

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО СВЯЗИ
Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

Кафедра «Информатики и вычислительной техники»

И.А. Стефанова

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Задания и методические указания
к лабораторным работам по информатике

Самара
2015

УДК: 004.42: 519.85

С

Рекомендовано к изданию методическим советом ПГУТИ,
протокол № 22, от 16.04.2015 г.

Стефанова, И. А.

С Информатика: методическая разработка по выполнению лабораторных работ / И. А. Стефанова. – Самара: ПГУТИ, 2015. – 52 с.

Методическое пособие «Методы обработки данных в системе Mathcad» содержит 4 лабораторные работы, позволяющие студентам освоить основы работы в этой среде, решая математические задания в привычной математической форме с использованием операторов палитры математических объектов, имеющих естественную форму задания. Методическое пособие разработано в соответствии с ФГОС ВПО по направлениям подготовки: бакалавра «11.03.02 *Инфокоммуникационные технологии и системы связи (ИКТ)*» и бакалавра «12.03.03 – *Фотоника и оптоинформатика* (Оптические информационные технологии)». Предназначено для использования на практических занятиях по дисциплине «Информатика» при подготовке студентов ФБТО очной полной формы обучения 1 курса во 2 семестре.

ISBN

©, Стефанова И.А., 2015

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА	5
ИНТЕРФЕЙС СИСТЕМЫ МАТНСАД	5
1. ПРОСТЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ГРАФИКИ	6
2. РАБОТА С МАТРИЦАМИ И ВЕКТОРАМИ	16
3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ	26
4. СИМВОЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ	34
ПРИЛОЖЕНИЕ. СТАНДАРТНЫЕ ФУНКЦИИ МАТНСАД	49
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	51

РЕЦЕНЗЕНТ:

АЛАШЕЕВА Е.А., к.ф.-м.н., доц. кафедры ВМ

Введение

Данный цикл лабораторных работ включает в себя четыре лабораторные работы, направленные на применение системы *Mathcad* в технических расчетах, решении математических задач в системе символьной математики. Цикл может использоваться на практических занятиях по дисциплине «Информатика» при подготовке бакалавра «11.03.02 *Инфокоммуникационные технологии и системы связи (ИКТ)*», бакалавра «12.03.03 *Фотоника и оптоинформатика (ОИТ)*» и бакалавра «11.03.01 *Радиотехника*».

Настоящее методическое пособие поможет студентам сориентироваться в учебном материале по изучению обширных возможностей в автоматизации математических, научно-технических и инженерных расчетов и вычислений в математических пакетах, а также успешно выполнить учебный план дисциплины «Информатики» в целом.

Содержание отчета

1. Название работы, цель работы, задание в соответствии с вариантом.
2. Результаты (*ScreenShots*) выполнения заданий в *Mathcad*.
3. Выводы по работе.

Интерфейс системы Mathcad

Все работы прodelываются в рабочем окне, которое открывается после запуска системы *Mathcad* (рис. 1). Обычно в окне системы присутствуют окно центра ресурсов и панель палитр математических знаков. С помощью меню *Вид* можно менять состав инструментальных панелей и устанавливать интерфейс системы *Mathcad* под решение конкретных задач. В рабочем поле *Mathcad* можно создавать области трех видов: вычисляемые, текстовые, графические. Последние могут масштабироваться.

Работа в системе *Mathcad* сводится к вводу в окне редактирования заданий на вычисления и установки форматов для наглядного отображения результатов вычислений.

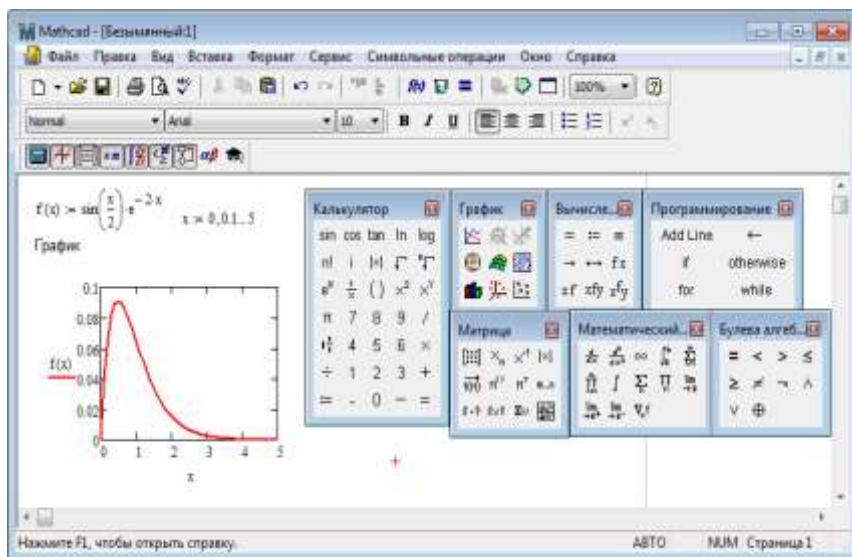


Рис.1 Окно системы *Mathcad*-14 и панели с математическими знаками

1. Простые вычисления и графики

1.1 Цель работы

Научиться вводить, редактировать, выводить данные, строить и форматировать графики.

1.2 Подготовка к работе

По указанной литературе изучить:

- правила ввода текста, данных, переменных;
- правила создания областей;
- задание функций пользователя;
- операторы присваивания;
- правила вывода результатов, формирования таблиц;
- правила построения графиков и графические средства для работы с графиками.

1.3 Задание и порядок выполнения работы

1. Запустить систему *Mathcad*. Изучить структуру интерфейса.
2. В главном окне последовательно открыть все пункты меню и усвоить место положения основных команд.
3. Подробно ознакомиться с панелью *Математика* и составляющими ее палитрами.
4. Создать в текстовой области заголовок документа «Простые вычисления».
5. Задача 1. С помощью палитр математической панели (рис. 1.1) поочередно вывести значения системных переменных: π , e , TOL , $ORIGIN$, \sqrt{i} , $\%$.
6. Задача 2. С помощью палитр *Калькулятор* и *Математический анализ* поочередно вывести значения $\sin(\pi/6)$,
 $\sum_{n=1}^5 \sin^2(i)$, $\prod_{m=3}^8 \sqrt{m}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$, $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) dx$,
 $\sin^2(3) + \cos^2(3)$, $|\cos(-2\pi/3)|$.
7. Задача 3. Рассчитать параметр, заданный в варианте задания табл.1.1:

Таблица 1.1 Варианты заданий

N	Вычислить:
1	объем поверхности параллелепипеда. Сторона основания и высота фигуры задается произвольно.
2	площадь поверхности цилиндра. Радиус и высота цилиндра задается произвольно.
3	объем поверхности пирамиды, с основанием равностороннего треугольника. Сторона основания треугольника и высота фигуры задается произвольно.
4	площадь поверхности конуса. Радиус и образующая конуса задаются произвольно.
5	объем поверхности четырехугольной пирамиды. Стороны основания, высота пирамиды задаются произвольно.
6	площадь поверхности пирамиды, в основании которой лежит прямоугольный треугольник. Стороны основания и высота пирамиды задаются произвольно.
7	объем поверхности пирамиды, с основанием квадрата. Сторона основания квадрата и высота фигуры задается произвольно.
8	площадь куба. Стороны основания и высота куба задаются произвольно.
9	вычисляет площадь поверхности параллелепипеда. Сторона основания и высота фигуры задается произвольно.
10	вычисляет объем поверхности цилиндра. Радиус и высота цилиндра задается произвольно.
11	площадь поверхности пирамиды, с основанием равностороннего треугольника. Сторона основания треугольника и высота фигуры задается произвольно.
12	объем поверхности конуса. Радиус и образующая конуса задаются произвольно.
13	вычисляет площадь поверхности четырехугольной пирамиды. Стороны основания и высота пирамиды задаются произвольно.

14	объем поверхности пирамиды, в основании которой лежит прямоугольный треугольник. Стороны основания и высота пирамиды задаются произвольно.
15	площадь поверхности пирамиды, с основанием квадрата. Сторона основания квадрата и высота фигуры задается произвольно.
16	объем куба. Стороны основания и высота куба задаются произвольно.

8. Задача 4, Построить графики заданных функций по исходным данным, приведенным в табл. 1.2 и в табл. 1.3.

Для этого:

1. задать исходные данные x_0 , x_n , h , a , b ;
2. задать ранжированную переменную x , изменяющуюся в пределах от x_0 до x_n с шагом h ;
3. задать функции пользователя y и z ;
4. вычислить и вывести таблицы значений функций y и z для аргумента x в заданном интервале;
5. вывести графики функций y и z в декартовых координатах:

- в разных шаблонах;
- вместе в одном шаблоне;

Для графиков функций y и z использовать разный тип линий. Для первого графика $y(x)$ цвет линии, тип маркера и стиль линии взять по варианту N из таблицы 1.3, для второго графика $z(x)$ – взять характеристики линии из той же таблицы, но по варианту $17 - N$.

6. Добавить в каждый график заголовок и сетку.

Таблица 1.2 Варианты функций

N	Функция 1	Функция 2	x_0	x_n	h	a	b
1	$y = 2 \cdot \cos(x^2)$	$z = e^{-ax} \sqrt{ x +1} + e^{-bx} \sqrt{ x +1}$	-5	5	0,3	0,5	0,2
2	$y = a \cdot \sin(a \cdot x)$	$z = x^{b/x} - x \sqrt{b/x}$	0,1	3	0,2	2	0,2

3	$y=a \cdot \cos(x)$	$z = \ln(a + x^2) + \sin \frac{(a + x^2)}{b}$	-3,5	3,5	0,2	5	2
4	$y=x^2 - 5$	$z = \sin^3(x^2 + a) - \sqrt{\frac{x^2 + a}{b}}$	-3	3	0,3	2	5
5	$y=b \cdot \sin^2(x/3)$	$z = \sqrt{x^2 + b} - \frac{\cos(x^2+b)}{a}$	-5	5	0,2	-0,5	15
6	$y=b \cdot \sin^2(x)$	$z = (a - x) \frac{b(a - x)}{1 + (a - x)^2}$	-3	2	0,5	-1	10
7	$y=a \cdot x^2 + 5$	$z = \sqrt{x^2 + b} - \frac{\cos(x^2+b)}{a}$	-3	3	0,2	-0,5	10
8	$y=b \cdot \cos(x^2)$	$z = \sin^3(x^2 + a) - \sqrt{\frac{x^2 + a}{b}}$	-3.5	3.5	0,4	2	5
9	$y= \ln(x+5) $	$z = (a - x) \frac{b - a / (a - x)}{1 + (a - x)^2}$	-3	2	0,5	-1	10
10	$y=e^{-x} \cdot \cos(x)$	$z = \sqrt{\frac{(x+b)^2}{a}} + \sin(x+b);$	-2,5	4	0,7	2	4
11	$y=\sin(b \cdot x/a)$	$z = e^{-bx} \sin(ax+b) - \sqrt{ ax+b }$	-2,4	1,5	0,4	-0,5	2
12	$y=x^3/a$	$z = e^{-bx} \frac{x + \sqrt{(x+a)^2}}{x - \ln x+a }$	-2,4	-0,6	0,2	3	1,5
13	$y=x^2-a$	$z = \frac{a^{2x} + \cos(a+b)x}{\sin(a+b)x}$	-3,5	-0,3	0,3	5	5
14	$y= \operatorname{tg}(x) /x^2$	$z = \sqrt{a \sin x + b \sin x }$	-3,0	3,0	0,4	3	5
15	$y=\sin(x^2)$	$z = \sqrt{\frac{(x+b)^2}{a}} + \cos(x+b)$	-4	4	0,2	2	4
16	$y=a \cdot \cos(x)$	$z = \frac{x^2(x+2)}{b} - b \sin^2(x+2)$	-2,5	2	0,3	2	5

Таблица 1.3 Варианты атрибутов графиков

N	Тип линии	Цвет линии	Тип маркера	N	Тип линии	Цвет линии	Тип маркера
1	-----	<i>red</i>	x	9	-----	<i>red</i>	●
2	<i>blue</i>	+	10	<i>blue</i>	▲
3	-----	<i>green</i>	□	11	-----	<i>green</i>	x
4	- . - . -	<i>mage</i>	◇	12	- . - . -	<i>mage</i>	+
5	-----	<i>cyan</i>	○	13	-----	<i>cyan</i>	□
6	<i>brown</i>	△	14	<i>brown</i>	◇
7	-----	<i>orange</i>	■	15	-----	<i>orange</i>	○
8	- . - . -	<i>lime</i>	◆	16	- . - . -	<i>lime</i>	△

9. Проанализировать полученные результаты на соответствие поставленных задач и сделать выводы по работе.

1.4 Методические указания

Документ *Mathcad* содержит области трех типов: вычисляемые, графические, текстовые. Области можно размещать в произвольном порядке. Их можно выделять, удалять, перемещать, копировать в буфер, выравнивать, разделять, изменять размеры (для графических объектов). Размещение областей должно соответствовать процессу обработки данных: сначала вводу переменных, функций, а затем уже выводу таблиц и графиков.

Вычисляемые области создаются автоматически, при вводе латинских и греческих символов. При переходе на кириллицу создаются текстовые области, внутри которых, можно при необходимости организовать и вычисляемые области. Для этого используются опции «Регион формул» или «Регион текста» в пункте меню Вставка. Кроме того, можно для создания текстовых областей использовать сочетание клавиш *Shift* + “.

Алфавит языка *Mathcad* содержит:

- буквы латинского, греческого алфавита и кириллицы,
- арабские цифры,
- системные переменные,
- операторы,
- функции,
- специальные знаки.

Переменные – это поименованные объекты, значения которых могут в программе меняться. Задаются они с помощью оператора присвоения :=. Например, $a:=5$ (см. рис. 1.1).

Системные переменные, значения которых предопределены, к ним относятся константа π , основание натурального логарифма e , процент %, нижняя граница индексации массива $ORIGIN=0$, погрешность численных методов (0,001) TOL, процент (0,01) % и другие. Их значения могут быть при необходимости переопределены, например $ORIGIN=1$.

Операторы языка предназначены для создания математических выражений и представлены в виде:

- символов арифметических операций, $*$ / + –
- знаков вычисления сумм, произведений, производных, интегралов, пределов и др. например, $\sum T$, $\prod T$, $\int f(x)dx$

Они вводятся в документ с помощью соответствующих палитр.

Оператор присваивания может быть локальным или глобальным. Переменные, значения которым присвоены локально, считаются известными в блоках справа и ниже от выражения. Для локального присваивания используется оператор :=.

Переменные, значения которым присвоены глобально, считаются известными во всех блоках документа. Для глобального присваивания используется оператор \equiv .

Функция – элемент языка, имеющий имя и параметры, указываемые в круглых скобках, например, $y(x)$. На основе встроенных элементарных функций строятся функции пользователя.

Формат задания функции пользователя:

Имя(аргументы) := Выражение

Например, $fun(x):=10 \cdot (1 - e^x)$ или $arg(x,y):=\sqrt{x^2 + y^2}$.

Примеры выполнения заданий 1-3 с использованием встроенных средств Mathcad приведены на рисунке 1.1.

При обращении к функции по имени с указанием аргументов она возвращает значение:

- численное,
- символьное (формулу),
- вектор или матрицу.

В систему встроено порядка 250 разнообразных функций.

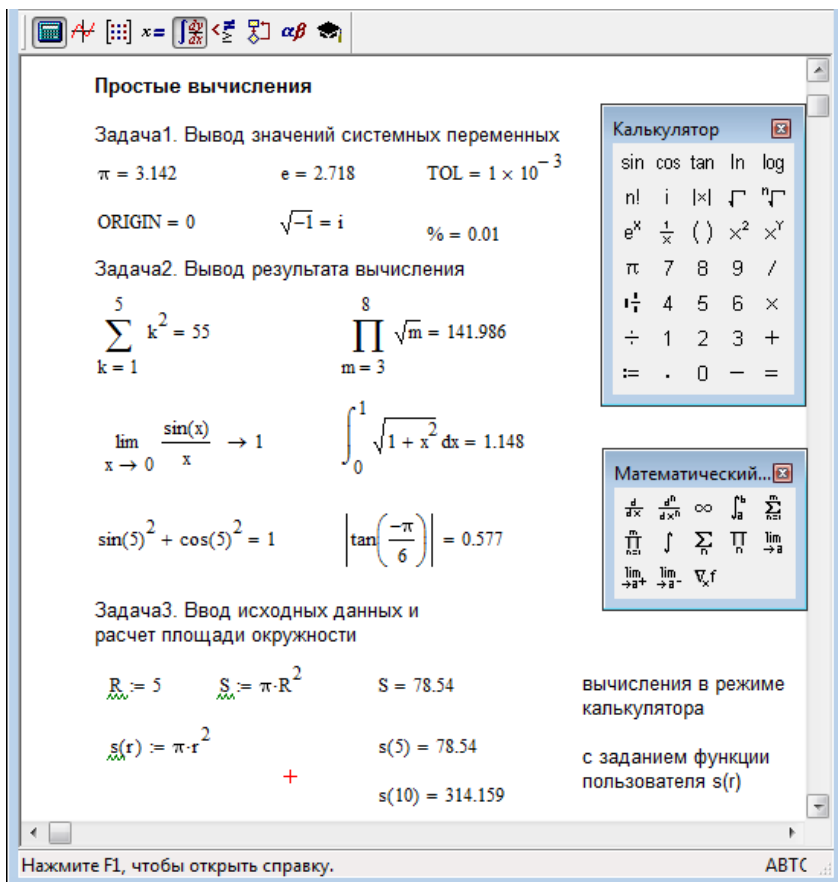


Рис. 1.1 Примеры создание областей в системе *Mathcad*

Часть наиболее широко используемых элементарных функций находится на палитре *Калькулятор* (см. рис. 1.1), с помощью которой эти функции вводятся в выражения.

Ранжированная переменная применяется для создания циклов с известным числом повторений и имеет ряд фиксированных значений, меняющихся от начального значения x_0 до конечного x_n с определенным шагом h .

Формат задания ранжированной переменной:

$$x := x_0, x_0 + h \dots x_n$$

Шаг изменения чаще бывает положительным, когда $x_p > x_o$, но может быть и отрицательным в противном случае.

Для вычисления функции и вывода таблицы ее значений необходимо задать её в виде функции пользователя, ввести ранжированную переменную и вывести ее значения оператором $=$. Сама таблица будет сформирована автоматически (см. рис. 1.2).

Графические области могут располагаться в любом месте, но после вычисления переменных и функций, которые должны отображаться на графике. Для активизации графического редактора:

1. Из пункта Вставки строки меню выбрать опцию *График* (рис. 1.2).

2. Из появившегося подменю выбрать тип графика (один из 7 возможных вариантов).

3. В шаблоне графика заполнить пустые позиции.

Альтернативой команд меню служит палитра *Графика* (рис. 1.2).

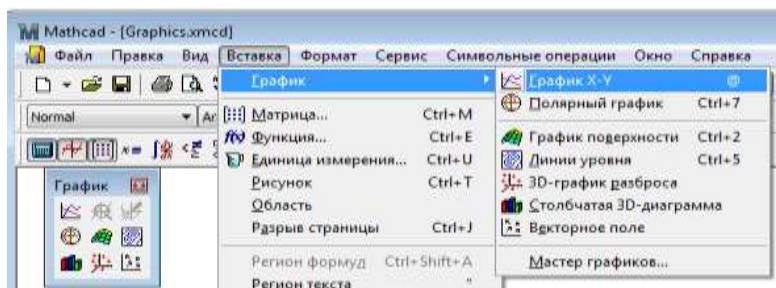


Рис. 1.2 Создание графической области

Для построения X-Y графика необходимо:

- задать соответствующую функцию.
- ввести ранжированную переменную с заданным шагом (необязательная часть в последних версиях *Mathcad*).
- вывести шаблон двумерного графика.
- в шаблоне графика заполнить маркеры – места для ввода функции и аргумента, а так же пределов их изменения. При построении нескольких графиков в одном шаблоне, переменные разделяются запятыми.

– щелкнуть мышью за границей шаблона графика.

Для быстрого построения графика достаточно ввести функцию, график которой нужно построить; вызвать шаблон графика и заполнить маркеры для ввода функции и аргумента.

Пример построения графиков в разных шаблонах и в одном шаблоне приведен на рис. 1.3.

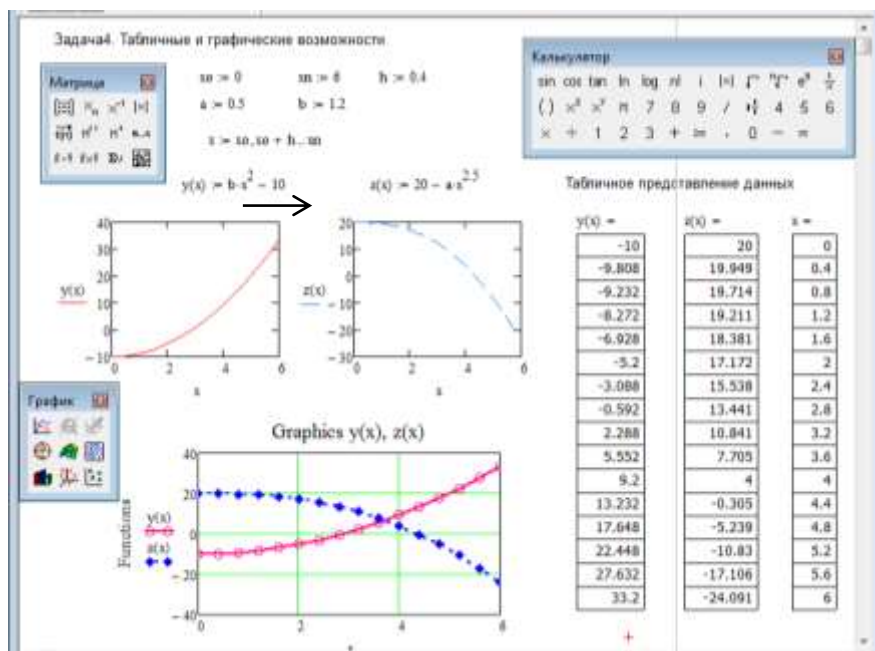


Рис. 1.3 Пример работы с графическими областями

Для редактирования графиков используют диалоговое окно, которое вызывается командой *График* оконного меню *Формат* или двойным щелчком мыши по графику (рис. 1.4).

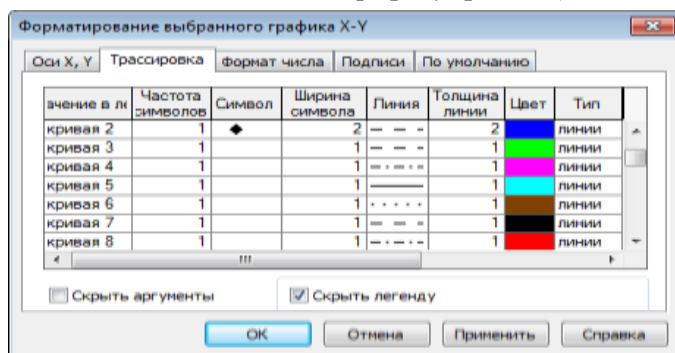


Рис. 1.4 Окно для форматирования параметров X-Y графика

Окно содержит ряд вкладок, с помощью которых можно придать графику (графикам) желаемый вид.

1.5 Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. *ScreenShots* выполнения заданий, вставленные в документ, созданный в текстовом редакторе *MS Word*.
3. Выводы о двойственности математических операторов и функций, значении специальных символов, виды переменных и способы выводов результатов вычислений.

1.6 Контрольные вопросы

1. Поясните структуру окна системы *Mathcad*.
2. Поясните структуру панели *Математика* системы *Mathcad*.
3. Поясните состав палитры *Калькулятор*;
4. Поясните состав палитры *Вычисление*;
5. Поясните состав палитры *Математический анализ*;
6. Поясните состав палитры *Графика*;
7. Какие приёмы создания текстовой области Вы знаете?
8. На примерах поясните, как вводятся символы математических операций.
9. Как вводятся данные и выражения? Перечислите приоритетность выполнения операций в выражениях.
10. Какие типы данных используются в системе *Mathcad*?
11. Какие виды переменных используются в системе *Mathcad*? Какие требования предъявляются к идентификаторам?
12. Что такое ранжированная переменная и для решения, какого рода задач, она используется?
13. Какие категории функций имеются в системе *Mathcad*?
14. Дать понятие функции пользователя?
15. Назовите виды операторов системы *Mathcad* и поясните их назначение.
16. Как вывести результаты вычислений в виде таблиц?
17. Как создать и отредактировать XY - график?

2. Работа с матрицами и векторами

2.1 Цель работы

Научиться работать с массивами данных, ознакомиться с векторными и матричными операторами и функциями.

2.2 Подготовка к работе

По указанной литературе изучить:

- способы создания матриц и векторов;
- использование шаблонов для ввода элементов матриц и векторов;
- матричные и векторные операторы;
- матричные и векторные функции;
- правила вывода результатов;
- символьные вычисления с матрицами.

2.3 Задание и порядок выполнения работы

1. Создать в текстовой области заголовок документа «Работа с матрицами и векторами».

2. Задача 1. Выполнить над векторами $V1$ и $V2$, приведенными в табл.2.1, следующие действия:

- ввод векторов $V1$, $V2$;
- сложение $V3=V1+V2$ и вычитание векторов $V4=V1-V2$;
- скалярное умножение векторов $V5=V1 \cdot V2$;
- поэлементное произведение (векторизацию) векторов $V6 = \overline{V1 \cdot V2}$ и поэлементное деление заданных векторов $V7 = V1/V2$;
- возведение элементов вектора $V1$ в степень $k = 3$;
- транспонирование вектора $V1$;
- умножение вектора $V2$ на скаляр s (значение которого приведено в табл. 1.1);
- деление полученного результата на скаляр s ;
- вывод 3-го элемента от результата предыдущей операции;
- вывод последнего элемента вектора $V2$;
- обращение элементов вектора $V2^{-1}$;
- вычисление суммы $\sum V1$ элементов вектора $V1$.

3. Задача 2. Выполнить над матрицами $M1$ и $M2$, приведенными в табл.2.1, следующие действия:

- ввод матриц $M1$ и $M2$;
- сложение $M3:=M1+M2$ и вычитание матриц $M4:=M1-M2$;
- матричное умножение $M5:=M1 \cdot M2$ и поэлементное умножение (векторизацию) заданных матриц $M6:=\overline{M1 \cdot M2}$;
- матричное и поэлементное деление заданных матриц;
- матричное и поэлементное возведение элементов матрицы $M1$ в степень $k = 2$;
- транспонирование матрицы $M1$;
- умножение матрицы $M2$ на скаляр $s = 5$ (значение которого приведено в табл. 2.1),
- деление полученного результата на скаляр s ;
- вычисление определителя матрицы $M1$;
- вывод 3-й строки матрицы $M1$;
- вывод 2-го столбца матрицы $M1$;
- вывод последнего элемента матрицы $M2$;
- обращение элементов матрицы $M2^{-1}$;
- вывод элементов матрицы $M1$, лежащих на побочной диагонали с использованием имени массива и индексации элементов.
- суммы (S_i) элементов матрицы $M1$ по столбцам и по строкам;

Таблица 2.1 Варианты заданий

N	V1	V2	s	M1	M2
1	[1 -6 5 4]	[10 -57 52 16]	5	[5 2 -3; 4 -7 2; -5 3 9]	[-5 3 8; 5 -6 6; 7 6 -9]
2	[-2 7 4 5]	[11 35 -64 80]	3	[1 -5 4; -2 3 7; 6 9 -4]	[3 9 -6; -6 7 3; 1 -8 5]
3	[2 -5 9 6]	[15 14 74 -35]	7	[9 -3 4; -5 7 2; -1 8 5]	[2 -2 7; 4 8 -3; -5 6 1]
4	[4 3 -6 8]	[-14 76 98 67]	6	[-8 5 1; 4 -2 6; 7 3 -9]	[1 9 -5; 6 -3 6; 8 4 -2]
5	[-5 3 6 7]	[13 -34 64 98]	2	[6 -2 9; 7 5 -6; 3 5 -1]	[-8 5 2; -6 9 5; -1 4 3]
6	[7 -4 6 8]	[16 45 -38 54]	4	[-4 2 8; 5 -3 7; -5 6 9]	[4 6 -8; 8 5 -6; 2 3 -7]
7	[9 5 -3 6]	[17 48 96 -46]	8	[7 2 -1; -5 3 8; 5 -6 6]	[5 2 -3; 4 -7 2; -5 3 9]

8	[-8 6 4 5]	[-12 55 -47 96]	5	[2 5 -8; 3 9 -6; -6 7 3]	[-2 3 7; 6 9 -4; 2 -9 4]
9	[7 -4 8 6]	[19 -35 90 -11]	6	[-5 6 9; 2 -2 7; 4 8 -3]	[-5 7 2; -1 8 5; -3 9 1]
10	[-1 5 9 4]	[-20 46 38 -65]	3	[2 -4 7; 1 9 -5; 6 -3 6]	[4 -2 6; 7 3 -9; 5 1 8]
11	[3 9 6 -5]	[21 -64 -51 45]	4	[1 3 -7; -8 5 2; -6 9 5]	[7 5 -6; 3 5 -1; 4 8 -9]
12	[2 6 3 -6]	[-22 75 49 52]	7	[-2 3 7; 4 6 -8; 8 5 -6]	[5 -3 7; -5 6 9; 1 8 -2]
13	[8 -7 4 6]	[21 36 -62 85]	4	[7 -3 4; -3 6 2; -3 7 5]	[1 -2 8; 4 4 -3; -5 4 1]
14	[5 1 -6 4]	[33 -14 24 58]	3	[-4 2 8; 5 -3 7; -5 6 9]	[2 6 -9; 7 5 -6; 2 5 -7]
15	[9 6 4 -3]	[-13 51 -48 56]	6	[-5 6 9; 2 -2 7; 4 8 -3]	[-5 4 6; -3 8 6; -3 7 2]
16	[-3 7 6 4]	[26 -14 -31 65]	7	[1 3 -7; -8 5 2; -6 9 5]	[3 5 -6; 4 5 -2; 4 8 -6]

4. Задача 3. Используя матричные и векторные встроенные функции (см. табл. 2.4) вычислить:

- длину L вектора $V1$;
- средние арифметические значения элементов вектора $V1$ и матрицы $M1$;
- максимальные значения вектора $V2$ и матрицы $M2$;
- минимальные значения вектора $V2$ и матрицы $M2$;
- элементы матрицы $M1$ на главной диагонали;
- след матрицы $M1$ (сумма элементов, лежащих на главной диагонали квадратной матрицы);
- отсортировать вектор $V1$ в порядке возрастания его элементов, а элементы вектора $V2$ переставить в обратном порядке;
- вывести индекс последнего элемента вектора $V1$;
- вывести число столбцов матрицы $M1$;
- вывести число строк матрицы $M2$;
- вывести след квадратной матрицы $M1$ – сумму диагональных элементов;
- отсортировать первый столбец матрицы $M1$ в порядке возрастания ее элементов;
- отсортировать вторую строку матрицы $M2$ в порядке возрастания ее элементов;
- задать единичную матрицу размерами 3×3 ;
- объединить матрицы $M1$ и $M2$.

5. Проанализировать полученные результаты на соответствие поставленных задач.

2.4 Методические указания

В универсальном пакете *Mathcad* имеется большое количество векторных и матричных операторов и встроенных функций. Для задания одномерного массива данных используются векторы, а двумерного – матрицы. Массивы могут содержать как числовые, так и символьные данные. В *Mathcad* для работы с матрицами и векторами используют соответствующую палитру *Матрицы* и ряд операторов и функций. Для выбора действия нужно щелкнуть мышью по соответствующей кнопке палитры (рис. 2.1).

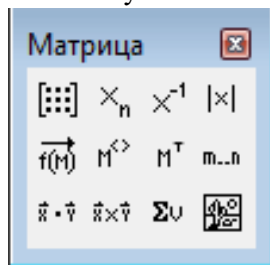


Рис. 2.1 Палитра Матрицы

В палитре слева направо: 1 – вставка матрицы или вектора; 2 – индекс элемента; 3 – обращение массива; 4 – определитель квадратной матрицы; 5 – векторизация элементов массива; 6 – вывод столбца матрицы; 7 – транспонирование массива; 8 – задание ранжированной переменной (находящейся в диапазоне); 9 – скалярное произведение элементов массива; 10 – векторное произведение элементов массива; 11 – сумма элементов столбца матрицы или вектора.

Массив характеризуется именем и индексом элементов массива. Индексы имеют только целочисленные значения и начинаются с нуля, в соответствии со значением системной переменной *ORIGIN* (которая может принимать значение 0 или 1). По умолчанию *ORIGIN*=0. Для удобства обращения к элементам массивов можно переопределить системную переменную *ORIGIN*=1.

Массивы могут создаваться с помощью команд-пиктограмм панели *Матрица*:

– именем и индексом, например для вектора V : $V_0 := 1$;
 $V_1 := -2$; $V_2 := 3$

$$\begin{matrix} V_0 := 1 & V_1 := -2 & V_2 := 3 & V = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

последовательно, с использованием имени массива и индек-

сов строки и столбца на пересечение, которого, лежит элемент, например для матрицы M :

$$M_{0,0} := 3; M_{0,1} := 4; M_{0,2} := -2; M_{1,0} := -6; M_{1,1} := 2; M_{1,2} := 1;$$

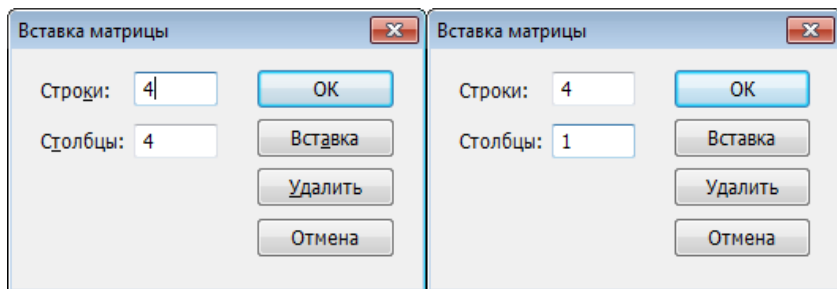
$$M_{2,0} := 5; M_{2,1} := -1; M_{2,2} := 7.$$

–с помощью шаблонов, которые $M := \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ -6 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

нужно заполнить данными.

$$M := \begin{bmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix}$$

Шаблон вызывается операцией *Вставка/Матрица* или соответствующей кнопкой на палитре *Матрицы* $\begin{bmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix}$. Это вызывает появление диалогового окна (рис. 2.2), в котором указываются размеры матрицы (число строк и число столбцов). Элементы вектора и матриц помещаются в маркеры между большими квадратными скобками.



а)

б)

Рис. 2.2 Окно диалога создания массива а) матрицы (4x4),
б) вектора (4x1)

Матрица имеет размерность $m \times n$, где m – число строк (0, 1, 2, ..., $m-1$), а n – число столбцов (0, 1, 2, ..., $n-1$). Элементы матрицы располагаются на пересечении строк и столбцов.

Например, если $ORIGIN=0$, то $M_{2,3}$ – элемент, расположенный на пересечении 3-й строки и 4-го столбца матрицы M .

Или, например, если $ORIGIN=1$, то $M_{3,4}$ – элемент, расположенный на пересечении 3-й строки и 4-го столбца матрицы M .

Вектор имеет один столбец или одну строку; для вывода третьего элемента вектора V необходимо после его задания

ввести V_2 = (нумерация с 0, если $ORIGIN=0$), или аналогично V_3 = (нумерация с 1, если $ORIGIN=1$).

Для ввода матричных и векторных функций необходимо использовать в пункте меню *Вставка* опцию *Функция*:

1. В одноименном диалоговом окне (рис. 2.3) с помощью полосы прокрутки отыскать категорию *Векторы и матрицы*, а в ряде случаев *Сортировка*,
2. В выбранной категории отыскать нужную функцию и нажать кнопку *OK*.
3. В месте установки курсора появится выбранная функция.
4. Заполнить маркеры необходимыми параметрами.

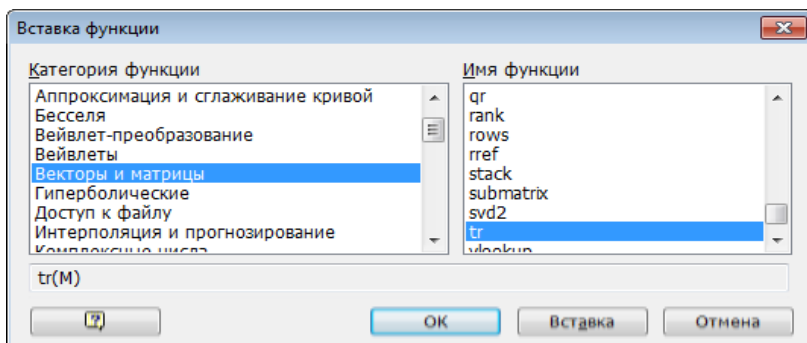


Рис. 2.3 Окно *Вставка функции*

Для работы с массивами используются специальные операторы, приведенные в табл. 2.2:

Таблица 2.2 Специальные символы и операторы

Оператор	Описание
V_n	вывод n – го элемента вектора V
$M_{m,n}$	вывод m,n – го элемента матрицы M
A^{-1}	Обращение элементов массива A
A^T	транспонирование массива A
$M^{<n>}$	вывод столбца n из матрицы M
$(M^T)^{<n>}$	вывод строки n из матрицы M .
$\sum V$	сумма элементов вектора V

Большинство операторов относятся к матричным операторам, например $+$, $-$, $*$, $/$.

При работе с массивами определены операторы поэлементного выполнения. В последнем случае, используется оператор векторизация (\rightarrow). Например, $\overrightarrow{V1 \cdot V2}$ (поэлементное умножение векторов $V1$ и $V2$). Символ присвоения – знак ($:=$).. Например, $V1:= 3$. В таблице 2.3 приведены арифметические матричные операторы *Mathcad*.

Таблица 2.3 Арифметические матричные операторы

Оператор	Описание действий
$A + B$	Сложение. A , B должны быть одинакового размера
$A - B$	Вычитание. A , B должны быть одинакового размера
$A \cdot B$	Скалярное (матричное) умножение.
$\overrightarrow{A \cdot B}$	Поэлементное умножение массивов A и B
A / B	Матричное деление массивов. A делится на B .
$\frac{\overrightarrow{A}}{\overrightarrow{B}}$	Поэлементное деление массивов. Элемент массива A делится на соответствующий элемент массива B .
A^n	Возведение массива в степень n
$ M $	Определитель (детерминант) матрицы M
$A, A+H..B$	Список от A до B с шагом H .
$A .. B$	Список от A до B с шагом 1.

Функция имеет список аргументов, заключенных в круглые скобки, например $\min(X)$, где вектор X – аргумент. В системе *Mathcad* имеется большое количество встроенных математических функций, перечень которых можно получить в окне мастера функций. В таблице 2.4 приведены встроенные векторные и матричные функции *Mathcad*.

Таблица 2.4 Векторные и матричные функции

Функция	Описание
$length(V)$	возвращает длину вектора V
$last(V)$	возвращает последний элемент вектора V
$max(A)$	возвращает максимальное минимальное среднее значения элементов массива A
$min(A)$	
$mean(A)$	

$sort(V)$ $-sort(-V)$	располагает элементы вектора V по возрастанию и по убыванию соответственно
$tr(M)$	след матрицы M (сумма элементов на диагонали)
$diag(M)$	элементы, лежащие на главной диагонали
$augment(A,B)$	объединение массивов A и B
$reverse(V)$	располагает элементы вектора V в порядке, об- ратном заданному
$cols(A)$	возвращает число столбцов в A
$rows(A)$	возвращает число строк в A
$identity(n)$	возвращает единичную матрицу n (матрицу из нулей с единицами по диагонали)
$csort(M,n)$	сортировка матрицы по столбцу. Переставляет строки матрицы M таким образом, чтобы отсор- тированным оказался столбец n
$rsort(M,k)$	сортировка матрицы по столбцу. Переставляет столбцы матрицы M таким образом, чтобы отсор- тированным оказалась строка k

На рис. 2.4 а) и б) приведены примеры применения операторов и функций для заданных векторов и матриц соответственно.

Задача1 Векторные операторы и функции

$$V1 := \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad V2 := \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} \quad U := 3 \cdot V1 \quad U = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$U^T = (9 \quad 15 \quad 3)$$

$$V1 + V2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} \quad V2 - V1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad V1 \cdot V2 = 45$$

$$\sum V1 = 9$$

$$V1_0 = 3 \quad V2_1 = 7 \quad U_2 = 3$$

$$\max(V1) = 5 \quad \min(V1) = 1$$

$$\text{mean}(V1) = 3 \quad \text{length}(V1) = 3$$

$$\text{sort}(V2)^T = (2 \quad 4 \quad 7) \quad \text{reverse}(V2) = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Векторные операторы:

Задание векторов $V1$, $V2$.
Умножение вектора на скаляр

Транспонирование вектора

Сложение
Вычитание
Скалярное умножение

Сумма элементов вектора $V1$

Вывод первого элемента вектора $V1$,
2-й и 3-й элементы векторов $V2$ и U

Векторные функции

максимальное, минимальное и
среднее значения, длина вектора $V1$

Сортировка элементов вектора $V2$,
расположение элементов $V2$,
обратное заданному

Рис. 2.4 а) Векторные операторы и функции

Задача 2. Матричные операторы и функции

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 7 & 8 & 5 \\ 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B = \begin{pmatrix} 12 & 14 \\ 2 & 10 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A + A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 14 & 16 & 10 \\ 12 & 18 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 16 & 39 \\ 60 & 109 \\ 49 & 95 \end{pmatrix}$$

$$A^{(2)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (A^T)^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad A_{2,1} = 9$$

$$M := \text{identity}(3)$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{tr}(A) = 11$$

$$\text{mean}(A) = 5$$

$$\max(A) = 9$$

$$\min(A) = 1$$

$$\text{row}(B) = 3$$

$$\text{cols}(B) = 2$$

$$|A| = 80$$

$$\text{rsort}(A, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{csort}(A, 2) = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 7 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 5 & 1 & 5 \\ 6 & 9 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{exp}}(M) = \begin{pmatrix} 2.718 & 1 & 1 \\ 1 & 2.718 & 1 \\ 1 & 1 & 2.718 \end{pmatrix}$$

Задание двух матриц разной размерности:
квадратной матрицы A (3,3)
и матрицы B размерностью (3,2)

Матричные операторы

Умножение матрицы B на скаляр =2
Транспонирование матрицы B

Сложение матриц одинаковой размерности
Скалярное умножение

Вывод:

3 - го столбца матрицы A
1 -й строки матрицы A
Элемента матрицы A, лежащего на пересечении 3 строки и 2 столбца

Матричные функции:

Создание единичной матрицы M

Вычисление:

следа матрицы A, среднего значения,,
максимального и минимального
элементов матрицы A
количество строк матрицы B
количество столбцов матрицы B
определитель матрицы A

Сортировка матрицы A по 2-й строки
по возрастанию элементов

Сортировка матрицы A по 3-му
столбцу по возрастанию элементов

Объединение матриц A и B

Векторизация матрицы M

Рис. 2.4 б) Матричные операторы и функции

Векторизация вычислений

Любое вычисление, которое *Mathcad* может выполнить с одиночными значениями, он может выполнять с векторами и матрицами. Это можно реализовать двумя способами:

- последовательно выполняя действия над каждым элементом массива и используя, оператор векторизации, например, $\overrightarrow{A \cdot B}$.

Для ввода этого оператора необходимо использовать пиктограмму со стрелкой на палитре *Матрицы* (рис. 2.1).

- одновременное проведение некоторой скалярной операции над всеми элементами вектора или матрицы, помеченными операторами векторизации.

Оператор векторизации меняет смысл операций. Например, M – некоторая матрица. Тогда запись $\exp(M)$ некорректна, так как аргументом функции \exp должна быть простая переменная, а не матрица. Применение к этой функции оператора векторизации приводит к вычислению функции $\exp()$ от каждого элемента матрицы M и результатом также является матрица. Это иллюстрирует последний пример на рис. 2.4 б).

2.5 Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. *ScreenShots* выполнения заданий, вставленные в документ, созданный в текстовом редакторе *MS Word*.
3. Выводы о двойственности математических операторов и функций при работе с массивами данных, значении специальных символов – операторов, возможностях матричных и векторных функций для вычисления в массивах данных.

2.6 Контрольные вопросы

1. Поясните структуру панели *Математика* системы *Mathcad*.
2. Поясните состав палитры *Калькулятор*;
3. Поясните состав палитры *Матрица*;
4. Как создать текстовую область в *Mathcad*?
5. Как задаются вектора и матрицы в *Mathcad*?
6. Какие векторные операторы имеются в системе *Mathcad*?
7. Какие матричные операторы имеются в *Mathcad*?
8. Чем отличаются векторные операции от скалярных?
9. Какие векторные функции имеются в системе *Mathcad*?
10. Какие матричные функции имеются в системе *Mathcad*?

3. Решение уравнений

3.1 Цель работы

Получить опыт решения линейных и нелинейных уравнений средствами *Mathcad*.

3.2 Подготовка к работе

По указанной литературе изучить:

- состав палитр *Булева алгебра*, *Матрица* и назначение элементов этих палитр;
- приемы работы с массивами данных в *Mathcad*;
- векторные и матричные операторы;
- векторные и матричные функции;
- способы решения систем линейных уравнений в *Mathcad*;
- способы решения нелинейных уравнений в *Mathcad*.

3.3 Задание и порядок выполнения работы

1. Создать в текстовой области заголовок документа «Решение уравнений».
2. Создать ниже еще одну текстовую область «Решение линейных уравнений».
3. Задача 1. Решить систему линейных уравнений (СЛУ):

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 = b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 = b_2 \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 = b_3 \end{cases}$$

Для этого: задать матрицу A – из коэффициентов $a_{11} a_{12} \dots a_{33}$, задать вектор B – свободных членов b_1, b_2, b_3 , X – вектор корней x_1, x_2, x_3 . Вычислить корни СЛУ:

- матричным способом $X_1 = B^T / A^T$,
- использование обратной матрицы $X_2 = A^{-1} \cdot B$,
- с помощью встроенной функции $X_3 = \text{lsolve}(A, B)$;

4. Сделать проверку результатов решения непосредственной подстановкой в одно из уравнений. Данные для решения системы приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1 Варианты заданий

N	$a11$	$a12$	$a13$	$b1$	$a21$	$a22$	$a23$	$b2$	$a31$	$a32$	$a33$	$b3$
1	2	0,1	-0,05	10	0,06	-2,5	0,3	12	0,02	-0,3	4	15
2	3	0,2	-0,15	11	-0,02	1,3	-0,6	9,5	-0,04	0,08	6	20
3	-1,5	0,15	-0,22	15	0,31	-5,7	0,75	12	0,08	-0,06	3,5	16
4	4,8	-0,6	0,4	8	-0,05	6,3	-0,4	8,5	-0,07	0,3	5	12
5	-7,2	0,3	0,01	12	-0,16	4,5	0,8	10	0,3	-0,05	6,5	18
6	4,5	0,08	-0,15	9	0,4	-7,2	0,3	11,4	-0,6	0,65	3	14
7	6,3	-0,4	0,21	14	-0,01	4,8	-0,6	9	0,2	0,2	2	19
8	-5,7	0,65	0,35	8,5	0,05	-1,5	0,2	10,5	0,15	-0,07	8	10
9	1,4	-0,7	0,02	11,3	0,15	3	-0,2	15	0,1	0,15	7,5	12
10	-2,5	0,32	0,06	10,5	0,07	2	-0,2	14	0,5	0,1	4,5	13
11	2,5	0,23	-0,2	9,5	0,09	2,4	0,5	8	-0,05	0,09	9,5	11
12	3,8	0,3	-0,3	13	0,08	-3,5	0,7	6	0,2	-0,5	7	17
13	-1,5	0,15	-0,22	15	0,31	-5,7	0,75	12	0,08	-0,06	3,5	15
14	4,5	0,08	-0,15	9	0,4	-7,2	0,3	11,4	-0,6	0,65	3	14
15	-2,5	0,32	0,06	10,5	0,07	2	-0,2	14	0,5	0,1	4,5	13
16	3,7	0,3	-0,2	12	0,07	-3,5	0,8	6	0,3	-0,4	7	16

5. Создать текстовую область «Решение нелинейных уравнений».

6. Задача 2. Решить нелинейное уравнение вида $F1(x)=a3 \cdot x^3+a2 \cdot x^2+a1 \cdot x+a0$ по варианту, приведенному в табл. 3.2 разными способами:

- с помощью функции *polyroots()*,
- с помощью функции *root()*.

Представить график полиномиальной функции, определить приближенные значения корней нелинейного уравнения, как координаты пересечения графика с осью X . С помощью функции *roots()* вычислить точные корни уравнения $F1(x)=0$

7. Сделать проверку результата решения непосредственной подстановкой полученных корней в заданное уравнение.

8. Задача 3. Решить систему нелинейных уравнений (СНУ) $F1(x)$ и $F2(x)$, по варианту, приведенному в табл. 3.2. Представить графики этих функции в одном шаблоне, определить приближенные значения корней уравнения, как коор-

динаты пересечения двух графиков. С помощью программного блока и функции *Find()*, вычислить точные корни системы уравнения. Определить по графику, для каких случаев при вычислении корней необходимо использовать функцию *Minerr()*, а в каких случаях *Find()*.

9. Проанализировать полученные результаты на соответствие поставленных задач и сделать выводы относительно способов вычисления линейных и нелинейных уравнений.

Таблица 3.2 Варианты заданий

N	Функция $F1(x)$				Диапазон изменения x			Функция $F2(x)$
	$a3$	$a2$	$a1$	$a0$	$x0$	xn	h	
1	0.5	-4	5	25	-10	10	0.5	$-130\cos(x)$
2	0	-4.5	1	120	-10	10	0.3	$55\sin(2x)$
3	0.3	-2	3	60	-10	10	0.2	$100\sin(x)$
4	0	1	4	-1	-10	8	0.4	$40/\sin(x/2)/$
5	0.2	-2	2	30	-10	10	0.5	$30\cos(x)$
6	0	-1.5	3	50	-10	10	0.3	$45/\cos(x)/$
7	-0.6	-3	4	70	-10	8	0.5	$60\sin(x)$
8	0	-4	10	70	-10	10	0.4	$70\cos(x)$
9	0.3	2	-6	65	-15	5	0.3	$90/\sin(x/2)/$
10	0	5	2	-80	-10	10	0.2	$50/\cos(2x)/$
11	-0.9	-3	5	75	-10	8	0.4	$75\sin(x)$
12	0	-4	2	100	-10	10	0.2	$-60/\cos(1.5x)/$
13	0.2	-2	2	40	-10	10	0.5	$50\cos(x)$
14	0	-30	10	50	-3	3	0.2	$50\cos(5x)$
15	-0.1	-5	50	-5	-8	12	0.4	$100\sin(x)$
16	0	-4.5	1	120	-3	3	0.2	$205\sin(5x)$

3.4 Методические указания

Для задания одномерного массива данных используются векторы, а двумерного - матрицы. Массивы могут содержать как числовые, так и символьные данные. В *Mathcad* для работы с матрицами и векторами используют соответствующую палитру *Матрица* и ряд матричных операторов и функций. Для выбора действия нужно щелкнуть мышью по соответствующей кнопке палитры.

Массив характеризуется именем и индексом элементов массива. Индексы имеют только целочисленные значения и начинаются с нуля, в соответствии со значением системной переменной *ORIGIN* (которая может принимать значение 0 или 1). По умолчанию $ORIGIN=0$.

Для удобства создания одномерных и двумерных массивов используются шаблоны, которые нужно заполнить данными.

Квадратная матрица имеет размерность $n \times n$, где n – число строк (0, 1, 2, . . . $n-1$), и n – число столбцов (0, 1, 2, . . . $n-1$). Элементы располагаются на пересечении строк и столбцов.

Вектор имеет один столбец или одну строку. Для решения СЛУ количество строк у квадратной матрицы и вектора должно совпадать.

Для ввода матричных и векторных функций необходимо использовать в пункте меню *Вставка* опцию *Функция*.

Векторные и матричные операторы и функции системы Mathcad позволяют решать целый ряд задач линейной алгебры. Эти функции находятся в категории *Решение уравнений*.

Для решения системы линейных уравнений методом Гаусса необходимо выполнить следующие действия:

1. Задать матрицу A коэффициентов системы.
2. Задать вектор B свободных членов системы.
3. Вывести результаты решения одним из способов:
 - $X1=B^T/A^T$ – матричные операторы
 - $X2=A^{-1} \cdot B$ – использование обратной матрицы
 - $X3=lsolve(A,B)$ – использование функции *lsolve* ().

Примеры решения системы линейных уравнений приведены на рис. 3.1.

Как показала проверка, матричное умножение коэффициентов линейного уравнения на вектор корней СЛУ дает вектор свободных членов. Что означает, что решение верное.

Имеется множество систем уравнений, которые не имеют аналитических решений. Они могут решаться только численными методами с заданной погрешностью.

Для простейших уравнений вида $F(x)=0$ решение находится с помощью функции

root(выражение, имя переменной).

Эта функция ищет один корень в окрестности начального значения x_0 , которое должно быть предварительно задано. Если корней много, то после нахождения очередного корня выражение можно упростить, исключая корень x_i делением выражения на $(x-x_i)$. Для нового выражения можно искать очередной корень.

Решение уравнений

Mathcad

$$\begin{array}{llll} a_{11}:=4 & a_{12}:=0.24 & a_{13}:= -0.08 & b_1:=8 \\ a_{21}:=0.09 & a_{22}:=3 & a_{23}:= -0.15 & b_2:=9 \\ a_{31}:=0.04 & a_{32}:= -0.08 & a_{33}:=4 & b_3:=20 \end{array}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} \cdot B$$

$$X = \begin{pmatrix} 1.909 \\ 3.195 \\ 5.045 \end{pmatrix}$$

$$X1 := \text{lsolve}(A, B)$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 1.909 \\ 3.195 \\ 5.045 \end{pmatrix}$$

$$a_{11} \cdot X_{01} + a_{12} \cdot X_{11} + a_{13} \cdot X_{21} = 8$$

$$a_{21} \cdot X_{01} + a_{22} \cdot X_{11} + a_{23} \cdot X_{21} = 9$$

$$X_{10} = 1.909$$

$$A_{1,2} = -0.15$$

$$B_2 = 20$$

$$X^T = (1.909 \ 3.195 \ 5.045)$$

$$\begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ * \quad = \quad , \\ \text{---} \\ \text{---} \\ X = (x_1, x_2, \\ \text{---} \\ X1 = (x_1, x_2, \end{array}$$

Рис. 3.1 Решение систем линейных уравнений

Для поиска корней полинома степени n предназначена функция:

polyroots(V),

где V - вектор с коэффициентами полинома (a_0, a_1, \dots, a_n) . Функция ищет все корни полинома. Не рекомендуется пользоваться этой функцией при $n > 5 \dots 6$, при этом точность вычисления невысока. Примеры решения нелинейного уравнения приведены на рис. 3.2.

Решение нелинейных уравнений

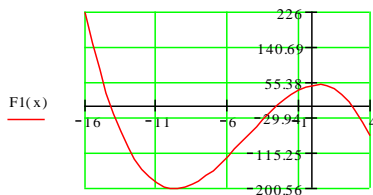
$$\begin{aligned} a0 &:= -50 & a1 &:= -5 \\ a2 &:= -7 & a3 &:= -0.5 \end{aligned} \quad V := \begin{bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{bmatrix}$$

$$F1(x) := a3 \cdot x^3 + a2 \cdot x^2 + a1 \cdot x + a0$$

$$X := \text{polyroots}(V) \quad X = \begin{bmatrix} -14.208 \\ -2.551 \\ 2.759 \end{bmatrix}$$

$$a3 \cdot (X_0)^3 + a2 \cdot (X_0)^2 + a1 \cdot X_0 + a0 = 2.12410^{-9}$$

$$x := -16, -15.5, -4$$



$$x := -15 \quad x1 := \text{root}(F1(x), x) \quad x1 = -14.208$$

Первый корень

$$x := -2 \quad x2 := \text{root}\left[\frac{F1(x)}{(x - x1)}, x\right] \quad x2 = -2.551$$

Второй корень

$$x := -2 \quad x3 := \text{root}\left[\frac{F1(x)}{(x - x1) \cdot (x - x2)}, x\right] \quad x3 = 2.759$$

Третий корень

Рис. 3.2 Решение нелинейных уравнений.

При решении системы нелинейных уравнений используется специальный вычислительный блок:

Given

Уравнения

Ограничительные условия

Выражения с функциями *Find()* или *Minerr()*.

Функция *Find*(v1, v2, ..., vn) – находит значение переменных для точного решения (решение реально существует, хотя и не является аналитическим),

Функция *Minerr*(v1, v2, ..., vn) – находит значение переменных для приближенного решения (находит максимальное приближение даже к несуществующему значению).

С использованием функции *polyroots(V)*

V - вектор коэффициентов полиномиальной функции f1(x)

Заданная функция пользователя

Вектор корней полиномиального уравнения

Проверка решения уравнения

С использованием функции *root()*

Решение системы нелинейных уравнений

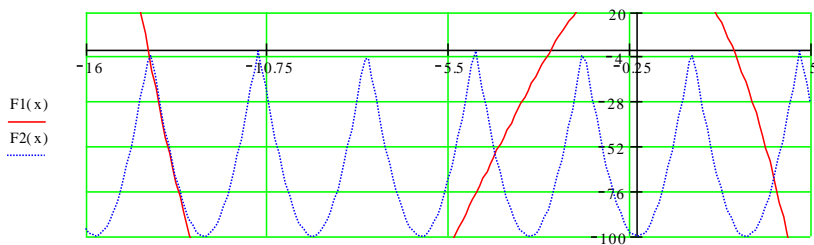
$$F1(x) := -0.5x^3 - 7x^2 + 5x + 50$$

Заданные функции пользователя

$$F2(x) := -100|\cos(x)|$$

$$x := -16, -15.9, 5$$

Изменение аргумента



$$x := -4 \quad y := -65$$

Первый корень

Given

$$y = F1(x) \quad y = F2(x)$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} := \text{Find}(x, y) \quad \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.942 \\ -69.667 \end{bmatrix}$$

$$x := -4 \quad y := -52$$

Второй корень

Given

$$y = F1(x) \quad y = F2(x)$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} := \text{Find}(x, y) \quad \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.131 \\ -54.88 \end{bmatrix}$$

$$x := -14 \quad y := -63$$

Для третьего корня, функция Find не дает точного значения корня

Given

$$y = F1(x) \quad y = F2(x)$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} := \text{Find}(x, y) \quad \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.131 \\ -54.88 \end{bmatrix}$$

$$x := -14 \quad y := -63$$

Функция MinErr вычисляет приближенное значение третьего корня с минимальной погрешностью

Given

$$y = F1(x) \quad y = F2(x)$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} := \text{MinErr}(x, y) \quad \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13.47 \\ -63.632 \end{bmatrix}$$

Рис. 3.3 Решение системы нелинейных уравнений

Эти функции могут применяться только после блока **Given**. Имена этих функций можно писать и строчными буквами.

Рекомендуется после нахождения решения сделать проверку подстановкой. Пример решения системы нелинейных уравнений приведен на рис. 3.3.

3.5 Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. *ScreenShots* выполнения заданий, вставленные в документ, созданный в текстовом редакторе *MS Word*.
3. Выводы по работе относительно способов решения СЛУ и СНУ.

3.6 Контрольные вопросы

1. Перечислите операторы для работы с массивами.
2. Перечислите основные встроенные функции для работы с массивами.
3. Пояснить, как решается система линейных уравнений матричным способом?
4. Пояснить, как решается система линейных уравнений с помощью встроенной функции *lsolve()*?
5. Как осуществляется поиск корня нелинейного уравнения с помощью функции *root()*?
6. Для решения, каких уравнений используется функция *polroots()*? Как отыскать корни уравнения с использованием этой функции?
7. Какие графические средства используются для решения нелинейных уравнений? Примеры их использования.
8. Пояснить, как решается система нелинейных уравнений?
9. В каких случаях при решении систем нелинейных уравнений необходимо использовать функцию *Find()*, а в каких – *Minerr()*?
10. Привести пример использования вычислительного блока для решения систем нелинейных уравнений.
11. Можно ли использовать оператор локального присвоения в блоке *Given*?

4. Символьные преобразования

4.1 Цель работы

Получить опыт преобразования выражений в символьном виде средствами *Mathcad*.

4.2 Подготовка к работе:

По указанной литературе изучить:

- упрощения выражений, решение уравнений
- факторизацию и сборку выражений,
- подстановки подвыражений,
- символического дифференцирования и интегрирования,
- разложения в ряд Тейлора,
- преобразования в элементарные дроби,
- преобразований Фурье, Лапласа и z -преобразование.
- использования средств палитры *Символьные вычисления*.

4.3 Задание и порядок выполнения работы

1. Создать в текстовой области заголовок «Символьные вычисления».

2. С помощью меню *Символьные операции* установить *Формат вычислений (Evaluation Style)* «Горизонтально с комментариями», при этом символьные вычисления будут размещаться справа от преобразуемого выражения (переключатель *Горизонтально (Horizontally)*) и вычисления сопровождать комментариями справа от выражений (установить флаг *Показывать комментарии (Show Comments)*).

3. Задача 1. Выполнить операции над **выделенными выражениями**:

1) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Вычислить \ ... (Symbolics \ Evaluate)*:

- аналитически (*Symbolically*) выражения $\sum_n n^3$; $(2+3) \cdot e$;
- в формате с плавающей точкой (*Floating Point*) значение $(2+3) \cdot e$ с точностью до 10 знаков после запятой,
- в комплексном виде (*Complex*) значения $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-5}$.

- 2) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Упростить*: упростить (**Simplify**) следующие выражения:

$$\sin(x/2)^2 + \cos(x/2)^2; \quad \frac{d}{dx} \cos(x); \quad \int_0^t \frac{\sin(x)}{x} dx$$

- 3) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Развернуть* (**Expand**): разложить следующие выражения:

$$(a + b)^3; \quad \sum_n n^2; \quad \prod_x (\sin(x)^2 + \cos(x)^2); \quad (x+y) \cdot (x-y).$$

- 4) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Факторизовать* (**Factor**): разложить на множители выражение, заданное по варианту в табл. 4.1. Полученное выражение развернуть по степеням. Сравнить результат с исходным выражением, взятым из табл. 4.1.

Таблица 4.1 Варианты заданий:

N	Выражения	N	Выражения
1	$x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$	9	$x^3 - 6 \cdot x^2 + 21 \cdot x - 52$
2	$x^3 - 9 \cdot x^2 + 26 \cdot x - 24$	10	$x^3 - 2 \cdot x^2 - x + 2$
3	$x^3 + 2 \cdot x^2 - x - 2$	11	$x^3 + 9 \cdot x^2 + 26 \cdot x + 24$
4	$x^3 + x^2 - 14 \cdot x - 24$	12	$x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 24$
5	$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$	13	$x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 - y^3$
6	$a^2 + 7 \cdot a + 10$	14	$x^3 + 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x + 6$
7	$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$	15	$x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + y^3$
8	$x^2 - 2 \cdot x - 3$	16	$x^3 + 9 \cdot x^2 + 26 \cdot x + 24$

- 5) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Сборка* (**Collect**): разложить по подвыражению:

$$(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot x \quad \{\text{выделить } x\};$$

$$(x - a) \cdot (x - 2 \cdot a) \quad \{\text{выделить } a\}.$$

* Подвыражение, относительно которого собираются слагаемые предварительно выделяется.

- 6) С помощью меню *Символьные операции \ Полиномиальные коэффициенты* (**Polynomial Coefficients**) найти коэффициенты полинома $a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ {выделить x};

Выполнить аналогичные действия с полиномом по варианту (17-N) из таблицы 3.2 (работа №3).

4. Изменить стиль представления результата преобразований. С помощью меню *Символьные операции* установить *Формат вычислений (Evaluation Style)* «Вертикально с комментариями», при этом символьные вычисления будут размещаться снизу от преобразуемого выражения (переключатель *Вертикально, без вставки строк (Vertically without inserting lanes)*) и вычисления сопровождать комментариями (флаг – *Показывать комментарии (Show Comments)*).

5. Задача 2. Выполнить операции над **выделенными переменными**:

1) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Переменная \ Решить (Variable \ Solve)*: решить в символьном виде поочередно следующие уравнения:

$$x^4 + 9 \cdot x^3 + 31 \cdot x^2 + 59 \cdot x + 60;$$

и по варианту из таблицы 3.2 (функция F1(x)) работа №3.

2) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Переменная \ Подстановка (Variable \ Substitute)*: сделать следующую подстановку:

– записать два выражения:

$$\text{исходное: } a \cdot x^2 + b \cdot x^2 + c \text{ и для подстановки: } y - a$$

– скопировать выражение для подстановки ($y - a$) в буфер, в исходном выражении выделить переменную x и выполнить операцию *Подставить*. Проверить полученный результат на соответствие поставленной задачи.

3) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Переменная \ Дифференцировать (Differentiate)*: дифференцировать выражение $a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c$ относительно переменной x . Полученный результат *интегрировать* относительно x . Сравнить с первоначальным выражением.

4) Дифференцировать выражение относительно переменной x приведенное в таблице 4.2. Полученный результат *интегрировать (Integrate)* относительно x . Сравнить с табличными данными.

Таблица 4.2 Варианты заданий:

N	$f1(x)$	N	$f1(x)$
1	$\sin(ax)$	9	$\sin^2(ax)$
2	$x \cdot \cos(ax)$	10	$e^x \cdot \cos(ax)$
3	$\sin^3(ax)$	11	$\sin^4(ax)$
4	$\cos^2(ax)$	12	$1/\sin^2(ax)$
5	$\cos^4(ax)$	13	$\cos^3(ax)$
6	$x \cdot \sin(ax)$	14	$e^x \cdot \sin(ax)$
7	$1/\cos^2(ax)$	15	$x^2 \cdot \cos(ax)$
8	$x^2 \cdot \sin(ax)$	16	$\cos(ax)$

- 5) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Переменная \ Разложить в ряд (Variable \ Expand to Series)*: разложить в ряд Тейлора функцию, заданную в табл. 4.2 с приближением 6 членов ряда. Далее:

Задать функции пользователя:

- $f1(x)$ из таблицы 4.2,

- $f2(x)$ – по разложенному в ряд выражению (см. методические указания).

Построить графики этих функций в интервале от $-\pi/2$ до $+\pi/2$, с шагом $\pi/12$ в одном шаблоне, сравнить их и сделать выводы о возможности представления функции с помощью ряда.

- 6) С помощью пункта меню *Символьные операции \ Преобразовать к дробно-рациональному виду (Variable \ Convert to Partial Fraction)* разложить выражение на элементарные дроби:

$$\frac{2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1}{x^3 + 2 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 18}$$

- 7) Изменить стиль представления результата преобразований (вычисления разместить справа от преобразуемого выражения (*Evaluation Style \ Horizontally*)).

6. Задача 3. Выполнить операции с **выделенной матрицей**:

С помощью пункта меню *Символьные операции \ Матрица*

(*Matrix*): с символьной матрицей выполнить операции: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

- Транспонировать (*Transpose*),
- Обратить (*Invert*),
- Вычислить определитель (*Determinant*).

7. Задача 4. Выполнить операции **преобразования**:

С помощью пункта меню *Символьные операции* \ *Преобразование* над выражением $a \cdot t$ выполнить поочередно преобразования Фурье (*Fourier*), Лапласа (*Laplace*), Z-преобразование (*Z*) Вычисление проводить при выделенной переменной t .

8. Выполнить задачи 1-4 с помощью палитры *Символика* (*Symbolic*).

Преобразования разместить справа от заданий соответствующих пунктов, выполненных с помощью пункта меню *Символьные операции*. Сравнить результаты, выполненные с помощью палитры *Символика* с аналогичными операциями, выполненных с помощью команд меню *Символьные операции*.

9. Задача 5. С помощью оператора символьных преобразований \rightarrow палитры *Символика* вычислить пределы аналитических функций:

$\exp(x)$, при $x \rightarrow \infty$ и по варианту из таблицы 4.3.

Таблица 4.3 Варианты заданий:

N	Функция	N	Функция
1	$\frac{4 \cdot x^2 - 1}{2 \cdot x - 1}$, при $x \rightarrow 1/2$	9	$\frac{3 \cdot x^2 - 7}{2 - 4 \cdot x - 5 \cdot x^2}$, при $x \rightarrow \infty$
2	$\cot(x)$, при $x \rightarrow 0^-$	10	$\cot(x)$, при $x \rightarrow 0^+$
3	$\frac{3 \cdot x^2 + 1}{1 - 2 \cdot x - 4 \cdot x^2}$, при $x \rightarrow \infty$	11	$\frac{1 + 6 \cdot x}{x}$, при $x \rightarrow \infty$
4	2^n , при $x \rightarrow -\infty$	12	10^n , при $x \rightarrow \infty$
5	$\frac{x + 4}{x - 2}$, при $x \rightarrow 2^+$	13	$\frac{1 + 3 \cdot x}{x}$, при $x \rightarrow \infty$
6	$\tan(x)$, при $x \rightarrow 0^+$	14	$\tan(x)$, при $x \rightarrow 0^-$

7	$1/x$, при $x \rightarrow 0^-$	15	$\frac{x+6}{x-2}$, при $x \rightarrow 2^-$
8	$1-\cos(x)$, при $x \rightarrow 1/2$	16	$1/x$, при $x \rightarrow 0^+$

10. Проанализировать полученные результаты на соответствие результата вычислений поставленным задачам.

4.4 Методические указания

Расчеты в *Mathcad* могут быть как численными, так и символьными (в виде математических формул), что позволяет выполнять операции дифференцирования, интегрирования, вычисления пределов, разложение в ряд и т.д. и записать результат вычисления в привычном обобщенном виде.

Для выполнения символьных вычислений используется оператор аналитического преобразования (символьного вычисления) \rightarrow [Ctrl+>] и специальный программный процессор. Ядро символьного процессора встроено в систему *Mathcad* и хранит всю совокупность формул и формульных преобразований, с помощью которых производится аналитические вычисления.

Символьные вычисления можно осуществлять двумя способами:

- с помощью команд пункта меню **Символьные операции** и
- с помощью оператора символьного вывода « \rightarrow » и соответствующих директив, которые вводятся с палитры инструментов «Символика». По умолчанию символ « \rightarrow » выполняет функцию упрощения (*simplify*), т.е. берет выражение с левой стороны и помещает его упрощенную версию с правой.

1. Операции компьютерной алгебры в командном режиме.

К ним относятся операции пункта меню **Символьные операции**, которые скомпонованы в 5 групп:

1. операции с выделенными выражениями;
2. операции с выделенными переменными;
3. операции с выделенными матрицами;
4. операции преобразования;
5. формат представления вычисления.

Примеры выполнения команд с выделенными выражениями, содержащимися в меню **Символьные операции**, приведены на рис. 4.1.

Символьные вычисления

Операции над выделенными выражениями

Задача 1 Вычислить:

Аналитически, с плавающей точкой, в комплексном виде

$$\sum_n n^2 \quad \text{в результате} \quad \frac{1}{3} \cdot n^3 - \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$$

$$(2+3) \cdot \pi \quad \text{в результате} \quad 5 \cdot \pi$$

$$(2+3) \cdot \pi \quad \text{в результате расчета с плавающей точкой} \quad 15.707963267948966193$$

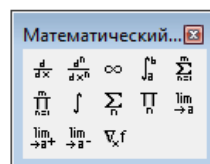
$$\sqrt{-3} \quad \text{в результате расчета на комплексной плоскости} \quad 0 + \sqrt{3} \cdot i$$

Упростить:

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \quad \text{упрощение до} \quad \cos(x)$$

$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \quad \text{упрощение до} \quad 1$$

$$\frac{a^2 - b^2}{(a+b) \cdot (a-b)} \quad \text{упрощение до} \quad 1$$



Развернуть:

$$\sum_i i^2 \quad \text{расширение до} \quad \frac{i^3}{3} + \frac{i^2}{2} + \frac{i}{6}$$

$$(a+b)^5 \quad \text{расширение до} \quad a^5 + 5 \cdot a^4 \cdot b + 10 \cdot a^3 \cdot b^2 + 10 \cdot a^2 \cdot b^3 + 5 \cdot a \cdot b^4 + b^5$$

Факторизовать (разложить на сомножители):

$$a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot x + 3 \cdot a \cdot x^2 + x^3 \quad \text{в результате факторизации} \quad (a+x)^3$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad \text{в результате факторизации} \quad (a-b)^2$$

Сборка - комплектовать (разложить по подвыражениям):

$$(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \quad \text{в результате приведения подобных членов} \quad x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$$

Полиномиальные коэффициенты

$$(a+b) \cdot (a-b) \quad \text{имеются коэффициенты} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Рис 4.1 Преобразования над выделенными выражениями

Чтобы символьные операции выполнялись, процессору надо указать, над каким выражением они должны проводиться, т.е. надо выделить выражение, а затем выполнить соответствующее преобразование. Для ряда операций следует выделить переменную, относительно которой выполняется символьная операция.

Для символьных вычислений в командном режиме надо соблюдать следующие правила:

1. Записывать выражения в явном виде без применения функции пользователя. При вводе выражения оно записывается без знаков равенства и присваивания, присутствие функций пользователя в выражениях недопустимо.
2. Результат преобразования может выводиться ниже исходного выражения, справа от него или вместо него. Способ вывода задается командой *Формат вычислений* в одноименном окне.

Примеры выполнения команд с выделенными переменными, содержащимися в меню *Символьные операции*, приведены на рис. 4.2.

Операции над выделенной переменной

Задача 2 Решить: Решение квадратного уравнения

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ имеют решения

$$\left(\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2} \right) \quad +$$

$$\left(\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2} \right)$$

Подставить:

$y - a$ Выражение для подстановки копируется в буфер

$x^3 + 2 \cdot x^2 + 1$ Исходное выражение

в результате подстановки

$2 \cdot (a - y)^2 - (a - y)^3 + 1$ Выражение после замены

Дифференцировать:

$\log(a \cdot x^b)$ в результате дифференцирования $\frac{b}{x \cdot \ln(10)}$

Интегрировать:

$x^2 \cdot \sin(x)$ в результате интегрирования $2 \cdot \cos(x) - x^2 \cdot \cos(x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x)$

Рис 4.2 Преобразования над выделенной переменной

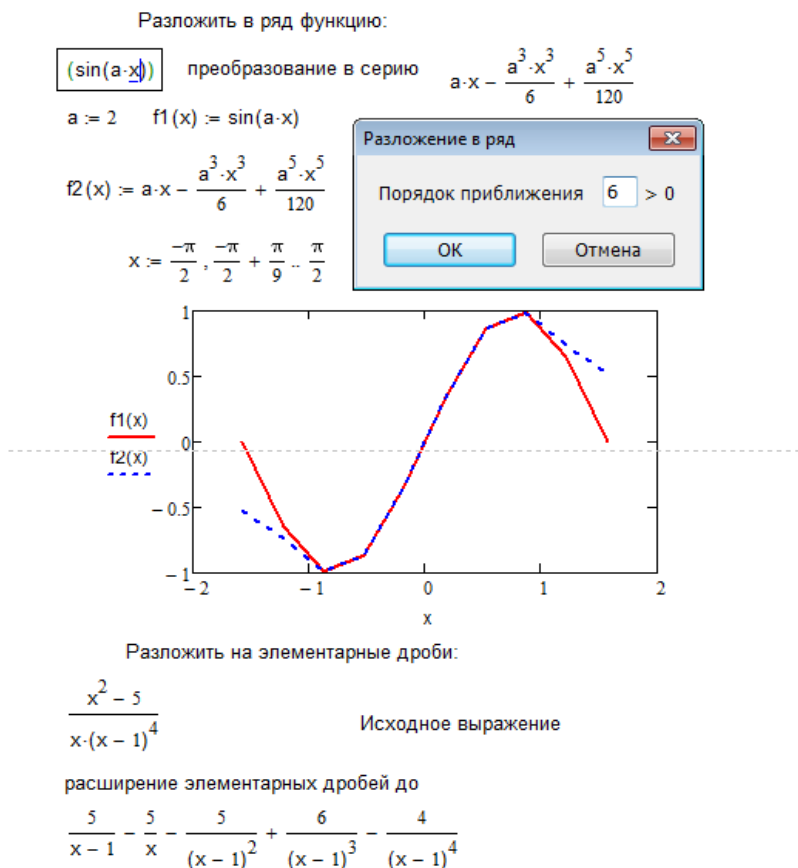


Рис 4.2 Преобразования над выделенной переменной (продолжение)

В символьном виде выполняется разложение функции в виде выражения в ряд относительно переменной x , с заданным по запросу числом членов ряда n . По умолчанию принимается $n=6$. Для сравнения разложения в ряд с исходным выражением целесообразно на одном XY – графике построить их графики. На рисунке 4.2 представлен график двух функций $f1(x)$ – исходной и $f2(x)$ – полученной в результате разложения функции в ряд Тейлора. Как видно из графика, наибольшая точность представления функции достигается при значениях x близких к 0 ($x \in -1..+1$).

При увеличении числа членов ряда до 10 точность вычисления функции $f1(x)$ через ее разложение в ряд Тейлора $f2(x)$ увеличивается при большем диапазоне переменной x .

Символьный процессор обеспечивает проведение в символьном виде трех распространенных матричных операций: транспонирование, создания обратной матрицы, а также вычисление ее детерминанта. Если элементы матрицы числа, то соответствующие операции выполняются в числовой форме. Примеры выполнения команд с выделенными матрицами, содержащимися в меню *Символьные операции*, приведены на рис. 4.3.

Операции над выделенной матрицей

Задача 3 Выполнить операции

Заданная матрица в символьном виде

$$\begin{pmatrix} 2 & k & t \\ a & 4 & b \\ 9 & c & 6 \end{pmatrix}$$

в результате транспонирования матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 9 \\ k & 4 & c \\ t & b & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & k & t \\ a & 4 & b \\ 9 & c & 6 \end{pmatrix}$$

в результате обращения матрицы

$$\begin{pmatrix} \frac{b \cdot c - 24}{36 \cdot t + 2 \cdot b \cdot c + 6 \cdot a \cdot k - 9 \cdot b \cdot k - a \cdot c \cdot t - 48} & \frac{6 \cdot a - 9 \cdot b}{36 \cdot t + 2 \cdot b \cdot c + 6 \cdot a \cdot k - 9 \cdot b \cdot k - a \cdot c \cdot t - 48} & \frac{a \cdot c - 36}{36 \cdot t + 2 \cdot b \cdot c + 6 \cdot a \cdot k - 9 \cdot b \cdot k - a \cdot c \cdot t - 48} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & k & t \\ a & 4 & b \\ 9 & c & 6 \end{pmatrix}$$

имеется определитель

$$9 \cdot b \cdot k - 2 \cdot b \cdot c - 6 \cdot a \cdot k - 36 \cdot t + a \cdot c \cdot t + 48$$

Рис 4.3 Преобразования над выделенной матрицей

Во многих прикладных задачах спектрального анализа и синтеза важное значение имеют преобразования Фурье, Лапласа и Z-преобразование.

Прямое преобразование Фурье позволяет получить в аналитическом виде функцию частоты $F(\omega)$ от временной функции $f(t)$. Оно реализуется формулой:

$$F(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt$$

Здесь $f(t)$ – скалярная функция независимой переменной t . Соответственно обратное преобразование Фурье задается следующим образом:

$$f(t) := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega$$

Эта формула позволяет по функции $F(\omega)$ найти в аналитическом виде функцию $f(t)$.

Интегральные преобразования Лапласа лежит в основе символьного метода расчета электрических цепей. В них фигурирует оператор Лапласа, позволяющий переходить от уравнений с комплексными величинами к уравнениям с действительными величинами.

В вопросах прикладной математики находят широкое применение Z-преобразования. На рис 4.4 приведен пример использования интегральных преобразований.

Операции над интегральными преобразованиями

Задача 4 Выполнить преобразования

a-t	имеется преобразование Фурье	$-2i \cdot \pi \cdot a \cdot \Delta(1, \omega)$	имеется обратное преобразование Фурье	a-t
a-t	имеется преобразование Лапласа	$\frac{a}{s^2}$	имеется обратное преобразование Лапласа	a-t
a-t	имеется Z-преобразование	$\frac{a \cdot z}{(z-1)^2}$	имеется обратное Z-преобразование	a-n

Рис 4.4. Вычисления над интегральными преобразованиями

Операции компьютерной алгебры с помощью оператора символьного вывода

В *Mathcad* существует более гибкое, универсальное и мощное средство выполнения символьных расчетов – это оператор символьного вывода \rightarrow . Этот оператор вводится в документ после вычисляемого выражения соответствующей кнопкой с палитры инструментов *Символы* (рис. 4.5).



Оператор символьного вывода имеет два варианта:

→ без ключевого слова и

■→ с ключевым словом – директивой.

В шаблоне оператора символьного вывода без ключевого слова имеется место ввода символьного выражения. Если задать исходное выражение и вывести курсор из блока, то справа от оператора появится результат символьных преобразований. Например, $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \rightarrow 1$.

В шаблоне оператора символьного вывода с ключевым словом имеются два места ввода. В первое вводится исходное символьного выражения, во второе – одна из директив символьных преобразований (строчными буквами).

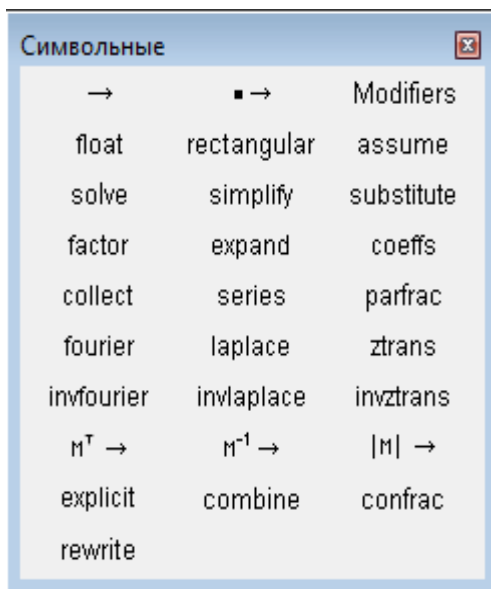


Рис. 4.5 Палитра *Символьные вычисления*

Для задания типа символьного вычисления (или символьного преобразования) используются специальные операторы и директивы, кнопки которых также находятся на палитре.

Отличительными особенностями использования возможностей палитры *Символика* является:

- возможность применения символических преобразований к функциям пользователя,
- возможность реализации цепочки автоматических символьных вычислений,
- наглядность вычислений.

На рисунке 4.6 приведены примеры вычислений с помощью операторов палитры *Символика*.

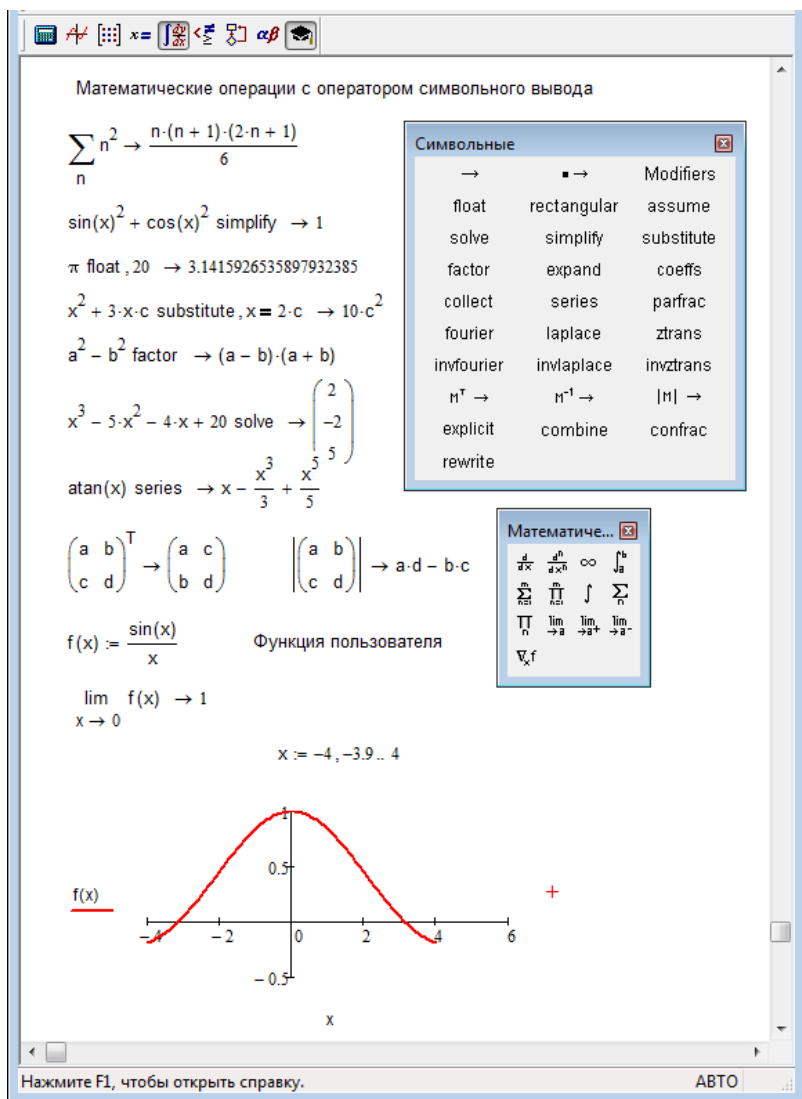


Рис. 4.6 Символьные вычисления с помощью оператора символического вывода

С помощью оператора символьного вывода возможно вычисление пределов заданных функций. Для этого используются три

оператора $\lim_{\rightarrow a}$ $\lim_{\rightarrow a^+}$ $\lim_{\rightarrow a^-}$ палитры инструментов *Математический анализ*. Назначение этих операторов понятно из их обозначения. Примеры вычисления пределов приведены на рисунке 4.6 (внизу), где показано обращение к функции пользователя с использованием оператора символьного вывода.

Как известно [8] пределом функции $f(x)$ называется то ее значение, к которому функция неограниченно приближается в точке $x=a$ (предел в точке a) или слева или справа от нее. При этом подразумевается, что функция $f(x)$ определена на некотором промежутке, включая точку $x=a$, и во всех точках близких к ней слева и справа. В последнем случае предел вычисляется для $x=a$ -или $x=a^+$. Для рассмотренного на рис. 4.6 примера функция $f(x)$ принимает значение равное 1 при $x \rightarrow 0$. График наглядно иллюстрирует этот факт.

Состав палитры *Символика*:

<i>Modifiers</i>	Модифицированные команды.
<i>float</i>	Вычислить с плавающей точкой.
<i>rectangular</i>	Вычислить в комплексной форме.
<i>assume</i>	Вычислить с допущением.
<i>solve</i>	Решить для переменной.
<i>simplify</i>	Упростить.
<i>substitute</i>	Подставить выражение.
<i>factor</i>	Факторизация.
<i>expand</i>	Разложить по степеням.
<i>coeffs</i>	Полиномиальные коэффициенты.
<i>collect</i>	Разложить по подвыражению.
<i>series</i>	Разложить в ряд.
<i>parfrac</i>	Разложить на элементарные дроби.
<i>fourier</i>	Преобразование Фурье.
<i>laplace</i>	Преобразование Лапласа.
<i>ztrans</i>	Z-преобразование.
<i>invfourier</i>	Обратное преобразование Фурье.
<i>invlaplace</i>	Обратное преобразование Лапласа.
<i>invztrans</i>	Обратное Z-преобразование.
<i>explicit</i>	В явном виде.
<i>combine</i>	Объединить.

4.5 Содержание отчета

1. Название и цель работы.
2. *ScreenShot* результатов выполнения заданий.
3. Выводы о возможностях символьных вычислений, объекты символьных преобразований, преимущества и недостатках вычисления с помощью опций пункта меню *Символьные операции* и символов палитры *Символика*, точности символьных вычислений.

4.6 Контрольные вопросы

1. Способы символьных преобразований системы *Mathcad*.
2. Поясните структуру панели *Символика* системы *Mathcad*.
3. Над какими объектами производятся символьные преобразования *Mathcad*?
4. На примерах поясните, как выделяются области, над которыми производятся символьные преобразования.
5. Как установить *Стиль* представления результата символьных операций?
6. Какие операции выполняются над выделенными выражениями? Приведите примеры.
7. Какие операции выполняются над выделенными переменными? Приведите примеры.
8. Как вычислить функцию, разложив ее в ряд Тейлора? От каких факторов зависит точность вычисления функции с помощью ряда?
9. Какие операции выполняются над выделенными матрицами? Приведите примеры.
10. Какие преобразования выделенных выражений встроены в систему *Mathcad*?
11. Какие преимущества достигаются при использовании в символьных вычислениях возможности палитры *Символика*?
12. Какие формы оператора символьных преобразований имеются в системе *Mathcad*? Какая между ними разница?
13. Какие директивы выполняются при использовании символьного оператора без ключевого слова? Привести примеры.
14. Какие директивы выполняются при использовании символьного оператора с ключевым словом? Привести примеры.

Приложение. Стандартные функции Mathcad

Тригонометрические (углы задаются в радианах)

$\sin(z)$	- синус,
$\cos(z)$	- косинус,
$\tan(z)$	- тангенс,
$\cot(z)$	- котангенс,
$\sec(z)$	- секанс
$\csc(z)$	- cosecant.

Гиперболические

$\sinh(z)$	- гиперболический синус,
$\cosh(z)$	- гиперболический косинус,
$\tanh(z)$	- гиперболический тангенс,
$\coth(z)$	- гиперболический котангенс,
$\operatorname{sech}(z)$	- гиперболический секанс
$\operatorname{csch}(z)$	- гиперболический cosecant.

Обратные тригонометрические

$\operatorname{asin}(z)$	- арксинус,
$\operatorname{acos}(z)$	- арккосинус,
$\operatorname{atan}(z)$	- арктангенс

Обратные гиперболические

$\operatorname{asinh}(z)$	- арксинус гиперболический,
$\operatorname{acosh}(z)$	- арккосинус гиперболический,
$\operatorname{atanh}(z)$	- арктангенс гиперболический

Показательные и логарифмические

$\exp(z)$	- экспонента,
$\ln(z)$	- натуральный логарифм,
$\log(z)$	- десятичный логарифм.

Комплексного аргумента

$Re(z)$	- вещественная часть,
$Im(z)$	- мнимая часть,
$ z $	- модуль,
$arg(z)$	- фаза (для формата экспоненты),
\bar{z}	- сопряженный комплекс.

Функции с условиями сравнения Числовые

$ceil(x)$	- наибольшее целое $\geq x$,
$floor(x)$	- наименьшее целое $\leq x$,
$mod(x,y)$	- остаток от x/y со знаком x ,
$round(x)$	- округление x до ближайшего целого

Рекомендуемая литература

Основная

1. **Дьяконов, В. П.** *Mathcad 11/12/13* в математике [Текст]: справочник / Дьяконов В. П. - М.: Горячая линия-Телеком, 2007 - 958 с.
2. **Кириянов, Д. В.** *Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0* [Текст] / Кириянов, Д. В. - СПб.: БХВ-Петербург, 2012. - 428 с. - (В подлиннике).
3. **Кириянов, Д. В.** *Mathcad 13* [Текст] / Кириянов, Д. В. - СПб.: БХВ-Петербург, 2006. - 608 с.
4. **Макаров, Е. Г.** Инженерные расчеты в *Mathcad 14* [Текст] / Макаров, Е. Г. - СПб. : Питер, 2007. - 592 с.
5. **Макаров, Е. Г.** Инженерные расчеты в *Mathcad 15* [Текст] : учеб. курс / Макаров, Е. Г. - СПб. : Питер, 2011. - 400 с.

Дополнительная

6. **Выгодский, М. Я.** Справочник по высшей математике [Текст] / Выгодский, М. Я. - М.: АСТ, 2008. - 991 с.
7. **Очков, В. Ф.** *Mathcad 12* для студентов и инженеров [Текст] / Очков, В. Ф. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 464 с.
8. <http://sapr-journal.ru/uroki-mathcad> – электронный ресурс. Уроки по работе в *Mathcad*.
9. http://physics.herzen.spb.ru/library/03/02/mcad_progs.pdf – электронный ресурс. Программирование в математическом пакете *Mathcad*.