004	0,028
	0,7	0,0036		3,2	0,0064	
	0,6	0,0016		3,0	0,0144	
	0,6	0,0016		3,1	0,0004	
	0,7	0,0036		3,2	0,0064	
5	0,5	0,0016	0,012	2,5	0	0,02
	0,5	0,0016		2,4	0,01	
	0,6	0,0036		2,6	0,01	
	0,5	0,0016		2,5	0	
	0,6	0,0036		2,5	0	

$$1) s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,012}{5 \cdot 4}} = 0,024 \text{ с}$$

$$s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,032}{5 \cdot 4}} = 0,04 \text{ с}$$

$$2) s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,3436}{5 \cdot 4}} = 0,131 \text{ с}$$

$$s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,028}{5 \cdot 4}} = 0,037 \text{ с}$$

$$3) s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,012}{5 \cdot 4}} = 0,024 \text{ с}$$

$$s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,028}{5 \cdot 4}} = 0,037 \text{ с}$$

$$4) s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,012}{5 \cdot 4}} = 0,024 \text{ с}$$

$$s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,028}{5 \cdot 4}} = 0,037 \text{ с}$$

$$5) s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,012}{5 \cdot 4}} = 0,024 \text{ с}$$

$$s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{0,02}{5 \cdot 4}} = 0,032 \text{ с}$$

$$\Delta a = \langle a \rangle \sqrt{\frac{(\Delta x_{h2})^2 + (\Delta x_{h1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$$

$$\Delta a = 0,09 \sqrt{\frac{0,005^2 + 0,005^2}{(1,1 - 0,15)^2} + 4 \frac{(0,96 \cdot 0,024)^2 + (4,76 \cdot 0,04)^2}{(4,74^2 - 1,4^2)^2}} = 0,0018 \text{ м/c}^2$$

$$\Delta a = 0,12 \sqrt{\frac{0,005^2 + 0,005^2}{(1,1 - 0,15)^2} + 4 \frac{(0,8 \cdot 0,131)^2 + (4,1 \cdot 0,037)^2}{(3,22^2 - 0,92^2)^2}} = 0,0047 \text{ м/c}^2$$

$$\Delta a = 0,16 \sqrt{\frac{0,005^2 + 0,005^2}{(1,1 - 0,15)^2} + 4 \frac{(0,76 \cdot 0,024)^2 + (3,52 \cdot 0,037)^2}{(2,58^2 - 0,78^2)^2}} = 0,007 \text{ м/c}^2$$

$$\Delta a = 0,20 \sqrt{\frac{0,005^2 + 0,005^2}{(1,1 - 0,15)^2} + 4 \frac{(0,64 \cdot 0,024)^2 + (3,12 \cdot 0,037)^2}{(2,22^2 - 0,68^2)^2}} = 0,0105 \text{ м/c}^2$$

$$\Delta a = 0,32 \sqrt{\frac{0,005^2 + 0,005^2}{(1,1 - 0,15)^2} + 4 \frac{(0,54 \cdot 0,024)^2 + (2,5 \cdot 0,032)^2}{(1,98^2 - 0,58^2)^2}} = 0,0147 \text{ м/c}^2$$

Ускорение свободного падения:

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}},$$

$$d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i),$$

$$D = \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2$$

$$d_i = 0,09 - (-0,16 + 8,3 \cdot (0,014)) = 0,1338$$

$$d_i = 0,12 - (-0,16 + 8,3 \cdot (0,028)) = 0,0476$$

$$d_i = 0,16 - (-0,16 + 8,3 \cdot (0,040)) = -0,012$$

$$d_i = 0,20 - (-0,16 + 8,3 \cdot (0,054)) = -0,0882$$

$$d_i = 0,32 - (-0,16 + 8,3 \cdot (0,067)) = -0,0761$$

$$D = 0,009985 - \frac{1}{5} (0,203)^2 = 0,0017$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{0,00338827}{0,0017 \cdot (5-2)}} = 0,82 \text{ м/c}^2$$

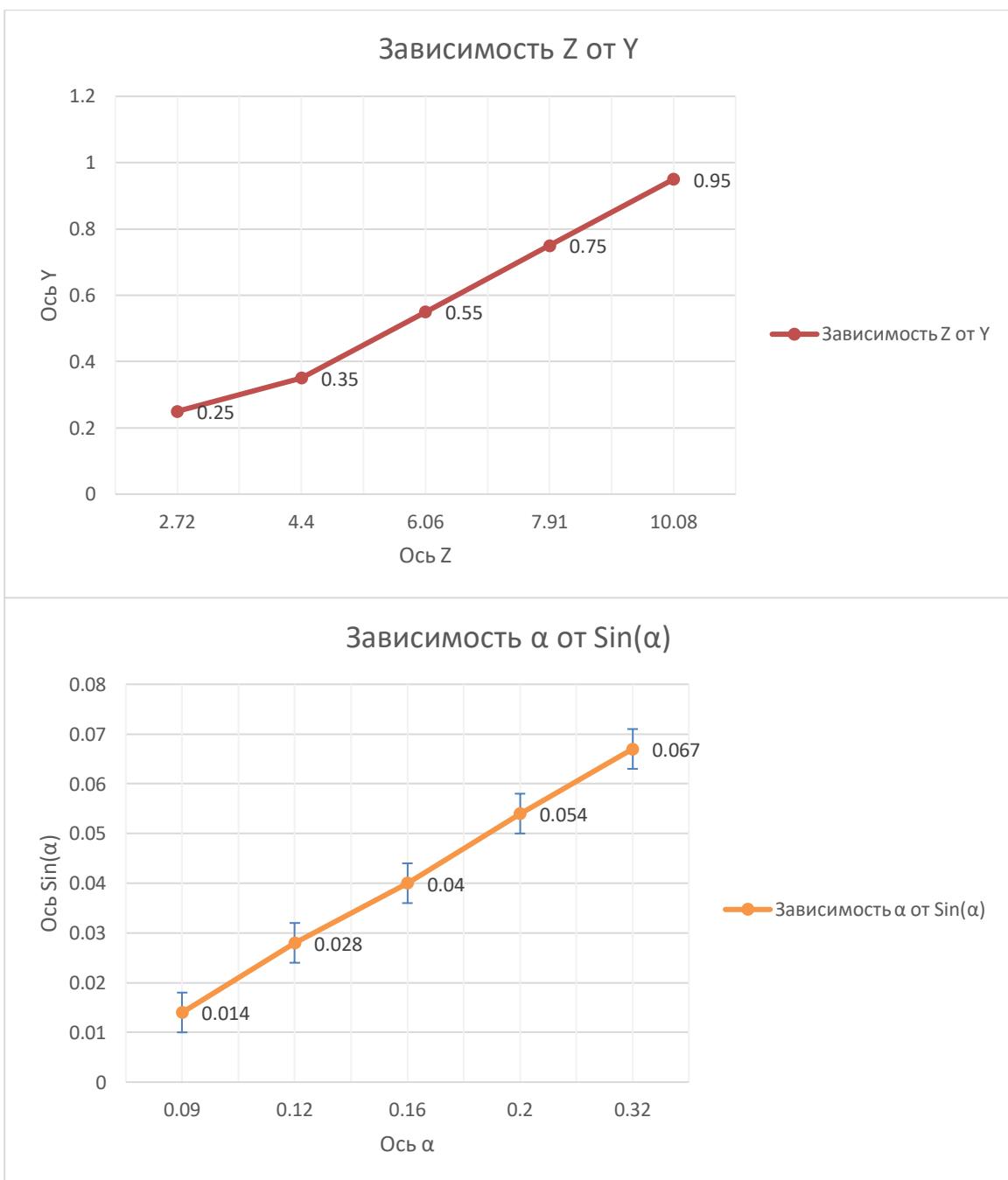
$\Delta g = 2\sigma_g$ - абсолютная погрешность

$$\Delta g = 2 \cdot 0,82 = 1,64 \text{ м/c}^2$$

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\% \quad \text{- относительная погрешность}$$

$$\varepsilon_g = \frac{1,64}{8,3} \cdot 100\% = 19,7\%$$

11. Графики (см Приложение).



12. Окончательные результаты.

$$a = (0,16 \pm 0,001) \frac{m}{c^2}; \quad \varepsilon_a = 1,45\%$$

$$g = (8,3 \pm 1,64) \frac{m}{c^2}; \quad \varepsilon_g = 19,7\%$$

$$g_{\text{ТАБЛ.}} = 9,82 \frac{m}{c^2} - \text{для Санкт-Петербурга}$$

$$|g_{\text{ЭКСП}} - g_{\text{ТАБЛ.}}| = |8,3 - 9,82| = 1,52 \frac{m}{c^2}$$

$$1,52 < 1,64 \Rightarrow |g_{\text{ЭКСП}} - g_{\text{ТАБЛ.}}| < \Delta g$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе работы были получены доверительные интервалы для ускорения тележки a и для ускорения свободного падения g .

Найденная величина g с учётом погрешности совпала с табличным значением для Санкт-Петербурга, следовательно результаты измерений были достоверны.

Экспериментальный график зависимости $Y(Z) = a Z$ представляет собой прямую линию, это доказывает, что движение тележки является равноускоренным.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт)

- Примечание:**
1. Пункты 1-6,8-13 Протокола-отчета **обязательны** для заполнения.
 2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
 3. При ручном построении графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу.
 4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.