Университет ИТМО
Физико-технический мегафакультет
Физический факультет

Группа M3306

Студенты [redacted]

Преподаватель Кокурина [redacted]

К работе допущен 23.11.2025

Работа выполнена 23.11.2025

Отчет принят

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 4

НАЧАЛА КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ 1

Вариант 17

1. Цели работы

1. Освоение основных операций при составлении квантовых схем и их тестировании в симуляторе квантовых схем IBM Quantum (IBM Quantum Composer).
2. Разработка квантовых схем, состоящих из однокубитных вентилей, и реализация с их помощью кубитов в состояниях с заданными (произвольными) амплитудами вероятности состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Ознакомиться с интерфейсом квантовой среды разработки IBM Quantum Composer.
2. Научиться создавать, редактировать и сохранять квантовые схемы различной сложности для однокубитных систем.
3. Освоить применение базовых однокубитных квантовых вентилей (H, X, Y, Z и др.) и операций измерения.
4. Освоить запуск квантовых схем на симуляторах IBM Quantum, настройку числа запусков (shots) и получение статистики результатов измерений.
5. Научиться интерпретировать полученные гистограммы, Q-sphere и другие визуализации, связывая их с теоретическими представлениями о квантовых состояниях.
6. Подобрать последовательности однокубитных вентилей, обеспечивающих получение кубита с заданными амплитудами вероятности, и экспериментально проверить корректность таких схем.

3. Объект исследования.

Квантовые состояния однокубитных систем и работа однокубитных квантовых вентилей, реализуемых в среде IBM Quantum (симулятор квантового компьютера).

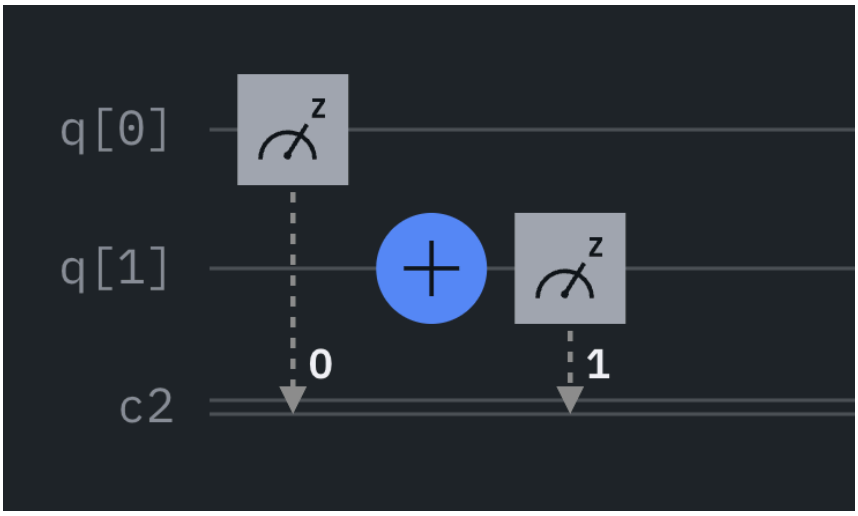
4. Метод экспериментального исследования.

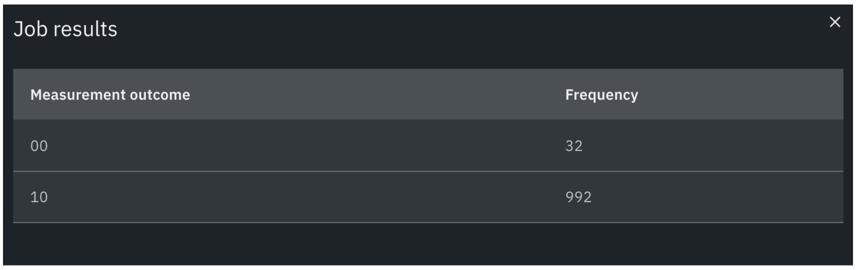
1. Построение квантовых схем в IBM Quantum Composer.
2. Многократное выполнение (симуляция) квантовых схем с заданным числом запусков (shots).
3. Сбор и анализ статистики измерений (распределение результатов 0/1, гистограммы, Q-sphere и т.д.).
4. Сравнение полученных экспериментальных данных с теоретическими предсказаниями квантовой механики и расчётными значениями амплитуд вероятности.

Упражнение 1

п2

Создаем схему и выполняем в режиме симуляции с числом выполнений 1024




Job results

Measurement outcome	Frequency
00	32
10	992

X	|0>	|1>
P(X)	.03125	.96875

п3

Построим квантовую схему, показанную ниже для перевода кубита в суперпозицию используем вентиль Адамара (H), и запустим её в режиме симуляции при разных числах запусков: 1, 2, 8, 32, 64, 128, 512, 1024, 8192.

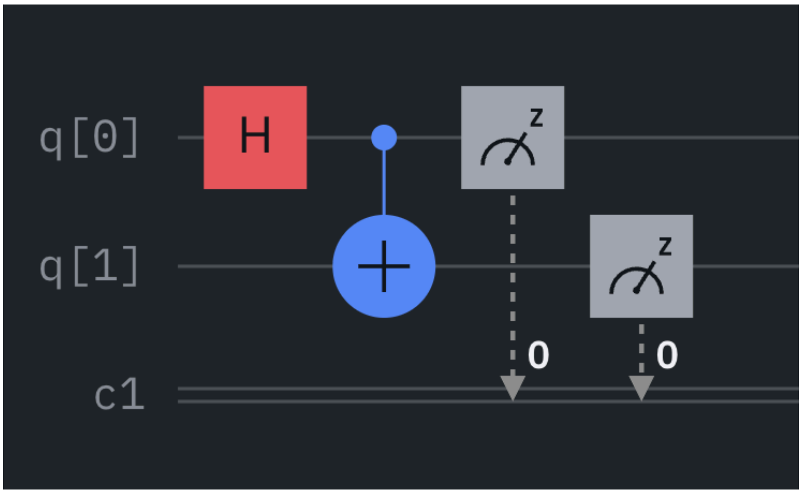
Таблица значений									
shorts	1	2	8	32	64	128	512	1024	8192
0	1	1	6	16	27	59	264	508	4167
1	0	1	2	16	37	69	248	516	4025

Таблица вероятностей									
shorts	1	2	8	32	64	128	512	1024	8192

0	1	.5	.75	.5	.421875	.460938	.515625	.493164	.508667
1	0	.5	.25	.5	.578125	.539063	.484375	.503906	.491333

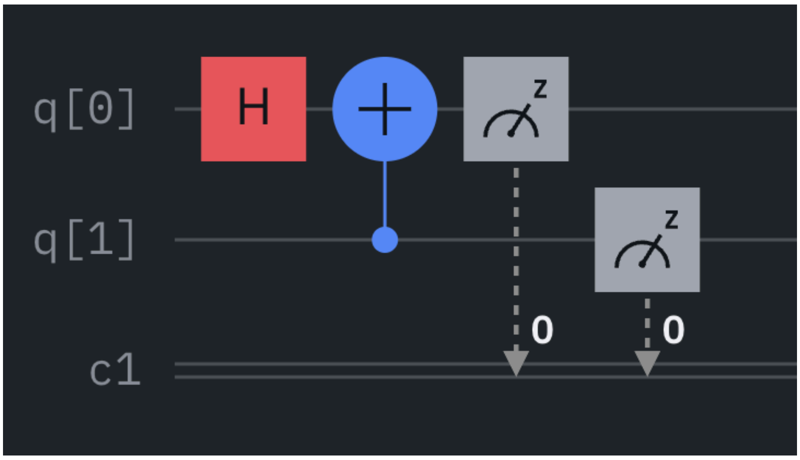
п4

Схема 1:



X	|0>	|1>
N	528	496
P(X)	.515625	.484375

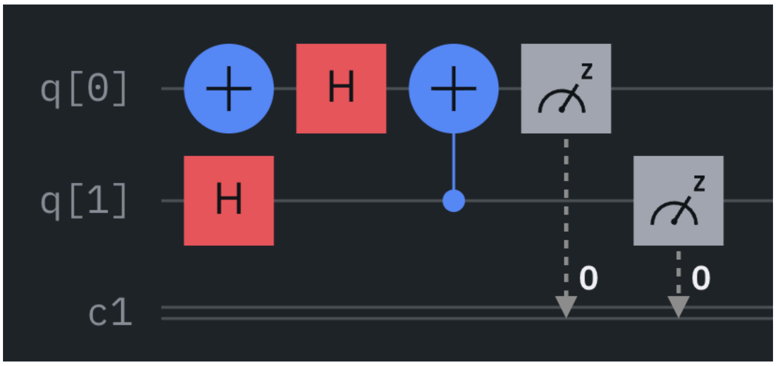
Схема 2:



X	|0>	|1>
N	962	62
P(X)	.939453	.060547

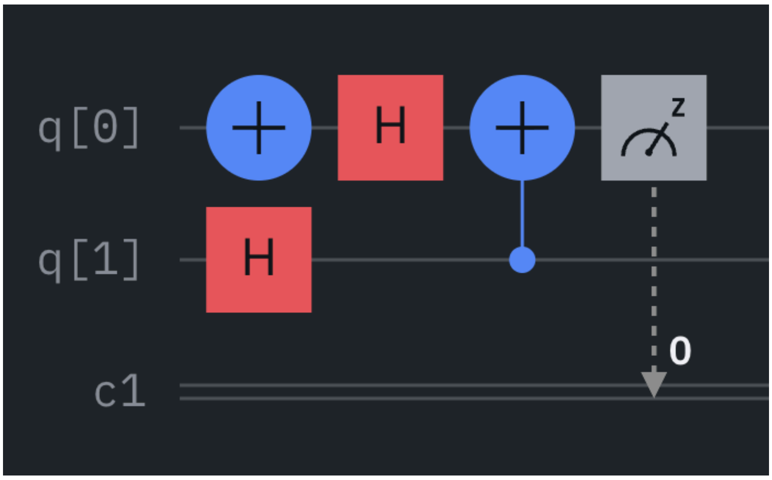
п5

Схема 3:



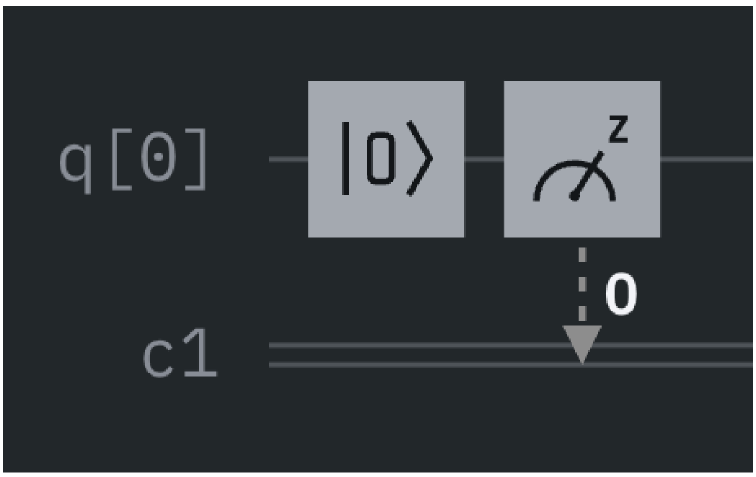
X	|0>	|1>
N	509	515
P(X)	.497070	.502930

Схема 4:

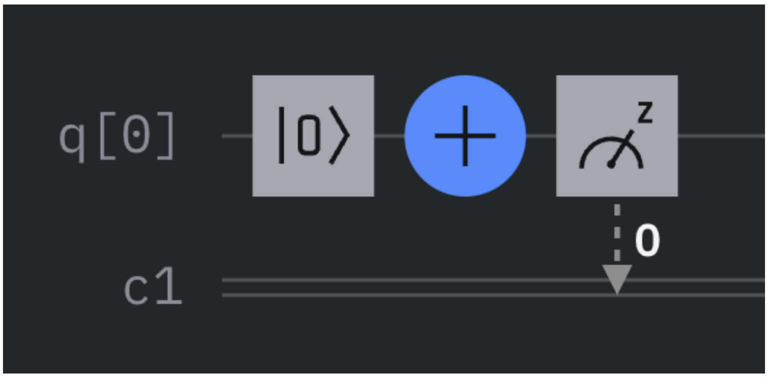


X	|0>	|1>
N	516	508
P(X)	.503906	.496094

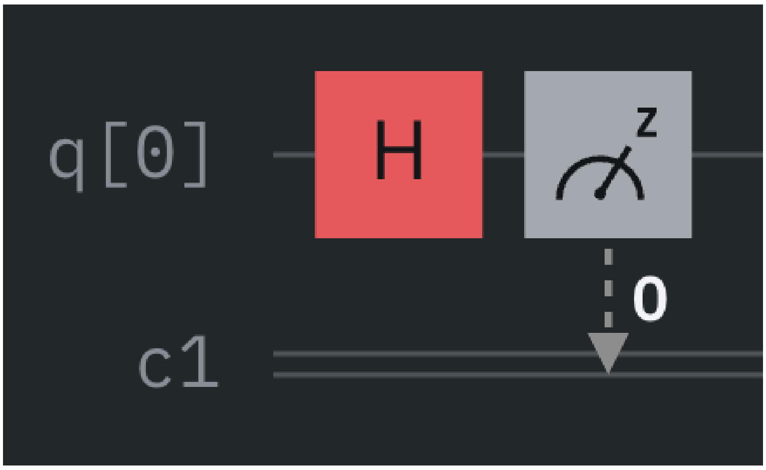
п6



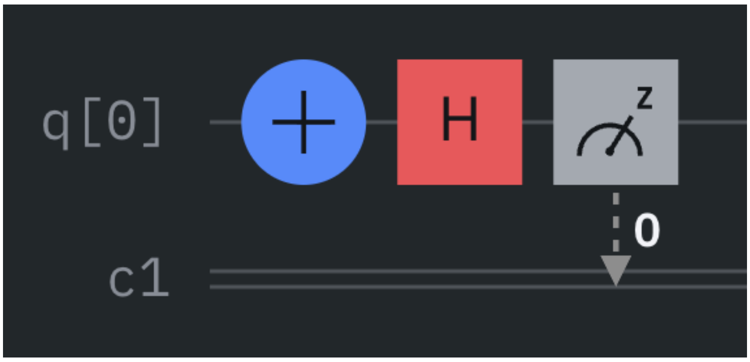
X	|0>	|1>
N	940	84
P(X)	.917969	.082031



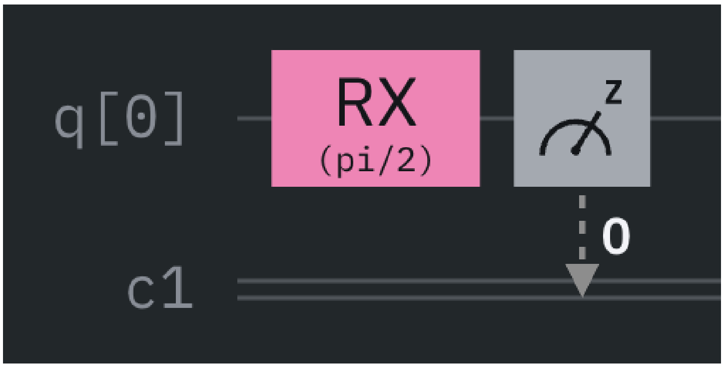
X	|0>	|1>
N	131	893
P(X)	.127930	.872070



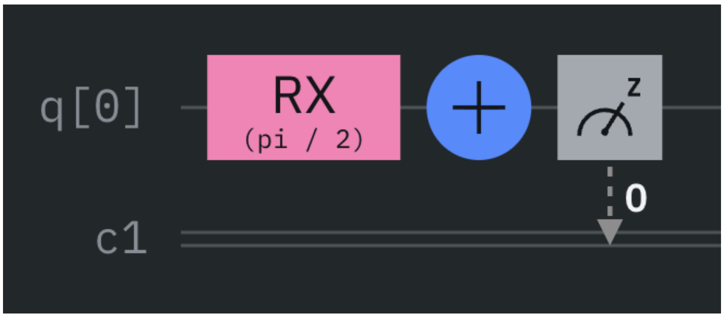
X	|0>	|1>
N	545	489
P(X)	.522461	.477539



X	|0>	|1>
N	527	497
P(X)	.514648	.485352



X	|0>	|1>
N	516	508
P(X)	.503906	.496094



X	|0>	|1>
N	531	493
P(X)	.518555	.481445

п7

Схема №1

После применения вентиля Адамара к начальному состоянию $|0\rangle$ кубит переходит в суперпозицию

$|\psi\rangle = H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

Вероятности получить при измерении состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$:

$P(|0\rangle) = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = |\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2}$

$P(|1\rangle) = |\langle 1|\psi\rangle|^2 = |\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2}$

Таким образом, схема создаёт равновесную суперпозицию, и в эксперименте наблюдаются почти одинаковые частоты результатов 0 и 1. Небольшие отклонения от идеальных 50% связаны с конечным числом запусков (shots) и шумами симуляции/оборудования.

Схема №2

В данной конфигурации последовательность вентилей (Hadamard + CNOT и измерения выбранного кубита) приводит к тому, что измеряемый кубит оказывается почти всегда в состоянии $|0\rangle$:

$P(|0\rangle) \approx 1$

$P(|1\rangle) \approx 0$

Оператор CNOT переводит исходную суперпозицию в такое состояние двухкубитной системы, при котором выбранный для измерения кубит практически детерминированно даёт результат 0. Полученный в эксперименте результат согласуется с теоретическим анализом схемы.

Схема №3

Данная схема снова включает последовательность Hadamard + CNOT, но в такой конфигурации, что суперпозиция не уничтожается, а приводит к образованию запутанного (белловского) состояния:

$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

Теоретически
$P(00) = P(11) = \frac{1}{2}$
$P(01) = P(10) = 0$

В гистограмме результатов наблюдается распределение, близкое к равномерному между исходами 00 и 11, что подтверждает сохранение суперпозиции и появление квантовой запутанности. Экспериментальные данные хорошо согласуются с теорией.

Схема №4

Последовательность вентилей в этой схеме полностью уничтожает суперпозицию и возвращает кубит в базисное состояние

$|\psi\rangle = |0\rangle$

Из выражения для вероятностей:

$P(|0\rangle) = 1$

$P(|1\rangle) = 0$

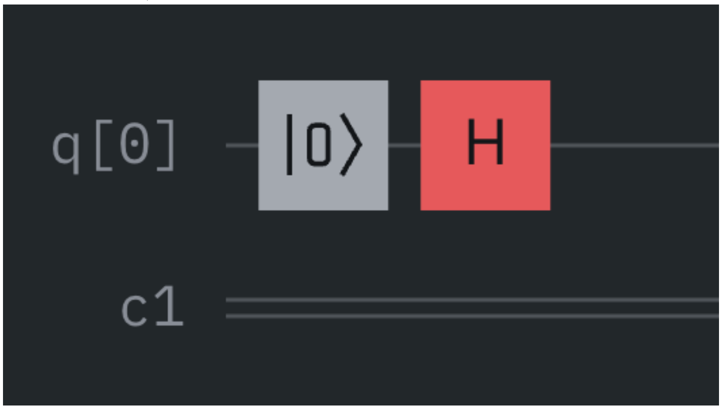
Схема является детерминированной: во всех запусках измерение даёт результат 0. Экспериментально наблюдается 100% попаданий в состояние $|0\rangle$, что полностью совпадает с теоретическим предсказанием.

Упражнение 2

Вариант №17

п1

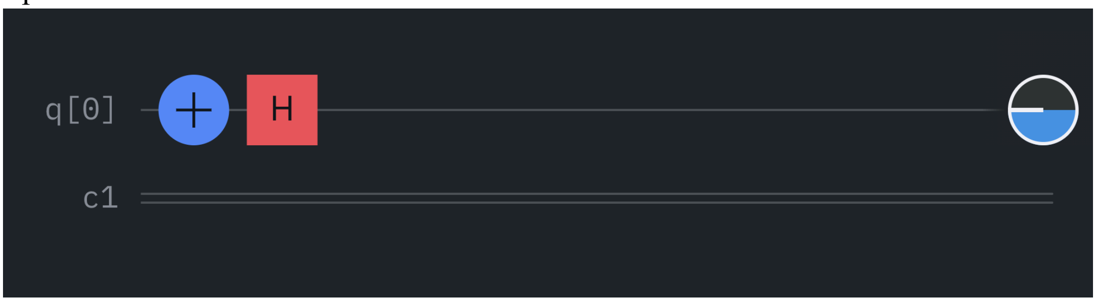
Для получения суперпозиции возьмём вентиль Адамара (H)
$H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$



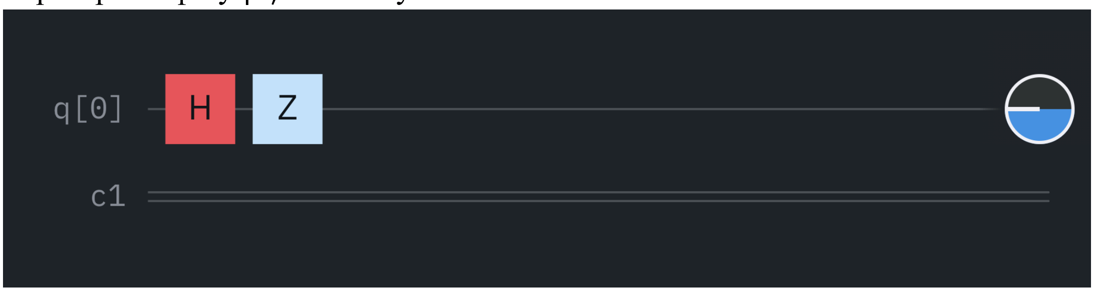
п2

Получим кубит в состоянии суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ двумя способами

1. H после X
   a. Применяем X к $|0\rangle \rightarrow$ получаем $|1\rangle$
   b. Применяем H



2. H + Z
   a. Создадим суперпозицию
   b. Перевернём фазу $|1\rangle$ используя Z



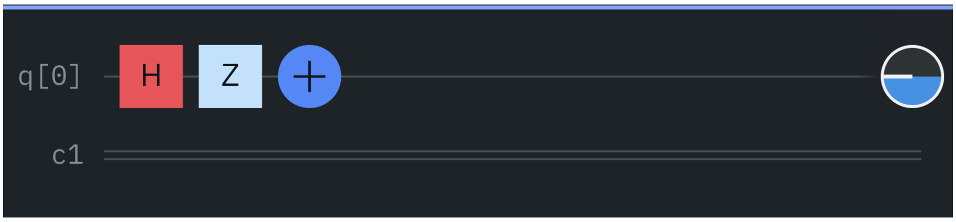
п3

Получим кубит в состояние суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(-|0\rangle + |1\rangle)$.

Для этого применяем $H + Z + X$

1. $|0\rangle \rightarrow^{H} \frac{|0\rangle = |1\rangle}{\sqrt{2}}$

2. Z переворачивает знак у $|1\rangle$
3. X меняет $|0\rangle$ и $|1\rangle$ местами и даёт нужный результат



п4

Необходимо получить с помощью R_x:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle$

Вентиль $R_X(\theta)$:

$$R_X(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -i\sin\frac{\theta}{2} \\ -i\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

Действие на $|0\rangle$:

$$R_X(\theta)|0\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle - i\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

Сравниваем с нужным состоянием по модулям амплитуд:

$|cos\frac{\theta}{2}| = \sqrt{0.1}$

$|sin\frac{\theta}{2}| = \sqrt{0.9}$

Берём

$cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{0.1} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = arccos(\sqrt{0.1})$

$\theta = 2arccos(\sqrt{0.1}) \approx 2.498092$

После RX получаем

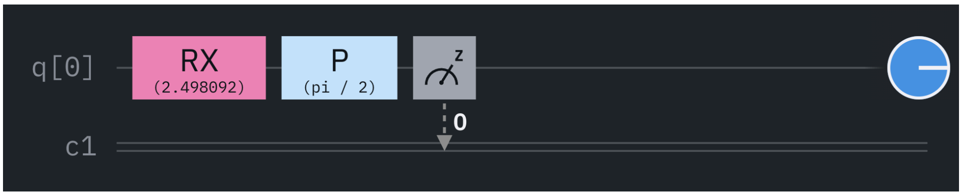
$R_x(\theta)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - i\sqrt{0.9}|1\rangle$

Фаза $-i$ у $|1\rangle$ нам мешает, поэтому добавляем фазовый вентиль $P(\frac{\pi}{2})$: он умножает амплитуду $|1\rangle$ на $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$:

$- i\sqrt{0.9} \cdot i =+ \sqrt{0.9}$

Итог:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle$



Симуляция

Job results

Measurement outcome	Frequency
0	224
1	800

$P(|0\rangle) = \frac{224}{1024} =.21875$

$P(|1\rangle) = \frac{800}{1024} =.78125$

п5

Необходимо получить с помощью R_Y:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle$

Вентиль $R_X(\theta)$:

$$R_Y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

Действие на $|0\rangle$:

$$R_Y(\theta)|0\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

Сравним

$cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{0.1}$

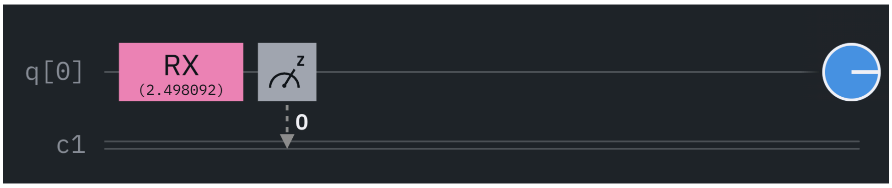
$sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{0.9}$

Этот же угол:

$\theta = 2\, arccos(\sqrt{0.1}) \approx 2.498092$

Тогда сразу:

$$R_Y(\theta)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle$$



После симуляции:

$P(|0\rangle) = \frac{218}{1024} = .212891$

$P(|1\rangle) = \frac{806}{1024} = .787109$

п6

Необходимо получить с помощью U:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle.$

Общий вентиль $U(\theta, \phi, \lambda)$:

$$U(\theta, \phi, \lambda) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -e^{i\lambda}\sin\frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} & e^{i(\phi+\lambda)}\cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

При $\phi = 0,\ \lambda = 0$ он превращается в:

$$U(\theta, 0,0) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

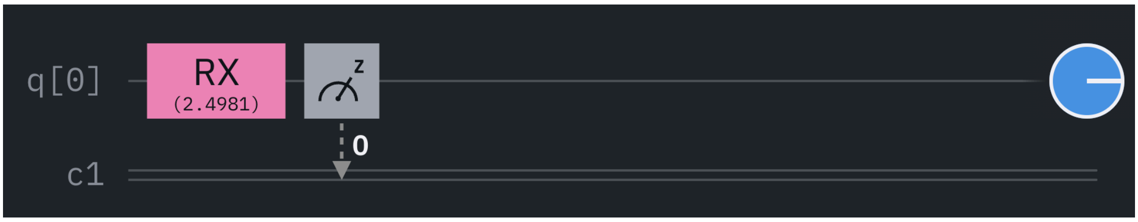
Значит можно просто взять те же параметры, что и в пункте 5:

$$\theta = 2\arccos(\sqrt{0.1}) \approx 2.4981$$

$$\phi = 0,\ \lambda = 0.$$

Тогда

$$U(\theta, 0,0)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle.$$



Полученные вероятности

$P(|0\rangle) = \frac{256}{1024} =.25$

$P(|1\rangle) = \frac{768}{1024} =.75$

п7

Необходимо получить с помощью R_x:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - \sqrt{0.9}|1\rangle$.

Мы уже умеем делать

$\sqrt{}\{0.1\}|0\rangle + \sqrt{}\{0.9\}|1\rangle$ из пункта 4 ($RX + P$).

Остаётся поменять знак у $|1\rangle$ Это делает фазовый вентиль Z:

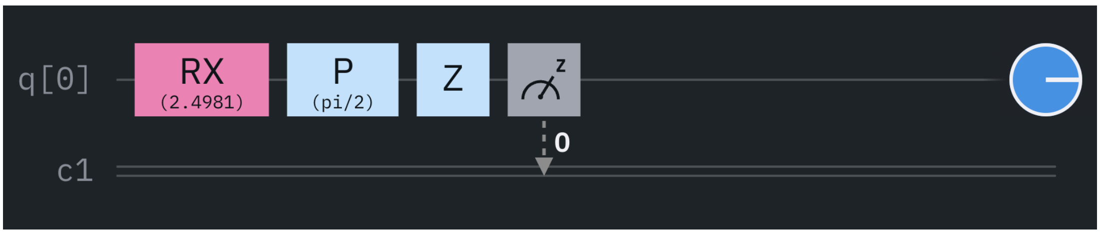
$$Z|0\rangle = |0\rangle, \quad Z|1\rangle = -|1\rangle$$

Поэтому берём схему из п.4 и добавляем Z:

1. $RX(\theta)$ с ($\theta = 2.4981$)
2. $P(\frac{\pi}{2})$
3. Z

После шага 2 имеем:($\sqrt{}\{0.1\}|0\rangle + \sqrt{}\{0.9\}|1\rangle$

После Z: $\sqrt{}\{0.1\}|0\rangle - \sqrt{}\{0.9\}|1\rangle$



Полученные вероятности

$P(|0\rangle) = \frac{216}{1024} =.210938$

$P(|1\rangle) = \frac{808}{1024} =.789063$

п8

Необходимо получить с помощью R_Y:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - \sqrt{0.9}|1\rangle.$

Как в пункте 5, вентиль $R_Y(\theta)$)создаёт состояние

$$\sqrt{0.1}\,|0\rangle + \sqrt{0.9}\,|1\rangle,$$

Если выбрать угол

$$\theta = 2\arccos\left(\sqrt{0.1}\right) \approx 2.4981$$

Вентиль $R_Y(\theta)$:

$$R_Y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

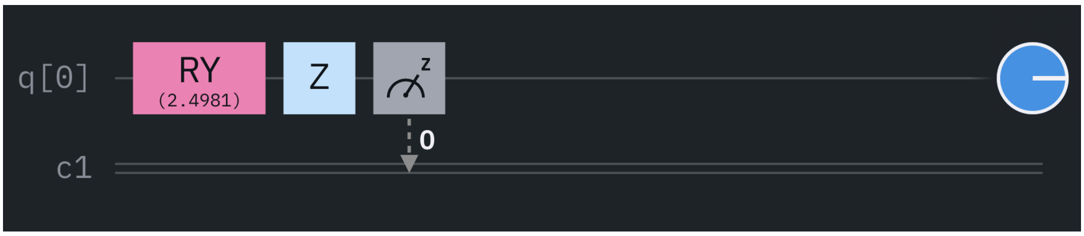
Тогда

$$RY(\theta)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle.$$

Чтобы получить минус добавим фазовый вентиль Z, матрица которого:

Итоговое состояние:

$$ZR_Y(\theta)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - \sqrt{0.9}|1\rangle$$



Полученные вероятности

$P(|0\rangle) = \frac{208}{1024} = .203125$

$P(|1\rangle) = \frac{816}{1024} = .796875$

п9

Необходимо получить с помощью U:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle$- $\sqrt{0.9}|1\rangle$.

Из пункта 6 знаем, что вентиль ($U(\theta, 0{,}0)$) полностью эквивалентен R_Y (θ):

$$U(\theta, 0{,}0) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

Параметры:

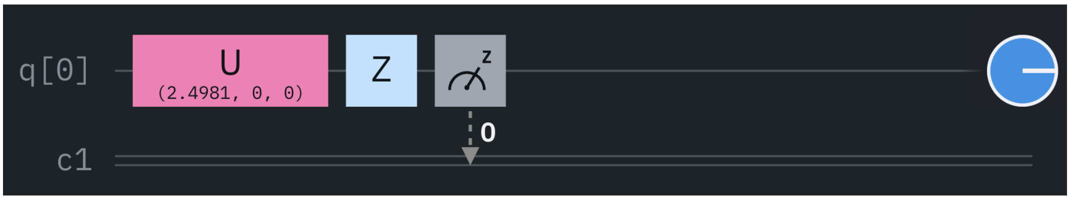
$$\theta = 2\arccos\left(\sqrt{0.1}\right) \approx 2.4981,\ \phi = 0,\ \lambda = 0$$

Тогда:

$$U(\theta, 0{,}0)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle.$$

Чтобы получить минус снова применим фазовый вентиль Z:

$$Z\ U(\theta, 0{,}0)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - \sqrt{0.9}|1\rangle.$$



Полученные вероятности

$P(|0\rangle) = \frac{242}{1024} =.236328$

$P(|1\rangle) = \frac{782}{1024} =.763672$

п10

Необходимо получить с помощью вентилей поворота:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - \sqrt{0.9}|1\rangle$.

Как в п. 5, используем вентиль поворота вокруг оси Y:

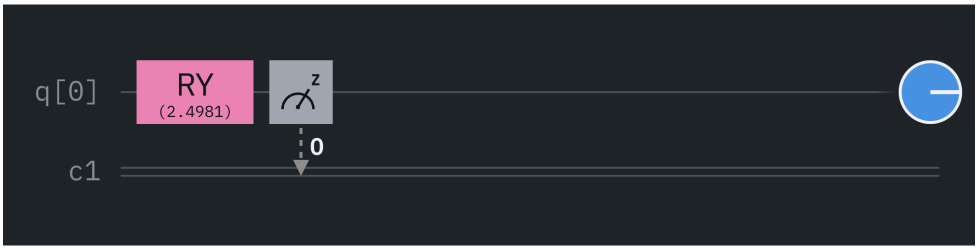
$$R_Y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

При выборе

$$\theta = 2\arccos(\sqrt{0.1}) \approx 2.4981$$

имеем

$$RY(\theta)|0\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle$$



Полученные вероятности

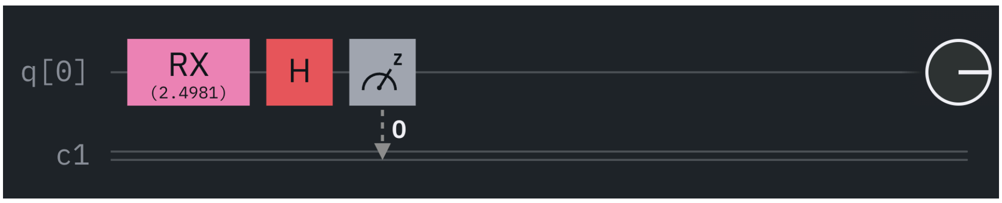
$P(|0\rangle) = \frac{213}{1024} =.208008$

$P(|1\rangle) = \frac{811}{1024} =.791992$

п11

Необходимо получить с помощью R_x:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle$



Составим схему, представленную на рисунке 23

Полученные вероятности после симуляции:

$$P(|0\rangle) = \frac{546}{1024} = 0{,}5332;\ P(|1\rangle) = \frac{478}{1024} = 0{,}4668$$

В пункте 4 мы уже показали, что при угле

$$\theta = 2\arccos\left(\sqrt{0.1}\right) \approx 2.4981$$

вентиль $\mathrm{R_X}(\theta)$ переводит состояние $|0\rangle$ в

$$RX(\theta)|0\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle - i\sqrt{0.9}|1\rangle$$

Теперь добавляем вентиль Адамара (H), как на рис. 23.

Применяем:

$$|\psi_1\rangle = H|\psi\rangle = (\sqrt{0.1} - i\sqrt{0.9})|0\rangle + (\sqrt{0.1} + i\sqrt{0.9})|1\rangle$$

Вероятности:

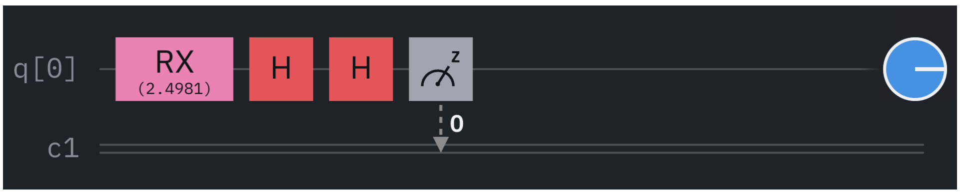
$$P(0) = \frac{\left|\sqrt{0.1} - i\sqrt{0.9}\right|^2}{2} = \frac{0.1 + 0.9}{2} = 0.5$$

$$P(1) = \frac{\left|\sqrt{0.1} + i\sqrt{0.9}\right|^2}{2} = \frac{0.1 + 0.9}{2} = 0.5$$

То есть после добавления вентиля H распределение становится равномерным

Результаты согласуются с теорией

п12



Составим схему, представленную на рисунке 24

Полученные вероятности после симуляции:

$$P(|0\rangle) = \frac{177}{1024} = 0{,}1143;\ P(|1\rangle) = \frac{907}{1024} = 0{,}8857$$

Необходимо получить с помощью R_x:

$|\psi\rangle = \sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.9}|1\rangle.$

Применяем два H, как на рис. 24

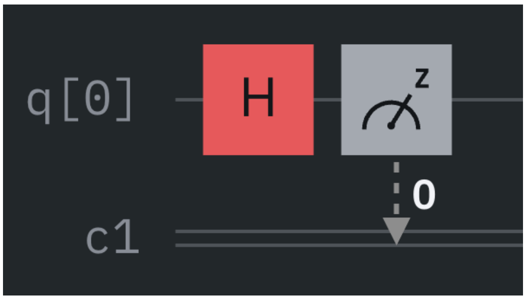
Так как $H^2 = I$, два подряд идущих H ничего не меняют.

Значит выходное состояние остаётся тем же, что после R_x:

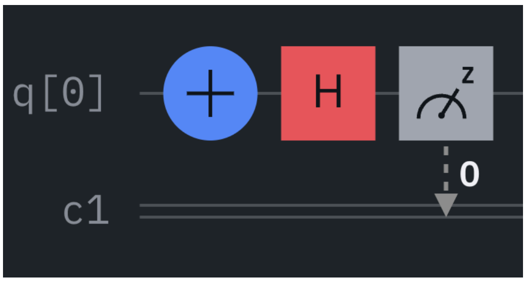
$$P(0) = 0.1, \qquad P(1) = 0.9.$$

Результаты согласуются с теорией

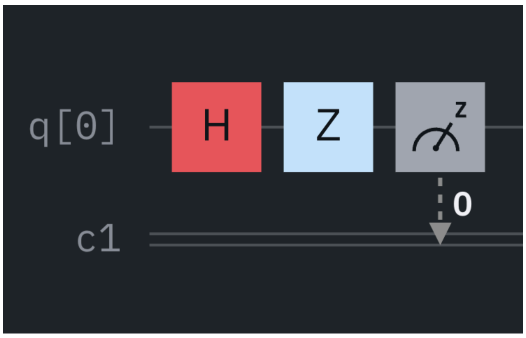
п13



A.



B.



C.

Создаем схемы представленные на рисунках 25 - 27

Выполняем в режиме симуляции все 3 схемы, считаем и записываем в таблицу вероятности:

Результаты измерения	Вероятности		
	Схема a	Схема b	Схема c
$P(\|0\rangle)$	0,4792	0,5302	0,4841
$P(\|1\rangle)$	0,5208	0,4698	0,5159

Схема a)

Один вентиль Адамара H:

$$|0\rangle \xrightarrow{H} \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Вероятности:

$$P(0) = P(1) = 0.5$$

Схема b)

Сначала вентиль X, затем H:

$$|0\rangle \xrightarrow{\mathrm{X}} |1\rangle \xrightarrow{H} \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

По модулю амплитуд снова

$$P(0) = P(1) = 0.5$$

Схема c)

Сначала H, затем фазовый вентиль Z:

$$0\rangle \xrightarrow{H} \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\mathrm{Z}} \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

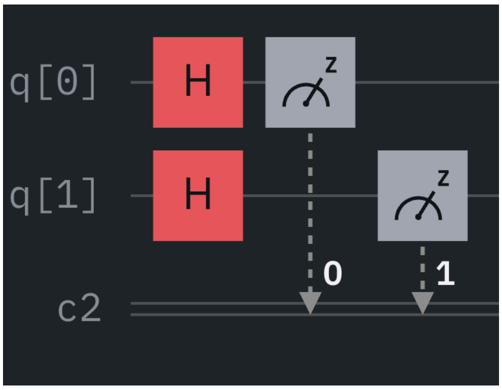
Знак у $|1\rangle$ меняется, но вероятности не зависят от фазы, значит

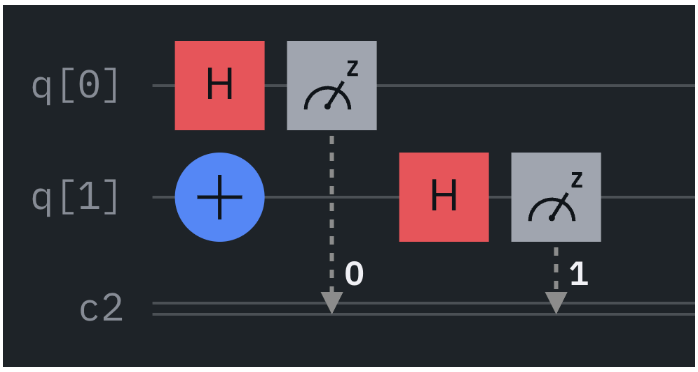
$$P(0) = P(1) = 0.5$$

Схемы отличаются только фазой состояния, которая не проявляется при измерении в вычислительном базисе.

Результаты согласуются с теорией

п14

A. 

B. 

Выполняем в режиме симуляции, считаем и записываем в таблицу вероятности:

Результаты измерения	Вероятности	
	Схема a	Схема b
$P(\|0\rangle)$	0,4792	0,5302
$P(\|1\rangle)$	0,5208	0,4698

Схема a)

На оба кубита действует вентиль (H):

$$(H \otimes H)\,|00\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$$

Все четыре базисных состояния имеют одинаковый модуль амплитуды (1/2), поэтому

$$P(00) = P(01) = P(10) = P(11) = \ 0.5$$

Схема b)

На первый кубит действует H, на второй – сначала X, затем H

После первых вентилей:

$$|00\rangle \xrightarrow{H\otimes \mathrm{X}} \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes |1\rangle \ = \ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|01\rangle - |11\rangle)$$

Дальше на второй кубит действует (H):

$$(H \otimes H)(|00\rangle) \ = \ (H|0\rangle) \otimes (H|0\rangle) \ = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$$

то есть по модулю амплитуд результат совпадает со схемой a)

(различаются только фазы промежуточных состояний).

Следовательно, снова

$P(00) = P(01) = P(10) = P(11) = \ 0.5.$

Различия между схемами заключаются только в фазах компонент квантового состояния, а вероятности измерения совпадают.

Результаты эксперимента согласуются с теорией.