

# Алгоритм поиска границ Кэнни (Canny Edge). Разметка связных областей (Connected Components Labeling)



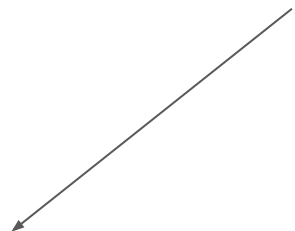
0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	1	1	1	0	0	0	3	3	0	0	0	4	4	4	0	0	5	5	5	0	0	6
0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	2	1	1	1	0	0	3	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	5	5	0	0	6
7	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0
7	7	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	8	0	0	0	9	0	10	0	11	0	0	0	0	0	0	0
7	7	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	8	0	0	0	0	10	10	0	0	0	0	12	12	0	0	12
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	10	10	10	10	0	0	0	0	12	12	0	12
7	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	10	10	0	0	13	13	13	0	0	12	12	12
7	7	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	14	14	0	10	10	0	0	0	0	13	13	13	0	0	0	0
7	7	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	14	14	0	0	0	0	15	0	0	13	13	0	0	16	16	
7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	14	0	0	0	0	15	15	15	0	0	0	13	13	13	0	0
0	0	0	0	0	17	0	0	1	1	1	1	0	18	18	0	0	0	0	0	15	15	0	0	0	19	0	0	0	20	0	
21	0	0	0	0	0	0	22	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	15	15	15	0	0	0	19	19	0	19	0	0	0
21	0	0	0	0	22	22	22	0	0	1	1	1	0	0	0	23	23	0	0	0	15	15	0	0	0	19	19	19	0	0	0
21	0	0	0	22	22	22	22	0	0	0	0	1	1	1	0	23	0	0	0	15	15	15	15	0	0	0	19	19	19	0	0
21	0	0	0	22	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	15	15	15	0	19	19	19	19	19	19	19
21	21	0	0	0	0	0	24	0	25	25	0	0	0	0	0	26	0	0	15	15	27	15	0	0	0	19	19	19	28	28	19

Цифровая обработка изображений  
Ассистент кафедры КСАИТ  
Петровец Александр Александрович

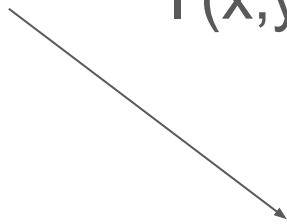
# Фильтрация

В общем смысле фильтрация - преобразование изображения в локальной области в другое изображение посредством некой функции:

$$I'(x,y) = H(I(x,y))$$



Линейная



Нелинейная

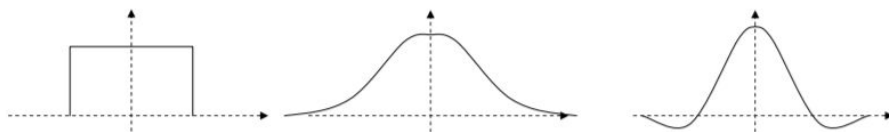
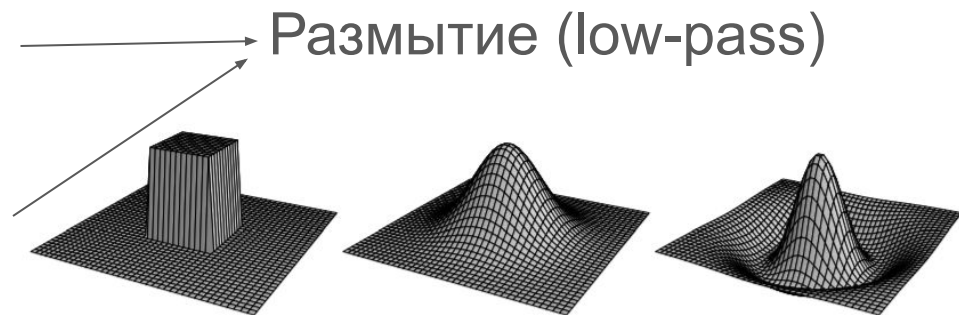


Вообще говоря и локальную бинаризацию с эквализацией можно назвать фильтрацией

# Виды линейных фильтров

- Усреднение (box filter) - все компоненты равны
- Фильтр Гаусса (сглаживание по Гауссу) - функция плотности двумерного нормального распределения с нулевым средним

- Фильтры Превитта, Собеля, Лапласа (Mexican Hat) - могут быть и отрицательные компоненты



0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

(a)

0	1	2	1	0
1	3	5	3	1
2	5	9	5	2
1	3	5	3	1
0	1	2	1	0

(b)

0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

(c)

Резкость - выделение границ (high-pass)

# Градиент изображения

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \approx f(x+1) - f(x) \quad (h=1)$$

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Вычисление первой производной  
цифрового изображения основано на  
различных дискретных приближениях  
двумерного градиента

# Градиент изображения

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \approx f(x+1) - f(x) \quad (h=1)$$

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\text{magn}(\nabla f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Модуль градиента (магнитуда)

$$\text{dir}(\nabla f) = \tan^{-1}(M_y/M_x)$$

Направление градиента (угол)

# Дискретные аппроксимации первой производной

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \approx f(x+1) - f(x) \quad (h=1)$$

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\text{magn}(\nabla f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Модуль градиента (магнитуда)

$$\text{dir}(\nabla f) = \tan^{-1}(M_y/M_x)$$

Направление градиента (угол)

# Оператор Собеля

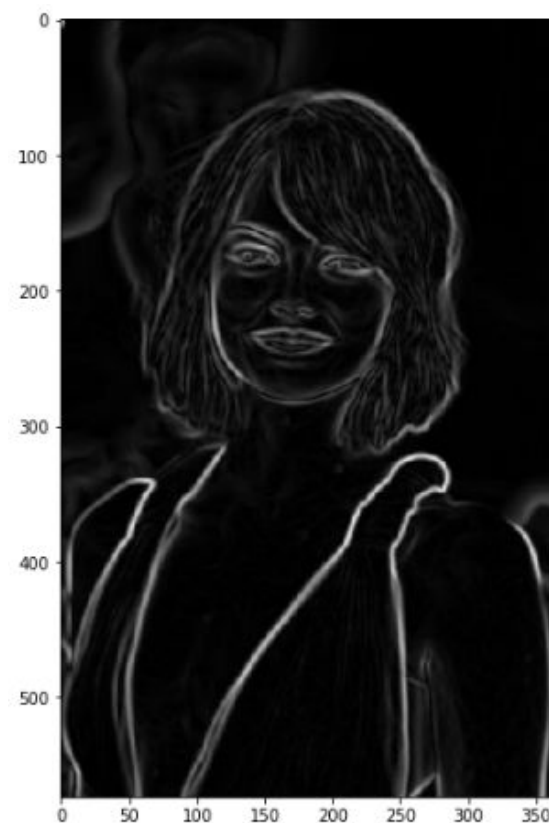
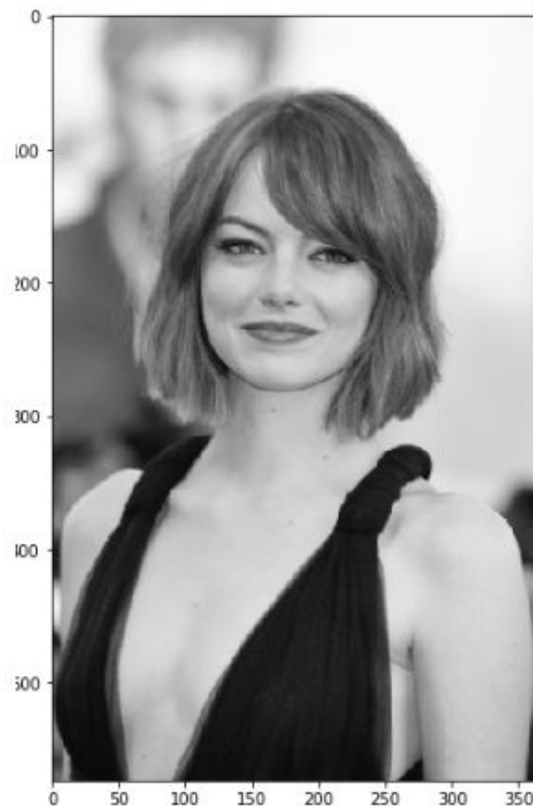
$$\mathbf{G}_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{bmatrix} * \mathbf{A} \quad \text{and} \quad \mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} * \mathbf{A}$$



Приближенные производные по x и y

# Оператор Собеля

- Подверженность шуму
- Неточные границы
- “Потеря” слабых границ





# Алгоритм поиска границ Кэнни (Canny Edge)

## Требования

- Низкая вероятность пропустить настоящие границы и пометить граничными точки, не являющиеся ими
- Точка, которая помечается как граничная, должна лежать как можно ближе к центру настоящей границы
- Только один отклик на настоящую границу

A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

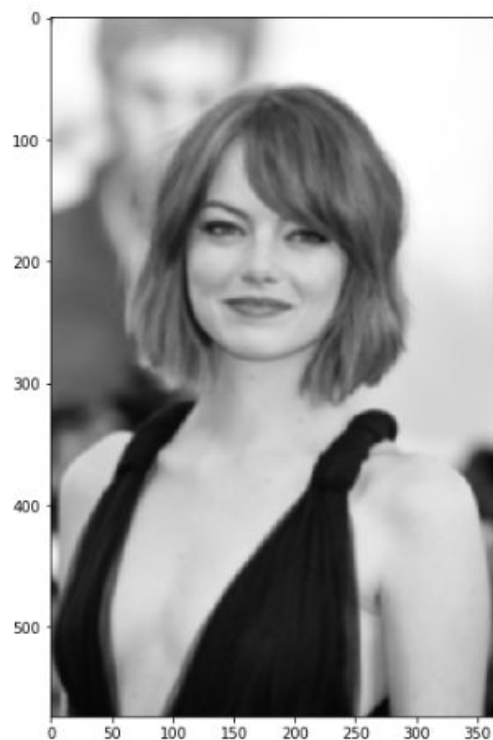
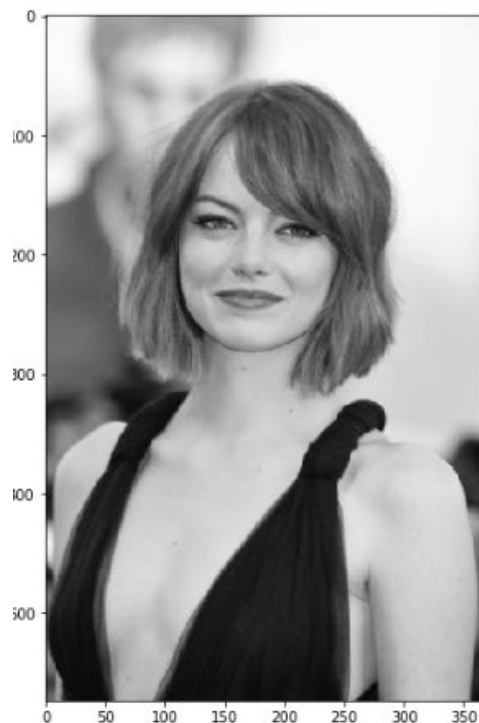
# Алгоритм поиска границ Кэнни (Canny Edge)

- 1) Уменьшение шума
- 2) Вычисление градиента
- 3) Non-maximum suppression
- 4) Уточнение границ по верхнему и нижнему порогу
- 5) Hysteresis threshold

A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

# Canny Edge - уменьшение шума

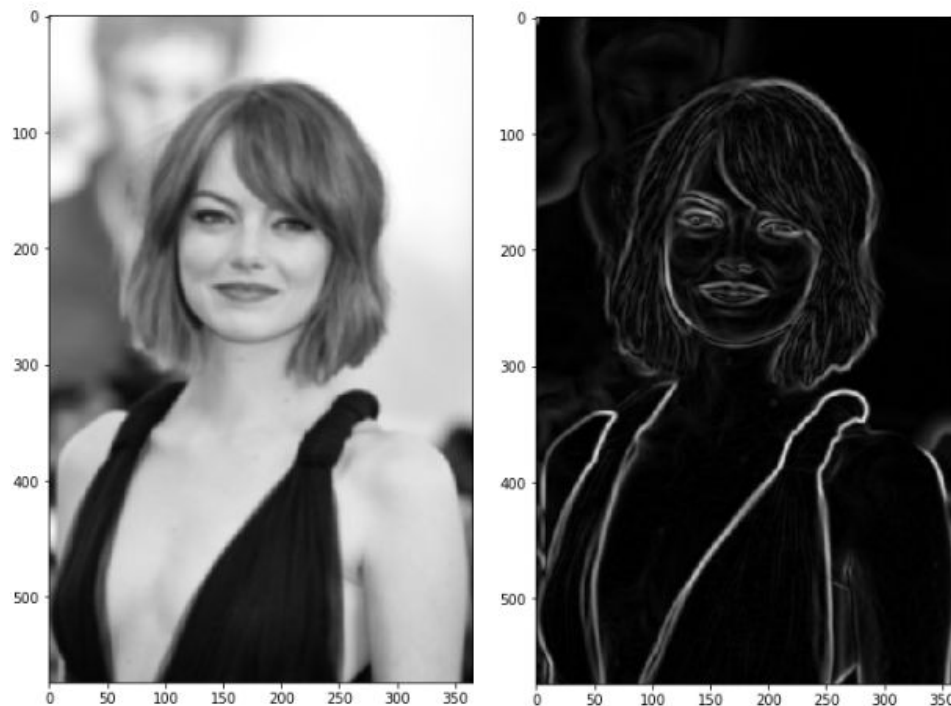
- Наложение фильтра Гаусса
- Размер ядра и значение среднеквадратичного отклонения - параметры алгоритма



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

# Canny Edge - вычисление градиента

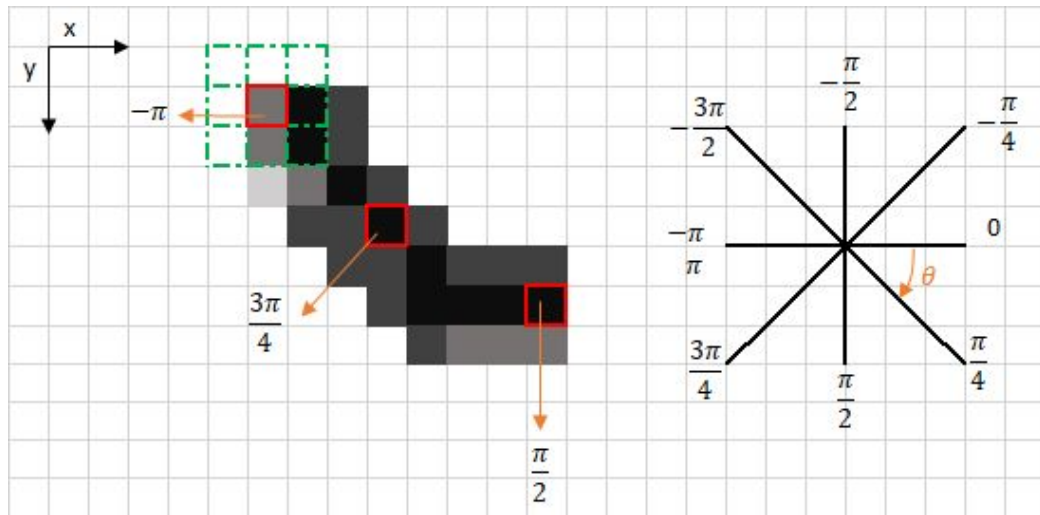
- Вычислить производные по  $x$  и  $y$  с помощью оператора Собеля
- Рассчитать модуль и направление



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

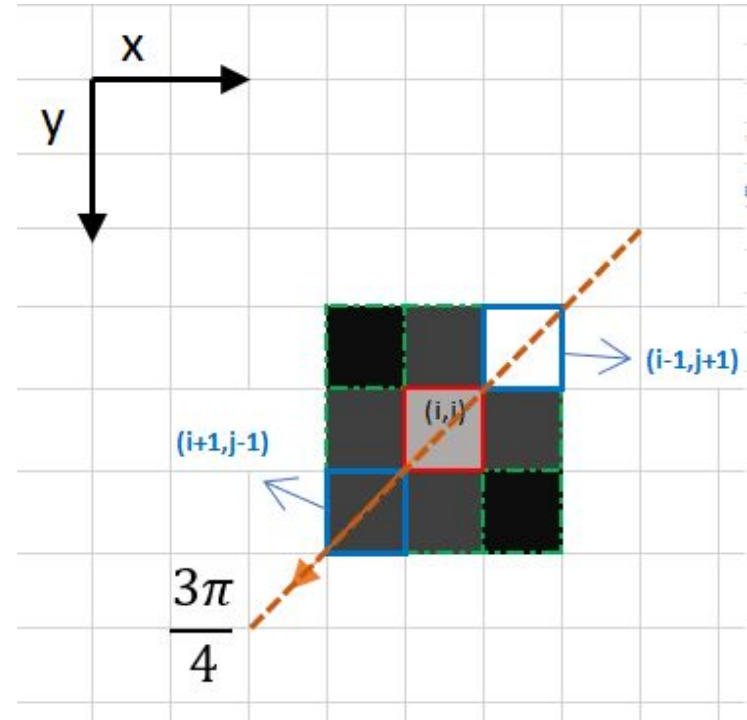
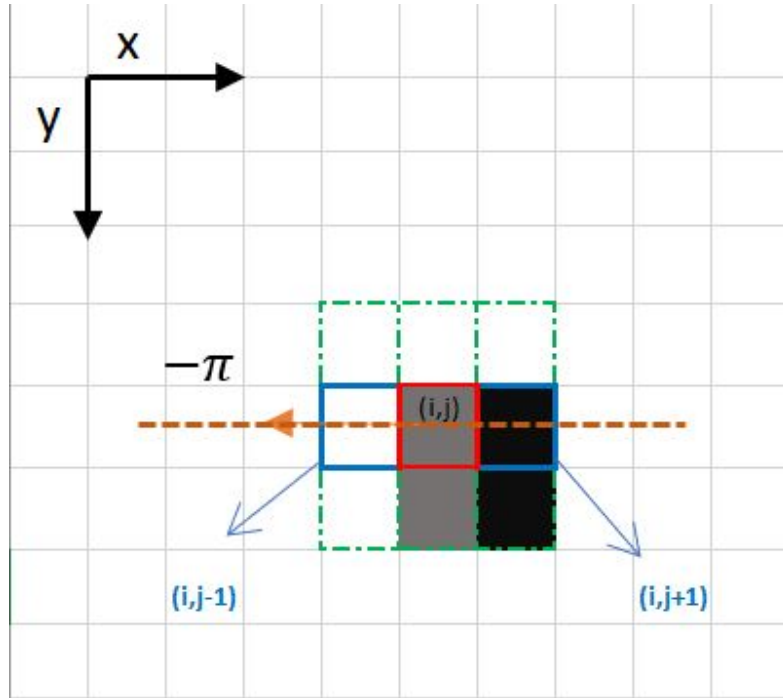
# Canny Edge - non-maximum suppression

- Для каждой тройки пикселей найти максимальное значение на основе направления градиента
- Если значение модуля градиента не максимальное, то исключить пиксель



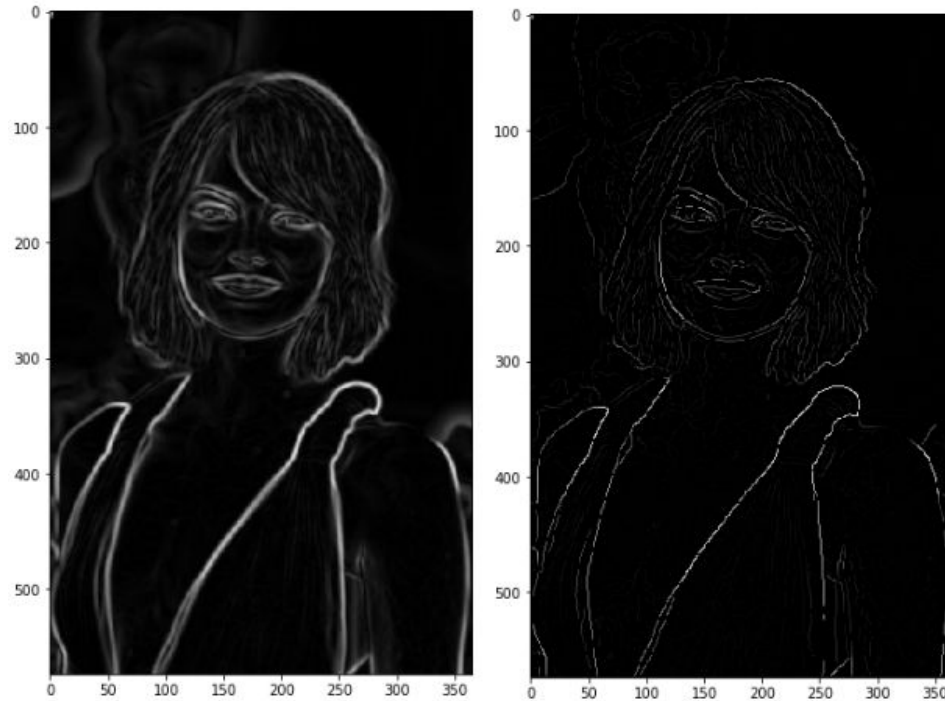
A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

# Canny Edge - non-maximum suppression



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

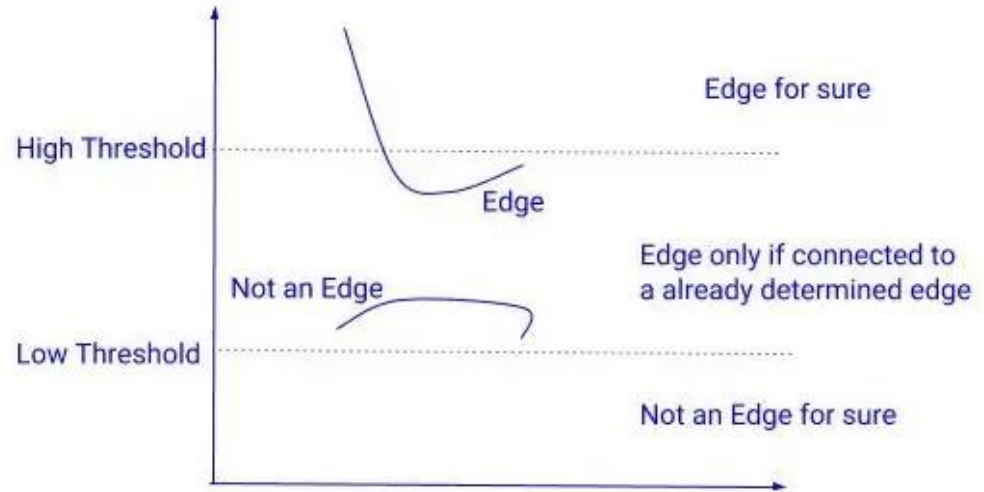
# Canny Edge - non-maximum suppression



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

# Canny Edge - уточнение границ по верхнему и нижнему порогу

- Ввести два параметра алгоритма **low\_threshold** и **high\_threshold**
- Все пиксели со значениями модуля градиента больше **high\_threshold** - сильные и останутся на итоговом изображении
- Все пиксели со значениями модуля градиента ниже **low\_threshold** - исключаются из итогового изображения
- Все пиксели со значениями между **low\_threshold** и **high\_threshold** - слабые и подвергнутся дополнительной проверке

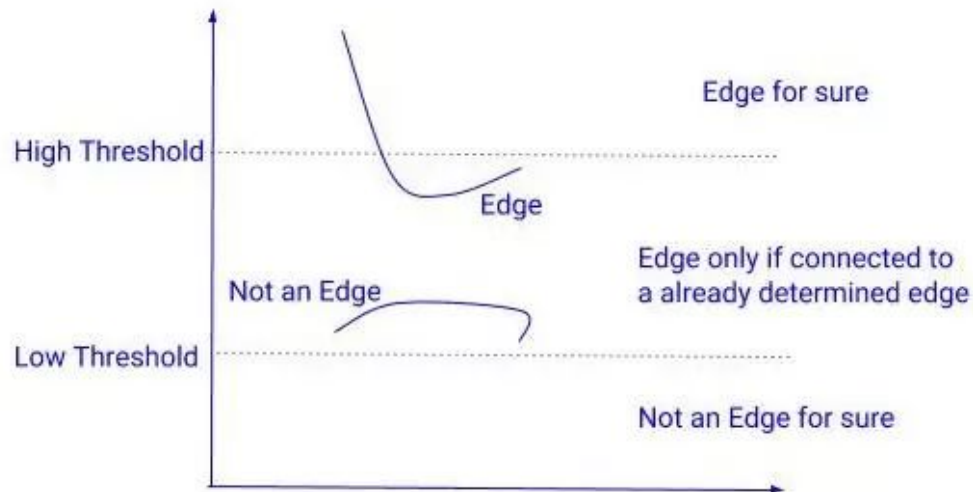


A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986



# Canny Edge - Hysteresis threshold

- Слабые пиксели могут быть окружены слабыми, но в каком-то месте соприкоснуться с сильными - это должна быть одна граница
- Нужно найти все связанные компоненты из сильных и слабых пикселей на изображении
- Connected Components Labeling



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

# Connected Components Labeling - разметка связанных областей

- Плеяда методов основанная на теории графов
- Суть методов для Image Processing - в поиске связанных областей на изображении

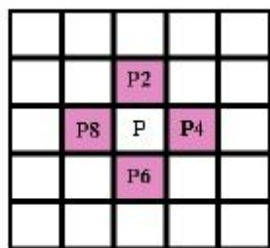
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1

(a)

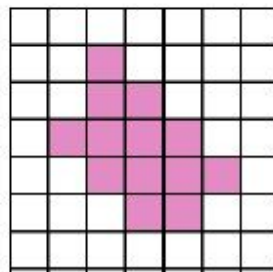
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	2	2	2
1	1	1	0	0	2	0
1	1	0	0	0	2	0
0	0	0	3	0	2	0
0	0	3	3	0	0	0
0	0	0	0	0	4	4

(b)

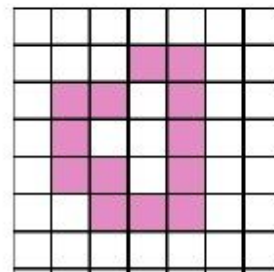
# Виды связностей



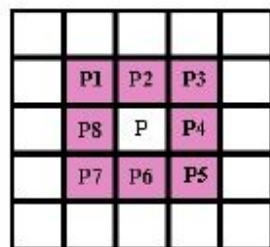
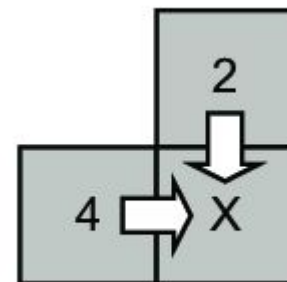
4-Connectivity



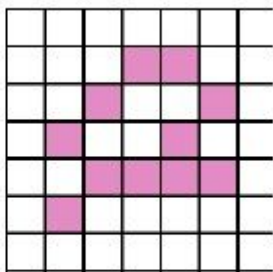
4-Connected



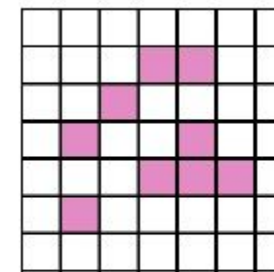
Not 4-Connected



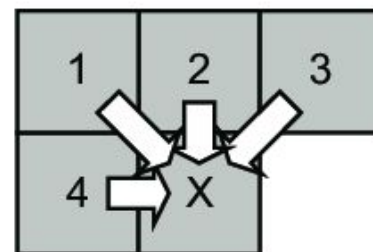
8-Connectivity



8-Connected



Not 8-Connected



# Система непересекающихся множеств (disjoint-set, union-find)

Структура данных для администрирования элементов, разбитых на непересекающиеся подмножества.

Использует три абстрактных операции: {**Union**, **Find**, **MakeSet**}

**MakeSet**( $x$ ) - создаёт для элемента  $x$  новое подмножество. Назначает этот же элемент представителем созданного подмножества.  $O(1)$

**Find**( $x$ ) - проходит путь от  $x$  до корня дерева и возвращает его (корень в данном случае является представителем).  $O(n)$

**Union**( $r, s$ ) - Ищет корни с помощью **Find** для  $r$  и  $s$ . Если корни различны объединяет оба подмножества, принадлежащие представителям  $r$  и  $s$ , присоединяя корень  $r$  к корню  $s$ .  $O(n)$

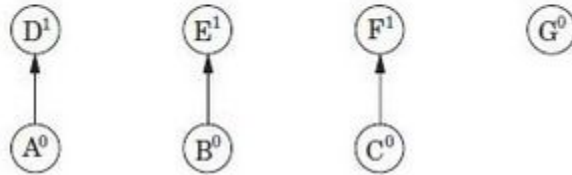
Нетривиальная реализация - с помощью деревьев и именно она (и некоторые ухищрения) позволяет существенно ускорить работу со структурой

# Система непересекающихся множеств (disjoint-set, union-find) - пример Union, MakeSet, Find

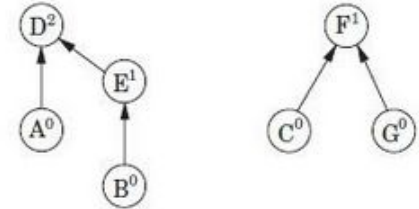
After  $\text{makeset}(A), \text{makeset}(B), \dots, \text{makeset}(G)$ :



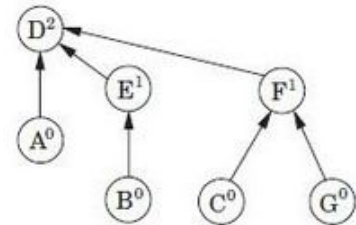
After  $\text{union}(A,D), \text{union}(B,E), \text{union}(C,F)$ :



After  $\text{union}(C,G), \text{union}(E,A)$ :



After  $\text{union}(B,G)$ :



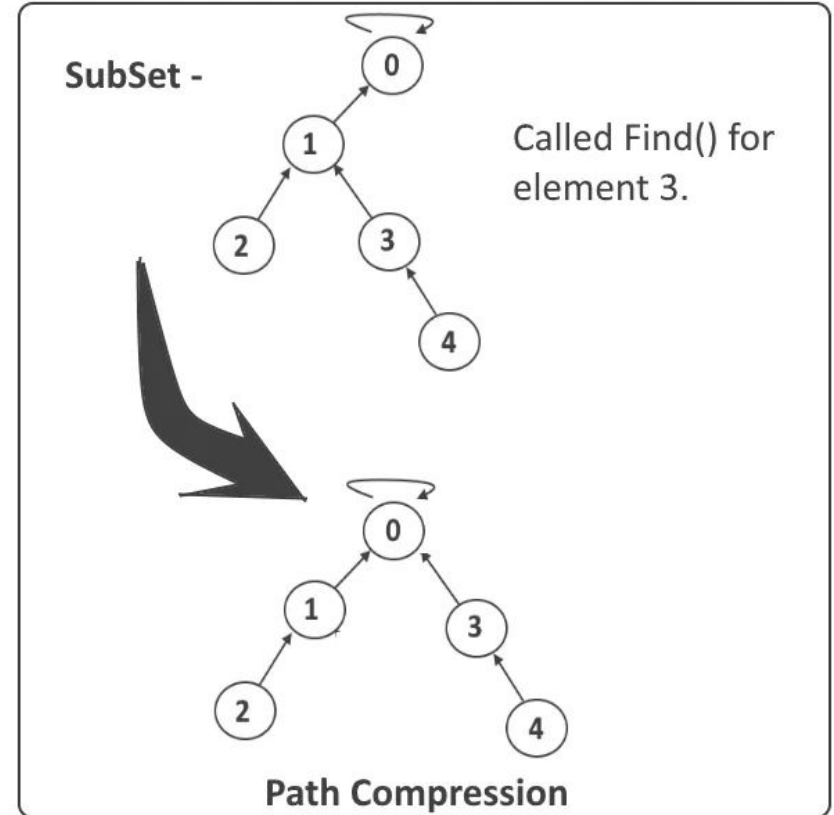
Хорошая реализация

предполагает:

- 1) Path compression
- 2) Union by Rank

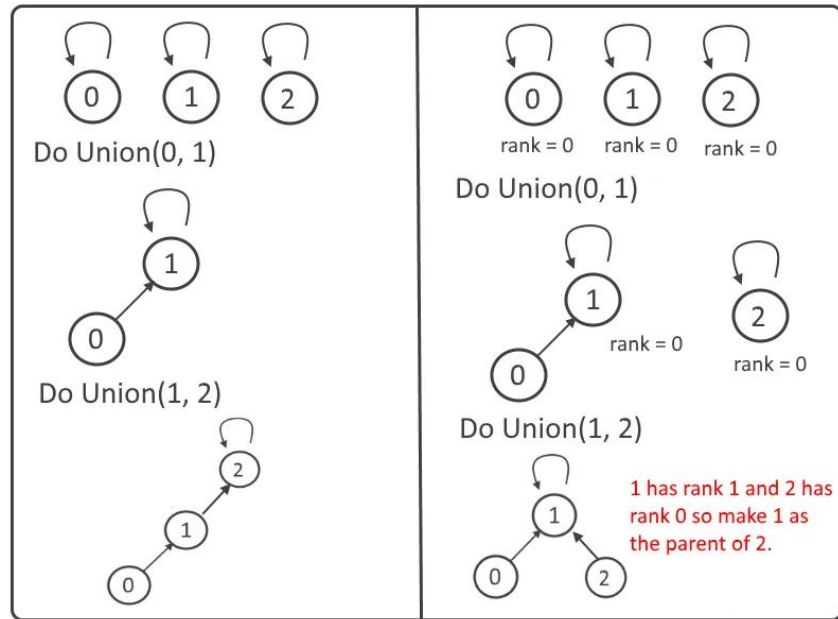
# Система непересекающихся множеств (disjoint-set, union-find) - Path Compression

- Path Compression
- Исключение цепных правил при вызове **Find**
- При каждом вызове **Find(x)**, принудительно делать родителем **x** корень дерева



# Система непересекающихся множеств (disjoint-set, union-find) - Union by Rank

- Union by Rank
- Присоединить более короткое дерево к корню более длинного
- Установить **rank** множества равным нулю при вызове **MakeSet(x)**
- При объединении двух множеств одинакового rank, результирующий **rank**=rank+1
- При объединении двух множеств разных rank0, rank1, результирующий **rank**=max(rank0,rank1)



# Система непересекающихся множеств (disjoint-set, union-find) - сложность

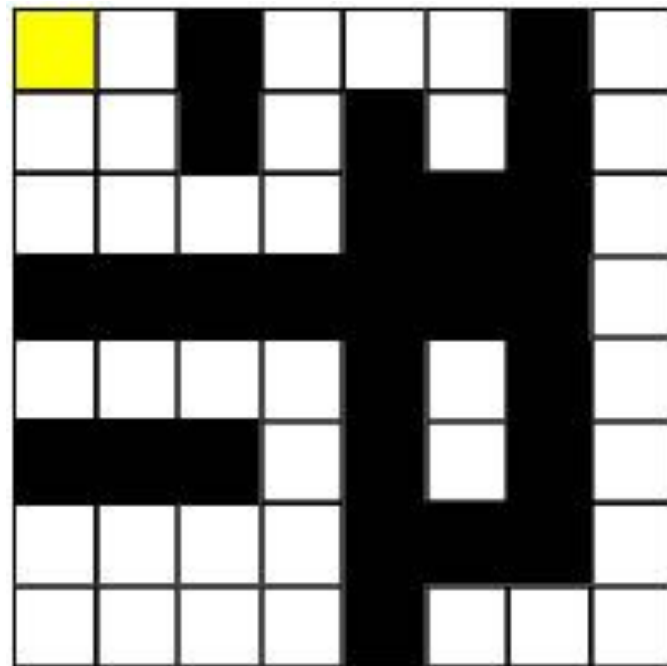
Construction	$O(n)$
Union	$\alpha(n)$
Find	$\alpha(n)$
Get component size	$\alpha(n)$
Check if connected	$\alpha(n)$
Count components	$O(1)$

Alpha - функция, обратная функции Аккермана. Для всех применяемых на практике значений  $n$  принимает значение, меньшее 5.



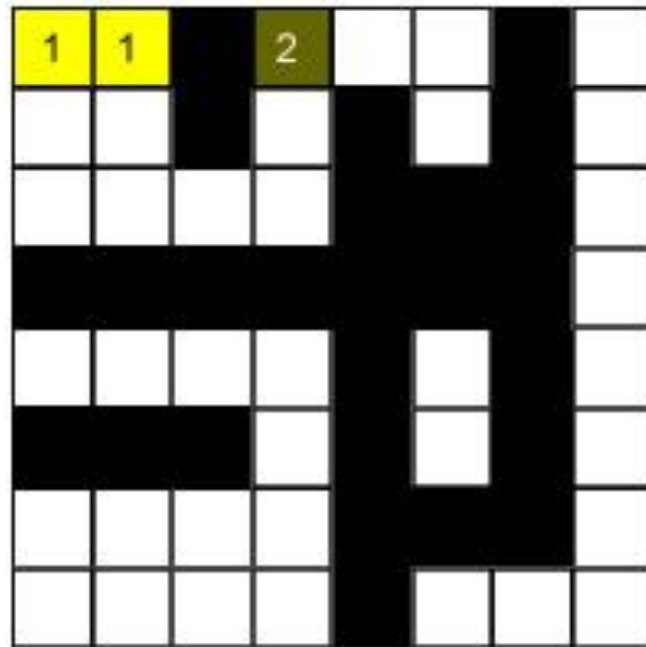
# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - First Pass

- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Получить значение меток соседних пикселей согласно окну для текущего пикселя
    - i) Если соседей нет - присвоить новую метку этому пикселю (**MakeSet**)
    - ii) В противном случае найти соседа с наименьшей меткой и присвоить эту метку текущему пикселю
    - iii) Сохранить значение эквивалентности для соседних пикселей (**Union**)



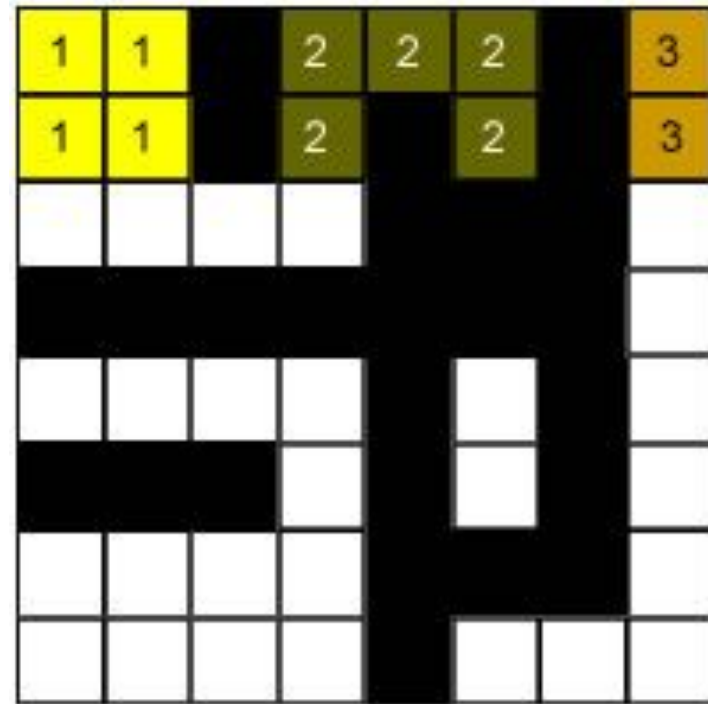
## Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - First Pass

- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Получить значение меток соседних пикселей согласно окну для текущего пикселя
    - i) Если соседей нет - присвоить новую метку этому пикселю (**MakeSet**)
    - ii) В противном случае найти соседа с наименьшей меткой и присвоить эту метку текущему пикселю
    - iii) Сохранить значение эквивалентности для соседних пикселей (**Union**)



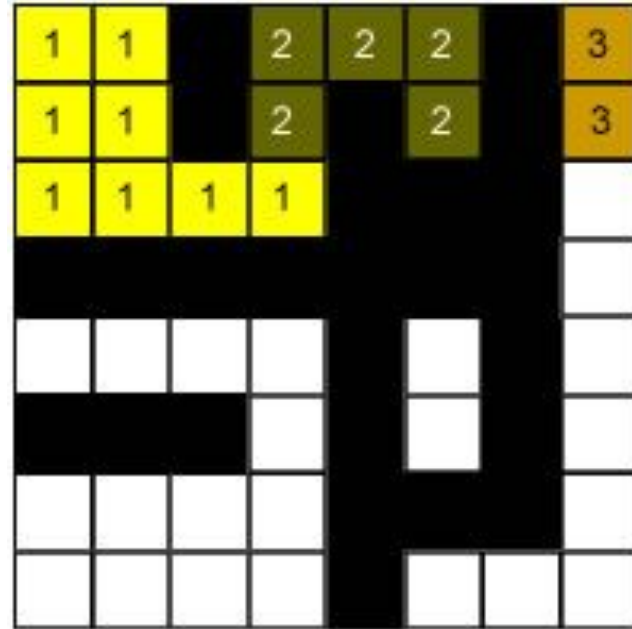
# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - First Pass

- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Получить значение меток соседних пикселей согласно окну для текущего пикселя
    - i) Если соседей нет - присвоить новую метку этому пикселю (**MakeSet**)
    - ii) В противном случае найти соседа с наименьшей меткой и присвоить эту метку текущему пикселю
    - iii) Сохранить значение эквивалентности для соседних пикселей (**Union**)



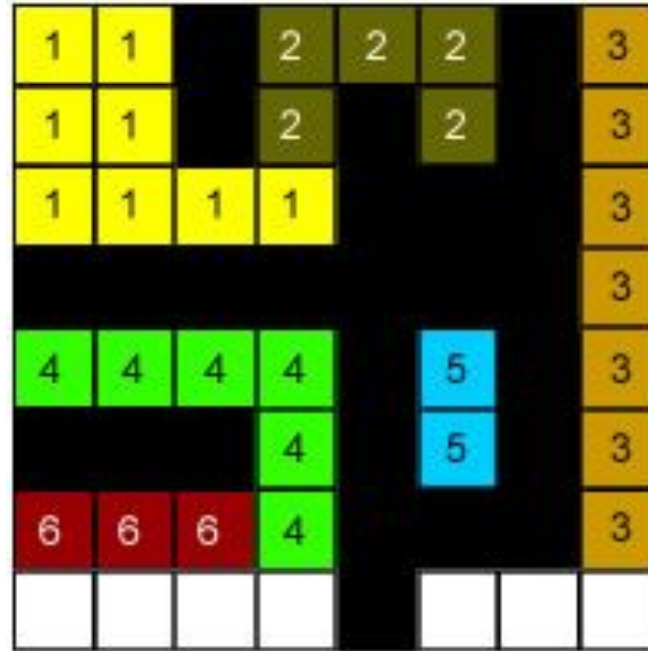
# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - First Pass

- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Получить значение меток соседних пикселей согласно окну для текущего пикселя
    - i) Если соседей нет - присвоить новую метку этому пикселю (**MakeSet**)
    - ii) В противном случае найти соседа с наименьшей меткой и присвоить эту метку текущему пикселю
    - iii) Сохранить значение эквивалентности для соседних пикселей (**Union**)



# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - First Pass

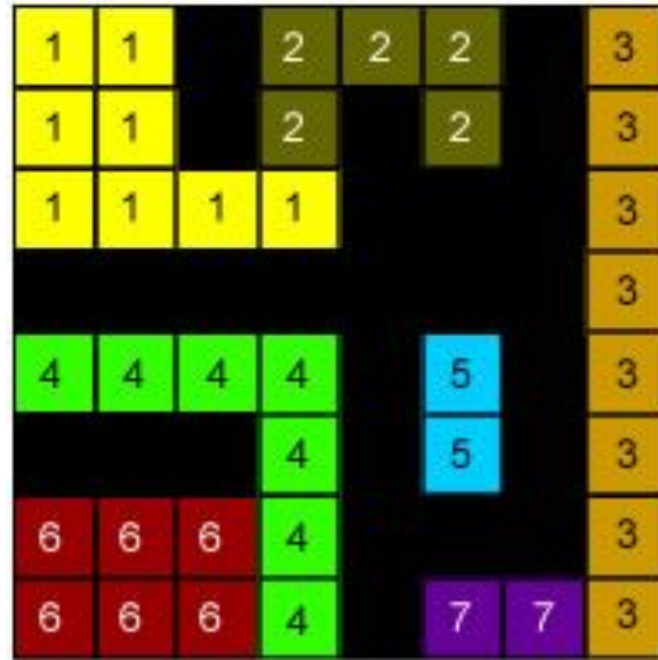
- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - a) Получить значение меток соседних пикселей согласно окну для текущего пикселя
    - i) Если соседей нет - присвоить новую метку этому пикселю (**MakeSet**)
    - ii) В противном случае найти соседа с наименьшей меткой и присвоить эту метку текущему пикселю
    - iii) Сохранить значение эквивалентности для соседних пикселей (**Union**)



1  
↑  
2  
  
4  
↑  
6

# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - First Pass

- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - a) Получить значение меток соседних пикселей согласно окну для текущего пикселя
    - i) Если соседей нет - присвоить новую метку этому пикселю (**MakeSet**)
    - ii) В противном случае найти соседа с наименьшей меткой и присвоить эту метку текущему пикселю
    - iii) Сохранить значение эквивалентности для соседних пикселей (**Union**)



1  
↑  
2  
  
4  
↑  
6  
  
3  
↑  
7

# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - Second Pass

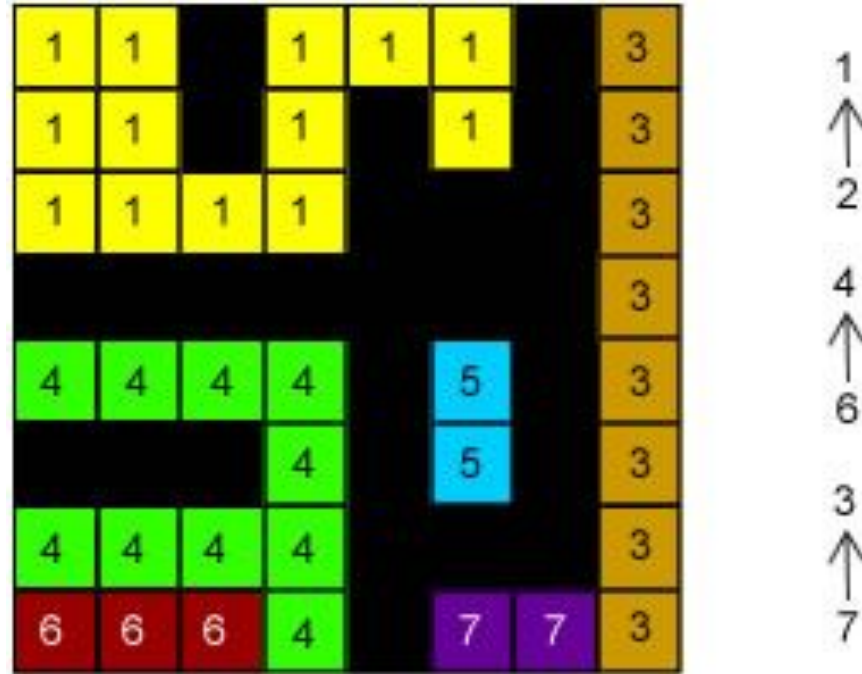
- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Переприсвоить значение метки на значение наименьшей метки среди группы эквивалентности (**Find**)



1  
↑  
2  
  
4  
↑  
6  
  
3  
↑  
7

# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - Second Pass

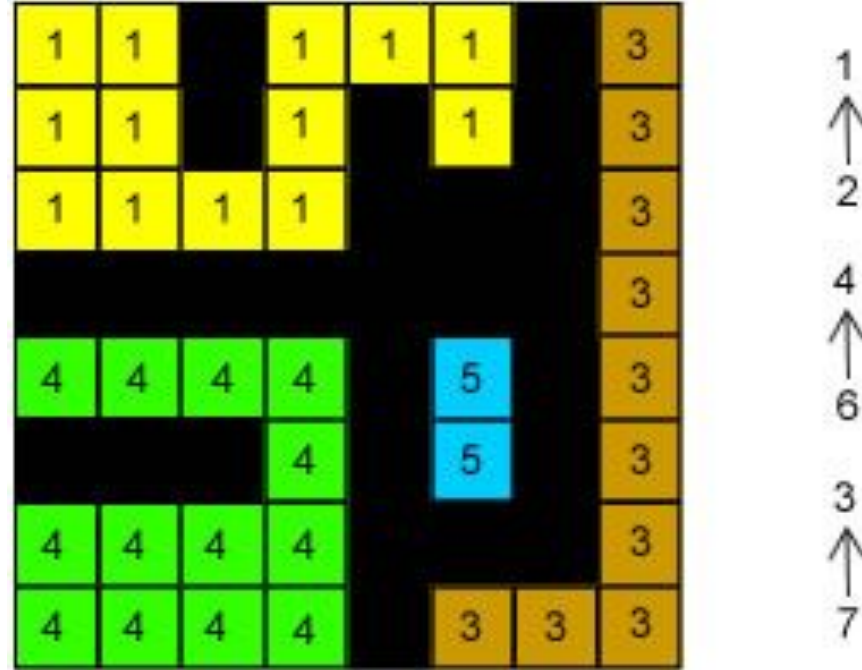
- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Переприсвоить значение метки на значение наименьшей метки среди группы эквивалентности (**Find**)





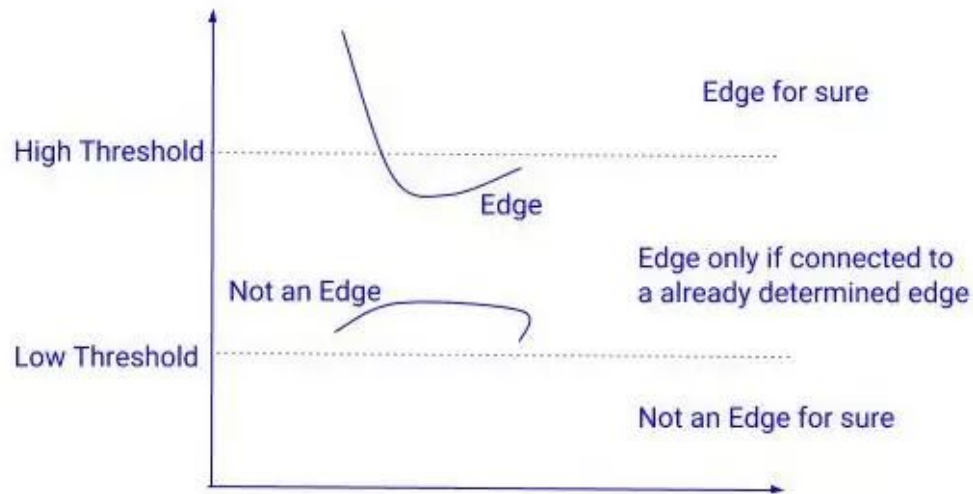
# Алгоритм - Two Pass Connected Components Labeling - Second Pass

- 1) Проход по каждому пикселю слева направо, сверху вниз
- 2) Если значение пикселя не задний фон:
  - а) Переприсвоить значение метки на значение наименьшей метки среди группы эквивалентности (**Find**)



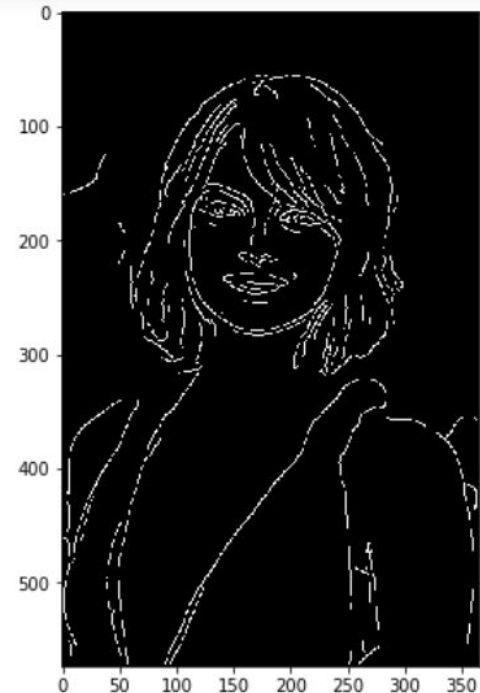
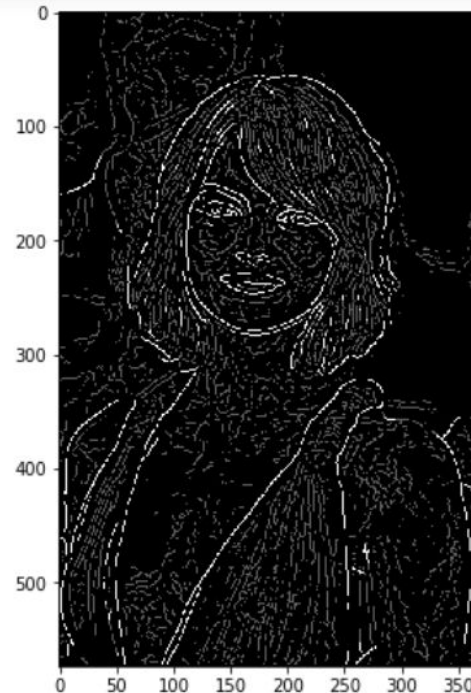
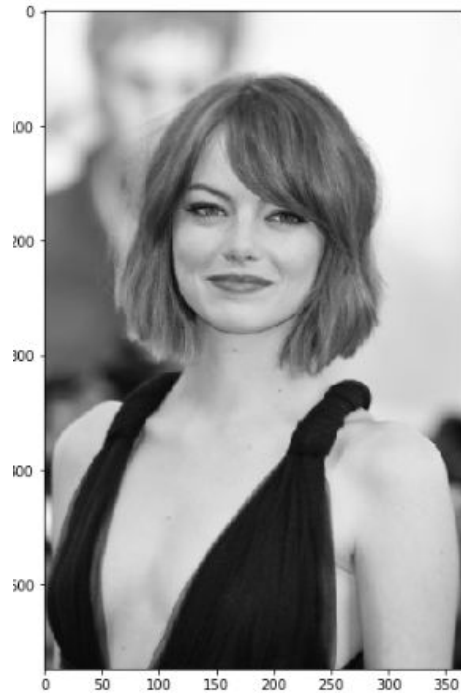
# Canny Edge - Hysteresis threshold

- Слабые пиксели могут быть окружены слабыми, но в каком-то месте соприкоснуться с сильными - это должна быть одна граница
- Нужно найти все связные компоненты из сильных и слабых пикселей на изображении
- **Connected Components Labeling** - ищем связность для всех слабых и сильных пикселей вместе
- Оставляем только те компоненты, где есть хотя бы один сильный пиксель



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986

# Canny Edge - Hysteresis threshold



A Computational Approach to Edge Detection, John Canny, 1986