MGM_IT Semesterprüfung HS2014

Zeit: 60 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel:
- Selbstgeschriebene Notizen im Umfang von 10 Blättern (bzw. 20 Seiten) im Format A4
- Nicht-grafik- und nicht-algebrafähiger Taschenrechner (nur für Grundoperationen und Auswertungen elementarer Funktionen)

Aufgabe 1
Sei $A = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$ und die Relation $R = \{(x, 7), (1, 8), (4, 4), (9, 8), (7, 3), (5, 5), (9,1), (8, 9), (8, 1), (1, 9), (3, 3), (8, 8), (7, 7), (1, 1), (y, y)\}$ auf der Menge A.
a) Welche Bedingungen müssen für eine Äquivalenzrelation gelten?
b) Wie hat man $x, y \in A$ zu wählen, damit R eine Äquivalenzrelation auf A ist? Begründen Sie kurz.
c) Geben Sie alle Äquivalenzklassen von R an.

Aufgabe 2
Auf den Mengen $A = \{1,2,3,4\}$ und $B = \{a,b,c,d\}$ sind die nachfolgenden Relationen gegeben. Welche Eigenschaften gelten? (Bitte ankreuzen)

$R_i \subseteq A \times B$	Rechtseindeutig	Linkstotal	Rechtstotal	Linkseindeutig
$R_1 = \{(1,c),(4,b),(3,d),(2,a)\}$				
$R_2 = \{(1,a),(1,b),(4,c),(3,d)\}$				
$R_3 = \{(1,d),(2,a),(3,a),(4,c)\}$				

Bei welcher/n Relation(en) handelt es sich um Funktionen?

Aufgabe 3
Eine Funktion f ist, wie folgt rekursiv definiert:
$f(1) = 1$ und $f(n + 1) = f(n) + 8n$, $n \geq 1$.
a) Berechnen Sie $f(5)$.
b) Wie lautet die explizite Form dieser Rekursion? Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass Ihre Lösung für alle $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ stimmt.

Aufgabe 4
Sind die Mengen $A = [0,2]$ und $B = [0,4]$ gleich mächtig? Begründen Sie ausführlich warum nicht oder warum.

Aufgabe 5
Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass die nachfolgende Aussage stimmt

$$\forall n \in \mathbb{N}_{>0} \ \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n-2)\cdot(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

Aufgabe 6
Gesucht ist $a \in \mathbb{N}$, so dass a die Zahlen 238 und 255 teilt.

Aufgabe 7
Berechnen Sie den ggT(4711, 1024) mit dem euklidischen Algorithmus:

Aufgabe 8
Berechnen Sie (mindestens 2 Vereinfachungsschritte):
a) $(-7 + 5 + 40) \bmod 8$
b) $(27 \cdot 456 + 33) \bmod 13$
c) $2757^{27} \bmod 9$
d) $2764^{27} \bmod 9$

Aufgabe 9
Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf:
a) $6x + 2 \equiv 4 \bmod 9$
b) $34x - 95 \equiv 25 \bmod 101$
c) $4x \equiv 8 \bmod 10$
Hinweis: Aufgabe a) ist nicht lösbar. Warum?

Aufgabe 10
Gesucht ist die kleinste Zahlen $x \in \mathbb{N}$, für die gilt:
$x \equiv 12 \bmod 15$
$x \equiv 7 \bmod 16$